

מדור חדשות מתמטיות

נצה מובשוביץ־הדר ובוֹעז זילברמן*

הידעת? מאגר המידע הבינלאומי MathSciNet, שמנהלת אותו האגודה האמריקאית למתמטיקה (AMS), חגג השנה יום הולדת 30! מדי שנה בשנה מתווספים למאגר למעלה מ-125,000 פריטים, רובם מכילים תוצאות חדשות – הוכחה ניצחת לכך שהמתמטיקה היא תחום חי ותוסס.

מדור החדשות בגיליון זה מתמקד בקשרים בין יצירה מתמטית לבינה מלאכותית ובדרכים שבהן הבינה המלאכותית משפיעה על החיפוש אחר תגליות מתמטיות.

פתח דבר

בין עמודי התווך של המחקר והעשייה המתמטית בת זמננו בולטת במיוחד העמדת הוכחה תקפה, ורצוי אלגנטית, להשערה כלשהי או מציאת פתרון הולם לבעיה נתונה. האם מודלי שפה גדולים (להלן: בינה מלאכותית) מסוגלים לפרוץ דרך במתמטיקה מחקרית ולפתור בעיות פתוחות? האם הבינה המלאכותית תשנה את טבעה של המתמטיקה כתוצר מופלא של השכל האנושי? ספקות אלו אינם חדשים; הם מהדהדים את המחלוקת והחששות שליוו את כניסת המחשב למחקר (קליינר, 1994).

במהלך המאה ה-20 השימוש במחשבים למחקר מתמטי היה שולי ועורר מחלוקת. אפשר לזקוף את תחילת שינוי הפרדיגמה לוולפגנג האקן וקנת' אפל, שהכריזו בשנת 1976 על הוכחת "השערת ארבעת הצבעים" בעזרת מחשב ובשיטה שהייתה מעבר ליכולת האנושית. בגלל הקושי בבדיקה של ההוכחה, וכפי שאולי היה אפשר לצפות מפריצות דרך באופן כללי; הקהילה המתמטית קיבלה את ההוכחה בספקנות רבה. בשנים האחרונות נגלים ניסיונות לשנות את הפרדיגמה עוד פעם אחת ולרתום את הבינה המלאכותית לפתרון בעיות מתמטיות. בחברת גוגל דפ־מיינד, למשל, מתועדים מאמצים כאלה עוד משנת 2018 – כחמש שנים לפני שצ'אט GPT נכנס לחיינו. יחד עם זה, עד לאחרונה מרבית הניסיונות האלה נכשלו בשל חוסר בשלות של הבינה המלאכותית, כגון הנטייה שלה "להזיות", כלומר הנטייה להמציא עובדות ולהתעקש עליהן בביטחון נחרץ.

אבל קיץ 2025 סימן נקודת מפנה משמעותית, כאשר בינה מלאכותית פתרה בהצלחה חמש מתוך שש הבעיות באולימפיאדה הבינלאומית השנתית למתמטיקה – תחרות שיש בה אתגר לתלמידי תיכון מהטובים בעולם (ר' איור 1). הקהילה המתמטית נותרה המומה. אף כי בעיות אולימפיאדה – מאתגרות ככל שיהיו – הן חידות בעלות פתרון ידוע מראש, שלא כמו שאלות מחקר פתוחות, מעטים סברו שהבינה המלאכותית תצליח להתמודד עימן כבר בשלב מוקדם כל כך. ההצלחה חוללה שינוי מגמה בקהילה ומתמטיקאים רבים החלו לראות בבינה מלאכותית כלי עזר במחקר שלהם ולהשתמש בה במחקריהם.

בעיה 6

נתונה רשת של ריבועי יחידה בגודל n . התבקשת להניח על הרשת אריחים מלבניים – לא בהכרח כולם באותו הגודל – כך שכל צלע של כל אריח מונחת על קווי הרשת (השלמים), וכל ריבוע יחידה מכוסה על ידי אריח אחד לכל היותר.

מהו המספר המינימלי של אריחים שצריך להניח כדי לקיים תנאים אלה?

איור 1: בעיה לדוגמה מתוך האולימפיאדה למתמטיקה, 2025

הפתרון מופיע כאן במהופך: $8 - 9\mathbb{F} \cdot \mathbb{Z} + \mathbb{C}9\mathbb{F} = \mathbb{Z}11\mathbb{Z}$

* מדור החדשות המתמטיות יעבור החל מגיליון 13 לידי הנאמנות של בוֹעז זילברמן. אני מודה למערכת כתב העת על החשיבות שהיא מעניקה למדור זה מיום הקמת העיתון, וכן על מתן האמון בי בעריכתו, נצה מובשוביץ־הדר.



עדות לשינוי המגמה בקהילה המתמטית היא השקת פרויקטים שנועדו לבחון את היכולת של בינה מלאכותית לפתור בעיות, כמו לדוגמה, פרויקט התאוריות המשוואתיות (equational theories project) או פרויקט ההוכחה הראשונה (first proof project).

פרויקט התאוריות המשוואתיות נפתח בספטמבר 2024 ביוזמתו של אחד המתמטיקאים הבולטים ביותר בימינו – המתמטיקאי טֶרֶנְס טָאוֹ (Terence Tao) מאוניברסיטת קליפורניה בלוס אנג'לס. זהו פרויקט שיתופי חלוצי מקוון שנועד לבחון דרכים חדשות לשיתוף פעולה במחקר מתמטי תוך שימוש בבינה מלאכותית. משתתפי הפרויקט העידו שהם הצליחו ליעל הוכחות קיימות ולפתור בעיות אחרות אוטומטית באמצעות בינה מלאכותית.

את פרויקט ההוכחה הראשונה התחילה בפברואר 2026 קבוצת מתמטיקאים מאוניברסיטאות עילית בארה"ב ובבריטניה כדי לבחון האם בינה מלאכותית יכולה לפתור בעיות "חדשות". הפרויקט בנוי באמצעות מאגר של שאלות אתגר שיש להן פתרון, אך הוא לא פורסם עד כה כדי להבטיח שהבינה המלאכותית לא תשתמש בפתרונות מן המוכן. בסיבוב הראשון הצליחה הבינה המלאכותית לפתור שש מתוך שמונה הבעיות שהוצגו לפניו, ובסיבוב השני שהיה בתחילת יוני 2026, היא פתרה שבע בעיות מתוך עשר. בשפה ציורית ייאמר שאם הידע הדרוש לקבלת תוצאות לשאלות מהאולימפיאדה שקול לידע הדרוש לכניסה לתוכנית לימודים יוקרתית לתואר ראשון, אזי קבלת תוצאות לשאלות האתגר שקולה לסיום תואר שני במתמטיקה ומעידה על פוטנציאל לפתרון של מגוון רחב של משימות מחקר.

כדי לעמוד על הדרכים שבהן הבינה המלאכותית מעצבת מחדש את החיפוש אחר תגליות מתמטיות, נתמקד בשניים מהן: הוכחת השערות ותיקות וחשיפת תבניות בלתי צפויות.

הוכחת השערות ותיקות: המתמטיקאי הנודד

פאול ארדש (Pál Erdős, 1913–1996) היה מתמטיקאי פורה יליד הונגריה, שנועד בסקרנותו וברבגוניותו. הוא נהג לנדוד בעולם עם שתי מזוודות, לשתף פעולה עם עמיתים בנושא מתמטי כלשהו לפי בחירתם במשך שבועות מספר, ואז להמשיך ליעד הבא. ארדש ריכז בעיות מתמטיות רבות מאוד שטרם נפתרו בשלל נושאים מתמטיים, והצמיד אל חלק מהן פרסים כספיים לפי רמת הקושי מתוך העדפה להוכחות יפות במיוחד שהיו ראויים בעיניו להיכלל ב"ספר האלוהי" (אוסף של ההוכחות המושלמות ביותר לכל משפט). קשה להאמין, אבל בששת החודשים הראשונים בלבד של שנת 2026, נפתרו מעל עשר בעיות ארדש בעזרת בינה מלאכותית – כמה מהן כמעט שלא זכו בעבר לתשומת לב, ואולי לכן לא נפתרו בעבר, אך אחרות עמדו במשך שנים רבות במוקד המחקר ופתרון זכה לתהודה תקשורתית רחבה. נציג כאן בקצרה שלוש מהבעיות שנפתרו: צפיפות הקבוצות הפרימיטיביות, בעיית מרחק היחידה ובעיית הסכום-מכפלה.

בעיית הצפיפות של הקבוצות הפרימיטיביות

הבעיה עוסקת בקבוצות פרימיטיביות – קבוצת מספרים שלמים שבה אין איבר בקבוצה שמחלק איבר אחר בקבוצה (ר' איור 2). ההשערה של ארדש ועמיתיו אנדריי סמרדי (Endre Szemerédi) ואנדרש שארקזי (András Sárközy) הייתה שבהינתן קבוצה פרימיטיבית שכל איבריה גדולים ממספר מסוים x , אם המספר x שואף לאינסוף, הצפיפות שלהם (כפי שנמדדת בסכום) היא לכל היותר 1.

קבוצת המספרים הראשוניים היא פרימיטיבית;

קבוצת מספרי פיבונאצ'י אינה פרימיטיבית (כי 2 מחלק את 8, למשל).

איור 2: קבוצה פרימיטיבית ולא פרימיטיבית

ליאם פֶּרִייס (Liam Price), חובב מתמטיקה בן 23, קיבל באפריל 2026 גישה לגרסת ה-Pro של ChatGPT והחליט לבדוק אם הוא יצליח לפתור בעיות מתמטיות פתוחות בעזרתה. הוא ניסה את כוחה בבעיות מגוונות, וכאשר הגיע תורה של בעיית הצפיפות, הוא קיבל פתרון לאחר 80 דקות של זמן-מכונה – ההשערה נכונה! פרייס פנה לחברו, סטודנט למתמטיקה ששמו קווין בָּרְטוֹ (Kevin Barto), שהנחה אותו איך לפרסם את ההוכחה בפורום למתמטיקה כדי שמתמטיקאים חשובים מאוד יבחנו אותה. המתמטיקאי טרנס טאו שהזכרנו לעיל, זיהה בהוכחה תובנה ייחודית שלא נמצאה עד אז – לב ההוכחה לא הסתמך על ניסיונות קודמים לפתור את הבעיה, אלא עשה שימוש בנוסחה מתחום מתמטי אחר (תורת המספרים האנליטית) בלי הנחיה מפורשת, בעזרת פרומפט, והצליח לעשות זאת! טאו סייע לפרייס ולברטו ללטש את ההוכחה ולפרסם אותה.

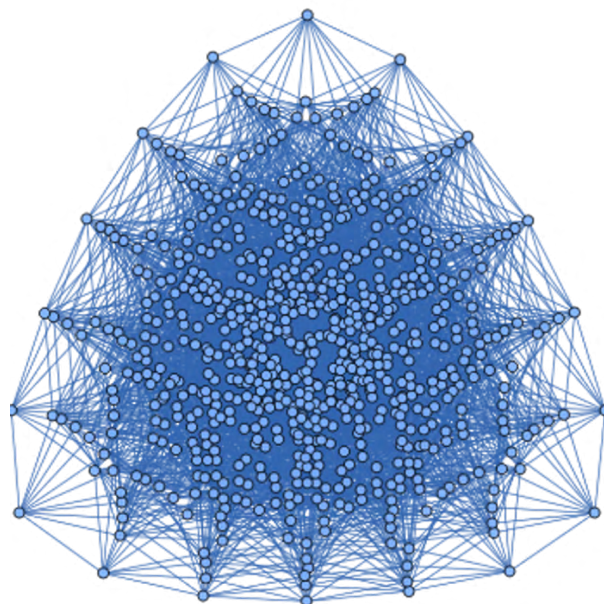
בעיית מרחק היחידה

כחודש לאחר מכן, במאי 2026, הכריזה חברת OpenAI שהבינה המלאכותית שלה הפריכה את השערת ארדש בעניין "בעיית מרחק היחידה" (OpenAI, 2026; Pegg, 2026):

יש לסדר קבוצה של נקודות על דף נייר אינסופי (מישור), כך שיהיו כמה שיותר זוגות של נקודות שנמצאות באותו מרחק זה מזה. מה הדרך הטובה ביותר לעשות זאת?

לדוגמה, אם יש שלוש נקודות בקבוצה הנתונה, אפשר לסדר אותן על קו ישר ולקבל שני זוגות, אך עדיף לסדר אותן למשולש שווה-צלעות ולקבל שלושה זוגות; אם נתונות ארבע נקודות, הסידור המיטבי הוא מעוין המורכב משני משולשים שווה-צלעות ומתקבלים ממנו חמישה זוגות. ככל שיש יותר נקודות העניין מסתבך, כמובן. מה תהיה הדרך הכי טובה לסדר נקודות רבות, נגיד מיליון, כדי לקבל הכי הרבה זוגות?

בשנת 1946 טען ארדש שהדרך הכי טובה תהיה לסדר את הנקודות על שריג (grid) ריבועי, שנראה כמו מחברת חשבון – כל נקודה נמצאת במרחק זהה לשכנותיה מימין, משמאל, מלמעלה ומלמטה – וכך הגבול העליון של מספר הזוגות יהיה קרוב מאוד למספר הנקודות. אבל הוא לא הצליח להוכיח זאת ולכן העמיד פרס של \$300 להוכחת ההשערה או להפרכתה – פרס שעם השנים הפך ל-\$500. ההכרזה של OpenAI זכתה לכותרות בכל העולם – ההשערה של ארדש הופרכה לאחר שהבינה המלאכותית הצליחה למצוא דרך טובה יותר מהגבול שהציע ארדש כדי לסדר הרבה מאוד נקודות. היא עשתה זאת בדרך ייחודית – במקום לנקוט גישות גאומטריות תקניות, היא השתמשה במשפטים מתורת המספרים האלגברית בממדים גבוהים.



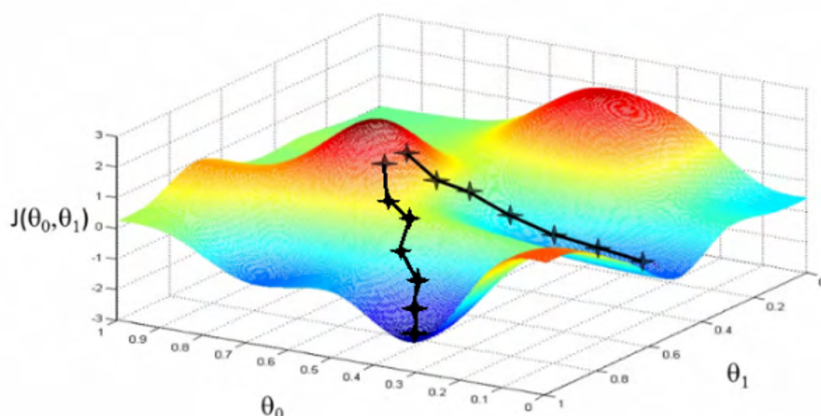
איור 3: המחשה של בנייה צפופה של קבוצת נקודות (Pegg, 2026)

בעיית הסכום-מכפלה

הגישה הייחודית לפתרון בעיות ארדש בעזרת נוסחאות מתחומים מתמטיים אחרים שימשה השראה בעבור קבוצת מתמטיקאים מאוניברסיטת מנצ'סטר, בהנהגתו של תומס בלום (Thomas Bloom), שעמלו על פתרון בעיית הסכום-מכפלה של ארדש וסמרדי משנת 1983 (Bloom et al., 2026). בעיה זו עוסקת בקבוצה סופית A של מספרים שלמים, שממנה יוצרים שתי קבוצות חדשות: קבוצת כל הסכומים של זוגות איברים מהקבוצה $(A+A)$ וקבוצת כל המכפלות של זוגות איברים מהקבוצה (AA) . ארדש וסמרדי שיערו כי לפחות אחת משתי הקבוצות יכולה להיות גדולה כרצוננו, והם אף הציעו חסם תחתון לגודלן. בלום ועמיתיו הצליחו להפריך את ההשערה באמצעות כלים מתורת המספרים האלגברית עבור תתי-קבוצות סופיות של המספרים הממשיים, ובנו בעזרת בינה מלאכותית קבוצות שבהן גם סכום האיברים וגם מכפלתם קטנים מהחסם התחתון שהציעו ארדש וסמרדי.

חשיפת מבנים בלתי צפויים: הוכחת השערת נסטרוב

מציאת ערך המינימום של פונקצייה מרובת משתנים היא משימה בסיסית במתמטיקה שימושית ובלמידת מכונה. נדמיין שאנו באזור הררי בלילה חשוך ומנסים להביא רובוט במהירות אל הנקודה הנמוכה ביותר (ר' איור 4). הגישה האינטואיטיבית ביותר היא לנוע צעד אחד בכיוון שבו הקרקע תלולה ביותר כלפי מטה, לבחון מחדש את כיוון ההתקדמות, ואז לפסוע שוב. גישה זו נקראת 'מורד השיפוע' (gradient descent) (DiSipio, 2019). בפונקציות 'נחמדות' (כלומר, המקיימות כמה תנאים מסוימים), מורד השיפוע מבטיח שנגיע בסופו של דבר למינימום הגלובלי. עם זאת התהליך עלול להיות איטי למדי.



איור 4: חיפוש מינימום מוחלט בגישה מורד השיפוע

בשנת 1983 הציע המתמטיקאי הרוסי יורי נסטרוב (Yurii Nesterov) שיפור אלגנטי לשיטה זו בהוספת איבר "תנע" המביא בחשבון את המסלול שכבר עברנו, ומתוך כך מאפשר לצעוד צעדים גדולים ובטוחים יותר. נסטרוב הוכיח שגישה מואצת זו משיגה קצב התכנסות עדיף בהרבה, אך לא הצליח להוכיח שקיים גבול לסדרת הנקודות שנבחרה.

בסתיו 2025 החליט ארנסט ריו (Ernest Ryu), מתמטיקאי מאוניברסיטת קליפורניה בלוס אנג'לס UCLA, לבחון את היכולות של ChatGPT להתמודד עם בעיה זו. במשך שלושה ימים ניהל ריו דיאלוג איטרטיבי עם הבינה המלאכותית: הוא הזין הנחיות מסוימות, הריץ את המודל, ליקט את הרעיונות הטובים והזין אותם חזרה למודל כחלק מן ההנחיות החדשות. בדרך זו הפיקה הבינה המלאכותית המון הוכחות שגויות, אך לעיתים קרובות היו גם תוצאות ביניים נכונות מבחינה מתמטית ונקודות מבט מקוריות. בתוך כ-12 שעות של עבודה פעילה, ריו והבינה המלאכותית הוכיחו שיש גרסה פשוטה של הבעיה, וזמן קצר לאחר מכן הם הוכיחו את ההשערה המלאה. ריו ציין כי אף על פי שההוכחה לא הייתה מורכבת במידה יוצאת דופן, היא הייתה רחוקה מלהיות טריוויאלית והייתה ראויה לפרסום בכתב עת חשוב בתחום האופטימיזציה. הבינה המלאכותית לא כתבה את ההוכחה המושלמת מההתחלה ועד הסוף, אלא להיפך, היא האיצה את הגילוי שלה באמצעות סריקה מהירה של מרחב עצום של אסטרטגיות הוכחה, דבר שאפשר למתמטיקאי האנושי לנסות אותן בקצב חסר תקדים.

שימוש בבינה מלאכותית לתיקוף של הוכחות

אחד האתגרים הגדולים שעורכי כתבי עת מתמטיים מתמודדים עימם, הוא תיקוף הוכחות שנשלחות לפרסום. לשם כך הם מגייסים מתמטיקאים מהשורה הראשונה, שמתבקשים לאמת את ההוכחות המוצעות ולהבטיח מעל לכל צל של ספק שאין בהן כשל לוגי. המשימה הזו נעשית קשה יותר ככל שההוכחות מורכבות וארוכות יותר. למשל, פרסומה של ההוכחה להשערת קפלר מאת תומאס היילס (Thomas Hales) בראשית המאה ה-21 לווה בהצהרה חסרת תקדים של יו"ר ועדת השיפוט שהיו בה 12 מומחים, כי הם לא יכולים להבטיח בוודאות מוחלטת שאכן, ההוכחה תקפה (ר' מדור חדשות, גיליון 3, עמ' 26).

מרינה ויאזובסקה (Maryna Viazovska), מתמטיקאית מקייב, זכתה בשנת 2022 במדליית פילדס – אחד האותות היוקרתיים ביותר במתמטיקה – על פתרון בעיית אריזת הכדורים במרחב של שמונה ממדים. ראוי לציין שלפני פריצת הדרך שלה נפתרה הבעיה במלואה רק בשלושה ממדים, ופתרון זה השתרע על פני כ-300 עמודים (ר' מדור חדשות, גיליון 3, עמ' 29–6). לעומת זאת ההוכחה של ויאזובסקה הייתה באורך 23 עמודים בלבד ובלטה באלגנטיות יוצאת דופן.



בשנת 2016 הוכיחה ויאזובסקה שסריג E8 הוא הסידור הצפוף ביותר שיש של כדורים בממד 8. זמן קצר לאחר מכן השיגה עם שותפיה תוצאה אנלוגית בממד 24 באמצעות סריג Leech. השיטה שלה סיפקה פתרון אלגנטי לבעיה שנחקרה במשך מאות שנים, עם קשרים הדוקים לתחומים יישומיים כמו קודים לתיקון שגיאות. כאמור על תרומה חשובה זו זכתה ויאזובסקה במדליית פילדס, והייתה האישה השנייה בלבד שזכתה במדליה זו (על הזוכה הראשונה ר' מדור חדשות, גיליון 6, עמ' 11–12).

ההוכחה התקבלה במהירות בקרב הקהילה המדעית, אך אימותה הרשמי באמצעות מחשב הציב אתגר מסוג אחר: תרגום כל שלב בשרשרת ההיסק לשפה לוגית, כדי שתוכנה תוכל לאמת אותו אוטומטית (Skuse, 2026). במשימה זאת התמקד פרויקט "פורמליזציה של אריזות כדורים באמצעות Lean" (זהו עוזר הוכחה הנמצא בשימוש נרחב במתמטיקה). הפרויקט הושק בשנת 2024 לאחר פגישה בשווייץ בין ויאזובסקה למתמטיקאי הצעיר סידהארט הריהראן (Sidharth Hariharan). בשיתוף פעולה עם חוקרים בין-לאומיים הם בנו תוכנית אב מפורטת של ההוכחה לממד 8 ותרגמו אותה בהדרגה ל-Lean. מערכת בינה מלאכותית ייעודית ושמה "גאוס", שפיתחה אותה חברת ההזנק Math, Inc., מילאה תפקיד עיקרי אך מעורר מחלוקת בתהליך זה. מצד אחד היא סייעה בהשלמת שלבי ביניים מסוימים, האיצה את העבודה ואפשרה לסגור את הטיפול בממד 8 בתוך חמישה ימים, ולאחר מכן את הטיפול בממד 24, שיש בו מעל 200,000 שורות קוד, בתוך שבועיים. מצד אחר החברה "גנבה את הסקופ" מצוות המתמטיקאים והשתמשה בעבודה שלהם בלי לתת גישה חופשית לקוד. מהלך זה עורר מחלוקת קשה בקהילה המתמטית, הן בשל גניבת הקרדיט מהצוות והן בשל התוצר שכתוב באופן שקשה מאוד לאמת.

פרויקט בין-לאומי זה ממחיש את ההתקדמות המהירה בתחום האימות הפורמלי, ועשוי לסמן נקודת מפנה בשיתוף הפעולה בין מתמטיקאים למערכות בינה מלאכותית באימות ובבנייה של הוכחות מתמטיות מורכבות.

לאן פנינו מועדות?

רצף ההצלחות שראינו בחודשים האחרונים הוא מרשים מאוד. לכאורה נראה שהמתמטיקאים והמתמטיקאיות יצטרכו לפנות ללשכת התעסוקה הקרובה כי העבודה שלהם עלולה לעבור לידיה (המטפוריות) של הבינה המלאכותית. במילים אחרות, אם בעבר ההגדרה ההומוריסטית למתמטיקאים הייתה "מכונה שהופכת קפה למשפטים מתמטיים", ההגדרה החדשה עשויה להיות "מכונה שהופכת פרומפטים להוכחות ולהפרכות". יחד עם זה הבינה המלאכותית נשענת על הידע המתמטי שנבנה במרוצת דורות רבים ולמעשה כל התוצרים שלה נבנים על בסיס הידע של חוקרים בתחום, בעמידה על כתפי ענקים.

עוד נקודה שראוי לבחון היא התוצרים שמפיקה הבינה המלאכותית. מצד אחד בניגוד להוכחות כמו של משפט ארבעת הצבעים, כמה מההוכחות החדשות הנשענות על בינה מלאכותית דווקא מתאפיינות במבנה המאפשר הבנה אנושית טובה יותר. מצד אחר לצד פריצות דרך מרשימות, בתשובות של הבינה המלאכותית יש לעיתים קרובות מלל רב לא רלוונטי, קוד שנכתב באופן שקשה לפענח את הרציונל שמאחוריו או "הזיות". לפיכך נראה שעדיין יש צורך רב במתמטיקאים ובמתמטיקאיות.

לצד אלה חשוב להביא בחשבון שבתחילת 2026 היו מעל 650 בעיות ארדש שטרם נפתרו, ובששת החודשים הראשונים של השנה נפתרו פחות מ-20 מהן, למרות השקעה אדירה של זמן ומשאבים מצד חברות הטכנולוגיה הגדולות. מדובר בשלב זה בכ-3% בלבד מהבעיות האלו. נוסף על כך ראוי לציין שלחלק מהן היו בעיות שלא זכו כמעט לתשומת לב של מתמטיקאים, וייתכן שאילו היו משקיעים בהן מחשבה לזמן מה, אז כנראה גם הם היו מצליחים לפתור אותן. גם בפרויקט ההוכחה הראשונה הנזכר לעיל, אף שעברו ארבעה חודשים של עבודה מאומצת בין הסיבוב הראשון לסיבוב השני, שיעור הבעיות שנפתרו לא עלה. נתונים אלה מעלים סימן שאלה של ממש – האם יש למישהו עניין להאדיר את יכולותיה של הבינה המלאכותית?

עוד שאלה שעולה כאן היא ההשפעה של שימוש מסיבי בבינה מלאכותית על הקוגניציה האנושית. ממחקרים ראשוניים (למשל, Kosmyrna et al., 2025) עולה כי תיתכן פגיעה בשימוש ארוך טווח בבינה מלאכותית במילוי מטלות חינוכיות. חשש זה אינו מפתיע – כבר סוקרטס העלה ספקות בהשפעה של טכנולוגיה (בזמנו הכוונה הייתה לעצם השימוש בכתביבתן של הנמקות מתמטיות) על הזיכרון והחשיבה, וחשש שהדורות הבאים לא יוכלו לפתח יותר את המתמטיקה...

רשימת מקורות

קליינר, י' (1994). קפדנות והוכחה במתמטיקה: היבט היסטורי. בתוך מאמרים נבחרים בהסטוריה של המתמטיקה (נ' מובשוביץ-הדר, עורכת) (עמ' 11–67). "קשר-חם" – המרכז הפדגוגי הארצי לקידום, שיפור וריענון החינוך המתמטי.

Bloom, T., Sawin, W., Schildkraut, C., & Zhelezov, D. (2026). *The sum-product conjecture is false for real numbers*. arXiv preprint. <https://arxiv.org/abs/2605.28781>

DiSipio, R. (2019). *A quick guide to gradient descent and its variants*. Medium. <https://pub.towardsai.net/a-quick-guide-to-gradient-descent-and-its-variants-afa181d5b97b>

Kosmyna, N., Hauptmann, E., Yuan, Y.T., Situ, J., Liao, X., Beresnitzky, A.V., Braunstein, I., & Maes, P. (2025). *Your brain on ChatGPT: Accumulation of cognitive debt when using an ai assistant for essay writing task*. arXiv preprint. <https://arxiv.org/abs/2506.08872>

Open AI. (2026). *Planar point sets with many unit distances*. Open AI. <https://cdn.openai.com/pdf/74c24085-19b0-4534-9c90-465b8e29ad73/unit-distance-proof.pdf>

Pegg, E. (2026, May 21). *OpenAI disproves Erdős unit distance conjecture*. Wolfram Community, STAFF PICKS. <https://community.wolfram.com/groups/-/m/t/3719376>

Skuse, B. (2026). *Watershed moment for AI–human collaboration in math twenty-first-century: Fields Medal proof formalized for the first time*. IEEE Spectrum. <https://spectrum.ieee.org/ai-proof-verification>