

מחקר ועיון בחינוך מתמטי

גיליון 11 | אוגוסט 2025 | אב תשפ"ה



”

מחקר ועיון בחינוך מתמטי

גיליון 11

אב תשפ"ה - אוגוסט 2025

”

עורך:

ד"ר יניב ביטון
שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; מטח - המרכז לטכנולוגיה חינוכית, תל אביב-יפו

חברי ועדת המערכת (בסדר אלפביתי):

פרופ' מארק אפלבוים	מכללת קיי - המכללה האקדמית לחינוך, באר שבע
פרופ' דוד בן-חיים	מינהלת מל"מ - הטכניון, חיפה; שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה
פרופ' הגר גל	דוד ילין - המכללה האקדמית לחינוך, ירושלים
ד"ר בועז זילברמן	המרכז לטכנולוגיה חינוכית, תל אביב-יפו
פרופ' אילנה לבנברג	האקדמית גורדון, חיפה
פרופ' טלי נחליאלי	המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט, תל אביב-יפו
ד"ר רותי סגל	החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; אורנים - המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון.
ד"ר אלכס פרידלנדר	מכון ויצמן למדע, רחובות
ד"ר אמאל שריף-רסלאן	המכללה האקדמית הערבית לחינוך בישראל, חיפה
פרופ' עטרה שריקי	אורנים - המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון
פרופ' דינה תירוש	אוניברסיטת תל אביב

החברים שניאותו לכהן בוועדת המערכת אינם מייצגים את מוסדותיהם, אלא תחומי מחקר וגישות מחקר שונים ומגוונים.

שמות הכותבים:

בת שבע אילני	התוכנית לחינוך מדעי/מתמטי, האקדמית חמדת, נתיבות; בית הספר לחינוך, האוניברסיטה העברית בירושלים.
צורית אליצור	החוג למתמטיקה, המכללה האקדמית הרצוג, אלון שבות.
ד"ר יניב ביטון	שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; מטח - המרכז לטכנולוגיה חינוכית, תל אביב-יפו
אברהם הרכבי	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות.
אילנה ווייסמן	החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
מירלה וידר	החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
דינה חסידוב	החוג למתמטיקה, תלפיות - המכללה האקדמית לחינוך, חולון.
דורית כהן	החוג למתמטיקה, המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט, תל אביב.
אריאל לוין	החוג לחינוך, המכללה האקדמית הרצוג, אלון שבות.
נצה מובשוביץ-הדר	הפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה, הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל, חיפה.
גלית נגרי חדיף	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות; החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
רותי סגל	החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; אורנים - המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון.
אנה פרוסק	החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
ענבל קולושי-מינסקר	החוג למתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
רוני קרסנטי	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות.
קרני שיר	החוג להוראת מתמטיקה, שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים, הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל, חיפה.
איריס שרייבר	החוג למתמטיקה, מכללת סמינר הקיבוצים, תל אביב-יפו; המסלול להכשרת מורים למתמטיקה, בית הספר לחינוך, אוניברסיטת בר-אילן, רמת גן.

עריכת לשון: יפעת פישר, מכללת שאנן

עימוד והבאה לדפוס: תאיר שכטמן, מכללת שאנן

עיצוב וצילום תמונת שער: תאיר גז-שכטמן, מכללת שאנן

עיצוב וצילום תמונת תוכן העניינים: תאיר גז-שכטמן, מכללת שאנן

מכללת שאנן - הוצאה לאור

ISSN 2311-5483

כתובת המערכת:

רח' הים התיכון 7, ת"ד, 906 קריית שמואל, חיפה 2610901

פקס: 04-8780000; טלפון: 04-8714445

Email: laor@shaanan.org

כתובת אינטרנט של כתב העת http://shaanan.ac.il/?page_id=4244

קול קורא והנחיות להגשת מאמרים לכתב העת "מחקר ועיון בחינוך מתמטי"

קול קורא

אנו מזמינים את כל העוסקים בהכשרת מורים ובהתפתחות מקצועית של מורים ואת כל העוסקים במחקר בחינוך מתמטי, לשלוח מאמרים מחקריים בתחום החינוך המתמטי, או מאמרים העוסקים בדרכי הוראה ובתובנות שעולות מהכשרת מורים למתמטיקה ובהתפתחות מקצועית של מורים בחינוך היסודי והעל-יסודי בכל הרמות האקדמיות. במערכת של כתב העת מכהנים נציגים מהמוסדות השונים להכשרת מורים למתמטיקה בארץ, והוא נחשב כתב עת שפיט. כתב העת הוא יוזמה מבורכת של נשיא שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, פרופ' אבי לוי, והוא יוצא בחסות המכללה ובמימונה.

הוא יוצא לאור בקביעות מאז שנת 2014.

הנחיות למחברים

כתבי היד של מאמרים הנשלחים לשיפוט לכתב העת "מחקר ועיון בחינוך מתמטי" צריכים להיכתב בשפה העברית ולהכיל לכל היותר 25 עמודים. ב-25 עמודים אלו יכללו כל התקצירים, הטבלאות, האיורים ורשימת המקורות. אם המאמר כולל טבלאות או איורים, יש לשבץ אותם בטקסט במקום שבו הם אמורים להופיע במאמר.

יש להגיש את המאמר בגופן David גודל 12, רווח כפול, יישור דו-צדדי, ולשלוח את המאמר כמסמך word בדואר אלקטרוני לכתובת hinuchmatemati@shaanan.ac.il.

יש לצרף למאמר תקציר בעברית בהיקף של 100-200 מילים, ורשימה של 3-5 מילות מפתח.

המאמרים נשלחים אנונימית לשיפוט מקצועי, לכן במאמר יהיה עמוד שער ובו שם המחבר, כתובתו, מספר טלפון ודוא"ל. כמו כן יש לציין בעמוד השער את תוארו ושיוכו האקדמי, המקצועי או אחר של המחבר.

כדי לשמור על אנונימיות הכותבים בתהליך ההערכה והשיפוט, אין לציין את שמות הכותבים בגוף המאמר ולהימנע מכל אזכור או רמז באשר לזהות הכותבים.

כתבי היד של מאמרים המוערכים כרלוונטיים לאופיו של כתב העת, מועברים לשיפוטם של קוראים המתמחים בנושא המאמר ועוברים תהליך שיפוט על פי שיטת "העיוורון הכפול": זהות המחברים אינה ידועה לקוראים, וזו של הקוראים אינה ידועה למחברים.

המחברים מתבקשים להקפיד על הדפסת מקורות המידע שבסוף המאמר לפי הכללים שנקבעו בידי ארגון APA. מאמרים שיתקבלו לפרסום יעברו עריכה מדעית ולשונית. לאחר העריכה הגרסה הסופית תישלח למחברים לאישור ותוחזר בהקדם.

אין לשלוח מאמר אם הוא כבר התפרסם או עומד להתפרסם במקום אחר, או שהוא מצוי בתהליך שיפוט בכתב עת אחר.

יש להתעדכן באתר כתב העת טרם שליחת מאמרים.

כרגע לא מקבלים מאמרים חדשים.

תוכן עניינים

דבר העורך

יניב ביטון

7

מדור חדשות מתמטיות

נצה מובשוביץ-הדר

9

**ממנהלת המרכז הישראלי לחינוך מדעי-טכנולוגי (מל"מ),
מרכזי מורים ועוד: פגישה אישית לוחצת עם פרופסור דוד
בן-חיים**

קרני שיר

17

**המלצה על הספר "פרקים נבחרים בתולדות המתמטיקה
בעת העתיקה - מצרים, בבל והודו" מאת עטרה שריקי**

קרני שיר

23

אלתור בחקר שיעור מנקודת מבט ישראלית

גלית נגרי חדיף, רוני קרסנטי ואברהם הרכבי

26

**טיפול הכוונה עצמית משולבת בלמידה לקידום פתרון
והפקה של בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידי בית
ספר יסודי**

ענבל קולושיי-מינסקר

42

**הזדמנויות ואתגרים המשתקפים בהוראה ולמידה של
מתמטיקה בווטסאפ על רקע הפרויקט הלאומי בגרופ
(Bagroup)**

רותי סגל ויניב ביטון

57

התרומה של למידה שיתופית לפתרון בעיות מתמטיות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה

צורית אליצור

75

חיפוש הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה בעיני סטודנטים להוראת מתמטיקה באמצעות מיפוי גוף (Mapping Body Mapping)

אריאל לוין

86

הבנות שגויות של סימני היחס בקרב פרחי הוראה לקדם-יסודי ולכיתות א' וב'

דינה חסידוב ובת שבע אילני

100

הערך המוסף של סביבת ויקי ביצירת הזדמנויות למידה לפרחי הוראה במתמטיקה: המקרה של בעיית אחוזים

דורית כהן

114

סדנאות סימולציות עם שחקנים בקורס להכשרת מורים למתמטיקה והשפעתן על ידע ועל חוללות עצמית של המשתתפים

איריס שרייבר

132

להיות מורנטור בזמן משבר - תהליך ליווי ותמיכה לצורך חשיפת מודעות רגשית כאמצעי להגברת חוסן חינוכי אצל סטודנטים לחינוך מתמטי

גלית נגרי חדיף, מירלה וידר, אילנה ווייסמן ואנה פרוסק

142

תקצירים באנגלית

159

דבר העורך

יניב ביטון

ד"ר יניב ביטון

מרצה בכיר בחוג למתמטיקה במכללת שאנן ומנהל אשכול STEM במרכז לטכנולוגיה חינוכית. מחקריו מתמקדים בהערכה ובשילוב טכנולוגיה בחינוך מתמטי.



טיפול הכוונה עצמית משולבת בלמידה לקידום פתרון והנפקה של בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידי בית ספר יסודי: ד"ר ענבל קולושי מינסקר מציגה מחקר על השפעת שילוב תאוריות SRL ו-SDT על פתרון והפקת בעיות מילוליות, ומציעה תובנות פרקטיות למורים בבית הספר היסודי.

הזדמנויות ואתגרים המשתקפים בהוראה ולמידה של מתמטיקה בווטסאפ על רקע הפרויקט הלאומי בגרופ: ד"ר רותי סגל וד"ר יניב ביטון מציגים במאמרם מחקר משולב שבוחן את הלמידה ברשת חברתית כסביבה חינוכית פורייה ללמידת מתמטיקה ונותנים יתרונות, אתגרים והמלצות מבוססות שדה.

התרומה של למידה שיתופית לפתרון בעיות מתמטיות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה: ד"ר צורית אליצור משווה במחקרה בין למידה שיתופית ללמידה אישית ומראה את השפעותיה על פתרון בעיות מתמטיות וטעון מתמטי.

חיפוש הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה בעיני סטודנטים להוראת מתמטיקה באמצעות מיפוי גוף (Body Mapping): ד"ר אריאל לוין מציג במאמרו מחקר איכותני המשלב כלי חדשני - מיפוי גוף (Body Mapping) להבנת זהות מקצועית כפי שפרחי הוראה רואים אותה.

הבנות שגויות של סימני היחס בקרב פרחי הוראה לקדם יסודי ולכיתות א' וב': ד"ר דינה חסידוב וד"ר בת שבע אילני מדגישות במחקרן את חשיבות ההכשרה העמוקה גם בהוראת מושגים בסיסיים, כמו סימני שוויון ואי-שוויון בקרב פרחי הוראה לגיל הצעיר.

אני שמח ונרגש להציג לפניכם את גיליון מספר 11 של כתב העת מחקר ועיון בחינוך מתמטי, המאגד מגוון מאמרים המשקפים חידושים מחקרניים, עיוניים ומעשיים מהשדה של החינוך המתמטי בכיתות, בהכשרת מורים ובפיתוח המקצועי. גיליון זה מציע לקוראים הצצה לעולמות תוכן מגוונים בחינוך המתמטי.

הגיליון הנוכחי נפתח בשלושה מדורים:

מדור חדשות: פרופ' נצה מובשוביץ־הדר מציגה עדכון מרתק מתורת הקשרים - פתרונה של בעיה שהציב ג'ון קונוויי ונשארה בלתי פתורה חמשה עשורים. במדור זה הקוראים זוכים לטעימה מעמיקה מעולם המתמטיקה הטהורה.

מדור ריאיון: ד"ר קרני שיר שוחחה שיחה אישית עם פרופ' דוד בן־חיים - הוא מספר על מסע חיים מרגש מעיראק לישראל, השזור בהיסטוריה אישית ומקצועית מרשימה, וחושף את הקשר העמוק בין זהות לחינוך ומתמטיקה.

מדור המלצה על ספר: ד"ר קרני שיר סוקרת את ספרה החשוב של פרופ' עטרה שריקי על תולדות המתמטיקה במצרים, בבל והודו, מתוך הדגשת החיבור בין מתמטיקה להקשרים תרבותיים, היסטוריים וחינוכיים.

לאחר המדורים מופיעים בגיליון תשעה מאמרים מגוונים:

אלתור בחקר שיעור מנקודת מבט ישראלית: ד"ר גלית נגרי חדיף, ד"ר רוני קרסנטי ופרופ' אברהם הרכבי בוחנים במאמרם את הדיאלוג בין תכנון מדוקדק לאלתור בהוראת מתמטיקה לצד ניתוח מקרים אמפירי מהשטח ובחינת חקר שיעור בישראל.

- **הערך המוסף של סביבת ויקי ביצירת הזדמנויות למידה לפרחי הוראה במתמטיקה: המקרה של בעיית אחוזים:** ד"ר דורית כהן מציגה במאמרה סביבה למידה דיגיטלית המשמשת כלי להעמקת ההבנה המתמטית ולטיפוח למידה שיתופית ופעילה בקרב פרחי הוראה.

- **סדנאות סימולציות עם שחקנים בקורס להכשרת מורים למתמטיקה והשפעתן על ידע ועל חוללות עצמית של משתתפים:** ד"ר איריס שרייבר חוקרת במאמרה את השפעת סדנאות סימולציה על ידע מקצועי וחוללות עצמית בקרב סטודנטים להוראה, ומציגה תובנות על תהליך הלמידה החווייתית.

- **להיות מורנטור בזמן משבר - תהליך ליווי ותמיכה לצורך חשיפת מודעות רגשית כאמצעי להגברת חוסן חינוכי אצל סטודנטים לחינוך מתמטי:** ד"ר גלית נגרי חדיף, ד"ר מירלה וידר, ד"ר אילנה ווייסמן וד"ר אנה פרוסק מציגות במאמרו חקר מקרה מרגש שמתאר את תהליך הליווי של סטודנט לחינוך מתמטי השב משירות מילואים, ואת המרצה המשמש "חונך רגשי" בזמן משבר לאומי.

כתמיד, מטרתנו היא לחבר בין מחקר תאורטי לפיתוח פדגוגי מעשי, ולשמש במה חשובה בעבור קהילת החוקרים והמורים גם יחד. אני מודה לנשיא מכללת שאנן פרופ' אבי לוי על תמיכתו המקצועית והנדיבה בהוצאה לאור של כתב העת, ולצוות הגרפיקה של מכללת שאנן גב' תאיר שכטמן וגב' צליל פרנקו. ברצוני להביע את תודתי העמוקה לעורכת הלשון גב' יפעת פישר על תרומתה הרבה לגיליון. מקצועיותה, קפדנותה ורגישותה לניסוח הראוי תורמים תרומה אדירה לקידומו של כל מאמר ומאמר לרמה האקדמית הגבוהה ביותר שאפשר לבקש. כמו כן אני מודה לסוקרי המאמרים והמדורים ולמחברי המאמרים והמדורים - בלי מסירותם לא היה גיליון זה יוצא לאור.

אני מקווה שהעיון במאמרים ובמדורים המגוונים יהיה מהנה, פורה ויתרום לקידום קהילת החינוך המתמטי.

להתראות בגיליון הבא.

שלכם,

יניב

מדור חדשות מתמטיות

פרופ' (אמריטוס) נצה מובשוביץ-הדר



חברת סגל בטכניון משנת 1975. כיהנה כדיקנית הפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה, ניהלה את המוזיאון הלאומי למדע, טכנולוגיה וחלל בחיפה, הייתה מורה למתמטיקה במשרה מלאה 12 שנה ובתוך כך נשלחה מטעם הפיקוח לאוניברסיטת קולומביה בניו יורק כדי להביא לישראל את "תוכנית קולומביה". הנהיגה צוותי כתיבה של תוכניות לימודים חדשניות במתמטיקה, בהן סדרת המשדרים "חשבון פשוט" שעליה קיבלה הטלוויזיה החינוכית פרסים בין-לאומיים. פרופ' מובשוביץ-הדר פרסמה מאמרים רבים ושני ספרים, והעמידה דור של מורים למתמטיקה ותלמידי מחקר. הקימה בשנת 1987 את "קשר חם" - מרכז מו"פ לקידום שיפור וריענון החינוך המתמטי בישראל ועמדה בראשו כ-35 שנה. מאז צאתה לגמלאות היא מתמסרת לפיתוח הבזקי חדשות ושילובם בהוראת המתמטיקה בחטיבה העליונה ולהמשך פיתוח אתר "רמזור למורה".

לאחרונה פיתחה עבור "קמפוס 10" קורס מוק בשם "מתמטיקה - המלכה והמשרתת של ההווה האנושית" עם צוות מט"ח.

כיום היא היועצת המדעית לצוות ההקמה של מוזיאון למתמטיקה בעיר תל אביב.

מדור חדשות מתמטיות

נצה מובשוביץ-הדר

הידעתם? בשנים האחרונות מתווספים בכל שנה למעלה מ-125,000 פריטים המתפרסמים בכ-650 כתבי עת מתמטיים למאגר המידע הבין-לאומי המנוהל בידי האגודה האמריקאית למתמטיקה MathSciNet, AMS database of reviews, abstracts and bibliographic info. רוב הפריטים מכילים תוצאות חדשות בענפי המתמטיקה המגוונים. מדור החדשות בגיליון זה מתמקד בחדשה משנת 2020 על פתרון בעיה בתורת הקשרים שהעלה המתמטיקאי הנודע ג'ון קונוויי (1937–2020) בשנות השבעים של המאה העשרים.



ג'ון הורטון קונוויי (1937–2020)
John Horton Conway (2025)

במשך 50 שנה בערך מתמטיקאים חזרו אל בעיית הקשר של קונוויי שוב ושוב מבלי למצוא לה פתרון. היא התפרסמה בקרב הקהילייה המתמטית עד כדי כך שהקשר מעטר את השער הדרומי במכון אייזק ניוטון למדעי המתמטיקה של אוניברסיטת קיימברידג', שבו בילה קונוויי את המחצית הראשונה של חייו המקצועיים לפני שעבר לאוניברסיטת פרינסטון שבארצות הברית.

מכל מאות הקשרים הידועים שיש להם לא יותר מ-12 צמתים, מתמטיקאים הצליחו להשיב על השאלה האם הקשר הוא 'פרוסה' (מושג שנבדל בהמשך, כאמור) לגבי כל הקשרים חוץ מאחד: קשר קונוויי. ואז בשנת 2018 סטודנטית צעירה למתמטיקה באוניברסיטת טקסס שבאוסטין, ששמה ליסה פיקרילו, שמעה על הבעיה בהרצאתה של שלי הרווי (Shelly Harvey), מתמטיקאית מאוניברסיטת רייס, בכנס מתמטי על טופולוגיה וגאומטריה בממדים נמוכים. בדבריה על האתגרים שתורת הקשרים מציבה לפני החוקרים, הזכירה המרצה את קשר קונוויי וציינה שעדיין לא ידוע אם הקשר הזה, בעל אחד-עשר הצמתים, הוא 'פרוסה'. ליסה השתוממה על כך, ואחרי הכנס, בשעות הערב כשהתפתה מעיסוקיה, ניסתה לברר לעצמה מה קשה כל כך בפתרון הבעיה. כעבור שבוע היא פיצחה את הקושי והגיעה להוכחה שהתשובה

על בעיית הקשר של ג'ון קונוויי האגדי ופתרונה

תורת הקשרים (knot theory) היא תחום יחסית צעיר במתמטיקה. אומנם כבר בתחילת המאה השמונה-עשרה החל גאוס לעסוק באופן מתמטי בקשרים, אבל תורת הקשרים קיבלה תנופת פיתוח של ממש רק במאה העשרים והתחום חי ותוסס וממשיך להעסיק כיום מתמטיקאים שהתברכו בראייה מרחבית, יכולת אנליטית וכושר הכללה. אחד הבולטים שבהם הוא ג'ון קונוויי.

ג'ון הורטון קונוויי (John Horton Conway), שנפטר למרבה הצער בשנת 2020 אחרי שחלה בקורונה, היה מגדולי המתמטיקאים של זמננו. הוא נודע ביצירותיו, בפוריותו ובהרצאותיו הסוחפות. קונוויי, שידע מילדות שהוא רוצה להיות מתמטיקאי, אתגר את עצמו ואת הקהילייה המתמטית חדשות לבקרים. הוא תרם מגוון עשיר ביותר של חידושים למתמטיקה בתחומים רבים. כבר בהיותו בשנות העשרה לחייו התעניין קונוויי בתורת הקשרים. כדי למנוע אי-הבנות, נבדל מלכתחילה כי תורת הקשרים עוסקת רק בקשרים שבהם שני הקצוות של החבל שהם עשויים ממנו אינם נשארים פתוחים, אלא מחוברים זה לזה וכך הקשר מקובע. צומת (crossing) בתורת הקשרים הוא מקום שבו החבל מצטלב עם עצמו במרחב כך שההיטל של הקשר על מישור הוא קו שחותך את עצמו בנקודת הצומת.

אחת הבעיות בתורת הקשרים עוסקת בקשר מיוחד שגילה קונוויי, קשר בעל אחד-עשר צמתים (איור 1) אשר לימים קיבל את השם קשר קונוויי. הבעיה היא האם קשר קונוויי הוא משהו שנקרא 'פרוסה' (Slice), מושג חשוב בתורת הקשרים שנגיע אליו בהמשך.²

* תודתי לד"ר גדי אלכסנדרוביץ, לד"ר בועז זילברמן, לד"ר אלון עמית ולקוראים אלמוניים אחרים שסייעו לי מאוד בהערותיהם הבונות בכתובת המדור הזה.

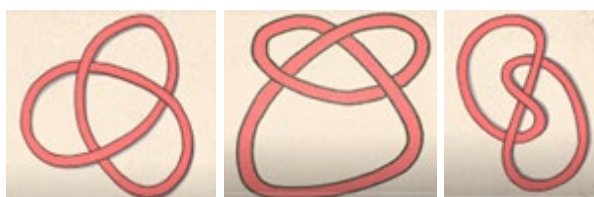
1. מבחינה לשונית עשויה להתעורר כאן אי-הבנה. משום מה בתורת הקשרים מקובל להשתמש בשמות עצם כתארים למשל אומרים "קשר פרוסה" ולא "קשר פרוסתי". צריך לקבל את זה ולהתרגל לכך.

נמצא ראוי לפרסום וראה אור בשנת 2020 (Piccirillo, 2020). הפרסום הזהים את הקהילייה המתמטית וזיכה את ליסה פיקירילו בהזמנות להציג את עבודתה בטובות שבאוניברסיטאות, ועם סיום הכשרתה – במינוי לארבע שנים בסגל האקדמי של המוסד האקדמי היוקרתי MIT. כיום ליסה פיקירילו היא פרופסור באוניברסיטת האם שלה באוסטין, טקסס. בדף הבית שלה היא ממליצה על סרטון שמסביר את הבעיה בשפה פשוטה ובליויי אנימציות רבות (Mickaël Launay (Micmaths), 2020).

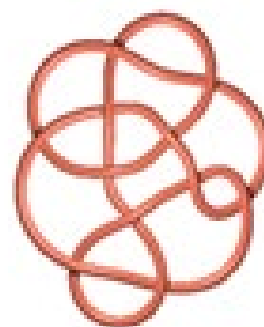
על תורת הקשרים

אנחנו קושרים את שרוכי הנעליים, את מכנסי הספורט, את הצעיף, את העניבה ואת החגורה. אנו משתמשים בקשרים להידוק של חוט תפירה, להקמת אוהל, לעגינה של סירה במזח, לאריזת חבילה, לאבטחה של מנוף, לחיבור של ערסל לעץ ועוד. אין פלא שמתמטיקאים החלו בשלב מסוים להתעניין בקשרים למיניהם, למיין אותם בשיטות מגוונות ולחקור את תכונותיהם. הם הגבילו מלכתחילה את העיסוק בתורת הקשרים המתמטית לקשרים שאין להם קצוות פתוחים, כך שאחרי הידוק הקצוות אי אפשר לחזור חזרה ולהתיר קשר. על כן כל קשר הוא לולאה סגורה, יציר חד-ממדי, שנמצא במרחב התלת-ממדי. במישור, על דף נייר, מייצגים אותו באמצעות קו או פס צר מאוד שמתפתל ועובר על עצמו מלמעלה או מלמטה עד שהוא נסגר. דוגמאות לייצוגים גרפיים כאלה מופיעות באיורים 1–7.

הייצוג הגרפי של הקשר הטריוריאלי הוא מעגל (או עקום פשוט סגור אחר) בדומה לחבל ששני קצותיו מודבקים זה לזה. לכאורה זהו לא קשר של ממש, ולכן הוא נקרא גם אל-קשר (Unknot). ככלל, שני קשרים – גם אם הם נראים מלכתחילה שונים מאוד זה מזה – נחשבים לאותו קשר (ואומרים שהם שקולים) אם אפשר לעוות את האחד כך שיתלכד עם האחר באמצעות מתיחה, או הרפיה, או פיתול בדרך כלשהי של החבל מבלי לגזור או לקרוע אותו ולהדביק מחדש. כך, למשל, באיור 2 מופיעות שלוש הצגות גרפיות של קשרים שנראים שונים זה מזה אבל הם שקולים. בשלושתן מוצג אותו קשר שבשפת היום-יום נקרא קשר פשוט, ובתורת הקשרים מקובל לקרוא לו קשר התלתן (Trefoil). (מומלץ לנסות להראות ששלושת הקשרים המוצגים הם שקולים, כלומר שההצגות הגרפיות מייצגות אותו קשר.)



איור 2: שלוש הצגות גרפיות שונות זו מזו של קשר התלתן (Mickaël Launay (Micmaths), 2020)



איור 1: ייצוג גרפי של קשר קונוויי (Conway knot, 2024)



שער הכניסה למכון למתמטיקה באוניברסיטת קיימברידג' (Klarreich, 2020)



ליסה פיקירילו
Lisa Piccirillo

היא לא. קשר קונוויי הוא לא 'פרושה' (Klarreich, 2020) ימים אחדים לאחר מכן היא סיפרה על כך בדרך אגב לקמרון גורדון (Cameron Gordon), אחד המתמטיקאים באוניברסיטה, מומחה בתורת הקשרים, והופתעה מתגובתו הנרגשת. גורדון הבהיר לה שההוכחה שלה היא פריצת דרך לפתרון של בעיה שמעסיקה את טובי המוחות בתחום כבר כיוכל שנים. בעידודו היא שלחה את ההוכחה לכתב העת היוקרתי Annals of Mathematics. כמקובל, המאמר שכתבה עבר תהליך קפדני של שיפוט שנמשך כשנתיים. בסופו של דבר הוא

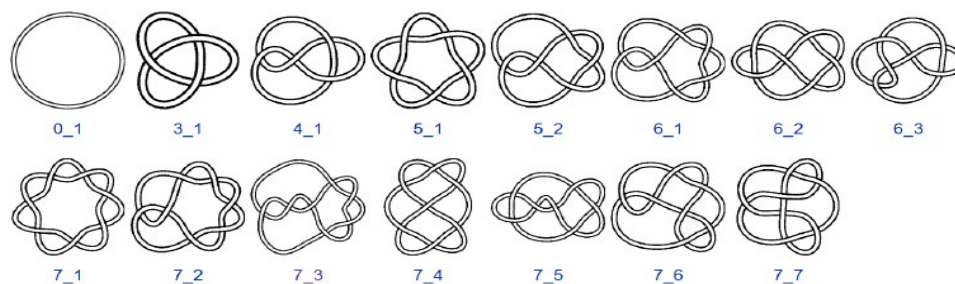
בעלי אחד-עשר צמתים. ברשימה שלו היה קשר אחד שבלט בייחודו. לימים הוא נודע בשם "קשר קונוויי" (איור 1 לעיל). במרשתת נמצאים מאגרי מידע על קשרים רבים. אחד מהם, אתר שנקרא "אטלס הקשרים" (Bar-Natan, n.d.), הוא פרי עמלו של המתמטיקאי דרור בר-נאן מאוניברסיטת טורונטו בקנדה, וממנו לקוח איור 4. מומלץ לבדוק גם את מגוון הקשרים באתר [knot zoo](#) שבו אפשר לחוץ על קשר כדי לראות אותו בתלת-ממד אינטראקטיבי (Scharein, 2020, 2022).

תורת הקשרים העוסקת כאמור בחקירת המבנה והתכונות של הקשרים למיניהם, היא תת-תחום של תורת הטופולוגיה, תחום שזכה לכינוי "גאומטריה של יריעת גומי". זוהי תורה שחוקרת את התכונות של יצירים גאומטריים שאינם משתנות בדפורמציה אלסטית כגון מתיחה או כיווץ. בטופולוגיה שני יצירים גאומטריים שאולי נראים שונים זה מזה, כגון צמיג וספל עם ידית, נחשבים לזהים אם הם מתקבלים זה מזה באמצעות עיוות רציף בלי קריעה או שבירה.³ תורת הקשרים הביאה לידי תובנות חדשות בטופולוגיה עצמה, וגם ליישומים בתחומים לא מתמטיים רבים, בהם מכניקת הקוונטים בפיזיקה וחישוב קוואנטי במדעי המחשב, מבנים מולקולריים בכימיה מודרנית והצופן הגנטי בביוLOGיה.

מה זה אומר שקשר הוא פרוסה?

עד כאן עסקנו בקשרים כיצירים חד-ממדיים הנמצאים במרחב התלת-ממדי המוכר לנו. כאמור הבעיה שליסה פיקרילו פתרה היא האם קשר קונוויי הוא 'פרוסה' (Slice). ההגדרה של קשר כפרוסה דורשת מעבר אל המרחב הארבע-ממדי שהוא הכללה מתמטית של המרחב התלת-ממדי. במרחב הארבע-ממדי יש מיון של הקשרים מהעולם התלת-ממדי לשלושה סוגים: קשרי פרוסה

2. ראו המחשה של השקילות של ספל עם ידית וצמיג בתוך Drew's Campfire, 2022. עוד על מהותה של הטופולוגיה במאמר ידידותי למדי, ראו במאמרו של הרטנט (Hartnett, 2021).



איור 4: קשרים בעלי 0, 3, 4, 5, 6 ו-7 צמתים
(https://katlas.org/wiki/The_Rolfsen_Knot_Table)

גם קשר דמוי פרפר שעושים בשרוך של נעל הוא קשר כזה כי כשמתירים אותו (אחרי שמחברים את הקצוות ומושכים בנקודת החיבור) הוא נפתח וחוזר להיות הקשר הפשוט, קשר התלתן. את קשר התלתן שהוא בעל שלושה צמתים, אי אפשר להביא לידי התלכדות עם הקשר הטריטויאלי מבלי לפתוח אותו, ולכן הוא שונה מהקשר הטריטויאלי.



איור 3: קשר הספרה 8
(Mickaël Launay (Micmaths), 2020)

באיור 3 מוצג קשר שונה מקשר התלתן, שנקרא בגלל מראהו קשר הספרה 8. יש לו ארבעה צמתים.

אחת הדרכים הפשוטות למיון קשרים היא על פי מספר הצמתים בקשר. לא קשה לראות שקשרים בעלי צומת אחד או שניים שקולים לקשר הטריטויאלי (רמז: להתרתם מפתלים בכיוון ההפוך). הקשר הלא טריטויאלי בעל מספר הצמתים הקטן ביותר הוא קשר התלתן. יש רק קשר אחד בעל שלושה צמתים (קשר התלתן) ורק אחד בעל ארבעה צמתים (קשר הספרה 8). יש רק שני קשרים שונים זה מזה בעלי חמישה צמתים; יש שלושה קשרים שונים זה מזה בעלי שישה צמתים; ושבעה קשרים בעלי שבעה צמתים. כולם מוצגים באיור 4. המומחים בתורת הקשרים פיתחו כלים מתמטיים רבים כדי להוכיח ששני קשרים שונים זה מזה, כי התברר שזוהי סוגיה לגמרי לא פשוטה.

ככל שמספר הצמתים גדל כך עולה מספר הקשרים השונים זה מזה. מספר הקשרים בעלי שמונה צמתים מגיע ל-21. יש 48 קשרים בעלי תשעה צמתים, ויש מעל 160 קשרים בעלי עשרה צמתים. בגיל צעיר הצליח קונוויי להציג רשימה של כל 552 הקשרים

שלב 2: ההטבעה (embedding) של דיסק דו-ממדי בהיפר-כדור ארבע-ממדי

דיסק דו-ממדי שהוא גם החתך לרוחב של כדור תלת-ממדי, הוא משטח שבכל נקודה הוא קשיר, רציף וגם גזיר מכל סדר אפשרי.⁴ כאשר מטביעים דיסק דו-ממדי במרחב התלת-ממדי הוא יכול לקבל העמדה (אוריינטציה) חדשה במרחב ואפשר גם למתוח ולעוות אותו בגמישות (כפי שטבח לש בצק לפיצה ומעיף אותו באוויר), אבל כל עוד לא קורעים או גוזרים אותו הוא יישאר קשיר, רציף וגזיר בכל נקודה. כאשר דיסק דו-ממדי מוטבע במרחב הארבע-ממדי, מתווספת עוד דרגת חופש לעשות בו שינויים ובלבד שהעיוות לא יכלול קריעה או הדבקה או חיתוך עצמי של המשטח. מתוך כך עשוי להתקבל במרחב הארבע-ממדי משטח שונה לבלי הכר שהוא עדיין דו-ממדי, קשיר ורציף, אבל לא בהכרח גזיר (מסדר כלשהו) בכל נקודה. עשויות להיות בו פינות דוקרניות, קימוטים חדים ומעברים פתאומיים מאזור לאזור.⁵

3. להלן הסבר אינטואיטיבי לשלושת המושגים קשירות, רציפות וגזירות: תחום דו-ממדי הוא קשיר אם אפשר לכווץ באופן רציף כל לולאה סגורה בתחום לנקודה אחת, כלומר אין בתחום "חורים"; תחום דו-ממדי הוא רציף אם אפשר לשרטט עליו כל קו במשיכת קולמוס אחת מבלי להרים את העיפרון מהנייר. ערכי הפונקציה המתארת אותו בנקודות בסביבה של כל נקודה, שואפים לערכי הנקודה; תחום דו-ממדי הוא גזיר אם אין בו חודים. כל השינויים במשטח הם הדרגתיים ומתונים וכאלה הם גם השינויים של השינויים, והשינויים של השינויים של השינויים.

4. הבהרה לעניין דרגות החופש בממדים למיניהם: מכל נקודה שהיא אפס-ממדית במרחב החד-ממדי, כלומר מנקודה על פני קו כלשהו (פתוח או סגור כגון נקודה על מעגל, או על פרבולה) אפשר להתנועע רק קדימה או אחורה. בכל נקודה אי אפשר לזוז ימינה-שמאלה מבלי לחרוג מהקו. במרחב הדו-ממדי מכל נקודה על פני משטח (פתוח או סגור, כגון נקודה על פני כדור או בתוך עיגול) אפשר להתנועע לא רק קדימה-אחורה, אלא גם ימינה-שמאלה והתנועות הן בלתי תלויות זו בזו, כלומר אפשר מכל נקודה בממד האחד להתנועע בממד האחר מבלי לשנות את המיקום בממד האחד. בכל נקודה אי אפשר לנוע מעלה-מטה מבלי לחרוג מהמשטח. אם נחשוב למשל על נמלה שמתנועעת על פני תפוח – אין לה כל יכולת להתעופף לגובה או לחזור פנימה. במרחב התלת-ממדי, כלומר בתוך כדור או בחלל הפתוח המוכר לנו, יש חופש תנועה בשלושה כיוונים בלתי תלויים: קדימה-אחורה, ימינה-שמאלה או מעלה-מטה. כדי לחרוג מהחלל התלת-ממדי צריך לנוע בכיוון רביעי שאינו תלוי בשלושת אלה. במרחב הארבע-ממדי מתאפשרת תנועה בלתי תלויה בכיוון נוסף – רביעי. את זה כמובן קשה לנו, אלה החיים בעולם תלת-ממדי, להעלות על דעתנו, בדומה לכך שנמלה שעולמה הוא דו-ממדי ומתקשה להעלות על דעתה שיש משהו מעליה או מתחתיה. הפיזיקאים מגייסים לטובת הדמיון את הזמן כממד רביעי בלתי תלוי בשלושת הממדים הנזכרים.

חלקים (אחד מהם הוא הקשר הטריטוריאלי), קשרי פרוסה שאינם חלקים אבל הם טופולוגיים (כזה הוא קשר קונוויי) וקשרים שהם לא פרוסה חלקה ולא פרוסה טופולוגית. בסעיף זה נתחיל בהצגת ההגדרה המתמטית הפורמלית של המושגים האלה ומייד לאחר מכן נסביר ונבהיר את הדברים. בסעיף הבא נעבור אל הרעיון המרכזי בהוכחה של ליסה פיקירילו (אחרי ההגדרה שלהלן אפשר לדלג על ההבהרה ולעבור אל הסעיף הבא).

ובכן, על קשר מתמטי אומרים שהוא פרוסה, חלקה או טופולוגית, אם ורק אם הוא השפה (boundary) של דיסק דו-ממדי המוטבע (embedded) בתוך כדור ארבע-ממדי באופן חלק או טופולוגי, בהתאמה (Slice knot, 2024).

ננסה להבהיר את ההגדרה הזאת בשלושה שלבים ולעמוד על ההבחנה בין קשר שהוא פרוסה חלקה לקשר שהוא פרוסה טופולוגית:

שלב 1: מהו כדור ארבע-ממדי?

כידוע, במרחב הדו-ממדי, היינו במישור, העיגול (disk) הוא אוסף כל הנקודות ורק הנקודות שהמרחק של כל אחת מהן מנקודה קבועה במרחב זה, הנקראת המרכז, קטן או שווה לגודל קבוע R הנקרא רדיוס. את העיגול שהוא יציר דו-ממדי, תוחם קו סגור – המעגל (circle) שהוא יציר חד-ממדי. (בנקודות על המעגל מתקיים שוויון ל- R של המרחק שלהן מהמרכז.) את הנקודה במרחב הדו-ממדי מייצג זוג סדור של מספרים ממשיים. יש לה שתי קואורדינטות.

במרחב התלת-ממדי הכדור (ball) הוא אוסף כל הנקודות ורק הנקודות שהמרחק של כל אחת מהן מנקודה קבועה במרחב זה (המרכז) קטן או שווה לגודל קבוע R (הרדיוס). את הכדור שהוא יציר תלת-ממדי, תוחם משטח סגור דו-ממדי – פני הכדור (sphere). (בנקודות על פני הכדור מתקיים שוויון ל- R של המרחק שלהן מהמרכז.) את הנקודה במרחב התלת-ממדי מייצגת שלישייה סדורה של מספרים ממשיים. יש לה שלוש קואורדינטות.

בדומה, במרחב הארבע-ממדי ה"היפר-כדור" (4-ball) מוגדר כאוסף של כל הנקודות ורק הנקודות שהמרחק של כל אחת מהן מנקודה קבועה במרחב זה (המרכז) קטן או שווה לגודל קבוע R (הרדיוס). פני ההיפר-כדור הם משטח סגור תלת-ממדי. (בנקודות על פני ההיפר-כדור מתקיים שוויון ל- R של המרחק שלהן מהמרכז.) את הנקודה במרחב הארבע-ממדי מייצגת רביעייה סדורה של מספרים ממשיים. יש לה ארבע קואורדינטות. קשה מאוד לדמין את ההיפר-כדור או לייצג אותו באיור דו-ממדי



איור 5: הטבעה בעולם התלת-ממדי של מעגל מהעולם הדו-ממדי (Amit Alon, 2025)

אותו (שהוא חד-ממדי). לעומת זאת בעולם התלת-ממדי את אותה נקודה בתוך אותו עיגול אפשר להרים או להוריד מהמישור אל המרחב וכך להוציא אותה אל מחוץ לגבולות המעגל מבלי לפגוע בשלמותו. בדומה אם לוקחים מעגל מהעולם הדו-ממדי ומטביעים אותו בעולם התלת-ממדי, יכולים להתקבל ממנו קשרים כגון זה המופיע באיור 5. קשרים הם כאמור אובייקטים חד-ממדיים במרחב התלת-ממדי שבו אי אפשר להתיר אותם מבלי לגזור ולהדביק מחדש. אבל אם רואים בהם אובייקטים במרחב הארבע-ממדי, אפשר אולי "להתיר" אחדים מהם מבלי להצטרך לגזירה והדבקה מחדש. כאשר מטביעים דיסק דו-ממדי בהיפר-כדור במרחב הארבע-ממדי יכול להתקבל דיסק שטוח שאפשר להקיף אותו בלולאה מעגלית כלומר באל-קשר, ועשוי גם להתקבל דיסק מעוות למדי שאי אפשר להקיף אותו באל-קשר, אבל בכל זאת אולי אפשר להקיף אותו בקשר אחר, לא טריוויאלי, או בקשר שבו שזורים קשרי לולאה אחדים או אף בקשרים סבוכים הרבה יותר. קשר שהוא פרוסה, חלקה או טופולוגית, הוא במובן מסוים "בר התרה" בממד הרביעי. "בר התרה" במובן הזה: אפשר לראות בהטבעה סוג של "טרנספורמציה קסם" שנעשית במעבר אל העולם הארבע-ממדי. היא לוקחת דיסק דו-ממדי עם קו הגבול שלו ומעוותת אותם עיוות "פרוע" (אבל בלי לקרוע או להדביק חלקים זה לזה) עד שקו הגבול הופך לקשר. אנחנו לא יכולים לראות איך העיוות הזה מתרחש מכיוון שזה קורה בזכות דרגת החופש הנוספת שיש בממד הרביעי, אבל אנחנו יכולים לראות את התוצאה: את הקשר שהוא קו-לולאה בעולם התלת-ממדי, ובהיותו הגבול של דיסק לאחר שהוטבע בהיפר-כדור במרחב הארבע-ממדי, הוא נמצא בתוך פרוסה תלת-ממדית (חלקה או טופולוגית) של ההיפר-כדור.

בדרך מתמטית מתארים את הדברים כמובן בעזרת פונקציות רבות משתנים שחייבות להיות רציפות, אבל הן לא בהכרח גזירות מכל סדר בכל נקודה.

מקור המונח פרוסה הוא שבדומה להיותו של הדיסק הדו-ממדי חתך של כדור תלת-ממדי, ההטבעה שלו

מבחינה מתמטית הטבעה של דיסק דו-ממדי במרחב הארבע-ממדי נעשית באמצעות פונקציית הפיכה שמתאימה אחת לאחת כל נקודה בעלת שתי קואורדינטות על הדיסק הדו-ממדי לנקודה אחת ויחידה, בעלת ארבע קואורדינטות במרחב הארבע-ממדי. התמונה המתקבלת במרחב הארבע-ממדי היא הומיאומורפית⁶ למקור הדו-ממדי. התמונה היא דיסק רציף, אבל לא בהכרח גזיר (פעם אחת או יותר) בכל נקודה. כלומר הדיסק המוטבע הוא משטח בלי חורים או קרעים, שאינו חותך את עצמו, אבל כאמור הוא עלול להיות "לא חלק", אלא מעוות, בעל מהמורות, חודים וקימוטים למיניהם. אם הדיסק המוטבע במרחב הארבע-ממדי הוא משטח שאפשר לתאר אותו באמצעות פונקציית רציפה וגזירה מכל סדר בכל נקודה, אומרים שההטבעה היא **חלקה**. אם הוא רציף אבל לא גזיר, אומרים שההטבעה היא **טופולוגית**, היא שומרת על "יחסי השכנות" בין כל שתי נקודות, אבל יוצרת משטח בעל שיפועים שהם עצמם משתנים באופן לא רציף.

שלב 3: קשרים כאובייקטים (חד-ממדיים) במרחב הארבע-ממדי

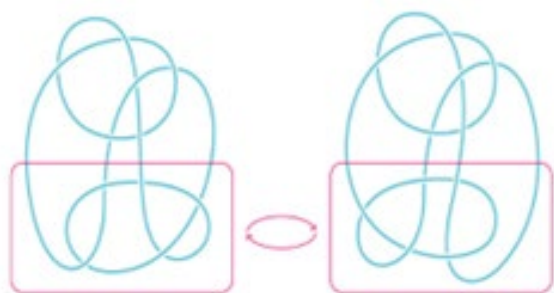
הקשר הטריטוריאלי הוא הקשר היחיד שמקיף דיסק דו-ממדי במרחב התלת-ממדי. ההטבעה הכי פשוטה של דיסק דו-ממדי במרחב הארבע-ממדי היא באמצעות פונקציית הזהות השומרת על הדיסק בלי כל עיוות ושינוי. זוהי הטבעה חלקה כמובן, ועל כן לפי ההגדרה המופיעה לעיל בתחילת סעיף זה, הקשר הטריטוריאלי הוא קשר פרוסה חלק. לגבי כל אחד מהקשרים האחרים, כגון אלה המוצגים באיור 4, אם במרחב הארבע-ממדי קשר שפה (boundary) של דיסק דו-ממדי המוטבע בהטבעה **חלקה** בהיפר-כדור, אומרים עליו שהוא **פרוסה חלקה**. אם במרחב הארבע-ממדי הוא משמש שפה של דיסק דו-ממדי המוטבע בהטבעה **טופולוגית** בהיפר-כדור, אומרים עליו שהוא **פרוסה טופולוגית**, ואם כשהוא מוטבע במרחב הארבע-ממדי הוא לא משמש שם שפה של דיסק דו-ממדי כלשהו, אז הוא לא פרוסה.⁷

לסיכום, נחשוב על מעגל במישור ונקודה בתוך העיגול. אם התנועה מוגבלת למישור הדו-ממדי (ימינה-שמאלה או קדימה-אחורה), אי אפשר להוציא את הנקודה (שהיא אפס-ממדית) מהעיגול מבלי לחזור מבעד למעגל התוחם

אפשר לחשוב על נקודה במרחב התלת-ממדי שמבקרים בה במועדים מסוימים ומתוך כך מקבלים תיאור ארבע-ממדי שלה. המתמטיקאים לא מבחינים הבחנה איכותית בין ממד למשנהו.

5. להרחבה על הומיאומורפיזם ראו **כאן** (בעברית) או **כאן** (באנגלית).

6. כאמור, בתורת הקשרים מקובל להשתמש בשמות עצם כתארים. לא קל לקבל את זה ולהתרגל לכך.



איור 6: קשר קונוויי (משמאל) וקשר קינושיטה-טרסקה (מימין).
האחד מתקבל מהאחר באמצעות חיתוך, היפוך והדבקה מחדש של
החלק הממוסגר (Klarreich, 2020)

מהו הרעיון המרכזי בהוכחה של ליסה פיקירילו?

ההוכחה של ליסה פיקירילו נשענת על תכונה הנקראת העקבה של קשר (Trace of knot). העקבה של קשר היא "טביעת הרגל" שהעקומה של הקשר משאירה כאשר מטביעים את הקשר בהיפר-כדור הארבע-ממדי. קשה לדמיין צורה פיזית של העקבה של קשר. העקבה היא "צורה" שיש לה תיאור מתמטי והיא מסבירה איך הקשר מוטבע ומתארגן במרחב הארבע-ממדי. לשני קשרים שונים זה מזה יכולה להיות אותה עקבה, וידוע שבמקרה כזה יש לשניהם אותו מעמד כפרוסה – שניהם פרוסה חלקה, או ששניהם אינם פרוסה חלקה.

כיוון שכך ליסה פיקירילו מצאה לנכון לנקוט בצעדים הבאים: תחילה לזהות את העקבה של קשר קונוויי, אחרי כן לבנות קשר אחר שיש לו אותה עקבה ולבסוף למצוא דרך לבדוק אם הקשר האחר הוא פרוסה חלקה, דבר שישליך מיידית את התשובה גם על קשר קונוויי "הסרבן". בנייה של קשר בעל עקבה נתונה כשלעצמה אתגר לא קטן, אבל לכך בדיוק פיתחה ליסה פיקירילו מומחיות בעת לימודיה. בשבוע שלאחר הכנס ששמעה בו לראשונה על בעיית הקשר של קונוויי, היא השתעשעה בשרטוט ידני ובמניפולציה של העקבה של קשר קונוויי בחיפושיה אחר קשר אחר שיש לו אותה עקבה וניסתה לבדוק באמצעות כלים ידועים אם הקשר האחר הוא פרוסה חלקה או לא. בסופו של דבר היא הצליחה לבנות קשר מתוחכם שכזה (איור 7). היא הפעילה עליו אלגוריתם מוכר שנקרא "שמורת-s" של ראסמוסן (Rasmussen's s-invariant) שהראה שהקשר החדש שבנתה הוא לא פרוסה חלקה. מכאן הדרך הייתה קצרה למסקנה שגם קשר קונוויי לא יכול להיות פרוסה חלקה. כך הצליחה ליסה פיקירילו לעשות דבר שרבים לפניו ניסו לעשות בלא הצלחה במשך כחמישים שנה. בדיעבד מתמטיקאים רבים שואלים את עצמם איך לא חשבו על זה קודם...

במרחב הארבע-ממדי היא חתך תלת-ממדי של כדור ארבע-ממדי. החתך הזה הוא מעין פרוסה והביטוי מושאל מהביטוי פרוסת לחם שמתקבלת לאחר שחותכים בסכין כיכר לחם. לכן על קשר שתוחם דיסק דו-ממדי המוטבע בכדור ארבע-ממדי אומרים שהקשר הוא פרוסה – חלקה או טופולוגית.

תעלומת מעמד הפרוסה של קשר קונוויי

בתחילת שנות השמונים של המאה העשרים התברר שאומנם במרחב הארבע-ממדי כל קשר שהוא פרוסה חלקה הוא גם פרוסה טופולוגית, אבל הכיוון ההפוך אינו בהכרח נכון, לא כל קשר שהוא פרוסה טופולוגית הוא פרוסה חלקה. במילים אחרות, יש קשרים שהם פרוסה טופולוגית, אך אינם פרוסה חלקה. זה מפני שבניגוד לממדים הנמוכים יותר, בהטבעה בממד הרביעי אי אפשר "לגהץ" כל משטח טופולוגי כך שהוא יהפוך למשטח "חלק".

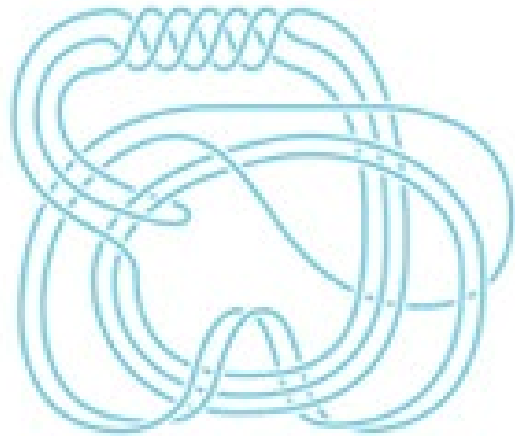
בנוגע לכל הקשרים בעלי שנים-עשר צמתים או פחות, חוץ מקשר קונוויי, הצליחו מתמטיקאים לבדוק אם הם פרוסה טופולוגית או אפילו חלקה. כך למשל קשר התלתן (איור 2) הוא לא פרוסה טופולוגית ולכן כמובן לא פרוסה חלקה. קשר הספרה 8 (איור 3) הוא פרוסה טופולוגית וגם פרוסה חלקה. לגבי קשר קונוויי התברר שהוא פרוסה טופולוגית, אך המתמטיקאים לא הצליחו להגיע להכרעה בשאלה האם הוא פרוסה חלקה. הם חשדו שלא, כי ככל הנראה חסרה לו תכונה חשובה הנקראת "תכונת הסרט" (Ribbon)⁸ שיש בדרך כלל לקשרים שהם פרוסה חלקה. אולם יחד עם זה נמצא קשר דומה מאוד לקשר קונוויי שהוא כן פרוסה חלקה. הוא מתקבל מקשר קונוויי באמצעות חיתוך, שיקוף והדבקה מחדש של מקטע מסוים, כמוסבר באיור 6. את הקשר הזה מצאו שני מתמטיקאים יפניים (Shin'ichi Kinoshita and Hidetaka Terasaka), אבל הם לא הצליחו להבחין בכך שעל אף היותו דומה מאוד לקשר קונוויי ובעל תכונות משותפות רבות עימו, דווקא בעניין היותם פרוסה חלקה שני הקשרים שונים לגמרי זה מזה.

קשר קונוויי תעתע במתמטיקאים למעלה מחמישים שנה בהיותו "עמיד" בפני כל מבחן שמכריע בשאלת היותו של קשר כלשהו שהוא פרוסה טופולוגית, גם פרוסה חלקה. כך נשאר קשר קונוויי בגדר תעלומה שנים רבות, עד שליסה פיקירילו הוכיחה שהוא לא פרוסה חלקה.

7. כפי שכבר הזכרנו בתורת הקשרים מקובל להשתמש בשמות עצם כתארים. פרטים נוספים על קשרים שהם סרטים אפשר למצוא כאן.

רשימת מקורות

- Alon, A. (2017). *What do we intuitively mean by embedding a manifold into a higher-dimensional space?* <https://www.quora.com/What-do-we-intuitively-mean-by-embedding-a-manifold-into-a-higher-dimensional-space-Can-you-give-some-examples>
- Bar-Natan, D. (n.d.). *The Knot Atlas*. <https://katlas.org/> Homepage: <https://www.math.toronto.edu/~drorbn/>
- Conway knot. (2024, November 4). In Wikipedia. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Conway_knot&oldid=1255387611
- Drew's Campfire. (2022, August 3). *Intro to topology – Turning a mug into a doughnut* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=IXAwhW4gP_c
- Hartnett, K. (2021, September 28). In topology, when are two shapes the same? *Quanta Magazine*. <https://www.quantamagazine.org/in-topology-when-are-two-shapes-the-same-20210928/>
- John Horton Conway. (2025, January 22). In *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=John_Horton_Conway&oldid=1271093266
- Klarreich, E. (2020, May 21). Graduate student solves decades-old conway knot problem. *Quanta Magazine*. <https://www.quantamagazine.org/graduate-student-solves-decades-old-conway-knot-problem-20200519/>
- Livingston, C., & Moore, A. H. (n.d.). *KnotInfo: Table of knot invariants*. Retrieved March 3, 2025, from <https://knotinfo.math.indiana.edu>
- Mickaël Launay (Micmaths) (2020, October 17). *Une énigme de 50 ans résolue: le nœud de Conway n'est pas bordant* – *Micmaths* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=gz-MN3s-jcQ>
- Piccirillo, L. (2020). The Conway knot is not slice. *Annals of Mathematics*, 191(2), 581–591. <https://doi.org/10.4007/annals.2020.191.2.5>
- Scharein, R. G. (2020). *A knot zoo*. Retrieved March 31, 2025, from <https://knotplot.com/zoo>
- Scharein, R. G. (2022). *KnotPlot*. Retrieved March 31, 2025, from <https://knotplot.com/index.html>
- Slice knot. (2024, January 16). In *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Slice_knot&oldid=1196255338



איור 7: הקשר של ליסה פיקירילו. יש לו אותה עקבה שיש לקשר קונוויי (Klarreich, 2020)

מנהלת המרכז הישראלי לחינוך מדעי-טכנולוגי (מל"מ), מרכזי מורים ועוד: פגישה אישית לוחצת עם פרופסור דוד בן-חיים

ד"ר קרני שיר

חברת סגל ומרצה בחוג למתמטיקה במכללה האקדמית הדתית לחינוך שאנן ומרצה נלווה במרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט. בעלת תואר שלישי במסלול ישיר מתואר ראשון בחינוך מתמטי מהפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה בטכניון, ותואר B.Sc. בהצטיינות יתרה - גם הוא מהטכניון. שימשה מנחה ומדריכת מורים בתוכנית "מצוינות 2000" - תוכנית העשרה במתמטיקה ומדעים המיועדת לילדים ובני נוער, וחוקרת בפרויקט "הבזקים" מטעם הפקולטה למתמטיקה בטכניון.



מנהלת המרכז הישראלי לחינוך מדעי-טכנולוגי (מל"מ), מרכזי מורים ועוד: פגישה אישית לוחצת עם פרופסור דוד בן-חיים

קרני שיר



לברזנט של המשאית, ובו הצטופפו יהודים נוספים כשלכולם אותו חלום – להגיע לארץ הקודש. לאחר נסיעה של ארבע שעות בערך הגיעה המשאית לגבול עם איראן. דוד זוכר ששמע ויכוחים בין נהג המשאית לשוטרים העיראקים בגבול ורגע לפני שהאחרונים באו להרים את הברזנט של המשאית הגיעו בדהרה למקום שוטרים פרסים. למזלם התברר שהמשאית נמצאת שני מטרים בתוך הגבול הפרסי, ולשוטרים העיראקים לא נשארה ברירה אלא לתת למשאית להמשיך.

דוד ואחיו חיכו בטהראן בין חודשיים לשלושה חודשים עד שהגיע זמנם לטוס לארץ. כשהגיע המועד עלו על הטיסה, וכשזו נחתה כולם ירדו מהמטוס ונישקו בהתרגשות את אדמת הקודש. עד מהרה התברר להם שהם עדיין לא הגיעו לישראל ובשל תקלה במנוע מעל הרי הארט נאלץ המטוס לחזור לטהראן. חודש לאחר מכן הם עלו שוב על טיסה והפעם נחתו בארץ המובטחת.

נדרשו שלושה שבועות של חיפושים עד שאותר האח הבוגר יותר והוא התברר ששני אחיו הצעירים הגיעו ארצה. מובן שהוא לא האמין עד שהגיע לשער עלייה בחיפה ונפגש איתם. דוד ואחיו נשלחו לאולפן בכרכור

את פרופסור דוד בן-חיים הכרתי בשנת 1999 בעת ההכנות לכנס PME, שהתקיים באותה שנה בטכניון. הרושם שדוד השאיר עליי היה של איש נעים, צנוע, עם הרבה ידע ומוכנות גדולה לעזור למי שצריך. קצת יותר מעשור לאחר מכן הצטרפתי לחוג למתמטיקה במכללת שאנן, שבה הוא שימש עד לאחרונה יו"ר הוועדה האקדמית וראש החוג למתמטיקה. נחשפתי לסיפור חייו המרתק רק בריאיון זה, ואני שמחה להזמין אתכם להצטרף אליי למסע בין תחנות החיים הרבות והמגוונות של פרופ' בן חיים. מסע שהתחיל בבגדאד, עבר בארה"ב והסתיים בארץ.

פרופ' דוד בן-חיים (שמעכשיו והלאה נקרא לו פשוט דוד) נולד בבגדאד שבעיראק, והיה הקטן במשפחה שבה שבעה ילדים – שישה אחים ואחות אחת. אבא של דוד נפטר כחצי שנה לאחר שדוד נולד, ומסיבה זו אין לו שום זיכרון ממנו. כאשר היה דוד בן שנה וקצת התרחש הפרהוד – פרעות באוכלוסייה היהודית בבגדאד. בזמן הפרעות סגרו בני המשפחה של דוד את כל הפתחים של הבית וחסמו את הדלת הראשית באמצעות רהיטים כבדים. הפורעים לא הצליחו לפרוץ את הדלת והמשיכו לדרכם. השכנים הערבים שהמשפחה של דוד הייתה בקשר קרוב איתם, לקחו את המשפחה של דוד אליהם הביתה עד שנגמר גל הפרעות, וכך ניצלו דוד ובני משפחתו. בפוגרום שהיה על רקע אנטישמי, נרצחו מאות יהודים, נפצעו אלפים ונבזז רכוש רב. הנרצחים נקברו בקבר אחים בבגדאד. הפרעות האלה הביאו לידי צמיחתה של המחתרת הציונית של עיראק ואחיו הגדול של דוד היה פעיל בה.

משנת 1947 לערך החלה עלייה של יהודים מעיראק לישראל דרך איראן. היהודים היו "גונבים" את הגבול לאיראן ואחרי שהגיעו לטהראן, הסוכנות הייתה עוזרת להם להגיע לארץ. לילה אחד, כשדוד היה בכיתה ג', אחיו הבכור העיר אותו ואת אחיו בן ה-12 ואמר להם שהלילה הם עולים לארץ ישראל. כאן נציין כי אחד האחים בן ה-18 עלה באותה דרך לישראל כשלושה חודשים לפני כן. שני האחים ארזו 50 דינר ומעט בגדים בציפית של כרית ויצאו אל הלילה. משאית שעברה ברחוב עצרה ושני הילדים הקטנים נפרדו מבני משפחתם ונכנסו מתחת

מיג-19 חדשים, דבר שהביא לידי צורך לחזק את מערך הנ"מ של חיל האוויר ולהביא סוללות טילי קרקע אוויר כדי להגן על המדינה. יצחק רבין התמנה באותה עת לתפקיד ראש אג"מ והוא התעניין ברכישת טילי ההוק האמריקאיים שהיו הטילים המתקדמים ביותר בעולם באותה עת. איזנהאור, שהיה אז הנשיא של ארצות הברית, סירב להפסיק את האיסור על מכירת נשק מכל סוג שהוא (אמברגו) למזרח התיכון ולא נענה לבקשתו של בן-גוריון למכור לישראל את הטילים האלה. לאחר שנבחר קנדי לנשיאות, השתנו הרוחות ואושרה מכירה של נשק בכלל, וטילי הוק בפרט, לישראל. עזר ויצמן, שהיה אז מפקד חיל האוויר, התנגד בתוקף לקניית טילים אלה והעדיף לרכוש בכסף הזה מטוסי קרב. על אף שבלט בהתנגדותו להביא את הטילים, ברגע שהוחלט להביאם ארצה, עמד על כך שחיל האוויר יהיה אחראי למערך הטילים ולא חיל התותחנים, כמקובל בשאר העולם. משלחת של מאה חיילים מחיל האוויר, בהם דוד בן-חיים, נחתה בפורט בליס שבטקסס כדי לעבור השתלמות של שנה בנושא טילי ההוק.

ללמוד עברית, ולאחר מכן דוד נשלח לכפר הילדים מאיר שפיה שבו למד ארבע שנים (כיתות ד', ה', ו' וח') במתכונת של חצי יום לימודים וחצי יום עבודה בחווה ובמשק כלול וברפת. אימא של דוד ושאר אחיו עלו לארץ בשנת 1952 במבצע עזרא ונחמיה – מבצע שבו עלו בין השנים 1950–1952 מאה ועשרים אלף יהודים מעיראק לישראל.

דוד רצה מאוד לחזור ולגור עם אימו ואחיו, ולכן הוא החליט לעזוב את מאיר שפיה לאחר סיום כיתה ח' בשנת 1953–1954. בשנת הלימודים 1954–1955 נבחן תלמידי ח' בארץ במבחן הסקר שמטרתו הייתה למיין את התלמידים לתיכון עיוני או מקצועי. שלא כעולים רבים בני עדות המזרח, עבר דוד את מבחני הסקר והחל ללמוד לימודים עיוניים במגמה ריאלית בבית ספר תיכון בפתח תקווה. עם סיום לימודי התיכון, התגייס דוד לחיל האוויר. הוא שירת בתחילה בטייסת לילה בבסיס תל נוף ולאחר מכן עבר למעבדות האלקטרוניקה של חיל האוויר בצריפין.

כמה שנים לפני כן, בקיץ 1960, הגיעו דו"חות מודיעיניים על הצטיידותם של המצרים והסורים במטוסי



בשלוש שנות קבע לאחר שחזר מארה"ב, הדריך דוד את ההפעלה של סוללות הוק בטכני של חיל האוויר ובו בזמן היה שותף להקמת סוללת הוק ראשונה באזור הצפון. לצד שירות הקבע דוד למד בטכניון שנה א בתוכנית ערב. הוא התחיל ללמוד כימיה ולאחר מכן שינה למתמטיקה ופיזיקה. בשל מלגת הלימודים שקיבל דוד, הוא היה חייב ללמד במחוז, ולכן הוא לימד מתמטיקה בתיכון מקיף במגדל העמק. בד בבד דוד התחיל לעבוד במכון ויצמן בפיתוח ובהנחה של תוכנית מצוינות רחובות המיועדת לחטיבות הביניים במקצוע מתמטיקה.

את התואר השני בנושא הנחיית מורים למתמטיקה עשה דוד בחינוך מתמטי בחוג למתמטיקה באוניברסיטת חיפה, ובשנת 1979, לאחר כ-10 שנים, שניהל חטיבת הביניים במגדל העמק, הוא נסע עם אשתו ושני ילדיו ללימודי דוקטורט באוניברסיטת משיגן (MSU). דוד היה שותף בפרויקט של MGMP: Middle Grades Mathematics Project. הוא הצטרף לקבוצה שעסקה בפיתוח יחידה בנושא ראייה מרחבית לילדים בחטיבת הביניים והמחקר שלו עסק בנושא זה.

לאחר סיום לימודי הדוקטורט קיבל דוד הצעה ממכללת אורנים ללמד בחוג למתמטיקה, והוא לימד בו עד שפרש לגמלאות. בכל זמן עבודתו במכללת אורנים הוא המשיך להיות בקשר עם קבוצת המתמטיקה במכון ויצמן. דוד ניהל פרויקט חמש-שנתי המשותף לקרן רש"י ולסוכנות היהודית. הפרויקט התמקד בשיפור הוראת המתמטיקה והמדעים בדרום הארץ (אופקים, שדרות, נתיבות, מרחבים וקריית מלאכי). בהמשך ניהל את פרויקט אקדמיה שהתמקד בשיפור ציוני הבגרות של תלמידים בינוניים מכיתה י' ומעלה בפריפריה ומימון לימודי האקדמיה של אותם תלמידים לאחר שירותם הצבאי.

בשנת 1999 פרופ' חיים הררי, שהיה באותה עת נשיא מכון ויצמן, הציע לדוד לנהל את מנהלת מל"מ – המרכז הישראלי לחינוך מדעי-טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט. למי שבקיא פחות, המל"מ הוא גוף המקשר בין משרד החינוך והמחלקות/פקולטות להוראת המדעים באוניברסיטאות, שמשמשות מל"מים אוניברסיטאיים. המל"מים האוניברסיטאיים עוסקים בפיתוח ובהטמעה של חומרי לימוד במקצועות המדעיים והטכנולוגיים-מדעיים, ומתנהל בהם שיתוף פעולה בין מדענים לאנשי אקדמיה בהוראת המדעים למשרד החינוך. בפעילות זו מפתחים שיטות וחומרי למידה עדכניים המסתמכים על מחקר חינוכי-מדעי שנעשה במוסדות להשכלה גבוהה. מנהלת המל"מ מפעילה גם 11 מרכזי מורים ארציים במקצועות מדעיים, טכנולוגיים-מדעיים ומתמטיקה, שמטרתם לשמש

שש הסוללות הראשונות הגיעו לישראל במרץ 1965 והוצגו לראשונה לקהל ביום העצמאות. דוד שהיה שותף להקמת מערך ההגנה של הטילים, היה בג'יפ הראשון במצעד הצבאי של אותה שנה.



בשנת השליחות של דוד בארה"ב הוא היה חבר בנבחרת הכדורגל הישראלית ושיחק בליגה של 31 מדינות שהתקיימה במקום. התמונה שלהלן צולמה במשחק נגד הקבוצה של גרמניה. בהמשך יש תמונה של הנבחרת הישראלית כולה.



לאור של כתב העת מחקר ועיון בחינוך מתמטי – שכבר חגג 11 שנה לקיומו.

על רקע תחומי המחקר שלו פרסם דוד מאמרים בעיקר על נושאים של חקר ראייה מרחבית (ראו לדוגמה, Ben-Chaim et al., 1988) פתרון בעיות (ראו לדוגמה, Ben-Chaim, 1997), יחס ופרופורציה, (Ben-Chaim et al., 2012), בניית גאומטריות (סטופל ואחרים, 2015) וגם על נושאים של חינוך מדעי והכשרת מורים למתמטיקה ולמדעים (ראו לדוגמה, Ben-Chaim et al., 2016).

לדוד שני ילדים וחמישה נכדים. הבת של דוד היא מנכ"לית של חברת תרופות ולדוד יש שני נכדים ממנה. הנכד הגדול סיים תואר שני בכלכלה ולומד עכשיו לתואר שני בבלשנות, ואחותו נרשמה ללימודי מדעי המחשב ונמצאת עכשיו בטיול אחרי צבא. הבן של דוד עבד שנים רבות בתחום מדעי המחשב ברפא"ל ועכשיו הוא עובד בחברה פרטית. לדוד יש שלושה נכדים ממנו: נכדה שמסיימת לימודי הנדסת תוכנה, נכדה שנייה שהשתחררה לאחרונה מהצבא, והנכד הקטן שהתגייס לא מזמן.

כתובת ראשית למקצוע הרלוונטי באמצעות פעילויות של הכשרה וטיפוח מנהיגות של מורים מובילים, הפקת כתבי עת (על"ה ומספר חזק במתמטיקה לדוגמה), קיום ימי עיון וכנסים מקצועיים, הפקת חומרי עזר למורים, יצירת קשר ומתן עזרה מקצועית למרכזי השתלמות אזוריים והפעלת אתר של המקצוע במרשתת. דוד החליף בתפקיד זה את פרופ' אורי לירון שנפטר לא מזמן, וכיהן בתפקיד זה 22 שנה בערך עד שנת 2021.

כארבע שנים לאחר שפרש לגמלאות מעבודתו במכללת אורנים, פנה אליו פרופ' יחיאל פריש – נשיא המכללה האקדמית הדתית שאנן – והציע לו להגיע לליעץ למכללה, ובהמשך להיות ראש החוג למתמטיקה, ראש המועצה האקדמית ויו"ר ועדת המינויים. דוד שימש במשך עשור ראש החוג למתמטיקה במכללת שאנן (בשנים 2012–2023), בעת כהונתו הוא איחד את המסלול להוראת המתמטיקה לבית הספר היסודי ואת הוראת המתמטיקה לבית הספר העל-יסודי למסלול אחד. כמו כן הוא בנה עם פרופ' שרה הרשקוביץ ופרופ' משה סטופל את תוכניות הלימודים במסלולים המגוונים בחוג והביא אותן לאישור המל"ג, בהן התוכנית האחרונה של הכשרה חד-חוגית במתמטיקה לעל-יסודי. נוסף על כך דוד יזם את ההוצאה



רשימת פרסומים נבחרים

סטופל, מ', זיסקין, ק' ובן-חיים, ד' (עורכים). (2015). **בניות גאומטריות: בעיות קלאסיות, אתגריות וממוחשבות**. שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך.

Ben-Chaim, D. (1997). A special point in the 2-D plane and a special line in the 3-D space. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 28(3), 345–355. <https://doi.org/10.1080/0020739970280304>

Ben-Chaim, D., Katz, S., & Stupel, M. (2016). Variance- and invariance-focused instruction in dynamic geometry environments to foster mathematics self-efficacy. *Far East Journal of Mathematical Education*, 16(4), 371–418. <http://dx.doi.org/10.17654/ME016040371>

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education (Pre- and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes)*. Brill. <https://doi.org/10.1007/978-94-6091-784-4>

Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51–71. <https://doi.org/10.2307/1163159>

המלצה על הספר "פרקים נבחרים בתולדות המתמטיקה בעת העתיקה - מצרים, בבל והודו" מאת עטרה שריקי

ד"ר קרני שיר

חברת סגל ומרצה בחוג למתמטיקה במכללה האקדמית הדתית לחינוך שאנן ומרצה נלווה במרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט. בעלת תואר שלישי במסלול ישיר מתואר ראשון בחינוך מתמטי מהפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה בטכניון, ותואר B.Sc. בהצטיינות יתרה - גם הוא מהטכניון. שימשה מנחה ומדריכת מורים בתוכנית "מצוינות 2000" - תוכנית העשרה במתמטיקה ומדעים המיועדת לילדים ובני נוער, וחוקרת בפרויקט "הבזקים" מטעם הפקולטה למתמטיקה בטכניון.



המלצה על הספר "פרקים נבחרים בתולדות המתמטיקה בעת העתיקה - מצרים, בבל והודו" מאת עטרה שריקי

קרני שיר



המחקר המעמיק הוא קריא ומובן, ומלווה במגוון עשיר של דוגמאות, מה שמאפשר לקוראים להתחבר לנושאים הנידונים ולהתנסות באותן בעיות שעסקו בהן בציוויליזציות הקדומות לפני אלפי שנים.

הספר נפתח במבוא שעוסק בהתפתחות של המתמטיקה בהיותה תחום חשיבה אנושית ובשאלות היסטוריות ופילוסופיות, כגון מתי התחילו בני האדם לעסוק במתמטיקה ומדוע, והאם המתמטיקה היא תגלית או המצאה אנושית. במבוא מוצג כיצד המתמטיקה התפתחה מהתקופה הפרה-היסטורית כדי להתמודד עם אתגרים מעשיים בתחומים כמו סחר, בנייה, חקלאות ועוד. המתמטיקה מוגדרת תגלית אנושית הנובעת מצרכים חברתיים ותרבותיים, בחקירה של סוגיות כמו קשר בין חשיבה מופשטת למציאות הפיזיקלית, והבדלים בין מתמטיקה כשפה טהורה ליישומיה בעולם האמיתי.

פרופ' עטרה שריקי שכתבה את הספר "פרקים נבחרים בתולדות המתמטיקה בעת העתיקה - מצרים, בבל והודו" היא דמות מרכזית בתחום החינוך המתמטי בישראל. יש לה שלושה תארים במתמטיקה ובחינוך מהטכניון, והיא בעלת ניסיון של למעלה מ-35 שנים בעבודה עם מורים ותלמידים. במהלך הקריירה שלה היא שימשה ראש החוג להוראת מתמטיקה במכללת אורנים וקידמה תוכניות לפיתוח מקצועי של מורים במרכזים כמו הטכניון ומרכזים חינוכיים אחרים. עטרה פרסמה ספרים ומאמרים רבים בתחום החינוך המתמטי, השתתפה בכנסים בין-לאומיים ופעילה בתחום המחקר האקדמי הבין-לאומי. נוסף על כך היא הייתה מעורבת בפיתוח תוכניות חינוכיות חדשניות עם דגש על יצירתיות מתמטית והיסטוריה של המתמטיקה. היא עוסקת בטיפוח גישת STEAM (מדע, טכנולוגיה, הנדסה, אומנות ומתמטיקה) ומחויבת לשיפור ההוראה בעידן הדיגיטלי. בשנים האחרונות היא פיתחה מיזם ששמו TomorrowKidz והוא מבוסס על גישה ייחודית המשלבת למידה חווייתית, מעורבות פעילה בתהליך הלמידה והתמודדות עם אתגרים לא שגרתיים לצד פיתוח מיומנויות חשיבה מתמטית יצירתית. במיזם זה עטרה פרסמה ספרי ילדים, משחקים דיגיטליים, חדרי בריחה, סדנאות ועוד בתחומי האריתמטיקה והגאומטריה

הניצנים הראשונים של הספר "פרקים נבחרים בתולדות המתמטיקה בעת העתיקה - מצרים, בבל והודו" הנצו לפני למעלה מעשרים שנה כאשר עטרה פרסמה סדרת מאמרים בנושא ההיסטוריה של המתמטיקה בכתב העת "על"ה. שני עשורים לאחר מכן יצא הספר המלא בנושא ובלי ספק היה שווה לחכות.

הספר "פרקים נבחרים בתולדות המתמטיקה בעת העתיקה - מצרים, בבל והודו" מציג מבט מעמיק על התרומות העיקריות של התרבויות העתיקות לפיתוח המתמטיקה בלויית ניתוח היסטורי ומדעי. בספר זה עטרה בחרה להתמקד באימפריות שהניחו את היסודות לתחומים רבים במתמטיקה, כמו גאומטריה, חישובים אסטרונומיים והבנה של מספרים. הספר מחיה בבירור את עולם המתמטיקה הקדום, וגם מי שאינו מומחה יכול להעריך את מורכבותם של הרעיונות. יותר מהכול

המשך הספר בנוי משלושה שערים שכל אחד מהם מתמקד באחת משלוש מהתרבויות החשובות ביותר בעולם העתיק: בבל, מצרים והודו.

שער ראשון: מתמטיקה מצרית

ארבעת הפרקים שמופיעים בשער הראשון עוסקים במתמטיקה שהתפתחה במצרים העתיקה, ושורשיה התרבותיים קשורים להתפתחות הציוויליזציה המצרית בנהר הנילוס. המתמטיקה המצרית שימשה בעיקר לצרכים מעשיים, כגון חישוב שטחים חקלאיים, מדידת נפחים וניהול מערכות השקיה. הפרקים בחלק זה של הספר מתארים בהרחבה את התפתחות הציוויליזציה המצרית, הכתב המצרי ותרומתה של אבן הרוזטה לפענוחו, פירושים ייחודיים, כגון פפירוס רינד ופפירוס מוסקבה, המשמשים מקור לידע שלנו על המתמטיקה המצרית, ושיטות החישוב שהשתמשו בהן המצרים כפי שיושמו באריתמטיקה, באלגברה ובגאומטריה המצרית הקדומה.

שער שני: מתמטיקה בבלית

השער השני עוסק במתמטיקה שהתפתחה בבבל. הוא נפתח בתיאור מרתק של התפתחות האימפריות הקדומות במסופוטמיה (האזור שבין נהר הפרת לחידקל), והמתמטיקה המתקדמת שהסתמכה על מערכת ספירה בבסיס 60. מערכת ספירה זו אפשרה לחשב חישובים מורכבים ביותר, בייחוד בתחום האסטרונומיה. בדומה לשער הראשון העוסק במתמטיקה המצרית, גם כאן הפרקים מחולקים לאריתמטיקה, אלגברה וגאומטריה בבלית.

שער שלישי: מתמטיקה הודית

השער השלישי העוסק בהתפתחות המתמטיקה בהודו, לוקח את הקורא למסע בתרבות הנשכחת של עמק האינדוס בתקופת התרבות ההאראפית ובתקופת התרבות האריאנית (הוודית). בשער זה של הספר אפשר לראות כי המתמטיקה ההודית הושפעה מכתבים דתיים ופילוסופיים כמו הוודית והשפיעה רבות על המתמטיקה המודרנית, בייחוד בזכות השימוש באפס והיכולת לחשב חישובים מורכבים בשיטה העשרונית במהירות וביעילות.

עטרה ניחנה ביכולת כתיבה קולחת ומרתקת, מה שהופך את הספר לממתק אמיתי לכל מי שמתעניין בהיסטוריה באשר היא.

הספר חובה לא רק לאנשי חינוך מתמטי באשר הם, אלא גם לכל מי שמעניין אותו ללמוד על תולדות המתמטיקה בתקופות הקדומות.

אלתור בחקר שיעור מנקודת מבט ישראלית

ד"ר גלית נגרי חדיף

בעלת תואר שלישי מאוניברסיטת חיפה. בוגרת לימודי בתר־דוקטורט במכון ויצמן למדע, ובמהלכם חקרה מאפיינים ואדפטציות של חקר שיעור בקהילות בית־ספריות בישראל, בהנחיית פרופ' אברהם הרכבי וד"ר רוני קרסנטי. חוקרת ומרצה בתחום החינוך המתמטי במסגרות אקדמיות, בהן מכללת שאנן, גורדון ולוינסקי. בעברה מורה למתמטיקה ומנחת קהילות מורי מתמטיקה בבתי ספר תיכוניים. עסקה בפיתוח תוכניות לימוד ושילוב כלים דיגיטליים בהוראת המתמטיקה.



ד"ר רוני קרסנטי

בעלת תואר שלישי בחינוך מתמטי מהאוניברסיטה העברית בירושלים. חוקרת בדרגת מדענית סגל בכירה במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע. מתמחה במחקר ובפיתוח בנושא התפתחות מקצועית של מורים ומנחים במתמטיקה על־יסודית. הקימה את פרויקט של"ב לקידום תלמידי תיכון מתקשים במתמטיקה, ועמדה בראשו במשך שמונה שנים. ניהלה בצוותא עם פרופ' אברהם הרכבי את פרויקט עדש"ה (מורים צופים בשיעורי מתמטיקה מוסרטים) ואת פרויקט תפני"ת (חקר שיעור בישראל בשילוב וידאו). מלמדת ומנחה סטודנטים לתארים מתקדמים ולבתר־דוקטורט בחינוך מתמטי במכון ויצמן למדע ומנחה שותפה של סטודנטים גם במוסדות אקדמיים אחרים.



פרופ' אברהם הרכבי

פרופסור אמריטוס במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע, שבה שימש ראש המחלקה. תחומי המחקר והפיתוח: הוראה ולמידה של מתמטיקה ברמת חט"ב וחט"ע ופיתוח מקצועי של מורים. בתחומים אלה יזם וניהל פרויקטים רחבי היקף בתמיכה של קרנות מהארץ ומהעולם. שימש יועץ ומרצה במדינות רבות, היה יו"ר וחבר בוועדות של האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים ומזכיר כללי של הארגון ICMI (ארגון בין־לאומי לחינוך מתמטי). היה מדען אורח באוניברסיטאות בארה"ב, יפן, ברזיל, ספרד וארגנטינה.



אלתור בחקר שיעור מנקודת מבט ישראלית

גלית נגרי חדיף, רוני קרסנטי ואברהם הרכבי

החורגות מהתחזיות נחשבות הזדמנויות למידה ייחודיות בעבור המורים. תגובות אלו מתועדות ונשמרות כבסיס לתכנון עתידי, ומזמנות שיח רפלקטיבי בקבוצה שתכננה את השיעור. תהליך זה מאפשר למורים לבחון מחדש את הנחותיהם, להעמיק את הבנתם בדרכי החשיבה של התלמידים ולשכלל את תכנון ההוראה במסגרת התהליך המתמשך. המודל של חקר שיעור נשען על הגישה שלמידה מקצועית של מורים היא תהליך שיתופי, ושתהליכי הוראה ולמידה משתפרים מתוך הבנה עמוקה יותר של תהליכים אלה, כאשר מורים עוסקים במחקר מעשי ומשותף של הפרקטיקה שלהם. חקר שיעור, המיושם בבתי ספר ביפן זה למעלה ממאה שנה, החל להתפשט בעשורים האחרונים למדינות אחרות ברחבי העולם, כאמצעי לפיתוח מקצועי ולעידוד תרבות של למידה מתמשכת בקרב מורי מתמטיקה (Lewis & Lee, 2017). מערכות חינוך בעולם מזהות ומעריכות את היתרונות המיוחדים של חקר שיעור, ובשל כך נעשים מאמצים רבים לאמץ ו"לייבא" אותו לתוכניות התפתחות מקצועית של מורים (לדוגמה, Quaresma et al., 2018). ה"ייבוא" של חקר שיעור מן התרבות היפנית לתרבויות אחרות כרוך בפרשנויות ובהתאמות שאינן תמיד נאמנות לחלוטין לרציונל ולאופן היישום של המודל המקורי (Skott & Møller, 2020; Stigler & Hiebert, 2016). ישראל אינה יוצאת דופן מבחינה זו. המחקר המדווח כאן הוא חלק מפרויקט רחב יותר של מחקר ופיתוח, המפעיל קהילות חקר שיעור בישראל, עוקב אחר המתרחש בהן ומבקש לאפיין את ההטמעה המקומית של מודל זה בתרבות ההוראה הישראלית, השונה במידה ניכרת ממקבילתה היפנית (Schwartz & Karsenty, 2020). ההכרה בפוטנציאל החינוכי הרב של חקר שיעור מעניקה לו מעמד של מודל חינוכי מוערך במיוחד בחינוך המתמטי. אנו רואים בחקר שיעור פלטפורמה ייחודית המציעה דברים אלה: (1) דרכים ללמידה מעמיקה של מטרות השיעור ושל הרעיונות המתמטיים והמטא-מתמטיים שבבסיס הנושאים הנלמדים; (2) אפשרויות לעיצוב משימות עשירות המשרתות את מטרות השיעור; (3) הזדמנויות להכיר גישות פדגוגיות חלופיות, לדון בהן ובסופו של דבר אולי לאמץ; (4) בחינה מודעת של רעיונותיהם הייחודיים של תלמידים, מתוך חשיבה על דרכים

ייתכן מצב של תכנון או של אימפרוביזציה, אבל לא שניהם בו בזמן. אני מבקש לאתגר את הלוגיקה הזו של "זה או זה" (Dehlin, 2012, p. 237)

תקציר

חקר שיעור (Lesson Study) הוא תהליך של תכנון משותף ומדוקדק של שיעור, החל בהגדרה מפורטת של המטרות והמבנה הכללי וכלה בפרטים כגון חיזוי תגובות התלמידים ותכנון פעולות המורה על פי תרחישים מגוונים. לעומת זאת אלתור מתפרש כתהליך הפוך לחלוטין, שבמהותו הוא התנהלות בנסיבות בלתי צפויות. במאמר זה אנו מציגים מחקר שעסק במתח בין תכנון לאלתור בשיעורים שנבנו בקהילות חקר שיעור בישראל. כרקע למחקר אנו סוקרים את תופעת האלתור בתחומים שונים ואת מקורותיה התרבותיים והחברתיים. לאחר מכן, דרך הצגה של חקרי מקרה אנו עוסקים בארבעה דפוסים של אלתור שנמצאו וביחס בין אלתור לתכנון בכל אחד מהם. נוסף על כך אנו מנתחים תפיסות של מורים מומחים לגבי אלתור ותכנון בהקשר של האינטראקציות בין המורה לתלמידים במהלך שיעורים שתוכננו בתהליך של חקר שיעור. לבסוף אנו דנים בהשפעות אפשריות של אלתור על הדרכים שבהן מורים בישראל מתייחסים לחקר שיעור ומיישמים אותו.

מילות מפתח: אלתור; תכנון; חקר שיעור; קהילות מורי מתמטיקה.

מבוא

חקר שיעור (lesson study) הוא מודל לפיתוח מקצועי שמקורו ביפן (Fernandez & Yoshida, 2004). בלב המודל נמצאת עבודה משותפת של קבוצת מורים הנפגשים דרך קבע, חוקרים סוגיות ונושאים מתוכנית הלימודים ומתכננים בצוותא שיעור לפרטי פרטים, כולל חיזוי תגובות אפשריות של תלמידים ותכנון הדרכים להתמודד עימן. אחד המורים בקבוצה מלמד את השיעור בכיתתו, בעוד האחרים צופים בשיעור ומתעדים את הנעשה בו, ולאחר מכן הקבוצה מנתחת את השיעור ביחס לתכנון ובמידת הצורך משפרת את מערך השיעור, וחוזר חלילה (Fujii, 2018). חקר שיעור אינו מניח שחיזוי תגובות התלמידים יהיה מושלם. נהפוך הוא, תגובות התלמידים

לעיתים קרובות לנקוט "צעדים שהם תוצר של אלתור עדין בתגובה לדינמיקה ולמהות של דיונים עם תלמידים" (Chazan & Ball, 1999, p. 7), כלומר לפעול בספונטניות בהתאם לסיטואציה בכיתה. מורים עשויים לראות באלתור חלק חיוני בפרקטיקה שלהם, בפרט אם הם מורים מומחים (Borko & Livingston, 1989; Pinto, 2017). מתוך כך עשויים התכנון המפורט והאלתור להיחשב שתי גישות מנוגדות להוראה, ניגוד שעשוי להפוך לאתגר במצב של ניסיון להתאים את המודל של חקר השיעור לתרבות אחרת מזו שבה עוצב. כאמור במחקר המדווח כאן התעמקנו באתגר זה. להלן נציג סקירת ספרות הנוגעת למושג האלתור בתחומים שונים. לאחר מכן נתאר את ההקשר ואת המתודולוגיה של המחקר. נציג שני פרקי ממצאים, האחד נוגע לדפוסי האלתור שנמצאו והשני לתפיסות של מורים ומנחים לגבי אלתור ותכנון בחקר שיעור. לבסוף נדון בהשפעות אפשריות של אלתור על הדרכים שבהן מורים בישראל מתייחסים לחקר שיעור ומיישמים אותו.

סקירת ספרות תופעת האלתור

הגדרה כללית של אלתור עשויה להתייחס למגוון רחב של היבטים, בהם רגשות, תפיסות, יצירתיות, ספונטניות, חדשנות ומנהגים חברתיים (Dehlin, 2012). אלתור יכול להיחשב הן מיומנות רצויה המאפשרת התאמה וניצול מיטבי של מצבים בלתי צפויים, והן מכשול שעלול להביא לידי תוצאות לא רצויות. המילה אימפרוביזציה (אלתור, improvisation) נגזרת מהמילה הלטינית improvise, שמשמעותה "בלתי צפוי, שלא נלמד או הוכן מראש" (Harper, n.d.), ולכן במהותה מתייחסת להתמודדות עם מצב שלא ניתן לחיזוי (Dehlin, 2008; Montuori, 2003). אחת ההגדרות רואה באלתור מכלול של פעולות ספונטניות המונחות על ידי אינטואיציה (Crossan & Sorrenti, 2002). הגדרות מילוניות אחרות לאלתור הן "האומנות או הפעולה של לחבר, להגות, לבצע או לערוך דבר מה ללא הכנה מוקדמת" (Dictionary, n.d.); ו"הפעולה של יצירה או עשייה באמצעות מה שזמין באותו רגע" (Cambridge Dictionary, n.d.). אלתור עשוי לכלול פתיחות לנקודות מבט חדשות (Dehlin, 2012), ולעיתים נחשב תגובה אינטואיטיבית וספונטנית, שמטרתה היא התמודדות מיטבית עם מצב לא צפוי שבו תוכניות קודמות אינן רלוונטיות עוד (Holdhus et al., 2016). הגדרות אלו נוגעות אומנם לרכיבים של חוסר הכנה או חשיבה מוקדמת במפורש, אך האזכור של אינטואיציה ושל משאבים מרמז שאלתור אינו פעולה אקראית, גחמנית או שרירותית,

לשלבם במהלך השיעור; (5) בנייה של קהילה מקצועית לומדת המעניקה תמיכה מקצועית וחברתית ומשמשת מסגרת בתיקיימא לסיעור מוחות ולהעשרה הדדית (Arcavi, 2020). התחלנו להפעיל חקר שיעור בישראל מתוך אמונה שהערך המוסף הפוטנציאלי של מודל זה, דהיינו האפשרות להביא לידי התפתחות מקצועית מתמשכת של מורים, עולה על הקשיים שעלולים להתעורר בהטמעת המודל. לפיכך עקבנו בקפידה אחר ההטמעה בקהילות השונות שנפתחו. ניטור זה נועד לשרת מטרה כפולה: מצד אחד לגלות ולזהות אתגרים הכרוכים בהשתתפות המורים בתהליך, ומצד אחר לפתח דרכי פתרון לאתגרים אלו, כולל בחינת סוגיות של קיימות לטווח ארוך. לפיכך נדרש מאיתנו לעיתים לוותר על נאמנות מוחלטת למודל היפני המסורתי ולבצע התאמות בהקשר המקומי, תוך שמירה על העקרונות המרכזיים שבלב המודל. במהלך היישום של חקר שיעור נתקלנו בכמה מכשולים. בין השאר מורים הביעו ספקות בעניין הצדקת ההשקעה הרבה של זמן ומאמץ בתהליך התכנון, ביחס ל"תמורה" הקטנה יחסית – מערך מפורט של שיעור יחיד. מכשול אחר שחוונו היה הקושי של מורים להגיע לקונצנזוס – מערך שיעור המוסכם על כל חברי הקבוצה – בתרבות שבה מקובל שמורים מאמצים גישות וסגנונות הוראה שונים ושבה וויכוחים וחילוקי דעות הם שכיחים (Nagari-Haddif et al., 2022). אתגר נוסף נגע למאמצים הרבים הכרוכים בגיבוש קבוצה של מורים, שהתרגלו לעבוד באופן עצמאי, לכדי קהילה מקצועית לומדת שעבודתה תתבסס על נורמות של פתיחות, אמון ושיתוף פעולה, ושתשמש מרחב בטוח לחשיפת העמדות, החששות והגישות הפדגוגיות של כל אחד ואחת מחבריה (Nagari-Haddif et al., 2023). במאמר זה אנו מבקשים להתמקד באתגר שאנו מכנים אותו "תכנון מול אלתור", שבבסיסו המתח בין הצורך בתכנון מפורט ובין הצורך באלתור, שבעיני מורים רבים נחשב לחלק מהותי ובלתי נמנע בתהליך ההוראה. מתח זה משתלב היטב ברעיון של שרשרת האימפלטמנטציה (implementation chain, Koichu et al., 2022) המדגישה את המעבר מהשיעור המתוכנן אל המפגש הממשי בכיתה, שבו התכנון פוגש את המציאות המורכבת והמפתיעה של הלמידה וההוראה. אפשר לתאר מתח זה באופן הבא:

במרכז המודל של חקר שיעור נמצא תהליך תכנון מפורט ומדוקדק, הניזון ממשאבים שונים (למשל, הניסיון והידע של המשתתפים), כדי להשאיר מקום מועט ככל האפשר למצבים בלתי צפויים, ולמנוע צורך בקבלת החלטות ספונטניות במהלך השיעור. לעומת זאת מורים עשויים



הסופית (Holdhus et al., 2016). עם זאת בשני התחומים האלה שבהם האלתור נפוץ, יש "טכניקות" מוכרות לאלתור (Coker, 1980). בדרך כלל אלתור בתחומי התרבות שהוזכרו (רטוריקה, מוזיקה ותיאטרון), מאופיין ברכיבים כגון תקשורת, יצירתיות, ספונטניות, נטילת סיכונים וביטוי אישי וקולקטיבי (Holdhus et al., 2016).

אלתור בהוראה

אלתור בהוראה מתבטא בפעולות ספונטניות שמורים מבצעים, לעיתים מתוך תגובה לאירועים בלתי צפויים בכיתה. כמו בתחומים אחרים, גם בהוראה אלתור עשוי להיות מושתת על ניסיון קודם, שגם אם אינו מובא במודע, הוא משפיע ומכוון את הפעולה. לכן לאלתור מוצלח בהוראה נדרשת רשת רחבה ונגישה של סכמות מחוברות, המאפשרת למורים להגיב במהירות וליצור קשרים בין הערות או שאלות של תלמידים ובין מטרות הלמידה. כאן אנו מציעים הבחנה בהשראת עבודתו של פישביין (Fischbein, 1987), שהבחין בין אינטואיציה ראשונית, הנובעת מחוויות שהצטברו בתת-מודע ומתפקדת כמעין 'רפלקס' אינטואיטיבי, ובין אינטואיציה משנית, שהיא תוצר של רפלקציה מודעת ושל למידה שיטתית, ומתפתחת באמצעות עיבוד מכוון של חוויות. בדומה לכך אנו מציעים להבחין בין חוויות ראשוניות לחוויות משניות: חוויות ראשוניות נבנות בתת-מודע בתהליך ההתפתחות הטבעית של האדם, ואילו חוויות משניות נרכשות מתוך רפלקציה מודעת. תגובות ספונטניות של מורה בשיעור עשויות להיות מושפעות משני סוגי החוויות: תגובות המבוססות על חוויות ראשוניות דומות לרפלקס אינטואיטיבי, בעוד אלה המבוססות על חוויות משניות מתבטאות בפעולות שיטתיות יותר, המסתמכות על ידע מעובד וניסיון מצטבר. הבחנה זו מתקשרת גם לטענתו של ברלינר (Berliner, 2001) כי מורים מומחים מפתחים אוטומטיות בתגובותיהם, המאפשרת להם להתמודד ביעילות עם מצבים בלתי צפויים מתוך הפניית משאבים קוגניטיביים לאתגרים מורכבים יותר. אוטומטי ות זו נבנית מתוך תרגול מכוון (deliberate practice) שמעשיר את רפרטואר התגובות שלהם. האלתור נותן במה לטבע היצירתי והדינמי שבתהליך ההוראה (Borko & Livingston, 1989) אך עם זאת מעלה שאלות כגון מתי יש להשתמש באלתור ומתי עדיף להימנע ממנו? האם אפשר ללמוד לאלתור ביעילות ואיך זה נעשה? (Sawyer, 2004). סויר (Sawyer, 2004) (2011) הדגיש את חשיבות האיזון בין מסגרת מובנית ובין אלתור בהוראה יצירתית. הוא הציג את המונח "אלתור ממושמע" (disciplined improvisation)

וייתכן שיש לה שורשים בחוויות קודמות שהן לאו דווקא מודעות או מפורשות אך עשויות לעצב ולהניע החלטות ופעולות. יש מקום לומר שהחיים רצופי אלתורים, שכן כמעט כל פעולה אנושית טומנת בחובה החלטה המתקבלת באותו רגע, במודע או שלא במודע. אלתור הוא אפוא היבט בסיסי של התנהגות האדם המתבטא בחיי היום-יום בהקשרים שונים ואינו מוגבל בהכרח למצבי חירום (Mæland & Espeland, 2017; Maheux & Lajoie, 2011). חוקרים אחדים (למשל, Calvin, 1997) קשרו בין אלתור לאינטליגנציה, ונטען שבאופן כללי אלתור מעצב את הפעולות והאינטראקציות שלנו; למשל, דיבור ושיח דורשים התאמות ושינויים מתמידים, מה שמבליט את הטבע ה"אלתורי" של מגוון רחב של אינטראקציות אנושיות.

אלתור בתחומי תרבות שונים

בעולם הרטוריקה (אומנות הנאום), האלתור נחשב לרכיב חיוני. ביצירתו "Institutio Oratoria" טען הרטוריקן הרומאי קווינטיליאן (לספירה 95–35 Quintilian) כי על נואמים להימנע מקריאה מטקסטים מוכנים מראש, ובמקום זאת לבחור בנאום חופשי וספונטני, בליווי הערות כתובות או בלעדיהן. הוא הבחין בין אלתור אומנותי ובין אלתור שאינו כזה. אלתור אומנותי מבוצע על ידי נואמים המתמצאים היטב בנושא ומיומנים בשימוש בטכניקות לשוניות שונות. קווינטיליאן הדגיש את חשיבות ההכנה לאלתור כזה, הנשען על בנייה מצטברת של עושר לשוני וסגנוני (הידוע בתורת הרטוריקה בשם Copia). לעומת זאת באלתור שאינו אומנותי הנואמים מסתמכים אך ורק על כושר ההמצאה שלהם, מתוך ויתור על הכנה מוקדמת. קווינטיליאן העריך שוויתור על הכנה מקיפה עלול להגביל את יכולתו של הנואם לאלתר ביעילות (Holcomb, 2001). הוא הציג גם את הרעיון של "תקריות משמחות" (happy incidents), המתאר רגעים שבהם הנואמים מתנסים בהארה פתאומית, ועליהם להפעיל את יכולת האלתור שלהם כדי לשלב תובנות חדשות בנאומם באופן חלק (שם). במוזיקה, ובפרט בג'אז, אלתור הוא צורת הלחנה המומצאת ומבוצעת בזמן, שיכולה להתבטא ביצירת מוזיקה חדשה לחלוטין או בשינוי מנגינה קיימת לפי פרשנות אישית של המבצע. אלתור של כמה נגנים יחד משמש דרך תקשורת שבה על הנגנים להיות קשובים זה לזה. האלתור נחשב לפעולה יצירתית משום שזוהו מצב שבו אין לנגנים יעד מוגדר לתוצר הנגינה שהם מפיקים. הן המבצעים והן הקהל אינם יכולים לנבא מה יקרה בהופעה מאולתרת. בשונה מאלתור מוזיקלי, המובנה בדרך כלל כהופעה לפני קהל, אלתור בתיאטרון מיוחס לעיתים קרובות לתהליך היצירתי מאשר להופעה

מורים לעתיד, כך שיוכלו לחזות מגוון תרחישי הוראה ולהתמודד איתם. המחקר מראה כי מורים מומחים מפגינים רמה גבוהה יותר של כישורי אלתור בהשוואה למורים מתחילים (Borko & Livingston, 1989). המומחים מראים יכולת להתאים את ההוראה ביעילות בתגובה לדינמיקה כיתתית ולצורכי התלמידים העולים בזמן השיעור, מתוך שמירה על הגרעין הבסיסי של מערך השיעור גם כאשר הם נתקלים בשאלות או הערות בלתי צפויות מצד התלמידים. לעומת זאת מורים חדשים נתקלים בקשיים כאשר הם מתנסים באלתור, ונוטים להוראה מאורגנת ועקבית פחות ולחריגות ניכרות ממערך השיעור. מכאן עולה שמורים חדשים זקוקים לתמיכה ולהדרכה כדי להעשיר את הידע ואת כישורי הרפלקציה שמזינים את המיומנויות להתמודדות עם מצבים בלתי צפויים (Borko & Livingston, 1989).

אלתור בישראל

אלתור מושרש עמוקות בתרבות הישראלית. מקור המילה "אלתור" בעברית הוא במילה "אתר" שנכנסה לשימוש בתקופת חז"ל כחלק מהצירוף "על אתר", שפירושו 'מיד' או 'על המקום'. בהשפעת התערערות ההגייה של העיצורים הגרונניים בארמית של אותה התקופה, הפכה האות 'ע' של 'על' לאות 'א', ואילו האות 'א' של 'אתר' נעלמה, מה שייצר את הצורה "אלתר". כלומר המונחים העבריים אלתור ומיידיות ("על אתר", על המקום) קשורים זה בזה, מה שמלמד שהאלתור מספק תגובה מיידית לצורך, בייחוד בנושאים של גמישות, אי-ודאות או סיכון. על פי שרקנסקי וזלמנוביץ' (Sharkansky & Zalmanovitch, 2000), תרבויות ועמים משייכים ערכים שונים לתכנון ולאלתור. בהקשר הישראלי, שרקנסקי וזלמנוביץ' מציינים כי האתגרים הייחודיים שבהם נתקלת ישראל דורשים גישה גמישה להתמודדות, בשונה מנקיטת פתרונות מוגדרים ומתוכננים מראש. לישראל יש פרופיל תרבותי המייחד אותה, שבו ישנה הערכה גבוהה ואף העדפה לאלתור. האלתור מלווה את ההיסטוריה העברית-ישראלית, מתקופות הגלות הקדומות ועד להתמודדות עם קשיי החלוצים בראשית הציונות: בתפוצות, לעיתים נדרשה תגובה מיידית עם משאבים מוגבלים בתנאי אי-ודאות, כדרך להבטיח הישרדות. בארץ ישראל נתקלו העולים באתגרים כמו עיבוד שטחים צחיחים ולא מפותחים, התמודדות עם שכנים עוינים ומגבלות שהטיל עליהם השלטון הבריטי, מה שהביא לידי יצירת תרבות אלתור נפוצה. כיום הנטייה והמיומנות לאלתור, המשתקפות בהיבטים רבים של החיים בישראל, כוללות אסטרטגיות ניהול וקבלת החלטות ותורמות תרומה ייחודית ומובהקת לזהות הלאומית והתרבותית של המדינה

כתהליך דינמי המשלב תכנון מוקדם והתאמה ספונטנית, בדומה לגישה של "חקירה ממושמעת" (disciplined inquiry), המדגישה את הצורך במסגרת שיטתית של תכנון והתאמה, שבה מתבצעת למידה גמישה ומבוססת ניסיון לאורך זמן (Shulman, 1981). המילה "ממושמעת" מבליטה את חשיבות המבנה והארגון ואת ההכרה בצורך בהם כעיקרון מנחה של התהליך החינוכי. לצד זאת, האלתור נוגע לאותם רכיבים בהוראה הדורשים גמישות והתאמה מתמדת. אלתור ממושמע בהוראה מתבסס על ניסיון, מומחיות ומיומנות המאפשרים למורה להתמודד ביעילות עם מצבים בלתי צפויים (Beghetto & Kaufman, 2011). תהליך זה כולל הן את היכולת לזהות "רגעי הוראה/למידה" (teachable moments), כלומר הזדמנויות ייחודיות ללמידה ולהגיב עליהם, והן את היכולת ליצור במכון רגעים כאלה כדי להעשיר את תהליך הלמידה. רעיון זה מתכתב עם המושג "מצבים דידקטיים" (didactic situations) שהציע ברוסו (למשל, Brousseau & Warfield, 2020), שגם בבסיסו נמצאת אחריות המורה לייצר מצבים כאלה בהוראה. בדומה "אלתור מוסדר" (regulated improvisation) מתבסס על ההכרה שההוראה כוללת התאמה מתמדת למצבים בלתי צפויים (Thomas et al., 2023). התאמה זו מושפעת מהאופן שמורים תופסים ומבינים תרחישים אפשריים על סמך 'מודעות למצב' (situational awareness) כבסיס לקבלת החלטות. מודעות למצב היא מונח שטבע אנדסלי (Endsley, 1995) ומשמעותו היכולת להיות מודעים וערניים למה שהסביבה מציעה, להיבטיה המגוונים ולשינויים שחלים בה לאורך זמן. מודעות למצב חיונית לצורך הפעלה יעילה של אלתור מוסדר, הנדרש במערכות החינוך העכשוויות (Thomas et al., 2023). בשני המקרים, אלתור מוסדר ואלתור ממושמע, המורים מתמודדים עם הדינמיקה שבין סדר לאי-סדר, בין מסורת לחדשנות ובין תחושת ביטחון לסיכון. כאן אפשר לראות את תפקידם כהליכה על הגבול שבין עקרונות מנחים ברורים ובין גמישות יצירתית בזמן אמת.

פרדיגמות חברתיות-תרבותיות בחינוך בכלל ובחינוך מתמטי בפרט מזמנות הכרה באלתור כרכיב קריטי בהוראה מקצועית (Mausethagen & Mølsted, 2015). מלנד ואספלנד (Mæland & Espeland, 2017) טענו כי יש לראות באלתור ממושמע מיומנות מקצועית הדרושה להוראה, והדגישו את חשיבות שילובו בבסיס הידע של מורים במהלך הכשרתם. מאו ולז'ואי (Maheux & Lajoie, 2011) חקרו את השימוש במשחקי תפקידים כשיטה פדגוגית לפיתוח מיומנויות אלתור של



קלים בהרכב הקהילות (סך הכול 67 מורים). כל הקהילות עברו שלבים דומים, אך משך הזמן שהוקדש לכל שלב השתנה לפי הצרכים והאופי של כל קהילה. השלב הראשון היה צפייה בשיעורים מתוך אתר עדש"ה וניתוחם כדי לקבל כלים לדיון רפלקטיבי ולא שיפוטי (Karsenty et al., 2019). השלבים שלאחר מכן עסקו בחקר שיעור, בדרך כלל בתת-קבוצות של הקהילה. כל סבב של חקר שיעור כלל דיון על הנושא המתמטי שנבחר, גיבוש הצעה למערך שיעור, קבלת משוב על התכנון מכלל הקהילה, הוראת השיעור שתוכנן, ניתוח עמיתים של השיעור שצולם והעלאת הצעות לשיפור המערך. בתום הסבב, שארך בדרך כלל מספר חודשים, היה אפשר להתחיל סבב חדש של חקר שיעור.

משתתפי המחקר

משתתפי מחקר זה כוללים: (א) שלושה מורים משלוש קהילות שונות: אורי, לילי ונאור,¹ בעלי ותק הוראה של 20, 8 ו-4 שנים בהתאמה. שלושת המורים האלה לימדו שיעורים שתוכננו בקהילותיהם, ורואינו גם בהקשר לשיעורים אלה. הקהילות שהשתתפו בהן יופיעו כאן בשם קהילות מס' 1–3, בהתאמה; (ב) טלי, מורה ומנחה, ששימשה מנחה חיצונית בקהילה מס' 4, בעלת ותק הוראה של מעל 25 שנה; (ג) נאווה, מנחה בית-ספרית של קהילה מס' 5, בעלת ותק הוראה של 35 שנים. נאווה השתתפה בסבב חקר שיעור בקהילת המנחים ולימדה את השיעור שתוכנן; (ד) ימית, מנחה בית-ספרית של קהילה מס' 4, בעלת ותק הוראה של 8 שנים. ימית השתתפה באותו סבב של חקר שיעור בקהילת המנחים עם נאווה, ולימדה אף היא את השיעור שתוכנן; (ה) אודליה, מנחה חיצונית בקהילה מס' 7, בעלת ותק בהוראה של מעל 30 שנה.

כלי המחקר ואיסוף הנתונים

המחקר הוא איכותני, ונאספו בו נתונים מגוון מקורות: הקלטות של מפגשי זום של הקהילות, מערכי השיעור שתוכננו, וצילומי וידאו של שיעורים שתוכננו ונערכו על ידי הקהילות. בסיום כל שנת לימודים נבחרו באקראי שני מורים מכל קהילה לראיונות פרטניים. נוסף על כך נערכו ראיונות עם מנחי קהילות. הראיונות, שנמשכו בממוצע כשעה, היו מובנים למחצה וכללו שאלות על חוויות אישיות וקבוצתיות שנחו לאורך תהליך חקר השיעור בקהילה. כל הראיונות הוקלטו ותומללו. במסגרת המחקר המדווח כאן, הניתוח מתמקד בנתונים האלה: תמלולי הראיונות עם אורי, לילי, נאור, טלי ונאווה; דברים שאמרו

(Sharkansky & Zalmanovitch, 2000). יזמים מתמודדים תדיר עם אתגרים כמו מגבלות במשאבים ומצבים של אי-ודאות, מה שמכריח אותם לגלות גמישות ולאלתר. האלתור מזהה כאסטרטגיה מרכזית בעבור חברות הזנק (סטארט-אפ), שמעניקה ליזמים יכולת לנווט בהצלחה במצבים לא צפויים ומשברים, מתוך הפקת לקחים מהניסיון עצמו. תהליך זה מביא לידי צמיחה והצלחה בתחום היזמות (Wu et al., 2023). לפיכך לאלתור יש נוכחות בולטת בתחומי ההיי-טק בישראל, כמו בתחומים אחרים, ותחום החינוך אינו יוצא מכלל זה. המחקר שיתואר להלן מתמקד בסוגיית האלתור במהלך הוראת שיעור שתוכנן מראש בקפידה בקבוצת חקר שיעור. סוגיה זו צמחה כאשר נוכחנו לדעת שמתוך ניגוד למודל היפני, המורים הישראלים לא תמיד נצמדים למערך שיעור מהודק שהוכן בקבוצה. לפיכך הרעיון של אלתור עלה כנושא שראוי לחקור ולהבין בהקשר של חקר שיעור בישראל.

שאלת המחקר שעסקנו בה היא: מהם מאפייני האלתור בשיעורים שתוכננו במסגרת תהליך חקר שיעור בישראל?

המחקר: קונטקסט ומתודולוגיה

סביבת המחקר

פרויקט חקר שיעור בישראל הוקם במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע ושמו תפני"ת (תיעוד פרקטיקות, ניתוח ויישום תובנות). החל משנת תשפ"א הופעלו קהילות הפרויקט בשמונה בתי ספר בישראל, במתכונת של "קהילה מקצועית לומדת" (professional learning community; e.g., Chauraya, & Brodie, 2017) שחברים בה מורי המתמטיקה של בית הספר. במהלך שנת הלימודים תשפ"א נפגשו חברי כל קהילה למשך 60 שעות (פנים אל פנים, בזום או במתכונת היברידית). בתי הספר שהשתתפו במחקר מייצגים חתכים מגוונים של החברה הישראלית: יהודים וערבים, תושבי ערים, עיירות ויישובים כפריים, דתיים וחילוניים. כל קהילה הונחתה על ידי שני מנחים: מנחה פנימי שנבחר מתוך צוות המתמטיקה הבית-ספרי ומנחה חיצוני מטעם מכון ויצמן. כל המנחים עברו הכשרה לאורך השנה שקדמה להפעלת הפרויקט בבתי הספר, כאשר קבוצת המנחים משמשת קהילה בפני עצמה, שהתנסתה אף היא בכמה סבבים של חקר שיעור. בכל אחת מהקהילות הבית-ספריות השתתפו בשנת תשפ"א 6–13 מורים למתמטיקה, סך הכול 76 מורים, המלמדים או שלימדו בחטיבה העליונה (84%) או בחטיבת הביניים (64%). ותק ההוראה הממוצע של המשתתפים היה 14 שנים, ורובם היו בעלי תואר שני. משמונה הקהילות, שבע המשיכו לשנת הפעלה נוספת בתשפ"ב, עם שינויים

1. כל שמות המרואיינים המופיעים במאמר זה הם בדויים.

שבמהלכם התחבטו לגבי מטרות השיעור ובחנו כמה מטלות אפשריות, עד שהגיעו להסכמה על המשימה, שעוצבה בסופו של דבר כדף עבודה ובו שאלה בת שישה סעיפים (איור 1).

הרציונל לכתיבת כל אחד מהסעיפים היה מנומק היטב, ועיצוב המשימה כולה דרש חשיבה מרובה, כפי שהראינו במאמר קודם (Nagari-Haddif et al., 2023).

על אף הסכמה ברורה בין חברי הצוות שהשיעור צריך להיות אינטראקטיבי לחלוטין, לא נדונו תגובות צפויות של תלמידים (שאלות, הצעות, קשיים) ודרכי התמודדות עימן. השיעור שלימד אורי זכה להערכה רבה מצד עמיתיו ומצד הקהילה המקצועית. כל תגובה מצד התלמידים קיבלה תשומת לב מאורי, ששילב אותה בדיון הכיתתי מתוך קישור לנושאים שונים ולמונחים שנלמדו במהלך השנה ומבלי לסטות מן הרצף התוכני של השיעור. התלמידים היו שותפים מלאים למהלך השיעור, אך המורה הוא זה שבאופן ברור כיוון את השתלשלות הדיון. בריאיון תיאר אורי את הפרקטיקה הזו כשגרתית בהוראתו:

אני מאוד אסוציאטיבי וזה לוקח אותי לכל מיני מקומות שונים ומשונים, אפרופו מערך שיעור. הדיונים יכולים להתחיל בנקודה א' ולהסתיים בנקודה ת' ואין קשר בין ההתחלה לסוף השיעור. השיעורים והדיונים בנויים ברובם לפי לאן שהתלמידים מובילים אותם [...] המשימות מתפתחות לרוב מתוך השאלות שהתלמידים שואלים [...] אם אני מצליח לפתור רק שני תרגילים בשיעור אבל עושה אותם מאוד מגוונים ומפתח דיון סביב שניהם, זה הרבה יותר טוב מלפתור שמונה מבחנים מלחץ לקראת מבחן.

ימית ואודליה באחד ממפגשי קהילת המנחים; מערכי השיעורים שלימדו אורי ונאוה, צילומי השיעורים האלה והקלטות מפגשי הקהילה שעסקו בהם.

ניתוח הנתונים

ניתוח הנתונים נעשה בשיטת ניתוח נושאת (thematic analysis): בעת קריאת תמלילים של כל הראיונות, נאספו התבטאויות השופכות אור על כל אחד מהשלבים שעברה הקהילה (שלבי התכנון, הביצוע, והרפלקציה). לאחר מכן סווגו ההתבטאויות לנושאים מתפתחים (בתהליך של bottom-up) כדי לזהות תופעות העולות מהנתונים. בתהליך זה עלו דפוסים והקשרים שונים של אלתור. במקרים של נאוה ואורי, שילבנו בניתוח גם השוואה בין מערכי השיעור הכתובים ובין צילומי השיעורים שבוצעו בפועל. תהליך זה כלל זיהוי פערים בין התכנון לביצוע ובחינה של האופן שפעלו המורים במצבים שלא נכללו במערך הכתוב.

ממצאים

דפוסי האלתור שזוהו

ניתוח הנתונים העלה ארבע דרכים שונות זו מזו שבהן מורים בוחרים להתנהל בין תכנון מדוקדק של שיעור, כפי שנדרש בתהליך חקר השיעור, ובין נטייה לאלתור, אם קיימת כזו.

1. דפוס ראשון: תכנון לצד אלתור מכון ומובנה

באלתור מסוג זה, המורים בחרו במכוון לא לתכנן חלקים מהשיעור, כך שהוא נבנה מראש עם "חורים" שיאפשרו אלתור. המקרה של אורי מדגים דפוס זה. אורי הוא מורה מנוסה ומוערך בבית ספר הממוקם בעיר גדולה בארץ. הקבוצה שהשתתף בה בקהילה מס' 1 עבדה לאורך כמה מפגשים אינטנסיביים ובשיתוף פעולה מלא על תכנון שיעור בנושא בעיות ערך קיצון לרמת חמש יחידות לימוד. המורים היו מעורבים בדיונים מעמיקים

תון משולש שהיקפו 12 יחידות אורך.

1. אחת מצלעות המשולש שווה ל- 7 יחידות. האם קיים משולש כזה? אם כן, כמה משולשים כאלה קיימים? נמקו היטב את תשובתכם.
2. אחת מצלעות המשולש שווה ל- 5 יחידות. האם קיים משולש כזה? אם כן, כמה משולשים כאלה קיימים? נמקו היטב את תשובתכם.
3. שרטטו פונקציה המתארת את שטח המשולש הנתון בסעיף ב'.
4. האם קיימים משולשים שווי שטח המקיימים את האילוצים האלה?
5. מצאו את השטח של המשולש ששטחו מקסימלי. האם תוכלו לאפיין את המשולש הזה?
6. חשבו את שטחו של המשולש בעל השטח המקסימלי בשתי דרכים נוספות.

איור 1: המשימה שתוכננה בתהליך חקר שיעור בקבוצתו של אורי



עוד דרכים ועוד פתרונות, שזה גם בהתחלה מתיש אותם [...] תמיד כשיש לי סיטואציות כאלה שגורמות לאיזה הרהור, אז חשוב לי לטפל בהרהור הזה [...] אז כשנוצרות כאלה סיטואציות, חשוב לי לעצור ולפתוח את הדיונים האלה [...] תמיד כשאני פוגש כיתות זה לוקח קצת זמן לבנות את הסיטואציה הזאת בכיתה.

ניהול שיעורים מסוג זה מחייב את המורה, שלא חשב מראש על תגובות אפשריות של תלמידים, לאלתר החלטות על דרכי פעולה. נראה כי מיומנותו של אורי לפעול כך, כפי שבלטה בשיעור, נשענת על "חוויית משניות" שלו, שהצטברו לאחר ניסיונו הרב ולאחר הרפלקציה, שיצרו רפרטואר של מהלכי הוראה מודעים או אוטומטיים. אורי אמר שהשיעור שתוכנן בפעילות חקר שיעור היה בנוי על "אינטואיציה":

בשיעור שהעברתי הרגשתי שהיו 90 דקות של התרחשויות שאי אפשר להסביר, ואני חושב שזה בעיקר מהאמירות של הילדים גם במהלך השיעור וגם בסוף השיעור – "וואו, איך הצלחת לחבר את כל השנה הזו ל-90 דקות!" [...] זה באמת היה שיעור יוצא דופן. הדבר היחיד שהיה מיוחד בשיעור הזה הוא שהיה לי את השלד שלו. זאת אומרת שבאתי עם שאלה מסודרת, וידעתי באיזה נקודה אני רוצה להתחיל ובאיזה נקודה אני רוצה לסיים, אבל לא ידעתי איך באמצע זה יתפתח [...] אני לא יודע אם זה "פוליטקלי קורקט", אבל אין לי כזה מערך שיעור ותרגילים שאני יודע מראש שאני נכנס ואני יודע שאותם אני אפתור, אני בונה את השיעורים שלי בעיקר מתוך הניסיון שיש לי ומתוך מה שעולה כצורך בכיתה [...] המבנה הבסיסי היה שם ואני די סמכתי על הילדים שהם יעשו את העבודה, והם לא אכזבו אותי. בדעבד, לתכנן את השיעור בפירוט רב יותר היה חסר משמעות. אני חושב שזה בנוי על זה שאני סומך על האינטואיציה שלי ומקווה שהחבר'ה לא יאכזבו ויגיעו לנקודות מאוד מעניינות. כמובן שלא יכולתי לצפות את כל מה שקרה שם. אבל בגלל שהם כל כך טובים וסקרנים, יכולתי לסמוך עליהם שהם ייקחו את זה למקומות אחרים.

מהציטוט עולה כי מורים שמשתמשים באופן קבוע בפרקטיקה של אלתור, עשויים להמשיך לעשות זאת גם כאשר הם מתנסים בתהליך של חקר שיעור שבמרכזו תכנון מדוקדק וקפדני של מערך שיעור. כפי שמעיד אורי, מה שהשתנה הוא ש"היה לי את השלד", כלומר אם שיעור רגיל מבוסס כולו על אלתור ("אין לי כזה מערך שיעור ותרגילים שאני יודע מראש שאני נכנס

ציטוט זה מדגיש מצד אחד את האמונות של אורי בדבר תפקידם המרכזי של התלמידים, ומצד שני את האמונות שלו לגבי מה קובע את ערכו ההוראתי של שיעור – עושר הדיון ומגוון ההקשרים שנבנים סביב התרגילים, ולא מספרם. בקטע אחר בריאיון ביטא אורי את השאיפה לקדם נורמה של דיאלוג פתוח בכיתה, כאשר תשובות והצעות של התלמידים מוערכות גם אם אינן מדויקות ומשמשות נושא לדיון. הוא תיאר סביבת למידה שבה התלמידים מרגישים חופשיים לחקור, לשאול, להתבטא ולהעמיק:

כל פעם שהתלמידים נותנים תשובה, גם אם התשובה היא הכי טיפשית, אני תמיד חוזר עליה, תמיד כשאני חוזר עליה אני מציין את שם התלמיד שאמר אותה, כדי ליצור את תחושת המסוגלות הזאת [...] אנחנו מנסים לפתח איזה אווירה בכיתה שאנחנו מאוד מעריכים את הידע והתשובות שנמצאות אחד אצל השני [...] כשאני מכיר כיתות הרבה זמן אז גם כשאני מפתח דיונים אני משתדל לתת לתלמידים הפחות טובים להשתתף, מתוך רצון שטעויות או קונספציות יעלו. ואז נוכל לפתח דיונים ולא מייד לרוץ לתשובות הנכונות [...] חלק מהרגלי הכיתה אצלי בכיתה זה שאני מבקש מכולם להשתתף ואני ממש מאוד מאוד נוקשה עם זה שכשתלמיד מתחיל לדבר, גם אם הוא אומר שטויות וזיהיתי שהוא אומר שטויות, אני לא אתן לאף אחד להתפרץ. ואני רוצה שהוא יגיד את כל מה שהוא רוצה, גם כדי שהוא ירגיש מספיק בטוח, וגם כדי שיעורר את הדיון. וזה משהו שקשה להם בהתחלה. הם מרגישים שאם נאמרים דברים לא נכונים אז צריך לעצור אותם, ואין להם מקום בכיתה [...] ולתפיסתי אני חושב שמשם צומחת למידה.

בריאיון הרבה אורי להשתמש בזמן הווה ובמילה "תמיד" כדי לתאר מהלכים שגורים שקורים בכיתה ותגובות אופייניות שלו לסיטואציות חוזרות:

נתחיל עם זה שאני נותן הרבה שיעורי בית ואני מקפיד לבדוק אותם וכשתלמיד אומר שהוא לא הצליח, אני לא שואל: מי כן הצליח ומבקש ממי שהצליח לעזור. אני מנסה להראות לתלמיד שאמר לי שהוא לא הצליח שבטוח שיש דברים שהוא היה מסוגל לעשות בתרגיל או שהוא לא חשב עליהם, או שאני תמיד שואל: באיזה שלב נתקעת. זה מתחלק לשניים: יש כאלה שאומרים לי: לא הצלחתי את סעיף ב' או נתקעתי כבר באמצע א', או, יש כאלה שאומרים לי: אני לא יודע לעשות כלום, ואז אני אומר לו: אין מצב שאתה לא יודע לעשות כלום [...] אני גם כל הזמן מבקש

תאמה את המטרות שהוצבו בשיעור – לנתח את התכונות הגאומטריות של האלכסונים ולאפיין את המרובעים באמצעות תכונות אלו. נאווה החליטה להפנות מחדש את תשומת לב התלמידות אל האלכסונים, אך בדיעבד ציינה שהייתה מעדיפה לנקוט גישה אחרת, והיא לקבוע במפורש קריטריונים ספציפיים למיון. בריאיון שנערך לאחר השיעור, הסבירה נאווה את החלטתה שלא לפעול כפי שהייתה מעדיפה, תוך שהיא מתייחסת למחויבותה למערך השיעור המשותף:

זה נורא שונה משיעור שאני מכינה בעצמי, ששם אני מרגישה חופש מלא למשוך את השיעור לאן שנראה לי למשוך אותו ופה הייתי צריכה להיות די צמודה למה שתכננו, כדי שזה יהיה באמת חקר שיעור ושהוא לא יהיה השיעור הספציפי שלי. עלו דברים שלא תכננו ולא חשבנו עליהם ופתאום זה עלה והייתי כמובן צריכה להפעיל שיקול דעת לגבי מה אני חושבת שהצוות שלי היה רוצה שאני אעשה. אני חושבת שמה שעשיתי די קלע למה שהיה מצופה שאני אעשה.

מדבריה של נאווה עולה שהיא מיצבה את עצמה כ"שגרירה של הקבוצה", וכאשר נוצר צורך לפעול בסיטואציה שלא נצפתה מראש על אף התכנון המדוקדק, ניסתה לקלוע לכוונת חבריה לקבוצה ("מה [...] שהצוות שלי היה רוצה שאני אעשה"). בניגוד לגמישות שהיא מורגלת אליה בשיעוריה ("אני מרגישה חופש מלא למשוך את השיעור לאן שנראה לי למשוך אותו"), רמת האלתור שראתה לנכון להפעיל הייתה מינימלית. דילמה נוספת שעמדה לפני נאווה בזמן השיעור הייתה כאשר התלמידות נדרשו לבנות מרובעים בעלי אלכסונים שווים, וכולן שרטטו אך ורק מלבנים. היא החליטה שלא להציג שאלה מפורשת על מרובעים נוספים עם תכונה זו, ולהעלות את הנושא רק במהלך הדיון הכללי בסיום השיעור. בדיעבד אמרה נאווה שאף שהעדיפה גישה פדגוגית שתכוון להתנסות של התלמידות בבניית מרובעים נוספים עם אלכסונים שווים, היא אינה חושבת שהייתה צריכה לנקוט דרך אחרת: "אני עדיין חושבת שיהיו הזדמנויות אחרות לעשות זאת [...] אני לא הייתי משנה את השיעור. המבנה שלו היה טבעי ונכון. אנחנו לא תמיד יכולים לחזות את תגובות התלמידים".

המקרה של נאווה מדגים בחירה לוותר על הגמישות שהיא רגילה אליה ולהיצמד למערך השיעור מתוך מחויבות לעבודה הקבוצתית שנעשתה במסגרת חקר השיעור. במילים אחרות, אילו הייתה פועלת לבד, סביר שהייתה חורגת מהתוכנית המקורית, כפי שציינה, אך הנאמנות לתכנון הקבוצתי מנעה ממנה לאלתר. נאווה הביאה

ואני יודע שאותם אני אפתור"), הרי שכעת לפחות המבנה הכללי של השיעור תוכנן ("באתי עם שאלה מסודרת, וידעתי באיזה נקודה אני רוצה להתחיל ובאיזה נקודה אני רוצה לסיים, אבל לא ידעתי איך באמצע זה יתפתח"). אורי הגיע עם שאלה מרכזית, ידע מאיזה נקודה להתחיל והיכן לסיים, אך השאיר את אופן ההתפתחות הפנימית של השיעור פתוח, תוך הסתמכות על ניסיונו, על האינטואיציה שלו ועל ציפייתו שתגובות התלמידים יקדמו את השיעור לכיוונים מעניינים. המקרה של אורי מציע אפשרות של שילוב יעיל בין תכנון לאלתור. מצד אחד קבוצתו עסקה בקביעת מטרות השיעור, בעיצוב הבעיה המרכזית, בבדיקות ובשינויים רבים שהביאו לידי יצירת דף עבודה מוקפד, המגלם את המטרות המתמטיות והפדגוגיות המוסכמות. מצד אחר חברי הקבוצה יצרו מרחב לתגובות של התלמידים, ומתוך כך אפשרו גמישות בזרימת השיעור. אורי ייחס את הצלחת השיעור לשילוב בין שני הרכיבים האלה – תכנון קפדני של המשימה לצד פתיחות לאלתור. חברי הקבוצה סמכו על ניסיונו להוביל את השיעור ואת הדיונים המתפתחים לצד התוכן המתמטי "הקשיח" שהוגדר מראש. יש מקום להניח שאורי הרגיש בטוח להישען על "חוויות משניות" שצבר בשנות הוראה רבות, על הרקע המתמטי העשיר שלו ועל יכולתו לזהות "רגעי למידה" בשיעור. בהתייחס לסוגי האלתור שסקרנו לעיל, נראה כי מקרה זה מדגים דפוס של "אלתור ממושמע" (disciplined improvisation; Sawyer, 2004, 2011).

2. דפוס שני: אלתור מינימלי

בסוג זה של אלתור, התכנון המהודק אינו משאיר למורה מקום לאלתר. כאשר בכל זאת נוצר מצב לא צפוי בשיעור, המורה מנסה לפעול על פי קו החשיבה של הקבוצה. המקרה של נאווה מדגים סוג זה. נאווה, מורה מנוסה ורכזת מתמטיקה בבית ספר ממלכתי-דתי, השתתפה בקהילת המנחים, קבוצתה תכננה לפרטי פרטים מערך שיעור בגאומטריה, שלימדה נאווה בכיתה, כיתה ט' ברמה מתקדמת. בשיעור קיבלו התלמידות קטעים באורכים שונים זה מזה והתבקשו למקם אותם כך שישמשו כאלכסונים של מרובעים, ולאחר מכן לסווג את המרובעים על פי תכונות האלכסונים שלהם ולקבוע כותרת לכל קבוצת מרובעים. במסגרת מערך השיעור התייחסה הקבוצה לתגובות אפשריות של תלמידים והציעה מענה שהמורה תוכל לתת לתגובות אלו. אכן, בפועל רוב התגובות של התלמידות עלו בקנה אחד עם מה שצפתה הקבוצה מראש, אך נאווה נתקלה גם בהפתעות. לדוגמה, היו תלמידות שמיינו את המרובעים ל"צורות מוכרות" לעומת 'צורות שאין להן שם מוכר', קטגוריזציה שלא

האינטראקציה בין מורה לתלמידים, דבר שצמצם את המצבים הבלתי צפויים העומדים לפני המורה והפחית את ההזדמנויות לאלתור. כלומר הפחתת מרחב האלתור יכולה להיות מיוחסת או לבחירה אקטיבית של המורה או לתכונה מובנית של השיעור עצמו. יש מקום להניח שיש גם גורמים נוספים שלא עלו במחקר זה.

3. דפוס שלישי: הוספה או השמטה של חלקים ביחס למערך המקורי שתוכנן בקבוצה

בסוג זה של אלתור, שינוי חלק מהשיעור נחשב לזכות לגיטימית של המורה שמלמד את השיעור, בהתאם לנסיבות ולשיקולי הדעת של המורה. המקרה של נאור מדגים זאת. נאור מלמד בבית ספר גדול ביישוב כפרי, והיה שותף בקבוצה שתכננה שיעור על ייצוגים גרפיים ואלגבריים של בעיות ערך קיצון במסגרת קהילה מס' 3. השיעור נבנה סביב שתי בעיות. בפועל, בזמן שלימד את השיעור, החליט נאור להוסיף בעיה שלישית, מתקדמת יותר, שהכין מראש ושלא נכללה בתכנון המקורי, במקום לתרגל את תוכני החלקים הקודמים כפי שתכננה קבוצתו. בריאיון התייחס נאור לשיעור:

השיעור היה בסדר, בסך הכול בדיוק כמו שתוכנן, לא היו שם מצבים שהייתי צריך לאלתר כמעט. פה ושם דברים מינוריים. בסופו של דבר זה עבר לפי התכנון וזה היה מעניין לראות מהצד [...] אבל עם השאלה השלישית אני הגזמתי, כלומר קפצתי ישר לאיזה סיפור של הגרפים ופה הבנתי שנשכחתי. הייתי צריך לעצור לאחר שתי השאלות הפשוטות ולתת פרק זמן לתרגול. עברתי את הזמן של ה"ריכוז" [של הכיתה] ובמקום להאט את הקצב והאינטנסיביות, אני עליתי [...] האמת היא שזה לא היה לפי התכנון המקורי אבל אמרתי לעצמי שאעשה את מה שתכננו ואם יישאר יותר זמן, אכין עוד שאלה, אאלתר [...] בסך הכול זה היה מאוד מעניין לראות מה קורה בכיתה. היא התחלקה לשניים. הייתה קבוצה שאיבדה את הקשר והייתה קבוצה שזה מאוד מאוד סיקרן אותה וכשאני שחררתי את הכיתה להפסקה, כ-15 תלמידים נשארו והתעקשו לסיים את השאלה השלישית. זו שאלה הנדסית: לבנות גשר קצר ביותר. אבל פה הרגשתי תוך כדי השיעור שהגזמתי. לא צריך להגזים. צריך לתת פרק זמן, לתרגל שאלות פשוטות, לתת להם את תחושת הביטחון.

בדומה לנאור, נאור התחיל את השיעור כנציג של קבוצתו וחתר לממש את התכנון ("בדיוק כמו שתוכנן"; "זה עבר לפי התכנון"). המילים "זה היה מעניין לראות מהצד" עשויות להתפרש כמבט של נציג שבוחן את

בחשבון שיתאפשר לה בהמשך להשלים פערי ידע שלא טופלו במהלך השיעור ("יהיו הזדמנויות אחרות לעשות זאת"), וייתכן שזה תרם להחלטתה שלא לחרוג מהמערך המתוכנן. אפשר להעריך אפוא כי ההחלטה שלה להיצמד לתוכנית לא נבעה מחשש מאלתור או מאילוצים, אלא מהעדפתה ליישם נאמנה את החלטות הקבוצה ואת התכנון המשותף. אלתור מינימלי עשוי לנבוע מנסיבות אחרות, שבהן יש פחות מקום לבחירה של המורה, כפי שמדגים המקרה של לילי. לילי מלמדת בבית ספר עירוני שרוב תלמידיו מתמודדים עם קשיי למידה. היא לימדה בכיתה י"א שיעור בנושא פונקציות מטרה בבעיות ערך קיצון, שתכננה בקפידה קבוצת חקר השיעור שלה בקהילה מס' 2. מערך השיעור הסופי שהחליטה עליו הקבוצה כלל דפי עבודה מפורטים שמיועדים לפתרון עצמאי על ידי התלמידים. הרעיון מאחורי השיעור היה לסייע לתלמידים להתמודד עם האתגר של בניית פונקציית מטרה לבעיות קיצון באמצעות התמקדות ברכיב אחד – התלמידים יעסקו במהלך השיעור בבניית דוגמאות רבות של פונקציות מטרה, מבלי לפתור את בעיות הקיצון במלואן. יתר שלבי הפתרון הופיעו על דף שחולק לתלמידים, מה שאפשר להם לעבוד באופן עצמאי מתוך הישענות על השלבים המפורטים. לילי תיארה את השיעור כך:

השיעור היה כל כך מתוכנן שלא היה אלא לעשות אותו כמו שתכננו. לא היה פה הרבה מה להתפזר [...] לכל התלמידים שלי הייתה הקניה מתוך דף – הם לא כתבו כלום. זה היה סוג של תזכורת על מה שלמדו באמצע [כיתה] י'. חזרנו איתם על השלבים וראשי הפרקים מתוך דף. הם לא כתבו שום דבר. ואז הם קיבלו דפי עבודה עם תרגילים גזורים שאנחנו סימנו להם את x והם היו צריכים לבטא דברים באמצעות איקס ולבנות את הפונקציות. הם קיבלו פתרונות מלאים לכל הגדלים שהיה צריך לבטא. זה משהו שבדרך כלל מורה לא עושה, במקום רק תשובה סופית יש להם את הקביים של שלבי הביניים. זה בדיוק "התקתוק" שחיפשתי, שילדים לא נתקעים. הילדים לא היו זקוקים לי ורוב השיעור הסתובבתי ביניהם, הייתי די משועממת, הם לא היו זקוקים לי. בסוף השיעור ביקשתי מכל מי שסיים לבחור תרגיל שהוא רוצה ולסיים אותו עם שאר השלבים עד למענה סופי.

במקרים של נאור ולילי, התכנון הקפדני של השיעורים צמצם במידה ניכרת את האפשרות לאלתר. ואולם יש הבדל מהותי בין שני המקרים: נאור בחרה במפורש שלא לחרוג מהתוכנית, על אף רצונה לפעול אחרת, בעוד התכנון של קבוצתה של לילי היה מכוון להפחית מלכתחילה את

לעיתים תכופות, אף שלא יישמה אותו. ייתכן שפעולה זו רומזת לכך שמבחינתה היא שימרה בשיעור דמיון כלשהו לתכנון המקורי, אך כאמור זו לא הייתה דעתם של שאר חברי הקבוצה.

אלתור באינטראקציה עם התלמידים

אחת התמות המעניינות שעלו מהנתונים היא ההתייחסות לאלתור בהקשר לאינטראקציה של המורה עם התלמידים, כלומר כיצד המורה מתאימה את ההיענות (responsiveness) שלה למה שהתלמידים מעלים בכיתה, גם אם השיעור תוכנן מראש בקפידה במסגרת חקר שיעור. המתח האפשרי בין תכנון לתגובה ספונטנית עלה בהתבטאויות של שלוש מורות ותיקות ומומחיות – טלי, ימית ואודליה, מנחות בקהילות חקר שיעור. בשל מגבלת המקום נציג כאן בקצרה שלושה היבטים של מתח זה, כפי שנמצאו בניתוח שערכנו.

היבט ראשון: השיעור כתהליך דינמי

כאמור מחקרים (למשל Borko & Livingston, 1989) הציעו כי היכולת לאלתר היא פרקטיקה המאפיינת מורים מומחים, שעל סמך ניסיונם המצטבר מסוגלים להתאים את ההוראה ביעילות בתגובה על דינמיקה כיתתית. אחד הרכיבים החשובים בחקר שיעור הוא חיזוי מראש של תגובות התלמידים, המאפשר למורה להגיע לשיעור עם "רשת ביטחון" של תגובות אפשריות. עם זאת גם כאשר נערך תכנון מדוקדק לשיעור, לא כל תגובה ניתנת לחיזוי ועל כן המורה תידרש לאינטראקציות שלא דווקא תוכננו מראש. לפיכך ייתכן שאותו מערך שיעור יניב תגובות מורה שונות בכיתות שונות. טלי התייחסה למצב כזה, כשתיארה שיעור שתוכנן בתהליך של חקר שיעור בקהילה, ושאותו לימד אותו מורה בשתי כיתות שונות:

השיעורים הם שונים, והאמת היא שככה זה צריך להיות! אתה צריך להיות קשוב לתלמידים שלך ולתת מענה לתלמידים שלך בזמן אמת [...] אתה מגיב לתלמידים שלך, לספציפיים שלומדים פה. ואתה יכול לשלוף לכל סיטואציה את הדבר המתאים.

ה"שליפה" שטלי הזכירה אינה "שליפה מהמותן", אלא מבוססת אצל מורים מומחים על מאגר רחב של תקדימים שיוצרים "חוויות משניות", ומאפשרים גמישות בתגובת המורה במהלך האינטראקציה עם התלמידים, כפי שראינו לעיל במקרה של אורי. טלי תיארה את היתרון שיש למורים מנוסים:

כשמסתכלים על חבורה של מומחים אז מרחב התקדימים שיש להם הוא כל כך עשיר, שהם יכולים להרשות לעצמם. אז הם נכנסים לשיעור והם יודעים

ההתרחשות מנקודת מבט של צוות שלם. עם זאת נאור, על דעת עצמו, השאיר פתח לגמישות והכין שאלה נוספת למקרה שירגיש שהזמן מאפשר לו זאת. אף על פי שבסופו של דבר האלתור לא צלח לדעתו ("פה הבנתי שנכשלתי"), הוא אינו רואה בו חוסר מחויבות לקבוצה אלא ביטוי של עצמאות ("אמרתי לעצמי", "אעשה", "אכין", "אאלתר"). אף על פי שנאור כינה את החריגה מהתוכנית הקבוצתית "אלתור", זו הייתה למעשה חלופה שהכין מראש ועיצב במכוון ובמודע. הוא התחיל בהיצמדות לתוכנית הקבוצתית, ולאחר מכן הציג את החלופה שהכין. לפיכך דפוס זה נבדל משני הדפוסים הקודמים, מאחר שלא מדובר בהיצמדות כמעט מוחלטת לתכנון, כמו בדפוס השני, אך גם לא ב"אלתור ממושמע" המופעל במהלך ההתרחשות בהתבסס על ניסיון וללא הכנה מוקדמת של חריגה כלשהי.

4. דפוס רביעי: אלתור הסותר את התכנון שנבנה בקבוצה

במקרה קצה, סיגל, המורה שלימדה את השיעור שתוכנן בקבוצתה (בקהילה מס' 4), בחרה להתעלם ממערך השיעור וללמד בדרך אחרת. אף על פי שרק שני מקרים כאלה תועדו, הם מעוררים מחשבה. סיגל, מורה למתמטיקה באחד מבתי הספר היוקרתיים בעיר גדולה, השתתפה בתהליך מקיף של חקר שיעור בנושא סדרות חשבוניות, והתנדבה להעביר את השיעור בכיתה – כיתה י' ברמת 5 יחידות לימוד. הקבוצה המתכננת השקיעה מאמצים רבים בתכנון שיעור חדשני, מתוך דגש על עיבוד קפדני של כל פרט ופרט. למרבה ההפתעה, בשיעור שלימדה סיגל התוכן סטה במידה ניכרת מהתוכנית המקורית, למורת רוחם של משתתפי הקבוצה ושל מנחת הקהילה, אשר התייחסו למה שאירע במילים חריפות שמטבע הדברים לא נוכל להביא את רובן כאן, ולכן נסתפק בציטוט קצר של דברי המנחה:

כאילו אין שיעור מתוכנן [...] היא הסכימה לתכנון. היה לה מערך מוכן והיא כל הזמן הסתכלה בו. [...] עכשיו, היא גם הסתכלה כל הזמן על הדפים וגם לא עשתה מה שכתוב.

במקרה זה, הנתונים שבידינו אינם מספיקים כדי להסביר מהיכן נבע הצורך של המורה שלא לפעול על פי התכנון שהייתה שותפה לו, ומדוע החליטה להתעלם מהתוכנית המקורית שהייתה מעורבת בה. יש מקום לומר כי מקרה זה, ללא קשר לנימוקים העומדים מאחוריו, מדגים אלתור המתבסס כולו על החלטות חלופיות שמתקבלות ברגע נתון. אין בידינו גם מידע שיכול להסביר מדוע המורה הגיעה לשיעור עם מערך השיעור המקורי והביטה בו



ואינה מתרחשת בחלל ריק, אלא היא תוצאה של רצף התרחשויות ודיאלוגים קודמים בכיתה. רצף זה עשוי להביא לכך שתכנון תגובות על כל סיטואציה אפשרית הוא בלתי ישים, כפי שביטאה אודליה, ביחס לשיעור של נאווה:

השאלות של התלמידים והתשובות שלהם לא מגיעות משום מקום. קשה לחשוב: אם התלמיד יגיד ככה אז אני אגיב ככה. כי היו מהלכים קודמים שהיה צריך להתייחס אליהם. זה לא נראה לי כל כך טריוויאלי. אני מסכימה עם זה שאנחנו צריכים לעבור את הסימולציה הזאת של מה תלמידים יכולים לשאול אבל סך הכול יש כאן איזשהו רצף של התרחשויות שמילא אם אפשר לדמיין את השאלה של התלמיד או את התשובה שלו, אבל את הרצף של החשיבה שלו שקרתה עד השאלה הזאת – המורה מתכלל את הכול יחד. אי אפשר ללחוץ על כפתור ומורה נותן את הדעת על כל המכלול. אני בטוחה גם שנאווה למשל מכירה תלמידות מסוימות, אז התשובה גם ספציפית לתלמידה. לא כל אותה שאלה מכל תלמיד תזכה לאותה תשובה.

בדומה לימית, גם אודליה ראתה חשיבות בחיזוי תגובות מראש כחלק מההכנה לשיעור, אך נראה כי היא סבורה שתפקיד המורה הוא לאגד את כלל המידע והאינטראקציות השונות בכיתה ולהגיב באופן שמתאים לכל תלמיד ותלמידה באופן ספציפי. כלומר היכולת לחזות תגובות צריכה להיות מלווה בגמישות להגיב מתוך ההקשר שנוצר במהלך השיעור ואולי גם לפניו, ומתוך היכרות עם התלמידים.

היבט שלישי: תכנון יתר כמסכן את התלהבות המורה

טלי ביטאה תפיסה שמעמדת תכנון מדוקדק עם ההנאה של המורה מהתמודדות עם מצבים אותנטיים. גם אם היה אפשר לחזות את כל תגובות התלמידים ולזכור את התגובות הרצויות לתגובות אלה, היצמדות כזו לתכנון עשויה לעקר את החיוניות שבשיעור ולאבד את האלמנט המלהיב שבהוראה:

אם אתה מתכנן את הכול מראש, אז אתה מאבד את ה־fun הזה של הדריכות [...] זה מייגע. זה לא כיף [...] אז עם כל הכבוד לתכנון של היפנים [...] בתכנון הדקדקני מאוד מאוד מאוד הזה, יש בו המון חן [...]. אבל זה גם משעמם! כאילו זה טכני מדי, מקובע מדי [...] אלתור ותכנון זה לא קצוות של אותו חבל. הם לא הפכים. יכול להיות שיעור מתוכנן אבל שהביצוע שלו יהיה מאולתר, כי על הבסיס של זה אתה עושה שינויים מתוך מודעות ורצון ולא מתוך חוסר ידע ורשלנות.

מה הם רוצים לעשות. הם יכולים להגיב לתלמידים, הם יכולים לאלתר. יש להם את זה כי הם עשו את זה מאתיים פעם בדרך כזאת או בדרך אחרת [...] אז אלתור כאן זה באיזשהו מקום הוצאה לפועל של הדרך הכי מקצועית ללמד.

יתרון זה חובר לחיסרון הנובע ממגבלת הזיכרון, שתיארה אותו ימית:

אנחנו [בקבוצת התכנון] כן חשבנו בתכנון השיעור על התגובות של התלמידים. זה היה חלק כן משמעותי מהתכנון [...] אבל אני חושבת שיש לזה משמעות יותר בשביל לדייק את התכנון של השיעור וכדי שהמורים שמלמדים את השיעור, ירגישו יותר מוכנים [...] זאת אומרת אני לא חושבת שאני אצליח לזכור מה התגובה שאמרנו שהיא הכי מדויקת ואותה להגיב באותו רגע. כי זה משהו שאני לא מרגישה בכלל שאני מסוגלת לעשות אותו. יכול להיות שאלה גבולות התכנון. אני לא יודעת איך זה ביפן, ואולי זה גם עניין של אופי של מורים. אני יודעת על עצמי שלפעמים אפילו קשה לי לעבוד עם מצגת שאני הכנתי כי אני מגיבה וכי הדבר הבא שאני אומרת הוא כתגובה למה שתלמידים אומרים. [...] אני חושבת שיש לזה משמעות: לצפות תגובות של תלמידים ולחשוב מה היינו אומרים או לאיזה כיוונים זה יכול ללכת. [...] אבל בשיעור עצמו אני לא בטוחה כמה באמת קל לדבוק בזה. זאת אומרת שזה יכול לשבת ב"מאחורה של הראש", זה בטוח יושב, לא יודעת כמה זה במודעות באותו רגע.

מה שעולה מדבריהן של טלי וימית הוא המורכבות שנדרשים לה המורים המייצגים את קבוצתם ומלמדים שיעור שהוכן במסגרת חקר שיעור: מצד אחד הם מגיעים לשיעור עם תגובות שתוכננו מראש בקבוצה למצבים שנצפו, ומצד אחר בזמן אמת עליהם לבחור תגובה מתוך מאגר רחב יותר, שמכיל לא רק את רשימת התגובות שהוכנו אלא גם את מאגר התגובות המקושר לניסיון הקודם שלהם. יש מקום להניח שככל שמאגר זה רחב יותר, כך יקשה על המורה לדבוק דווקא בתגובות שתוכננו – שגם כך כפי שמעידה ימית קשה לזכור אותן במדויק – ובפרט כאשר אלה "מתנגשות" עם ניסיון קודם. מורכבות זו מהווה את מה שימית מכנה בשם "גבולות התכנון", ותוצאתה היא שתכנון תגובות המורה על תגובות התלמידים עשוי לשמש יותר לצורכי התכוננות לשיעור והפחתת הפתעות אפשריות, מאשר לשימוש בפועל בשיעור המתפתח בדינמיות.

היבט שני: תגובות המורה כחלק מרצף הוראה רחב

תגובה של מורה בכיתה היא חלק מתהליך הוראה מתמשך

מסוף הציטוט עולה הבחנה מעניינת: אלתור ותכנון אינם מנוגדים זה לזה אלא יכולים להתקיים בהרמוניה זה עם זה. גם שיעור שתוכנן בקפידה רצוי שיכיל רכיבים של אלתור בעשייה שלו, רכיבים שיצמחו מתוך מודעות וכוונה, ויביאו לידי ביטוי את המקצועיות והחיוניות של המורה ולא את הפן ה"טכני" של ההוראה.

דיון

במאמר זה הצגנו את סוגיית האלתור במהלך שיעורי מתמטיקה שתוכננו בתהליך קבוצתי של חקר שיעור. הראינו ארבעה דפוסי אלתור וכן שלושה היבטים של אלתור בהקשר הספציפי של מענה לתגובות של תלמידים. במקרה של אורי, האלתור נבע מרצונו לטפל בשאלות, בהצעות ובאתגרים שעלו בכיתה, בהתאם לנומרה שהנהיג ולפיה תלמידים מוזמנים להשתתף ולהשמיע את קולם, גם אם הדבר גורם לתפניות בלתי צפויות בשיעור. הפרופיל של אורי עשוי להתאים לפרופיל של מאלתר-אומן, הנוקט באלתור ממושמשע (disciplined improvisation) ונלהב לנצל "תקריות משמחות" (happy incidents). המקרה של נאוה הדגים ויתור על רצון וצורך לשנות את התכנון המקורי מתוך נאמנות לקבוצה, והמקרה של לילי הראה סיטואציה שבה התכנון לא השאיר מקום לאלתור. במקרה של נאור, המורה שאף לשדרג את מערך השיעור המקורי באמצעות הוספת משימה, אך העיד שאלתור מסוג זה פגע למעשה באיכות השיעור. המקרה של סיגל, שבחרה להתעלם לחלוטין מהתכנון המשותף, לאכזבת חבריה לצוות, הוא מקרה קיצון לא מוסבר. מהתבוננות בדפוסי האלתור המגוונים האלה עולות כמה תובנות:

ראשית, אנו מציעים את ההשערה כי באדפטציה הישראלית לחקר שיעור, הבחירות השונות באופני האלתור עשויות להעיד על תפיסות של מורים בנוגע לשאלה "של מי השיעור שתוכנן": במקרה של אלתור מובנה, שבו בחר אורי, נראה שהשיעור הוא של התלמידים שעיצבו את מהלך השיעור באמצעות שאלותיהם והצעותיהם. במקרה של אלתור מינימלי, שבו בחרו נאוה ולילי, המורה המלמדת היא נציגה של הקבוצה המתכננת והשיעור הוא של הקבוצה. באלתור שבו נוספים חלקים לתכנון הקבוצתי, כפי שבחר נאור לעשות, השיעור שייך במידה שווה לקבוצה ולמורה שרשאי להחליט על שינויים במערך על פי שיקול דעתו. ואילו במקרה של התעלמות מוחלטת מהתכנון המקורי, כפי שקרה אצל סיגל, ככל הנראה סברה המורה שהשיעור בסופו של דבר הוא שלה בלבד.

שנית, נראה כי הניסיון להטמיע את המודל היפני של חקר שיעור בתרבות ההוראה הישראלית מעלה פרשנויות

מקומיות בנוגע לשאלה באיזו מידה על המורה להיצמד למערך שיעור המתוכנן לפרטי פרטיו בקבוצה ומהי רמת האלתור ה"מותרת". בפרט עולה מהממצאים, כי יש התייחסות מגוונת של מורים לנושא של תגובות התלמידים בשיעור והמענה להן. בעוד במקרה של אלתור מינימלי, האינטראקציות עם התלמידים אמורות להתרחש בדומה ככל האפשר לתכנון המקורי, כפי שקורה ביפן, במקרה של אלתור מובנה, התפיסה היא שאין צורך, ואולי אף אי אפשר לצפות את תגובות התלמידים ועל כן לגיטימי שהמורים יסתמכו על חוויות משניות קודמות ועל מרחב תקדימים עשיר כדי לתת מענה בזמן אמת. בגישה זו תמכו כמה מורים מומחים שהשתתפו במחקר, שהצביעו על המורכבות שבחיזוי תגובות אפשריות ותכנון תגובה להן, בשלושה היבטים שונים זה מזה: הדינמיות של השיעור, רצף ההוראה והצורך של המורה בתחושה של חיוניות, גמישות והתלהבות.

שלישית, בדומה למחקרים קודמים בתחום (למשל Borko & Livingston, 1989), גם במחקר זה נמצא כי הניסיון הוא גורם חשוב באפשרות של מורה להתאים את ההוראה ביעילות בתגובה להתרחשויות בכיתה ולצרכים השונים של התלמידים. אורי, בעל 20 שנות ותק, בלט ביכולתו לשמור על שיעור מסודר ועקבי, גם כשהופתע על ידי שאלות או הערות בלתי צפויות מצד התלמידים. נראה כי הוא נסמך על מאגר עשיר של משאבים המאפשרים לו לאלתר ולהתמודד באופן אינטואיטיבי עם מצבים כאלה. לעומת זאת נאור, מורה בתחילת דרכו, התמודד עם אתגרים בביצוע אלתורים שבחר באופן אוטונומי (ולא כתגובה על מצבים לא צפויים), אשר לא קידמו אותו למטרה ששאף אליה.

בבואנו ליישב את המתח בין אלתור לתכנון בחקר שיעור, נראה כי כמו במקרים רבים, הפתרון נמצא באיזון שבין השניים ולא בקצוות. כפי שביטאה זאת טלי, אלתור ותכנון אינם הפכים ורצוי שיתקיימו זה לצד זה. נציין כי אף על פי שלמחקר זה לא היה היבט כמותי, העמדה שרמת תכנון מוקפדת מדי אינה נחוצה ושיש מקום להשאיר פתח לאלתור, חזרה והופיעה במהלך אינטראקציות עם מורים ומנחים, כמו שהודגם במאמר זה באופן איכותני. נראה אפוא כי מידה מסוימת של אלתור היא בלתי נמנעת, בייחוד בחברה הישראלית שהאלתור מושרש בתרבות שלה, וחשוב לראות באלתור רכיב מכריע בהוראה מקצועית. כפי שמוצע בספרות (Mausethagen & Mølsted, 2015). לפיכך עולה שאלה בלתי נמנעת, והיא האם אפשר ללמוד כיצד לאלתר. מקרים פרטיים כמו המקרה של אורי מספקים תשובה חיובית. אורי, לאחר שנים של ניסיון,

- Brousseau, G., & Warfield, V. (2020). Didactic situations in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education*. Springer (pp. 206–213). https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_47
- Calvin, W. H. (1997). *Evolving improvisational intelligence*. <https://williamcalvin.com/1990s/1997SciEds.htm>
- Cambridge Dictionary. (n.d.). Improvisation. In *Dictionary.Cambridge.org*. Retrieved January 4, 2025, from <https://dictionary.cambridge.org/us/dictionary/english/improvisation>
- Chauraya, M., & Brodie, K. (2017). Learning in professional learning communities: Shifts in mathematics teachers' practices. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 21(3), 223–233. <http://doi.org/10.1080/0035919X.2017.1350531>
- Chazan, D., & Ball, D. (1999). Beyond being told not to tell. *For the Learning of Mathematics*, 19(2), 2–10.
- Coker, J. (1980). *Complete method for improvisation*. Studio Publications.
- Crossan, M., & Sorrenti, M. (2002). Making sense of improvisation. In K. N. Kamoche, M. Pina Cunha, & J. Vieira da Cunha (Eds.), *Organizational improvisation* (pp. 29–51). Routledge. <https://doi.org/10.2139/ssrn.881839>
- Dehlin, E. (2008). The flesh and blood of improvisation: *A study of everyday organizing* [Doctoral dissertation, Norwegian University of Science and Technology]. <http://hdl.handle.net/11250/265645>
- Dehlin, E. (2012). Fleshing out everyday innovation: Phronesis and the either-or distinction between technical rationality and improvisation in knowledge. In T. S. Pitsis, A. Simpson & E. Dehlin (Eds.), *Handbook of organizational and managerial innovation* (pp. 236–256). Edward Elgar Publishing. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9544-4_11

הפך למומחה באלתור ובהתמודדות עם הערות ושאלות לא צפויות של תלמידים, כך שאפשר לטעון שעבר תהליך של למידה. אך אם אלתור הוא מיומנות שאפשר ללמוד אותה, אזי בהכרח גם אפשר וראוי ללמד אותה, ויש שאכן טענו זאת (למשל, Mæland & Espeland, 2017). אם כך, נשאלת השאלה מה יכולות להיות הפעילויות שיעזרו ללמד מורים לאלתור, וכיצד ומתי לעשות זאת. ישנן כמה טכניקות, כמו משחקי תפקידים (Maheux & Lajoie, 2011), סימולציות, דיונים על שיעורים אותנטיים שהוקלטו בווידאו (Karsenty & Arcavi, 2017), וניהול דיון על תגובות התלמידים ואלתורים שבוצעו במהלך השיעור לאחר סיום השיעור עצמו, כלומר בדיעבד. אנו מציעים זאת כנושא למחקר נוסף.

תודות

המחקר קיבל תמיכה מהקרן הלאומית למדע (ISF), מענק מספר 1219/20, וממכון ויצמן למדע. אנו מודים למורים ולמנחים שהסכימו להתראיין.

רשימת מקורות

- Arcavi, A. (2020). From tools to resources in the professional development of mathematics teachers: General perspectives and crosscutting issues. In O. Chapman (Editor in Chief) and S. Llinares (Editor of Vol. 2), *The international handbook of mathematics teacher education: Volume 2 – Tools and processes in mathematics teacher education* (2nd ed., pp. 421–437). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789004418967_016
- Beghetto, R. A., & Kaufman, J. C. (2011). Teaching for creativity with disciplined improvisation. In K. R. Sawyer (Ed.), *Structure and improvisation in creative teaching* (pp. 94–110). Cambridge University Press. <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511997105>
- Berliner, D. C. (2001). Learning about and learning from expert teachers. *International Journal of Educational Research*, 35(5), 463–482. [https://doi.org/10.1016/S0883-0355\(02\)00004-6](https://doi.org/10.1016/S0883-0355(02)00004-6)
- Borko, H., & Livingston, C. (1989). Cognition and improvisation: Differences in mathematics instruction by expert and novice teachers. *American Educational Research Journal*, 26(4), 473–498. <https://doi.org/10.3102/00028312026004473>

- Karsenty, R., Peretz, Y., & Heyd-Metzuyanim, E. (2019). From judgmental evaluations to productive conversations: Mathematics teachers' shifts in communication within a video club. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3400–3407). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.
- Koichu, B., Cooper, J., & Widder, M. (2022). Implementation of problem solving in school: From intended to experienced. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 2(1), 76–106. <https://doi.org/10.1163/26670127-bja10004>
- Lewis, C., & Lee, C. (2017). The global spread of lesson study: contextualization and adaptations. In M. Akiba, & G. K. Letendre (Eds.), *International handbook of teacher quality and policy* (pp. 185–203). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315710068-13>
- Mæland, K., & Espeland, M. (2017). Teachers' conceptions of improvisation in teaching: Inherent human quality or professional teaching skill? *Education Inquiry*, 8(3), 192–208. <https://doi.org/10.1080/20004508.2017.1293314>
- Mausethagen, S., & Mølsted, C. E. (2015). Shifts in curriculum control: Contesting ideas of teacher autonomy. *Nordic Journal of Studies in Educational Policy*, 2015(2). <https://doi.org/10.3402/nstep.v1.28520>
- Maheux, J. F., & Lajoie, C. (2011). Improvisation in teaching and teacher education. *Complicity: An International Journal of Complexity and Education*, 8(2), 86–92. <https://doi.org/10.29173/cmplt11157>
- Montuori, A. (2003). The complexity of improvisation and the improvisation of complexity: Social science, art and creativity. *Human Relations*, 56(2), 237–255. <https://doi.org/10.1177/0018726703056002893>
- org/10.4337/9781781005873
- Dictionary. (n.d.). Improvisation. In *Dictionary.com*. Retrieved January 4, 2025, from <https://www.dictionary.com/browse/improvisation>
- Endsley, M. R. (1995). Toward a theory of situation awareness in dynamic systems. *Human Factors*, 37(1), 32–64. <https://doi.org/10.1518/001872095779049543>
- Fernandez, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410610867>
- Fischbein, H. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach* (Vol. 5). Springer Science & Business Media.
- Fujii, T. (2018). Lesson study and teaching mathematics through problem solving: the two wheels of a cart. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. P. da Ponte, A. N. Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world* (pp. 1–21). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_1
- Harper, D. (n.d.). Improvisation (n.). In *Online Etymology Dictionary*. Retrieved January 4, 2025, from <https://www.etymonline.com/word/improvisation>
- Holcomb, C. (2001). “The crown of all our study”: Improvisation in quintilian’s institutio oratoria. *Rhetoric Society Quarterly*, 31(3), 53–72. <http://doi.org/10.1080/02773940109391206>
- Holdhus, K., Høisæter, S., Mæland, K., Vangsnes, V., Engelsen, K. S., Espeland, M., & Espeland, Å. (2016). Improvisation in teaching and education – roots and applications. *Cogent Education*, 3(1), Article 1204142. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2016.1204142>
- Karsenty, R., & Arcavi, A. (2017). Mathematics, lenses and videotapes: A framework and a language for developing reflective practices of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20, 433–455. doi.org/10.1007/s10857-017-9379-x



- Teacher Education*, 23, 527–554. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09438-z>
- Sharkansky, I., & Zalmanovitch, Y. (2000). Improvisation in public administration and policy making in Israel. *Public Administration Review*, 60(4), 321–329. <https://doi.org/10.1111/0033-3352.00094>
- Shulman, L. (1981). Disciplines of inquiry in education: An overview. *Educational Researcher*, 10(6), 5–23. <https://doi.org/10.3102/0013189X010006005>
- Skott, K. C., & Møller, H. (2020). Adaptation of lesson study in a Danish context: Displacements of teachers' work and power relations. *Teaching and Teacher Education*, 87, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.102945>
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2016). Lesson study, improvement, and the importing of cultural routines. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 581–587. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0787-7>
- Thomas, M. K. E., Skourdoumbis, A., & Whitburn, B. (2023). Teaching as regulated improvisation. *The Australian Educational Researcher*, 50(4), 1149–1163. <https://doi.org/10.1007/s13384-022-00545-0>
- Wu, J., Arndt, F., Ma, H., Hughes, P., & Tang, S. (2023). Learning from improvisation in new ventures. *Journal of Innovation and Knowledge*, 8(2). <https://doi.org/10.1016/j.jik.2023.100346>
- Nagari-Haddif, G., Arcavi, A., & Karsenty, R. (2022). Consensus about consensus? Teachers negotiating lesson plans in lesson study groups. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, p. 265). PME.
- Nagari-Haddif, G., Karsenty, R., & Arcavi, A. (2023). Insights into the collaborative work of expert teachers within a lesson study project. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of the 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME13) (pp. 5006–5013). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.
- Pinto, A. (2017). Math teaching as jazz improvisation: Exploring the 'highly principled but not determinate' instructional moves of an expert instructor. In T. Dooley & G. Guedet (Eds.), *Proceedings of the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME10) (pp. 2217–2224). Dublin City University and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01941319/document>
- Quaresma, M., Winsløw, C., Clivaz, S., da Ponte, J. P., Shúilleabháin, A. N., & Takahashi, A. (Eds.) (2018). *Mathematics lesson study around the world*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7>
- Sawyer, R. K. (2004). Creative teaching: Collaborative discussion as disciplined improvisation. *Educational Researcher*, 33(2), 12–20. <https://doi.org/10.3102/0013189X033002012>
- Sawyer, R. K. (2011). *Structure and improvisation in creative teaching*. Cambridge University Press. <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511997105>
- Schwartz, G., & Karsenty, R. (2020). "Can this happen only in Japan?": Mathematics teachers reflect on a videotaped lesson in a cross-cultural context. *Journal of Mathematics*

טיפול הכוונה עצמית משולבת בלמידה לקידום פתרון והפקה של בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידי בית ספר יסודי

ד"ר ענבל קולושי-מינסקר

בוגרת תואר שלישי (Ph.D.) באוניברסיטת בר-אילן ומאבחנת דידקטית מוסמכת.

מרצה בשאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, באוניברסיטת בר-אילן ובמכללת אורנים.

עמיתת מחקר בתוכנית i-MAT, מעבדת מתמטית MazE בראשותה של פרופ' זהבית כהן, הפקולטה לחינוך, מדע וטכנולוגיה, הטכניון.

מרצה בהשתלמויות מורים ומדריכת מתמטיקה

תחומי מחקר: טיפוח הכוונה עצמית קוגניטיבית-מטא-קוגניטיבית ומוטיבציונית-רגשית בתהליכי הוראה-למידה-הערכה.



טיפול הכוונה עצמית משולבת בלמידה לקידום פתרון והפקה של בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידי בית ספר יסודי

ענבל קולושי-מינסקר

תקציר

במאמר זה יוצג כיצד מודל לטיפול הכוונה עצמית משולבת בלמידה בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה המושתת על שתי תאוריות – SRL (self-regulated learning) לטיפול הכוונה קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית ו־SDT (self-determination theory) לטיפול הכוונה מוטיבציונית-רגשית – יכול לקדם יכולת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה וכן לקדם יכולת העברה (transfer) מפתרון בעיות להפקת בעיות.

משתתפי המחקר הם 383 תלמידים בכיתות ג' וה' משלושה בתי ספר יסודיים ממלכתיים במדד טיפוח זהה. כל בית ספר שימש קבוצת מחקר שנחשפה לתוכנית התערבות אחרת. תוכניות ההתערבות פותחו על פי רכיבי תאוריות ההכוונה העצמית ושילובם: SRL בלבד; SDT בלבד; SRL+SDT.

מממצאי המחקר עולה כי תלמידים שהשתתפו בתוכניות המשולבות הכוונה עצמית משולבת (SRL+SDT), או הכוונה קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית בלבד (SRL) השתפרו במידה ניכרת בפתרון בעיות והצלחתם לעשות העברה להפקת בעיות. לעומתם תלמידים שהשתתפו בתוכנית של הכוונה עצמית מוטיבציונית-רגשית בלבד (SDT), הראו ירידה בהישגים בפתרון בעיות, אך בכל זאת הצליחו להשתפר ביכולת העברה להפקת בעיות. עוד נמצא כי תלמידי כיתות ה' הצליחו להפיק בעיות רבות יותר עם אפיון כמותי ועם אפיון מתמטי מורכב יותר מתלמידי כיתות ג'.

מודל המחקר ותוכניות ההתערבות המתוארות בו, יכולים לסייע למורי המתמטיקה לטפח בקרב תלמידיהם הכוונה עצמית מובנית ומשולבת בתהליך פתרון בעיות מילוליות, שתביא לידי שיפור מהותי ביכולתם לפתור בעיות ומתוך כך לקדם את יכולתם לעשות העברה להפקת בעיות.

מילות מפתח: בעיות מילוליות במתמטיקה; הכוונה עצמית בלמידה SRL; תאוריית ההכוונה העצמית SDT; תלמידים ברמות הישגים שונות זו מזו.

* מאמר זה הוא תוצר מתוך עבודת הדוקטור שנעשתה באוניברסיטת בראיילן, בהנחייתו של פרופ' ברכה קרמרסקי.

מבוא

אחד האתגרים העומדים לפני מערכות החינוך של המאה העשרים ואחת הוא השינוי המהותי בתפיסה של החינוך המתמטי. במחקרים נמצא שפתרון תרגילים המנותקים ממצבי בעיות אינו תורם לפיתוח הבנה של פעולות החשבון, וכי הבנה מתמטית מתפתחת רק מתוך יישום הנלמד בפתרון בעיות מילוליות (The Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM), 2010; OECD, 2014).

ואולם העיסוק במתמטיקה מחייב לא רק ידע של חוקים, עובדות ועקרונות, אלא גם הבנה של מתי ואיך להשתמש בידע. כדי שהתלמידים יתפקדו ברמת הבנה כזו, המורים צריכים לפתח מיומנויות קוגניטיביות ומטא-קוגניטיביות בשילוב טיפוח מיומנויות מוטיבציוניות רגשיות המגבירות הנעה פנימית ללמידה (Bicer et al., 2020; Hartman, 2001).

סקירת ספרות

פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה

השינויים שחלו בראיית המתמטיקה בכלל ובמטרות של החינוך המתמטי בפרט, הביאו לידי שינוי מהותי בגישת הלימוד ובבנייה של סביבת הלמידה המתבטא במעבר מספיגה סבילה וחסרת הקשרים של ידע ושל מיומנויות מתמטיים ממוסדים ללמידה הכרוכה בהבניה פעילה של המשמעות ושל הבנה הנשענות על מודלים מהמציאות (De Corte et al., 2000). לכן פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה הוא רכיב מרכזי בתוכניות הלימודים במתמטיקה של בית הספר היסודי (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006; The CCSSM, 2010; OECD, 2014).

המועצה הלאומית של המורים למתמטיקה בארצות הברית (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2006) גיבשה עשרה סטנדרטים הנדרשים להבנת המתמטיקה ולפיתוח יכולות בלימודי המתמטיקה. הסטנדרטים הם משני סוגים: (א) **סטנדרטי תוכן** הכוללים תכנים אלה שחובה ללמד: מספרים ופעולות חשבון, אלגברה, גאומטריה, מדידה, ניתוח נתונים

למתמטיקה שנדונה בכיתה. לכן במקום שספר הלימוד או המורה יהיו המקור העיקרי לבעיות, התלמידים משתתפים ביצירה ובפיתוח בעיות בעלות עניין ובעלות ערך מתמטי. נוסף על כך הפקת בעיות מילוליות מאפשרת לתלמידים הזדמנות להבין את הקשר בין תכנים מתמטיים הנלמדים בכיתה באמצעות תרגילים ומשימות ממוקדות נושא למציאות של חיי היום-יום שלהם. בהפקת בעיות המתארות מצבים מחיי היום-יום, התלמידים יכולים ליישם מושגים מתמטיים הלכה למעשה, מה שמשפר את ההבנה העמיקה של התוכן המתמטי ואף מעשיר את חוויה הלמידה שלהם ומעלה את תחושת האחריות ללמידה שלהם (Jurdak, 2016, pp. 93–107; Knuth, 2002).

נוסף על כך הפקת הבעיות המסתמכת על מצבים ותרחישים מחיי היום-יום, מעודדת חשיבה יצירתית, היגיון ויכולת לפתור בעיות ביצירתיות. היכולת לתאר ולהסביר מצב או תרחיש באמצעות שפה מתמטית, מפתחת את היכולת להביע בברור רעיונות מסובכים בדרך מבנית וכן מאתגר אותם לחשוב ביצירתיות ולחבר את המושגים המתמטיים למציאותם היום-יומית (Wang & Walkington, 2023).

ואולם על אף חשיבות נושא פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה והפקת בעיות וכן הקצאת שעות הוראה הרבות, תלמידים בעלי הישגים למיניהם חשים הסתייגות, פחד ותסכול בנושא ומורים רבים מאותגרים במתן סיוע ותיווך לתלמידים עם קשיים. לדעת חוקרים, קשיים של תלמידים רבים בפתרון בעיות אינם נובעים רק מחוסר ידע, אלא מקשיים ביכולת ההכוונה העצמית שלהם בלמידה וביישום מיומנויות קוגניטיביות ומטא-קוגניטיביות ומיומנויות מוטיבציוניות-רגשיות, הנדרשות בכל שלבי הפתרון (Mullis et al., 2016; Myers et al., 2022; Witzel et al., 2022).

מיומנויות הכוונה עצמית בלמידה בפתרון ובהפקת של בעיות מילוליות במתמטיקה

הכוונה עצמית בלמידה (SRL – Self-Regulation Learning) מוגדרת תהליך מורכב, דינמי ומעגלי שבו תלמידים מציבים מטרות, מתכננים, מפקחים ומעריכים את עבודתם, תוך בחינת שלושה רכיבים: קוגניציה, מטא-קוגניציה ומוטיבציה ללמידה (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2008). הכוונה עצמית בלמידה היא תוצר של המאפיינים החיצוניים של תהליך הוראה וגם של המאפיינים הפנימיים של הלומד, שבו הוא מקבל עליו אחריות לחוויית הלמידה שלו (Schraw, 2001).

בתהליך פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה התלמידים נדרשים ליישם מיומנויות הכוונה עצמית בלמידה, כאשר

והסתברות. תכנים אלה מועברים לתלמידים בגלוי ובמפורש; (ב) **סטנדרטי תהליך** הכוללים פתרון בעיות, סיבתיות והוכחה, תקשורת, הקשרים וייצוג. סטנדרטים אלה עוסקים בהקניית הדרכים לרכישה ולשימוש בתוכני הידע.

בבחינת סטנדרט פתרון בעיות (problem solving) מודגש כי המטרה היא לגרום לכל התלמידים, החל מגן הילדים ועד לסיום כיתה י"ב, להיות מסוגלים לעשות פעולות אלה: (א) לבנות ידע מתמטי חדש באמצעות פתרון בעיות; (ב) לפתור בעיות הצומחות מהעיסוק במתמטיקה בתחומים אחרים; (ג) ליישם ולאמץ מגוון של אסטרטגיות לפתרון בעיות; (ד) לשקף את התהליך של פתרון בעיות מתמטיות ולשפרו. לפיכך פתרון בעיות הוא לא חלק נפרד מתוכנית הלימודים ויש לשלבו בכל הסטנדרטים של התוכן.

גם תוכנית הלימודים במתמטיקה לבית הספר היסודי בישראל (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006) מדגישה את החשיבות של קישור מספרים לסביבה ולתחומי ידע אחרים באמצעות שימוש בהם לפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה. השימוש בבעיות נובע מהרצון להקנות לתלמידים את היכולת להשתמש בכלים המתמטיים שלמדו בעניינים ובמצבים מסוימים בתחומי ידע אחרים ובחיי היום-יום.

במחקר הנוכחי נבדקו הישגים בפתרון בעיות מילוליות וכן נבדקה יכולתם של התלמידים להשתמש בידע ובמיומנות שרכשו לעשות העברה (transfer) להפקת בעיות.

הפקת בעיות מילוליות במתמטיקה

אחד הכישורים החשובים הדרושים לטיפול החשיבה המתמטית ולפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה, הוא שילוב כתיבה מתמטית של התלמידים בשיעורי המתמטיקה בכיתה. הכתיבה מאפשרת לתלמידים להבין את הבעיה הבנה מוחשית יותר, ומסייעת להם לדמיין אותה ואף לייצג אותה בדרך שתכוון אותם לפתרון. נוסף על כך בשעת הכתיבה התלמידים מבהירים לעצמם ולמוריהם מה הם הבינו בנושא, אילו מונחים מתמטיים הם מכירים והיכן הקשיים המסוימים שלהם בעת פתרון הבעיות. בתהליך הכתיבה של התלמידים המורים יכולים להבין מהן התפיסות השגויות שיש לתלמידים והבנתם בפתרון הבעיות בפרט ובהבנת נושאים מתמטיים אחרים בכלל. בתהליך הכתיבה של התלמידים המורים נחשפים לרעיונות שהתלמידים מעלים, לאמונותיהם ולתחושותיהם, והם יכולים לראות האם יש לפתח או לשנות אותם (Bicer et al., 2020, 2013).

בדומה בראון וולטר (Brown & Walter, 2012) טוענים כי בעת הפקת בעיות התלמידים מקבלים עליהם אחריות



מילוליות מכיוון שחסרים להם מוטיבציה או ביטחון עצמי הנדרשים ליישום הידע והמיומנויות שרכשו. לכן חשוב לחזק את המוטיבציה הרגשית של התלמידים בתהליך הלמידה ולהעלות את ביטחונם העצמי, שכן דבר זה יסייע להם לממש טוב יותר את הבנתם המתמטית (Star & Rittle-Johnson, 2015).

היכולת של תלמידים לפתור את הבעיות שהם יצרו בעצמם כחלק מסיפוק תחושת עצמאות, מאפשרת להם לחוות את ההתרגשות מהמתמטיקה וכן מאפשרת להם לעסוק בתוכן שהם עצמם יצקו לתוך הבעיה. נוסף על כך כאשר התלמידים פותרים את הבעיות שהם יצרו, וכאשר הם גם מציגים את כישורי ההבנה ואת הפתרון שלהם לפני חבריהם בכיתה, מתפתחת סביבת למידה שיתופית והידודית, ומתוך כך הם מרגישים תחושת שייכות. המחשבה המובנית והגיונית שהם הציעו, יכולה להשפיע על הדרך שבה שאר התלמידים חושבים וגורמת לכיתה להתחבר חיבור מעמיק יותר למושגים המתמטיים ולתהליכי הפתרון, התלמידים מפתחים את יכולתם לנתח ולפתור מגוון רחב יותר של בעיות כאשר הם נתקלים בנקודות מבט ואסטרטגיות מגוונות, ומתוך כך מתחזקת תחושת היכולת שלהם לעסוק בבעיות מילוליות (Görgün & Tican, 2020).

מטרת המחקר

מטרת המחקר הנוכחי היא לבחון באיזו מידה אימון ישר של טיפוח מיומנויות הכוונה עצמית בלמידה בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידים בכיתות ג' וה' מעלה את יכולתם לפתור בעיות וכן מגביר את יכולתם לעשות העברה (transfer) להפקת בעיות מילוליות.

שאלות המחקר

1. באיזו מידה משפיעה כל אחת משלוש תוכניות ההתערבות (SRL+SDT, SRL, SDT) על ההישגים בפתרון בעיות במתמטיקה?
2. באיזו מידה משפיעה כל אחת משלוש תוכניות ההתערבות (SRL+SDT, SRL, SDT) על ההישגים בהפקת בעיות במתמטיקה?
3. מהם ההבדלים באפיון הסוגים של הפקת בעיות בין תלמידי כיתות ג' לתלמידי כיתות ה' בכל אחת משלוש תוכניות ההתערבות (SRL+SDT, SRL, SDT)?

השערות המחקר

1. תלמידים שייחשפו לתוכנית ההתערבות SRL בלבד ו-SRL+SDT יגיעו להישגים גבוהים בפתרון בעיות מאשר תלמידים שייחשפו לתוכנית ההתערבות SDT בלבד. תלמידי קבוצת SRL+SDT יעלו בהישגיהם על

עליהם לארגן את מחשבותיהם ולבקר את תוצריהם וכן להציג את הידע המתמטי שלהם ואף להסביר ולנמק את דרך חשיבתם (Kramarski et al., 2010). על פי שרו (Schraw, 2001), הידע הקוגניטיבי מסתמך על ידע דקלרטיבי-עובדתי – מהי האסטרטגיה (what), על ידע נוחלי-אסטרטגי – כיצד יש ליישם את האסטרטגיה (how) ועל ידע מותנה – מתי להשתמש באסטרטגיה (when) ומדוע יש להשתמש בה (why). ידע מותנה משקף את יכולתו של הלומד ליצור קשרים בין ידע קיים לידע חדש ולנמק את הקשרים ואת ההחלטות.

תלמידים המתקשים להתגבר על מורכבות בעיות, יכולים לעקוב אחר השלבים של אסטרטגיית פתרון הבעיה, ובעזרת ניתוח מבנה הבעיה ומאפייני הבעיה הם יכולים להתקדם בהדרגה בשלבי הפתרון (נשר, תשס"ג; סגל ורענן, 2002; Zhang et al., 2022; Polya, 2013).

במחקר זה טיפוח המיומנויות הקוגניטיביות והמטא-קוגניטיביות בעת פתרון בעיה מילולית שם דגש בניתוח מבנה הבעיה ומאפייניה (ראו הרחבה בפרק תיאור תוכניות ההתערבות).

אפשר להעצים את ההבנה המתמטית של התלמידים ולקדם מפתרון בעיות להפקת בעיות. עידוד התלמידים להפיק בעצמם בעיות מילוליות מעורר בהם את הצורך לפתח מיומנויות הכוונה עצמית בלמידה. כאשר תלמידים מקבלים עליהם את התפקיד של יוצרי בעיות, הם נעשים מעורבים בלמידה, מעמיקים בנושא הבעיות ומפתחים תחושת אחריות לידע המתמטי שלהם. תהליך זה מחייב אותם לחשוב בביקורתיות על הידע שלהם, לבדוק כל משפט בבעיה שכתבו ולבחון האם אכן הבעיה שהפיקו עומדת במבנה ובמאפיינים הנדרשים (Görgün & Tican, 2020; Kapur, 2018).

יתרה מזו, כאשר התלמידים פותרים את הבעיות שהפיקו, או של חבריהם, הם מתמודדים עם מגוון אתגרים הדורשים מהם חשיבה יצירתית וביקורתית, דבר הגורם להם לכוון את עצמם להפיק ולפתור בעיות מורכבות ומאתגרות יותר (Zhang et al., 2022).

מיומנויות מוטיבציוניות-רגשיות בלמידה בפתרון ובהפקת בעיות מילוליות במתמטיקה

את התאוריה על הכוונה עצמית (SDT – Self-Determination Theory) פיתחו דסי וריאין (Deci & Ryan, 2008; Ryan & Deci, 2000) על בסיס גישת הפסיכולוגיה החיובית המדגישה את החשיבות של חינוך המוטיבציה של הלומד באמצעות מילוי צרכיו הפסיכולוגיים הבסיסיים: תחושת עצמאות, תחושת שייכות ותחושת יכולת.

תלמידים רבים חווים לעיתים קשׁים בפתרון בעיות

א' ו' (N=737) שנחשפו לתוכנית ההתערבות הכוונה עצמית משולבת SDT+SRL (קולושיימינסקר 2017, 2022), ובחן את הקשרים בין שתי תאוריות ההכוונה העצמית.

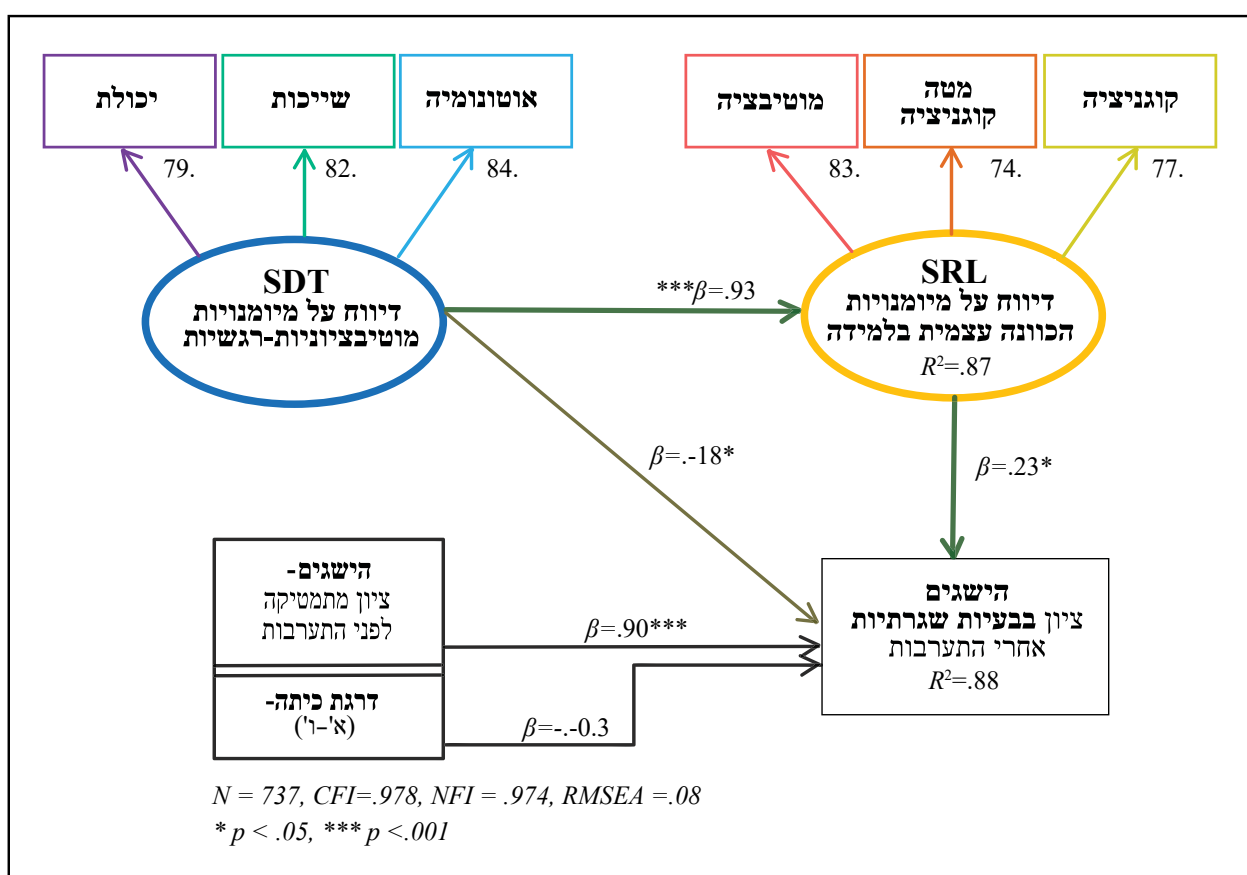
בבחנת הקשרים נמצא קשר ישיר וחיובי בין SRL להישגים בפתרון בעיות במתמטיקה וכן נמצא כי הכוונה עצמית מוטיבציונית-רגשית (SDT) מעצימה את ההכוונה הקוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית (SRL) שתורמת להעלאת ההישגים. כלומר SDT הוא משתנה מתווך להישגים באמצעות SRL (קשר עקיף ולא ישיר).

תלמידי קבוצת SRL בלבד.

2. תלמידים שייחשפו לתוכנית ההתערבות SRL בלבד ו-SRL יגיעו להישגים גבוהים בהפקת בעיות מאשר תלמידים שייחשפו לתוכנית ההתערבות SDT בלבד. תלמידי קבוצת SDT+SRL יעלו בהישגיהם על תלמידי קבוצת SRL בלבד.

3. תלמידי כיתות ה' בכל שלוש תוכניות ההתערבות יפיקו בעיות רבות עם אפיון כמותי מאשר תלמידי כיתות ג' וכן הבעיות יהיו מורכבות יותר.

הבסיס להשערות הוא מודל ניתוח משוואות מבניות SEM שנבדק במחקר קודם בקרב תלמידים צעירים בכיתות



תרשים 1: מודל נתיבים להסבר השונות בהישגים במתמטיקה (אחרי ההתערבות) באמצעות SDT ו-SRL בפיקוח על דרגת כיתה וציון במתמטיקה (לפני ההתערבות) (קולושיימינסקר, 2017, 2022)

תוכניות ההתערבות של המחקר

תוכניות ההתערבות נגזרו מתוך המודל התאורטי-שיטתי שפותח במחקר הנוכחי (קולושיימינסקר, 2017, 2022), המשלב בתהליך פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידים צעירים טיפוח מיומנויות קוגניטיביות ומטא-קוגניטיביות (skills) לצד מיומנויות מוטיבציוניות-רגשיות (will).

שלוש תוכניות ההתערבות לטיפול הכוונה עצמית כללו

שיטה

אוכלוסיית המחקר והמדגם

במחקר השתתפו 383 תלמידים, בהם 188 תלמידי כיתות ג' ו-95 תלמידי כיתות ה'. התלמידים נבחרו משלושה בתי ספר יסודיים ממלכתיים, ממצב סוציו-אקונומי זהה (מדד טיפוח על פי משרד החינוך: +8 שמשקף אוכלוסייה במדד סוציו-אקונומי נמוך).



תלמידים בקבוצות ההתערבות שנחשפו להכוונה עצמית קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית (SDT+SRL) קבוצה משולבת, SRL בלבד) תרגלו פתרון בעיות בעזרת ניתוח סוג הבעיה ומאפייני הבעיה, זאת בסיוע כרטיס ניווט שהוא מחוון לאפיון וזיהוי של בעיות לסוגיהן והמבנה שלהן (מאפיינים) (נשר, תשס"ג; סגל ורענן, 2002), כפי שמופיע בתרשים 2:

20 שיעורים במשך חמישה חודשים, והתמקדו בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה בלבד. בשלוש הקבוצות התלמידים נחשפו לארבעה סוגים של בעיות לפי המבנה בתוכנית הלימודים (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006): צירוף, החלפה, השוואה וכפלויות. האימון היה בפתרון בעיות (סיפור ושאלות נלוות) בליווי דיון כיתתי. התלמידים נבחנו על מגוון מיומנויות לפתרון בעיות וכן על יכולתם לעשות העברה להפקת שאלות לבעיות נתונות.

סוג הבעיה, מבנה ורכיבי הבעיה (חד-שלבית) (נשר, תשס"ג; סגל ורענן, 2002)		
מצב סטטי – בעיית הכללה	קבוצה כוללת קבוצה חלקית קבוצה חלקית	בעיות חיבור-חיסור
מצב דינמי – בעיית רצף-פעולה	התחלה פעולה סוף	
מצב השוואה	קבוצה גדולה קבוצה קטנה קבוצת הפרש	
מצב של קבוצות שוות – כפל מצב של חוקיות – כפל	קבוצות פריטים בכל קבוצה	בעיות כפל-חילוק
מצב של קבוצות שוות – חילוק לחלקים מצב של קבוצות שוות – חילוק להכלה	פריטים בסך הכול	
מצב השוואה	קבוצה גדולה קבוצה קטנה קבוצת יחס	

תרשים 2: כרטיס ניווט לאפיון וזיהוי של בעיות לסוגיהן (נשר, תשס"ג; סגל ורענן, 2002)

(Ryan & Deci, 2000) – על סמך דיאלוג תומך צרכים (קפלן ועשור, 2004), לדוגמה: האם הייתי פעיל בפתרון הבעיה? האם הבעיה עוררה בי עניין? האם התייחסו לדבריי? האם העבודה עם חבריי סייעה לי? וכדומה. בתרשים 3 מוצגות תוכניות ההתערבות שנגזרו מהמודל התאורטי-יישומי (קולושי-מינסקר, 2017):

בעת פתרון הבעיות שאלו התלמידים את עצמם שאלות הכוונה עצמית בלמידה המטפחות מיומנויות של תכנון, ניטור והערכה (Zimmerman, 2008), לדוגמה: מה הבעיה? מהי האסטרטגיה? מהו סוג הבעיה? במה הבעיה דומה ובמה היא נבדלת מבעיות קודמות וכדומה (Mevarech & Kramarski, 2014).

תלמידים בקבוצות המשלבות הכוונה עצמית מוטיבציונית-רגשית (SDT+SRL) קבוצה משולבת, SDT בלבד) תרגלו פתרון בעיות בסיוע שאלות לטיפוח הצרכים הפסיכולוגיים הבסיסיים – עצמאות, שייכות ויכולת

תוכנית התערבות לטיפול הכוונה עצמית קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית SRL
בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה (קולושיי-מינסקר, 2017)

במחקר הנוכחי הועברה לתלמידי קבוצות המחקר האלה: SRL בלבד ו-SRL+SDT

מרכיבי SRL (Zimmerman, 2008) (Pintrich, 2000)	תהליך פתרון בעיות מילוליות	תכנון, ניטור והערכה (Kramarski & Mevarech, 2014)
טיפול מיומנויות קוגניטיביות	היזכרות	לפני פתרון בעיה מילולית, באיזו מידה אני נזכר/ת בחוקים ובכללים שלמדנו?
	קישור לידע קודם	במהלך פתרון בעיה מילולית, באיזו מידה אני מזהה את סוג הבעיה, ונעזר/ת בייצוג מבנה הבעיה?
	ארגון מידע	באיזו מידה אני יודע/ת לפתור בעיה מילולית?
טיפול מיומנויות מטא-קוגניטיביות	בדיקה	בסיום פתרון בעיה מילולית, באיזו מידה אני בודק/ת שפתרתי נכון והאם התשובה היא הגיונית?
	בקרה	בסיום פתרון בעיה מילולית, באיזו מידה אני עורך/ת בקרה שפתרתי נכון כל שלב בפתרון?
	השוואה	בסיום פתרון בעיה מילולית, באיזו מידה אני שואל/ת את עצמי במה הבעיה שפתרתי דומה או שונה לבעיות קודמות?
טיפול מיומנויות מוטיבציוניות ללמידה	מוטיבציה פנימית	באיזו מידה אני בדרך-כלל מרוצה מדרך הפתרון שלי בפתרון בעיות מילוליות?
	מוטיבציה חיצונית	באיזו מידה אני מרגיש/ה שאני מסוגל/ת לפתור את הבעיה בדרכים אחרות שחברי כיתתי הציגו?
	ערך עצמי	באיזו מידה אני מרגיש/ה שאני מסוגל/ת לפתור בעיות מילוליות מאתגרות יותר?

תוכנית התערבות לטיפול הכוונה עצמית מוטיבציונית-רגשית
בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה (קולושיי-מינסקר, 2017)

במחקר הנוכחי הועברה לתלמידי קבוצות המחקר אלה: SDT בלבד ו-SDT+SRL

מרכיבי SDT (Ryan & Deci, 2000)	מיומנויות SDT תהליך פתרון בעיה מילולית	שאלות עצמיות דיאלוג תומך צרכים פסיכולוגיים (קפלן ועשור, 2003)
טיפול תחושת אוטונומיה	בחירה	באיזו מידה בשיעור אפשרו לי לבחור?
	עניין ומשמעות (רלוונטיות)	באיזו מידה הבעיה מעוררת בי עניין וקשורה לחיי היום יום שלי?
	חשיבה עצמאית	באיזו מידה אפשרו דרכי פתרון מגוונות?
טיפול תחושת שייכות	מסר של חיבה	באיזו מידה התייחסו לרגשות שלי?
	אכפתיות והערכה	באיזו מידה העריכו את דרך פתרון הבעיה?
	הקשבה וקבלה	באיזו מידה הרגשתי ביטחון להציג?
טיפול תחושת יכולת	התמודדות	באיזו מידה העבודה עם החברים סייעה?
	מאמץ	באיזו מידה אצליח בבעיות נוספות?
	אתגר	באיזו מידה אצליח בבעיות אתגר?

תרשים 3: תוכניות ההתערבות שהועברו במחקר הנוכחי ושנגזרו מהמודל התאורטי-ישומי לטיפול הכוונה עצמית בלמידה בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה (קולושיי-מינסקר, 2017)

כלי המחקר

1. מבחן הישגים בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה

המאותאם לדרגת הכיתה ולתוכנית הלימודים במתמטיקה ליסודי (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006) (טווח הציונים: 0–100). את המבחנים כתבה עורכת המחקר עם מורות למתמטיקה ורכזת המתמטיקה של בית הספר, מדריכת מתמטיקה מחוזית ומרצים באקדמיה להוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי על סמך תוכנית הלימודים במתמטיקה לפי תוכנית הלימודים במתמטיקה לבית הספר היסודי (משרד החינוך, התרבות והספורט, 2006), מבחני מפמ"ר, מאמרים בתחום המתמטיקה שפורסמו בכתבי עת שפיטים וסקירת הספרות בתחום. המבחנים עברו שיפוט, אישור ותיקוף אצל שופטים מקצועיים. המבחן הועבר לפני ההתערבות ולאחריה.

2. מבחן הישגים בהפקת (כתיבת) בעיות מילוליות

במתמטיקה: נעשה ניתוח איכותני של הפקת בעיות התלמידים. כל תלמיד התבקש להפיק שתי בעיות לדיאגרמת עמודות נתונה המתארת סיטואציה חשבונית, האחת ברמת חשיבה בינונית והשנייה ברמת חשיבה גבוהה (תרשים 4). המבחן הועבר לפני התערבות ולאחריה. הציון נעשה על פי מחוון לאפיון וזיהוי של בעיות לסוגיהן והמבנה שלהן (תרשים 5): 0 נק' – בלי מלל או מלל שאינו רלוונטי לדוגמה: הילדים נהנו בפריז? עד 3 נק' – שאלה עם אפיון כמותי הדורשת פתרון דו-שלבי או רב-שלבי, לדוגמה: אם ידוע שליואב ביום א' יש 175 קלפים, כמה קלפים יהיו לו אם הוא ירוויח כל יום עוד 25 קלפים? השאלות עם האפיון הכמותי חושבו באחוזים מתוך סך כל השאלות שנכתבו.

טיולים מסביב לעולם



שאלו שתי שאלות בשתי רמות קושי שונות, שאת התשובות להן אפשר למצוא בדיאגרמה

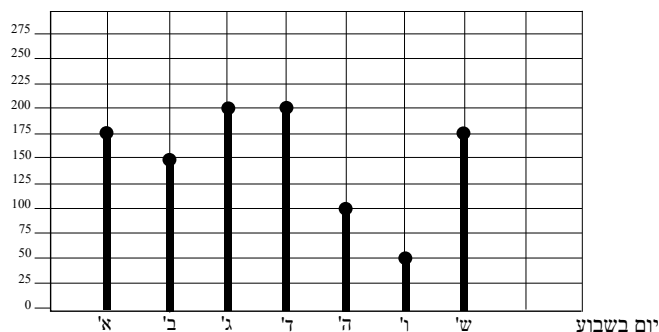
שאלה קלה:

תשובה:

שאלה קשה יותר:

תשובה:

לפניכם דיאגרמה המתארת את מספר הקלפים שצבר יואב, במהלך שבוע משחק עם חבריו



שאלו שתי שאלות בשתי רמות קושי שונות, שאת התשובות להן אפשר למצוא בדיאגרמה

שאלה קלה:

תשובה:

שאלה קשה יותר:

תשובה:

תרשים 4: מבחן הישגים לבחינת יכולת הפקת בעיות מילוליות

סרגל לניתוח ולפתרון של בעיות מילוליות במתמטיקה			
הועברה לתלמידים בתוכניות ההתערבות של הכוונה עצמית קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית (SRL, SRL+SDT)			
קוד	סוג הבעיה, מבנה ורכיבי הבעיה (חד-שלבית) (נשר, תשמ"ג; סגל ורענן, 2002)		
A	מצב סטטי – בעיית הכללה	קבוצה כוללת	בעיות חיבור-חסור
		קבוצה חלקית	(1)
		קבוצה חלקית	
B	מצב דינמי – בעיית רצף-פעולה	התחלה	
		פעולה	
		סוף	
C	מצב השוואה	קבוצה גדולה	
		קבוצה קטנה	
		קבוצת הפרש	
D	מצב של קבוצות שוות – כפל	קבוצות	בעיות כפל-חילוק
E	מצב של חוקיות – כפל	פריטים בכל קבוצה	(2)
F	מצב של קבוצות שוות – חילוק לחלקים	פריטים בסך הכול	
G	מצב של קבוצות שוות – חילוק להכלה		
H	מצב השוואה	קבוצה גדולה	
		קבוצה קטנה	
		קבוצת יחס	
1	הנעלם בשלם	היכן הנעלם	
2	הנעלם בחלק		
1	רמת חשיבה: בעיה שגרתית	רמת החשיבה	
2	רמת חשיבה: בעיה חדשנית		
1	מורכבות: בעיה חד-שלבית	מורכבות הבעיה	
2	מורכבות: בעיה דו-שלבית		
3	מורכבות: בעיה רב-שלבית		
1	סוג המספרים בבעיה – מספרים טבעיים	סוג המספרים בבעיה	
2	סוג המספרים בבעיה – שברים פשוטים		

תרשים 5: סרגל לניתוח ולפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה
(נשר, תשמ"ג; סגל ורענן, 2002)

ממצאים

שאלת מחקר ראשונה – הישגים בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה

לוח 1 מציג ממוצעים וסטיות תקן של מבחן ההישגים פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה, לפני ההתערבות ולאחריה, לפי קבוצת מחקר, כיתה (ג' או ה'). כמו כן מוצג חישוב גודל האפקט בין הממוצע במדידת לפני לאחרי. גודל אפקט חלש הוא $d = 0.2$, גודל אפקט בינוני הוא $d = 0.5$, וגודל אפקט חזק הוא $d = 0.8$ (Cohen, 1977).

לוח 1: ממוצעים וסטיות תקן של ההישגים בפתרון בעיות, לפני ההתערבות ולאחריה, על פי קבוצות ההתערבות (SDT, SRL, SRL+SDT)

הישגים בפתרון בעיות במתמטיקה														
ה'							ג'							קבוצות התערבות
ES	ΔM	אחרי		לפני		N	ES	ΔM	אחרי		לפני		N	
		SD	M2	SD	M1	N			SD	M2	SD	M1	N	
0.59	16.3	28.4	62.6	27.0	46.3	66	1.09	29.2	27.0	81.7	26.4	52.5	76	
0.77	23.9	32.0	67.7	30.0	43.8	55	0.43	14.3	36.1	64.0	30.1	49.7	56	
-0.45	-12.9	29.8	39.9	27.6	52.8	74	-0.06	-1.7	27.1	48.1	26.4	49.7	56	

בקרב תלמידים בקבוצת SDT (תמיכה בהכוונה עצמית מוטיבציונית-דרגשית בלבד) נצפתה עלייה מהותית של 30.0 נקודות ($M1 = 23.6, M2 = 53.6$) עם גודל אפקט גבוה (ES) של 1.13.

מהנתונים עולה כי שלוש תוכניות ההתערבות של המחקר היו יעילות מאוד בקידום יכולת ההפקה של בעיות מילוליות בקרב התלמידים הן בכיתות ג' הן בכיתות ה'.

שאלת מחקר שלישית - הבדלים באפיון כתיבת בעיות מילוליות בין תלמידי כיתות ג' ובין תלמידי כיתות ה'

חיווק נוסף לממצאים, נעשו ניתוחים איכותניים להפקת בעיות מילוליות במתמטיקה. כל תלמיד התבקש להפיק שתי בעיות, האחת ברמת חשיבה בינונית והשנייה ברמת חשיבה גבוהה, לפני התערבות ולאחריה (תרשים 4 לעיל). הבעיות שנכתבו חולקו לבעיות בלי אפיון ולבעיות עם אפיון: חדש-של ביות, דו-שלביות ורב-שלביות. הבעיות עם האפיון נספרו לפי סוגיהן שנקבע על פי סרגל האפיון שנבנה לצורך המחקר הנוכחי (תרשים 5 לעיל).

בבחינת יכולת העברה להפקת בעיות מילוליות במתמטיקה לאחר ההתערבות (Bonferroni correction), בכיתות ה' בשלוש קבוצות ההתערבות נמצאה עלייה ביכולת העברה להפקת שאלות עם אפיון כמותי, כאשר היכולת הגבוהה ביותר נמצאה בקבוצה המשולבת SDT+SRL (57.6%), אחריה בקבוצת SRL בלבד (53.6%) ולבסוף בקבוצת SDT בלבד (45.9%). בכיתות ג' יכולת ההעברה להפקה הגבוהה ביותר נמצאה בקבוצת SRL בלבד (32.1%), אחריה קבוצת SDT+SRL (21.1%) ולבסוף בקבוצת SDT בלבד (9.8%). כמו כן נמצא כי אחוז השאלות עם אפיון כמותי בקרב תלמידים מכיתה ה' גבוה מאחוז התלמידים מכיתה ג'.

בכיתות ג':

לפני תחילת ההתערבות נמצא כי תלמידי כיתות ג' בשלוש קבוצות המחקר הציגו חוסר יכולת להפיק בעיות מילוליות במתמטיקה. אחרי תוכניות ההתערבות שכאמור התמקדו רק בפתרון בעיות, נמצא כי בקבוצת S+SRL (תמיכה של הכוונה עצמית משולבת) הציגו התלמידים שיפור של ממש ביכולתם לעשות העברה להפקת בעיות מילוליות במתמטיקה, עם עלייה ממוצעת של 32.4 נקודות ($M1 = 18.2, M2 = 50.5$) וגודל אפקט גבוה (ES) של 1.56.

בקרב תלמידים בקבוצת SRL (תמיכה של הכוונה עצמית קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית בלבד) נרשמה עלייה של 32.5 נקודות ($M1 = 15.5, M2 = 48.0$) עם גודל אפקט גבוה (ES) של 1.46.

בקרב תלמידים בקבוצת SDT (תמיכה בהכוונה עצמית מוטיבציונית-דרגשית בלבד) השיפור היה נמוך יותר עם עלייה של 13.9 נקודות ($M1 = 22.5, M2 = 23.0$) וגודל אפקט (ES) של 0.55.

בכיתות ה':

לפני תחילת ההתערבות נמצא כי תלמידי כיתות ה' בשלוש קבוצות המחקר הציגו יכולת המוגדרת "נכשלת" בהפקת בעיות מילוליות במתמטיקה. אחרי תוכנית ההתערבות בקבוצת SDT+SRL (תמיכה של הכוונה עצמית משולבת) הציגו התלמידים שיפור ניכר ביכולתם לעשות העברה להפקת בעיות, עם עלייה ממוצעת של 21.2 נקודות ($M1 = 43.3, M2 = 64.5$) וגודל אפקט גבוה (ES) של 0.87.

בקרב תלמידים בקבוצת SRL (תמיכה של הכוונה עצמית קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית בלבד) נרשמה עלייה ניכרת ביותר של 36.5 נקודות ($M1 = 23.6, M2 = 60.1$) וגודל אפקט גבוה (ES) של 1.42. שיפור ניכר לעומת תלמידי הקבוצה המשולבת SDT+SRL.

לוח 3: התפלגות אחוזי הבעיות עם אפיון כמותי שהפיקו התלמידים בקבוצות המחקר לפי דרגת כיתה ה' וג'

דרגת כיתה ה'				
התפלגות סוגי הבעיות שהפיקו התלמידים בקבוצות המחקר				
קבוצות ההתערבות	עם אפיון כמותי מספרי		מורכבות הבעיות	
	לפני	אחרי	חד-שלביות	דו-שלביות / רב-שלביות
SRL+SDT	31.8%	57.6%	25.8%	31.8%
SRL	20.9%	53.6%	20%	33.6%
SDT	16.9%	45.9%	22.3%	23.6%
דרגת כיתה ג'				
התפלגות סוגי הבעיות שהפיקו התלמידים בקבוצות המחקר				
קבוצות ההתערבות	עם אפיון כמותי מספרי		מורכבות הבעיות	
	לפני	אחרי	חד-שלביות	דו-שלביות / רב-שלביות
SRL+SDT	9.2%	21.1%	15.1%	6%
SRL	1.8%	32.1%	8.9%	23.2%
SDT	2.7%	9.8%	5.4%	4.5%

ראוי לציין כי בהשוואה בין התלמידים המשתייכים לדרגת כיתה ג' ובין התלמידים המשתייכים לדרגת כיתה ה' באחוז הבעיות עם אפיון, נמצא כי אחוז האפיונים בקרב תלמידים המשתייכים לדרגת כיתה ה' גבוה מאחוז האפיונים בקרב תלמידים המשתייכים לדרגת כיתה ג'.

לוח 4: התפלגות סוגי הבעיות שהפיקו התלמידים בקבוצות המחקר לפי דרגת כיתה ה' וג'

דרגת כיתה ה'						
התפלגות סוגי השאלות עם אפיון כמותי שהפיקו התלמידים בקבוצות המחקר						
קבוצה מדידה	SRL+SDT		SRL		SDT	
	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי
אחוזי שאלות עם אפיון כמותי	31.8	57.6	20.9	53.6	16.9	45.9
צירוף-הכללה	73.8	59.2	95.7	64.4	84.0	76.5
לדוגמה: כמה קלפים הרוויח בכל השבוע בידך?						
כמה בסה"כ יש ליואב קלפים?						
החלפה-רצף	2.6	%			2.9	
לדוגמה: כמה קלפים נותרו ליואב אם ידוע ש-1/2 מהם הפסיד לחברים ו-30 מהם נתן ו-5 קלפים הוא איבד?						
השוואה חיבור-חיסור	16.7	14.5	4.3	13.6	16.0	13.2
לדוגמה: מה ההפרש בין השיא להכי פחות?						
כפל	14.5	%	10.2		2.9	
לדוגמה: כמה קלפים צבר יואב לאחר שבוע אם בשבועיים הוא צבר את אותה כמות הקלפים?						
כפל חוקיות	2.4	1.3				
לדוגמה: אם ידוע שליואב ביום א' יש 175 קלפים. כמה קלפים יהיו לו אם הוא ירוויח כל יום עוד 25 קלפים?						
חילוק	7.9	%	6.8		2.9	
לדוגמה: מה ממוצע הקלפים שצבר יואב?						
בשבוע הבא ביום א' יואב צבר 1/3 קלפים מכל הימים שצבר בשבוע הראשון.						
כמה קלפים הוא צבר?						
השוואה כפל וחילוק	7.1	%	5.1		1.5	
לדוגמה: פי כמה קלפים צבר יואב ביום שני מהיום השישי?						

בכיתות ה':

יש עלייה באחוז הבעיות עם אפיון כמותי בכל הקבוצות מלפני ההתערבות ולאחריה. ההבדל הגדול ביותר נצפה בקבוצת SRL+SDT – עלייה מ-31.8% ל-57.6%. קבוצת SRL+SDT הציגה את המגוון הרחב ביותר של בעיות מילוליות לאחר ההתערבות. ניתוח שונות חד-כיווני מראה הבדלים מובהקים בין שלוש קבוצות ההתערבות באחוז הבעיות עם אפיון שהופקו אחרי ההתערבות [$F(2,195) = 4.27$, $p = .015$]. מבחני המשך מראים שההבדל בין קבוצת SRL+SDT לקבוצת SDT הוא מובהק ($p = .008$), כלומר השילוב של SRL ו-SDT הביא לעלייה ניכרת מאוד בהפקת בעיות מאפיינות בהשוואה ל-SDT לבד ו-SRL לבד.

סוגי הבעיות שנכתבו בשלוש קבוצות המחקר הן ברובן בעיות מסוג צירוף-הכללה וחיבור-חיסור (חו"ח). בכל הקבוצות ניכר שיפור בבעיות מסוג השוואה חו"ח. בעיות מסוג חילוק הופיעו מעט ובעיות מסוג השוואה כפל חילוק וכפל חוקיות כמעט שלא הופקו.

ניתוחי רגרסיה מראים שסיכויי ההפקה של בעיות כפל וחילוק גדלים פי 2.8 בקרב קבוצת SRL+SDT בהשוואה לקבוצת SRL לבד או SDT לבד ($B = 1.03$, $p = .042$)

בכיתות ג':

יש עלייה נמוכה יחסית באחוז הבעיות עם אפיון כמותי בכל הקבוצות מלפני ההתערבות ולאחריה. העלייה הגבוהה ביותר הייתה בקבוצת ה-SRL – מ-1.8% ל-32.1%. קבוצת SRL הציגה מגוון רחב של סוגי בעיות לאחר ההתערבות. ניתוח שונות חד-כיווני מצוין הבדלים מובהקים בין קבוצות ההתערבות באחוז הבעיות עם אפיון שהופקו אחרי ההתערבות [$F(2, 228) = 10.94$, $p < .001$]. מבחני המשך מראים שההבדל בין קבוצת SRL לקבוצת SRL+SDT הוא מובהק ($p = .032$), כלומר רכיב ה-SRL תרם במידה ניכרת לעלייה בהפקת בעיות עם אפיון כמותי.

סוגי הבעיות שנכתבו בשלוש קבוצות המחקר הן ברובן בעיות מסוג צירוף-הכללה וחיבור-חיסור (חו"ח). בקבוצת SRL+SDT ניכר שיפור קל בבעיות מסוג השוואה חו"ח.

בשלוש הקבוצות בעיות של כפל, חילוק, השוואה כפל וחילוק וכפל חוקיות כמעט שלא הופקו או שלא הופקו בכלל.

דין ומסקנות

במחקר הנוכחי נבדקה יכולתם של תלמידים בכיתות ג' וה' לפתור בעיות מילוליות במתמטיקה, ולאחר מכן נבדקה יכולת לעשות העברה (transfer) להפקת שאלות מתמטיות במבנה של בעיות מילוליות. משימה המצריכה היכרות והבנה של המאפיינים הייחודיים של כל סוג בעיה – מיומנויות שנלמדו באופן ישיר, מובנה ומכוון בשלוש תוכניות ההתערבות של טיפוח הכוונה עצמית בלמידה, המושתתות על תאוריות הכוונה עצמית: SRL (Self-Regulated Learning) לטיפוח הכוונה קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית ו-SDT (Self-Determination Theory) לטיפוח הכוונה מוטיבציונית-רגשית: SRL+SDT; SRL; שלוש תוכניות ההתערבות התמקדו באימון בפתרון בעיות בלבד ובסיום ההתערבות התלמידים התבקשו לעשות העברה להפקת בעיות מילוליות.

ממצאי המחקר מראים כי בפתרון בעיות מילוליות, תלמידים שנחשפו לתוכניות ההתערבות המטפחות מיומנויות קוגניטיביות ומטא-קוגניטיביות, SRL+SDT ו-SRL לבד, ההישגים של התלמידים השתפרו במידה ניכרת, בעוד תלמידים שנחשפו לתוכנית ההתערבות המטפחת מיומנויות מוטיבציוניות-רגשיות, SDT לבד, ירדו בהישגיהם ככל הנראה בשל עלייה ברמת הקושי של הבעיות ומגוון הסוגים שהיה עליהם לפתור. נראה כי תלמידי SRL+SDT ו-SRL לבד השתמשו בידע ובמיומנויות שרכשו לניתוח סוג הבעיה ומאפייניה וכן עבדו לפי שלבי פתרון בעיות שהוקנו להם. לתלמידי קבוצת SDT לא היה הידע והמיומנויות האלו, ובשעת מבחן ההישגים הם לא יכלו להיעזר בחבריהם לכיתה, כפי שקרה במהלך תוכנית ההתערבות.

מעניין לראות כי בהשוואה בין תלמידי כיתות ה' לתלמידי כיתות ג', השיפור המהותי ביותר בהישגים בפתרון בעיות היה בקרב תלמידי כיתות ג' מהקבוצה המשולבת SRL+SDT, ואילו בקרב תלמידי כיתות ה' השיפור המהותי היה בקבוצת SRL בלבד. יש מקום להניח כי הקשיים בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה בכיתות ה' מורכבים יותר ומהותיים יותר, וההשקעה בידע ובמיומנויות כיצד יש לפתור בעיות הייתה נרחבת יותר בקבוצת ה-SRL בלבד, ועם האימון האינטנסיבי העצמי שכל תלמיד חווה במהלך 20 שיעורים ובפרק זמן של חמישה חודשים, כיוונו את התלמידים לפתור את הבעיות בדרך הטובה ביותר.

ממצאי הישגים בהפקת בעיות הראו עלייה בכל שלוש קבוצות המחקר. ואולם ההישגים בקרב תלמידים המשתייכים לקבוצות שקיבלו תוכנית התערבות של הכוונה עצמית בלמידה לפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה (SRL+SDT; SRL) גבוהים במובהק מההישגים

בקרב תלמידים המשתייכים לקבוצת SDT שקיבלה תוכנית התערבות רגשית לטיפוח הצרכים הפסיכולוגיים הבסיסיים בלבד. אין הבדלים מובהקים בהישגים במבחן הפקת בעיות בקרב תלמידים המשתייכים לקבוצת SRL+SDT ו-SRL. התוכנית המוטיבציונית-רגשית העלתה את הישגי תלמידיה בהפקת בעיות, אך השפעתה הייתה נמוכה יותר משל התוכנית הקוגניטיבית.

ממצאי המחקר עולה כי תלמידים שקיבלו אימון SRL, כלומר ששאלו את עצמם שאלות בתחום התוכן המתמטי – שאלות שבאמצעותן אפינו וניתחו את הבעיות על פי סוגיהן וזיהו את המאפיינים הייחודיים של כל בעיה, הצליחו לעשות העברה מפתרון בעיות להפקת שאלות עם אפיון כמותי. לעומת זאת תלמידים שנחשפו להתערבות SDT בלבד ששאלו את עצמם שאלות המכוונות לצרכים הפסיכולוגיים הבסיסיים, הגיעו להישגים נמוכים יותר לאחר ההעברה.

מהממצאים עולה כי אימון ישיר, מובנה ומכוון להכוונה עצמית משולבת בלמידה בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה, מביא לידי הישגים בהעברה מפתרון בעיות להפקת בעיות. מכאן מומלץ למורי מתמטיקה לטפח אצל תלמידים מגיל צעיר בבית הספר היסודי הן מיומנויות קוגניטיביות ומטא-קוגניטיביות (SRL) הן מיומנויות מוטיבציוניות-רגשיות (SDT). גישה זו תביא לידי שיפור ביכולת פתרון בעיות ויצירת שאלות, ומתוך כך לקדם רמה גבוהה יותר של חשיבה מתמטית.

עוד נמצא כי תלמידי כיתות ה' הצליחו להפיק שאלות עם אפיון מתמטי מורכב יותר מתלמידי כיתות ג'. הדבר מעיד על יכולת התפתחות קוגניטיבית ומטא-קוגניטיבית שמתפתחת עם הגיל (קולושימינסקר, 2019; Mevarech & Kramarski, 2014).

בהשוואה באפיון סוגי הבעיות שהפיקו תלמידי כיתות ה' לעומת תלמידי כיתות ג', תלמידי כיתות ה' בקבוצה המשולבת SRL+SDT הצליחו להפיק בעיות רבות במובהק, ותלמידי כיתות ג' בקבוצת SRL בלבד הצליחו להפיק בעיות רבות במובהק.

ממצא זה תומך בממצאי מחקר (קולושימינסקר, 2019, 2008) שנעשה בקרב תלמידי כיתות ג', שקיבלו אימון של הכוונה עצמית בלמידה בעת פתרון בעיות במתמטיקה ונבחנו ביכולת העברה להפקת בעיות מילוליות. נמצא כי התלמידים שלמדו באמצעות אימון של הכוונה עצמית השיגו ציונים גבוהים יותר ברמה סטטיסטית מובהקת בהשוואה לתלמידי הביקורת שלא נחשפו לאימון זה.

במחקרים שעסקו אף הם בפיתוח יכולת שאילת שאלות, כאשר העלאת שאלות נכללה דרך שיטה בהוראת המתמטיקה לתלמידים, גם בדבר פשוט כמו לבקש

ליסט (עורכים), **בין חינוך לפסיכולוגיה** (עמ' 407–425). הוצאת ספרים ע"ש י"ל מאגנס.

נשר, פ' (תשס"ג). שלושה מרכיבי-קושי של שאלה מילולית במתמטיקה. **עיונים בחינוך**, 10, 131–144.

סגל, ד' ורענן, א' (2002). **אחת ולתמיד** (מהדורה שנייה מתוקנת, כר' א–ג). ארץ.

קולושיימינסקר, ע' (2008). **פתרון בעיות מילוליות בחשבון ברמת רכישה ובסוגי העברה (קרובה ורחוקה) תוך פיתוח יכולות להכוונה עצמית בלמידה בקרב תלמידי כתות ג' בעלי רמות הישגים שונות** [עבודת מוסמך]. אוניברסיטת בראילן, רמת-גן.

קולושיימינסקר, ע' (2017). **מודל טיפוח הכוונה עצמית בלמידה וצרכים פסיכולוגיים: אוטונומיה, שייכות ויכולת, להעלאת הישגים בפתרון בעיות במתמטיקה** [עבודת דוקטור]. אוניברסיטת בראילן, רמת-גן.

קולושיימינסקר, ע' (2019). טיפוח הכוונה עצמית בלמידה להעלאת הישגים בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה בקרב תלמידי כיתות ג'. **מחקר ועיון בחינוך מתמטי**, 7, 117–128. [https://content-wp/il.ac.shaanan.www-up-content-wp/il.ac.shaanan.www-pdf.koloshi-2019/07/7/loads](https://content-wp.il.ac.shaanan.www-up-content-wp/il.ac.shaanan.www-pdf.koloshi-2019/07/7/loads)

קולושיימינסקר, ע' (2022). מודל טיפוח הכוונה עצמית להעלאת הישגים בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה. **מחקר ועיון בחינוך מתמטי**, 9, 63–77. <https://content-wp/il.ac.shaanan.www-up-content-wp/il.ac.shaanan.www-pdf.inbal/2023/01/uploads/tent>

קפלן, א' ועשור, א' (2004). דיאלוג תומך צרכים פסיכולוגיים בין מורים ותלמידים כמקדם רווחה נפשית בבית הספר: המשגה ותוכנית יישומית. **הייעוץ החינוכי**, 13, 161–188.

Bicer, A., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2013). Integrating writing into mathematics classroom to increase students' problem solving skills. *International Online Journal of Education Sciences*, 5(2), 361–369.

Bicer, A., Lee, Y., Perihan, C., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2020). Considering mathematical creative self-efficacy with problem posing as a measure of mathematical creativity. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 457–485. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09995-8>

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2012). *The art of problem posing* (pp. 1–150). Taylor and

מהתלמידים להמציא סיפורים חשבוניים, נמצא כי התוצאות היו לרוב חיוביות, כולל השפעה חיובית על הישגי התלמידים בפתרון בעיות ועל היחס שלהם למתמטיקה (Bicer et al., 2013, 2020; Brown & Walter, 2012).

להפקת בעיות מילוליות יש חשיבות מרובה במחקר בתחום החינוך המתמטי ובחקירות מדעיות בשל היותה פעילות אינטלקטואלית. למעשה יש הטוענים שהפקת בעיות מילוליות, בהיותה חלק מן חקירה מדעית או מתמטית, חשובה לפחות כמו פתרון הבעיות עצמו (Hartman, 2001). כמו כן לפתרון בעיות יש היסטוריה ארוכה בחינוך המתמטי בשל היותה חלק מן תוכנית הלימודים ומטרת ההוראה (Silver & Cai, 2005). ואולם בכל זאת הפקת בעיות מילוליות קיבלה תשומת לב מעטה מאוד בשל היותה חלק מן הוראה מכוונת של המתמטיקה (Maulyda et al., 2022).

המחקר הנרכי מחזק את המגמה כי העיסוק בפתרון בעיות מילוליות הנתמך בטיפוח וביישום מיומנויות קוגניטיביות ומטא-קוגניטיביות (SRL) ומיומנויות מוטיבציוניות-רגשיות (SDT), יוצר תשתית איתנה של ידע מתמטי ויכול לקדם את היכולת של תלמידים בהפקת בעיות. נושא הפקת בעיות הוא חשוב ומהותי בחינוך המתמטי, הן בהיותו אמצעי הוראה הן מטרת הוראה בפני עצמה, שכן הכתיבה מקשרת את המתמטיקה לעולם האמיתי של התלמידים, ומתוך כך היא נהיית בעבורם משמעותית ורלוונטית. פתרון בעיות מילוליות והפקת בעיות העוסקות בתכנים מחיי היום-יום של התלמידים מטפחים הבנה עמוקה של מושגים מתמטיים, מקדמים חשיבה יצירתית והיגיון לוגי, משפרים מיומנויות פתרון בעיות מתמטיות ומסייעים לפתח את היכולת להביע רעיונות לוגיים-מתמטיים מורכבים. מתוך עיסוק בבעיות התלמידים הופכים למשתתפים פעילים בסביבתם ומעריכים מאוד את תפקידה של המתמטיקה בחיי היום-יום שלהם (Flores et al., 2005; Görgün & Tican, 2020; Jurdak, 2016, pp. 93–107; Wang & Walkington, 2023).

הצעה למחקר המשך

מומלץ לבחון את השפעת התוכנית המשולבת SRL+S-DT על כיתות מסוימות ולבחון יכולת העברה לאורך זמן בדרכי הערכה המשלבים תצפיות וראיונות תלמידים

רשימת מקורות

משרד החינוך, התרבות והספורט. (2006). תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים. <https://techniyot/files/il.gov.education.meyda-pdf.mavo1/Yesodi/Math/Limudim>

נשר, פ' (תשמ"ג). תהליכים קוגניטיביים הקשורים בפתרון בעיות מילוליות באריתמטיקה. בתוך מ' ניסן וא'

- MT.95.2.0126
- Kramarski, B., Weisse, I., & Kololshi-Minsker, I. (2010). How can self-regulated learning support the problem solving of third-grade students with mathematics anxiety? *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 42(2), 179–193. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0202-8>
- Maulyda, M. A., Rosyidah, A. N. K., & Hidayati, V. R. (2022). Elementary school students' mathematical connection in problem-posing activities. *Jurnal Elemen*, 8(1), 99–116. <https://doi.org/10.29408/jel.v8i1.4364>
- Mevarech, Z., & Kramarski, B. (2014). *Critical maths for innovative societies: The role of metacognitive pedagogies* (Educational research and innovation). OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264223561-en>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hopper, M. (2016). *Timss 2015 international results in mathematics*. TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Myers, J. A., Witzel, B. S., Powell, S. R., Li, H., Pigott, T. D., Xin, Y. P., & Hughes, E. M. (2022). A meta-analysis of mathematics word-problem solving interventions for elementary students who evidence mathematics difficulties. *Review of Educational Research*, 92(5), 695–742. <https://doi.org/10.3102/00346543211070049>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*.
- OECD. (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving: Students' skills in tackling real-life problems* (Vol. V). OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>
- Pintrich, P. R. (2000). An achievement goal theory perspective on issues in motivation terminology, theory, and research. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 92–104. <https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1017>
- Francis.
- Cohen, J. (1977). *Statistical power analysis for behavioral sciences* (revised ed.). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-10517-X>
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2008). Facilitating optimal motivation and psychological well-being across life's domains. *Canadian Psychology / Psychologie canadienne*, 49(1), 14–23. <https://doi.org/10.1037/0708-5591.49.1.14>
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Op't Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 687–726). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-012109890-2/50050-0>
- Flores, A., Turner, E. E., & Bachman, R. C. (2005). Research, reflection, and practice: Posing problems to develop conceptual understanding: Two teachers make sense of division of fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 117–121. <https://doi.org/10.5951/TCM.12.3.0117>
- Görgün, S., & Tican, C. (2020). Investigation of middle school students' math self-efficacy perceptions and math problem posing attitudes. *International Education Studies*, 13(11), 86–98. <https://doi.org/10.5539/ies.v13n11p86>
- Hartman, H. J. (Ed.). (2001). *Metacognition in learning and instruction: Theory, research and practice* (Vol. 19). Springer Science & Business Media.
- Jurdak, M. (2016). *Learning and teaching real world problem solving in school mathematics*. Springer International Publishing.
- Kapur, M. (2018). Examining the preparatory effects of problem generation and solution generation on learning from instruction. *Instructional Science*, 46(1), 61–76. <https://doi.org/10.1007/s11251-017-9435-z>
- Knuth, E. J. (2002). Fostering mathematical curiosity. *The Mathematics Teacher*, 95(2), 126–130. <https://doi.org/10.5951/>

הזדמנויות ואתגרים המשתקפים בהוראה ולמידה של מתמטיקה בווטסאפ על רקע הפרויקט הלאומי בגרופ (Bagroup)

ד"ר רותי סגל

ראש החוג לחינוך מתמטי וראש התוכנית לתואר שני בהוראת מתמטיקה ומדעים בבית הספר היסודי במכללת אורנים ומרצה בכירה במכללת שאנן. מחקריה מתמקדים בהתפתחות מקצועית של מורים ומורי מורים למתמטיקה ובפרט בשילוב טכנולוגיות בהוראת מתמטיקה.



ד"ר יניב ביטון

מרצה בכיר בחוג למתמטיקה במכללת שאנן ומנהל אשכול STEM במרכז לטכנולוגיה חינוכית. מחקריו מתמקדים בהערכה ובשילוב טכנולוגיה בחינוך מתמטי.



הזדמנויות ואתגרים המשתקפים בהוראה ולמידה של מתמטיקה בווטסאפ על רקע הפרויקט הלאומי בגרופ (Bagroup)

רותי סגל ויניב ביטון

תקציר

במחקר הנוכחי בחנו את נקודות המבט של המורים על ההזדמנויות ללמידה והוראה שאפשר ליצור באמצעות ווטסאפ (WhatsApp) בהיותה רשת חברתית כדי לעזור לתלמידים להתכונן לבחינת בגרות במתמטיקה על רקע פרויקט בגרופ (Bagroup). את הפרויקט השיקו משרד החינוך והמרכז לטכנולוגיה חינוכית שלושה חודשים לפני בחינת בגרות כדי שישמש עוד סביבה ללימוד מתמטיקה. במחקר השתתפו 24 מורים למתמטיקה שליוו את תהליכי הלמידה בקבוצות ווטסאפ שבכל אחת מהן יש 100 תלמידים בערך, והם הציעו למידה המשולבת (blended learning) שיש בה הוראה סינכרונית ואסינכרונית, הציגו בעיות מתמטיות לפתרון ונתנו פתרון לבעיות שהתלמידים התקשו בפתרון. בעזרת כלי מחקר כמותיים ואיכותניים נותחו נקודות המבט של המורים על הזדמנויות ללמידה והוראה שנוצרו לצד האתגרים. שיטת המחקר המשולבת (Mix-method) אפשרה להבין הבנה מלאה את הסיבות לעמדת המורים כלפי למידה והוראה ברשת החברתית בפרויקט בגרופ. נתונים כמותיים ואיכותניים נאספו באמצעות שלושה כלים: שאלון הכולל שאלות סגורות מסוג ליקרט (Likert) ושאלות פתוחות, ראיונות מובנים למחצה ותצפיות בארבע קבוצות ווטסאפ שנעשו בפרק זמן של שלושה חודשים. ניתוח גורמים העלה שלוש קטגוריות של סביבת הבגרוף: גורמים התורמים לצרכים הרגשיים של הלומד, גורמים המקדמים למידה וגורמים המעכבים למידה. ממצאי המחקר הנוכחי עשויים להשפיע על הזדמנויות למידה והוראה ברשת החברתית ועל הוראה מרחוק.

מילות מפתח: רשתות חברתיות; תקשורת; למידה חברתית-רגשית; ידע של מורים למתמטיקה; הוראת מתמטיקה בבית הספר העל-יסודי.

מבוא

תקשורת היא רכיב הכרחי וחינוכי בתהליכי הלמידה-הוראה. תקשורת עשירה ומגוונת מאפשרת לתלמידים לארגן, לנתח, להעריך ולשפר את יכולתם לבטא את החשיבה המתמטית שלהם ביטוי עקיב וברור

לצד החשיבה המתמטית והאסטרטגיות של אחרים. התקשורת מקדמת את השימוש בשפה מתמטית נכונה כדי לבטא במדויק רעיונות מתמטיים (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). תקשורת מדויקת מאפשרת לתלמידים לתאר היטב את הרעיונות המתמטיים שלהם לפני חבריהם, מוריהם ואחרים (Putra et al., 2020). היא מאפשרת לתלמידים להבין ייצוגים של אובייקטים מתמטיים ומאפשרת למורים לזהות את היצירות ואת המוטיבציה של התלמידים במתמטיקה (Tong et al., 2021).

מתוך כך עולה החשיבות של תפקיד המורים לשלב במהלך ההוראה שיח לקידום תקשורת בין התלמידים באמצעות שימוש בכלים מגוונים להסבר, יצירת קשרים, פתרון בעיות, הנמקה והעלאת טיעונים משכנעים, ובו בזמן לפתח את ההבנה המושגית והשטף הפרוצדורלי של התלמידים (National Council of Teachers of Mathematics, 2009, 2019). יצירת הזדמנויות לתקשורת יעילה בין תלמידים מתאפשרת בהטמעה של תקשורת מכבדת שבה כל רעיון של כל תלמיד נשקל בכובד ראש ולכל אחד יש הזדמנות לשאול שאלות, להצהיר ולהביע את רעיונותיו (Chapin et al., 2013).

עיבוד שיח כזה משמש אתגר ייחודי במסגרות מקוונות שבהן השיח בדרך כלל לובש צורה של דיונים על טקסטים כתובים או שיתוף בהתנסויות משותפות ולא פתרון בעיות שיתופי של משימה מתמטית (Morge et al., 2020, p. 216).

סקירת ספרות

רשתות חברתיות, ווטסאפ ולמידה משולבת (blended learning)

בשנים האחרונות הפכו הרשתות החברתיות לפלטפורמה רחבה ולעיתים עיקרית בתקשורת בין אנשים במעגלים חברתיים, משפחתיים וארגוניים למיניהם. השימוש במדיה החברתית החל להתרחב גם למערכות חינוכיות: בתי ספר, מוסדות להשכלה גבוהה ותוכניות פיתוח מקצועי למורים (Calderón-Garrido & Gil-Fernández, 2023;)



מדיה חברתית להוראה ולמידה בבתי הספר. בהתחשב בשכיחות המדיה החברתית בחיי היום-יום בייחוד בקרב בני נוער אנו מזהים את הצורך במחקר כזה.

בשביל תלמיד K-12 למידה באמצעות מדיה חברתית יכולה לטפח יחסי גומלין בין מורה לתלמיד או בין תלמיד לתלמיד. יחסי גומלין אלו יכולים לספק למורה משוב כמעט מיידי על תהליכי למידה, להתמקד בקשיי התלמידים וההבנה הייחודיים של כל תלמיד ובעבור התלמידים זוהי הזדמנות להיחשף לרעיונות המתמטיים של עמיתיהם (Biton et al., 2014; Biton & Segal, 2021, 2024, 2025; Freeman et al., 2016; Greenhow et al., 2017; Segal & Biton, 2024, 2025). זה יכול לקדם שיתוף פעולה ולפתח קהילות מבוססות חקר (Durgungoz & Durgungoz, 2022; Naidoo & Kopung, 2016). תלמידים רואים בקבוצת ווטסאפ מקום בטוח למערכות יחסים לא רשמיות ולחשיפה אישית (Kizel, 2019) ותשתית שבה הם יכולים לחלוק רעיונות בלי חשש (Biton & Segal, 2021; Durgungoz & Kopung, 2016; Durgungoz, 2022; Naidoo & Kopung, 2016). נוסף על כך התלמידים מדווחים כי ברשת החברתית "נשברים" מדרגים וגבולות חברתיים ובד בבד היא מספקת סביבה קשובה וגמישה שבה יש להם חופש בחירה אם להגיב או לא (Kizel, 2019).

ההוראה ברשת החברתית ווטסאפ מאפשרת למורים להכיר היטב את תלמידיהם (Bouhnik & Deshen, 2014), ולשלב יחסי גומלין מעוררי דיון המניעים תלמידים ללמידה (Durgungoz & Durgungoz, 2022; Nida et al., 2020). הנגישות של טכנולוגיות הנמצאות בכף ידם של תלמידים, מאפשרת לקבל הזדמנויות מגוונות ללמידה, לשפר את מיומנויות הקריאה ולטפח חשיבה ביקורתית. על מורים למתמטיקה להיות מודעים לשימוש ברשת החברתית ווטסאפ, להכיר את דרכי ההוראה שסביבה זו מציעה ולהיות מסוגלים ליישם את הפדגוגיה המתאימה (Schleicher, 2019).

הזדמנויות מגוונות ללימוד מתמטיקה באמצעות ווטסאפ עשויות להיות מיושמות באמצעות למידה משולבת (Nida et al., 2020). בלמידה משולבת יש קבוצה של שיטות למידה והוראה שיכולות לכלול פעילויות שיתופיות, כיתות הפוכות והדרכה מקוונת באמצעות האפליקציה. היא מזמינה את התלמידים ליצור קשרים טובים יותר עם המורה ועם חבריהם. למידה משולבת בסביבת ווטסאפ עשויה להיות מפתח לחשיפת התלמידים לפרטואר גדול של אסטרטגיות חשיבה וטקטיקות לפתרון משימות ולקידום החשיבה היצירתית שלהם.

Durgungoz & Durgungoz, 2022; Nida et al., 2020).

על אף הפעילות הענפה ברשתות החברתיות ובפרט ברשת החברתית ווטסאפ (WhatsApp) שקיבלה את הדירוג הגבוה ביותר של משתמשים, רק כ-40% מהמורים משתמשים באתרי הרשת החברתית שימוש שוטף למטרות חינוכיות (Calderón-Garrido & Gil-Fernández, 2023). ווטסאפ הפכה למקום מפגש וירטואלי פופולרי מאוד בעבור בני נוער ומבוגרים (Boyd, 2010; Greenhow & Askari, 2017). ההעדפה לווטסאפ נשענת על כמה סיבות, בהן קלות ניהול התקשורת, הנגישות שלה לקבוצות קיימות ופשטות של בניית קבוצות (Durgungoz & Durgungoz, 2022; Naidoo & Kopung, 2020; Nida et al., 2020; Rosenberg & Asterhan, 2018). מורים נוטים להעדיף את ווטסאפ על פני פלטפורמות אחרות למטרות ארגוניות (Rosenberg & Asterhan, 2018).

בשנים האחרונות נעשו מחקרים המתמקדים ביתרונות הפדגוגיים של שימוש במדיה חברתית לקידום ותמיכה בתהליכי למידה, כאשר מרביתם מתמקדים במוסדות להשכלה גבוהה או במסגרות להתפתחות המקצועית של מורים (לדוגמה, Dyson et al., 2015; Moodley 2019; Naidoo & Kopung, 2016; Sendurur et al., 2015). או בקהילות וירטואליות המעניקות תמיכה מקצועית למורים (Moodley, 2019).

הרשת החברתית ווטסאפ משולבת גם בתהליכי למידה של סטודנטים להכשרת מתמטיקה, המגלים מוטיבציה לשתף פעולה עם עמיתיהם באמצעות תקשורת באינטרנט; ללמוד בסביבות המגוונות שהלמידה ברשת החברתית מאפשרת; להאיץ את תהליכי הלמידה שלהם באמצעות חשיפה לקשרי למידה רבים ומגוונים בין חברי הקבוצה, בלמידה בעילום שם, בלמידה פעילה או סבילה (Konyefa & Nwanze, 2020; Moreno-Guerrero et al., 2020; Naidoo & Kopung, 2020).

על פי תורת הלמידה החברתית אפשר לראות בלמידה סבילה למידה תצפיתית שבאמצעותה נרכשים ידע או מיומנויות מתוך התבוננות בפעולות של אחרים ובתוצאות של פעולות אלו, כלומר למידה מניסיונם של אחרים (Li et al., 2023). לפי בנדורה (Bandura, 2001), התבוננות בחוויות של אחרים יכולה לגרום ללומדים לאמץ התנהגויות חדשות ולאפשר להם להתמודד בהצלחה עם משימות מאתגרות.

עם זה חסרים מחקרים על השימוש בפלטפורמות של

נוסף על כך סביבת למידה יעילה, בטוחה ותומכת, שבה המורים נגישים והתלמידים יכולים לחוות יחסי גומלין בין עמיתים, מאפשרת לתלמידים להתמודד עם פתרון משימות ולשפר את אסטרטגיות הלמידה שלהם.

פיתוח מודעות חברתית ומיומנויות תקשורת עם עמיתים מתבטא כאשר תלמידים שוקלים את הרעיונות ואת הגישות של חבריהם בפתרון בעיות, מעריכים פתרונות מוצעים, מתנסים ברעיונות של אחרים מתוך פיתוח הבנתם בעצמם את הבעיה ומעריכים דרכים לפתרונה (Sears et al., 2022). תהליך הוראת למידה במתמטיקה מתנהל גם באמצעות דיונים של תלמיד–תלמיד ותלמיד–מורה, שגם מטפחים את פיתוח מיומנויות חברתיות רגשיות.

ג'וסוויק וטיילור (Joswick & Taylor, 2022) מדגישים את הקשר בין SEL לדיונים המתנהלים בשיעורי מתמטיקה. מודעות חברתית וכישורי מערכת יחסים תומכים בסביבה חיובית בכיתה שבה התלמידים מתייחסים בכבוד לרעיונות של חבריהם, מקשיבים באמפתיה, מעבירים את רעיונותיהם בבירור ובוהירות ומיישמים נורמות חברתיות מתאימות.

הטכנולוגיה מציעה הזדמנויות ויישומים חדשניים לדיון בזמן אמת וכדי להעריך ולעקוב אחר התקדמות ה-SEL של התלמידים ברבות הימים. הפוטנציאל הוא רב מכיוון שהוא מאפשר להגיע מייד ובו בזמן לאנשים רבים (Weissberg et al., 2015).

ידע תוכן טכנולוגי ופדגוגי של מורים (TPACK)

הספרות מתארת מודלים מגוונים הנוגעים לידע נדרש ממורים במהלך שילוב טכנולוגיה בתהליכי הוראה. אחד מהמודלים הוא מודל TPACK (ידע טכנולוגי, פדגוגי ותוכן) (Koehler & Mishra, 2009; Schmidt et al., 2009), המסתמכים על שולמן (Shulman, 1986), "TPACK" הוא שילוב של ידע טכנולוגי (TK), ידע פדגוגי (PK) וידע תוכן (CK) (Niess, 2005).

TPACK מרמז שכל שלושת גופי הידע מצטלבים ברמות מגוונות של מורכבות, והוא מקיף את הידע שהמורים זקוקים לו כדי לשלב ביעילות טכנולוגיה בהוראה. המודל משמש גם למיפוי הידע והמיומנויות של המורים (Agyei & Voogt, 2012; Caniglia & Meadows, 2018; Klemer et al., 2023; Raveh et al., 2025; Tondeur et al., 2020). מורכבות המודל ניכרת ברכיבים המשותפים של הידע הבסיסי. לדוגמה, TCK (ידע תוכן טכנולוגי) הוא ידע על הדרך שבה טכנולוגיה יכולה ליצור ייצוגים מסוימים של מושגים ותהליכים מתמטיים, הוא

לצד היבטים דידקטיים המורים הבוחרים לשלב את הרשת החברתית בתהליכי הוראה ולמידה, צריכים להיות מודעים למגבלות השימוש ברשת החברתית (Greenhow & Lewin, 2016) ולהיבטים רגשיים וחברתיים של הלומדים (Schleicher, 2019).

למידה חברתית-רגשית

למידה חברתית-רגשית (SEL) מוגדרת תהליך שבו מתפתחות יכולות חברתיות ורגשיות. תהליך הרכישה והיישום של ידע ומיומנויות דרושים לזיהוי וניהול של הרגשות הכרוכים בגילוי אמפתיה כלפי אחרים, קבלת החלטות אחראיות, הגדרה של מטרות חיוביות והשגתן, חיזוק מערכות יחסים חיוביות והתמודדות עם מצבים מאתגרים. תהליך הרכישה והפיתוח של מיומנויות SEL מתנהל לצד תהליכי למידה ורכישת ידע ומיומנויות בעניין של תוכן נלמד (Collaborative for Academic, Social and Emotional Learning [CASEL], 2003, 2022; Weissberg et al., 2015). מיומנויות אלו מתפתחות כאשר ניתנת ללומדים יכולת עצמית לחוות שייכות והזדמנות לנהל ולפתח את הלמידה שלהם באמצעות תקשורת עם עמיתים, תקשורת חברתית, תמיכה, שיתוף פעולה מכבד, אכפתיות וקבלת החלטות (Deci & Ryan, 2000; Ryan & Deci, 2012).

הענקת עצמאות כזו לתלמידים חשובה מאוד באיכות היחסים בין מורה לתלמיד (Reeve, 2006). היא מתקיימת כאשר המורה מאפשר לתלמידים לבחור כיצד ללמוד מתוך מגוון אפשרויות כדי לחזק את תהליכי ההבנה באמצעות מגוון שיטות וחומרי למידה. הוראה התומכת במתן עצמאות לתלמידים צריכה לכלול זמן לעבודה עצמית, לתת הזדמנויות לתלמידים להביע את עצמם, לשבח ולעודד על המאמצים של התלמיד, לתת רמזים המאפשרים להתקדם ולהקשיב לשאלות ולהערות של תלמיד (Reeve, 2006; Reeve & Jang, 2006).

פיתוח מיומנויות SEL ללימוד מתמטיקה חיוני במיוחד מכיוון שללא מעט תלמידים יש רגשות שליליים כלפי מתמטיקה בעיקר (Kamour & Altakhayneh, 2021; Sears et al., 2022). לפי רוסטיקוס ואחרים (Rusticus et al., 2023) וקאיוביט (Cayubit, 2022), הרגשה בטוחה לשאול שאלות בלי שיפוטיות היא אחד הרכיבים המרכזיים לביסוס סביבת למידה המספקת אקלים רגשי מיטבי, שתטפח התפתחות אישית, מיומנויות מערכות יחסים ואסטרטגיות למידה. מחקרים אלו מדגישים כי לסביבת הלמידה יש השפעה מכרעת על הזדמנויות הלמידה ועם עידוד מתאים היא יכולה לקדם את המוטיבציה ואת המעורבות של התלמיד בתהליך הלמידה.



להשתתף ולקבל עזרה במתמטיקה; (3) **למידה ניידת**: הלמידה באמצעות שימוש בטלפון הנייד מספקת הוראה בכל מקום ובכל זמן בסביבתו הטבעית של התלמיד; (4) **עידוד**: התוכנית מסייעת בחיזוק ההבנה, תחושות המסוגלות ובהגברת הביטחון העצמי; (5) **גיוון**: התלמידים נחשפים לשיטות למידה מגוונות ופותרים בעיות רבות.

באמצעות קול קורא לכל אוכלוסיית תלמידי התיכון הישראליים הלומדים מתמטיקה ברמת 5 יחידות הוזמנו תלמידים להתנסות בלמידה באמצעות קבוצות ווטסאפ לצד תלמידים אחרים ברחבי הארץ ובהנחיית מורה מומחה. ההשתתפות בפרויקט אפשרה להם ללמוד בעילום שם עם מורה אחר ועמיתים שהם לא מכירים ולקבל תשובות לשאלותיהם בכל שעה ביום. נוצרו 40 קבוצות כך שבכל קבוצה יש 100 תלמידים בערך, ובדקו שלא יהיו יותר מעשרה מאותו בית ספר כדי שתהיה אוכלוסייה הטרוגנית כללי-ארצית בכל קבוצה הלומדת לבגרות במתמטיקה ברמה מסוימת.

מטרות המחקר ושאלותיו

המחקר הנוכחי הוא חלק ממערך מחקר רחב שמטרתו הייתה להעריך את יעילות הלמידה ברשת החברתית על רקע הפרויקט.

המטרה העיקרית של המחקר הנוכחי הייתה לזהות את נקודות המבט של המורים על סביבת ההוראה והלמידה של מתמטיקה ברשת החברתית ווטסאפ בפרויקט בגרופ.

שאלות המחקר האלה הנחו את המחקר:

1. מה לדעת המורים הסיבות העיקריות המקדמות או המעכבות את לימוד מתמטיקה בתיכון בפרויקט בגרופ?
2. מהי לדעת המורים התרומה העיקרית שתרם פרויקט בגרופ להתפתחותם המקצועית?

השיטה משתתפים

מורים למתמטיקה: מ-40 המורים שלימדו מתמטיקה בפרויקט, השתתפו במחקר הנוכחי 24 מורים שענו על השאלון המסכם. המורים נבחרו להוראת מתמטיקה בפרויקט על פי המלצות של מערכת החינוך או המלצות של מדריכים פדגוגיים למתמטיקה (מטעם המפקח על הוראת המתמטיקה במשרד החינוך). נבחרו מורים בעלי לפחות חמש שנות ותק בהוראת מתמטיקה ברמת 5 יח"ל ובכללה הגשה לבחינות בגרות. לצד השתתפותם בפרויקט בגרופ ברשת החברתית, הם גם לימדו מתמטיקה בכיתות רגילות בבית הספר.

דורש מהמורה להיות מודע לאופן שטכנולוגיות למיניהן משפיעות על מיומנויות הלומדים והבנת המושגים והתכנים הרלוונטיים. (ידע פדגוגי טכנולוגי) מרמז על היכרות עם מגוון הטכנולוגיות שאפשר לשלב אותן בהוראה והבנה כיצד השימוש בהן יכול להשפיע על שיטות ההוראה. מורים בעלי TPK רחב מזמנים לתלמידיהם למידה בשילוב טכנולוגיה כדי לשפר כישורי חשיבה והבנה (Özerem, 2012), ליישם דרכי הערכה מגוונות (Torres-Madroño et al., 2020) ולקדם מיומנויות חקר ולמידה פעילה (Segal et al., 2018; Klemer et al., 2023; Raveh et al., 2025).

פרויקט בגרופ - להוראה וללמידה ברשת החברתית ווטסאפ

את פרויקט בגרופ (Bagroup) יזמו המרכז לטכנולוגיות חינוך ומשרד החינוך בישראל בשנת 2016. הפרויקט החל לפעול בפייסבוק (Biton et al., 2014; Biton & Segal, 2021), ולאחר מכן פעל בווטסאפ כדי להציע עוד סביבת למידה לתלמידי תיכון המתכוננים לבחינות הבגרות שלהם במתמטיקה.

המחקר הנוכחי נעשה בקרב קבוצות ווטסאפ עם תלמידי כיתות י"א וי"ב שלמדו לבחינת הבגרות במתמטיקה ברמת חמש יחידות, הנשענת על נושאים ברמת מורכבות גבוהה. השאלות בבחינות הבגרות ברמה זו דורשות הבנה מוצקה של המקצועות לצד יכולת לקשר בין מושגים שונים זה מזה.

הצלחה בבחינת הבגרות במתמטיקה ברמת חמש יחידות מאפשרת להתקבל לפקולטות מבוקשות באוניברסיטאות ובסופו של דבר היא מספקת שכר גבוה משכר המינימום (Ben-David & Kimhi, 2020; Zeedan & Hogan, 2022). לכן תלמידים רבים שואפים להצליח ברמה זו, ומדינת ישראל מעוניינת להעניק הזדמנויות למידה שיכוונו להצלחה את כל התלמידים הלומדים ברמה זו.

מטרת הפרויקט היא לאפשר לכמה שיותר תלמידי תיכון להצליח באמצעות תמיכה מקצועית מחוץ לשעות הלימודים. ולא חשוב פחות, לאפשר לתלמידים המשתייכים למשפחות ממעמד סוציו-אקונומי נמוך לקבל תמיכה חינוכית, ומתוך כך לצמצם פערים ולקדם שוויון הזדמנויות לכל התלמידים המתכוננים לבחינת הבגרות במתמטיקה.

הפרויקט מציע יתרונות אלה: (1) **מיידיות**: תלמידים שנתקלים בקושי לימודי כלשהו יכולים לקבל תשובה מיידיית ומקצועית ממורה או עזרה מתלמידים אחרים (למידת עמיתים); (2) **שוויון**: שימוש בטכנולוגיית הווטסאפ החינמית מאפשרת לכל ציבור התלמידים

סביבת המחקר

הפרויקט נמשך כשלושה חודשים לפני מועד בחינות הבגרות, ובמהלכו נשלחו מאות אלפי הודעות הנוגעות לתכנים לימודיים, שאלות, פתרונות והסברים. כל אחד מהתלמידים המשתתפים למד מתמטיקה הן בכיתתו הרגילה בבית הספר הן בבגרו. המשמעות היא שבכל הזמן הזה תלמיד ישתתף גם בקבוצת הוואטסאפ הייעודית שלו בכיתה וגם בקבוצת הבגרו. המסוימת ששובץ בה (שבה הוא משתתף אלמוני). כמו המורה המנחה קבוצת לימוד מסוימת, הוא לא הכיר אישית את התלמידים, לא היה לו מידע על היכולות הלימודיות שלהם והוא לא ידע באילו בתי ספר הם לומדים (ראו איור 1).

תהליך ההוראה

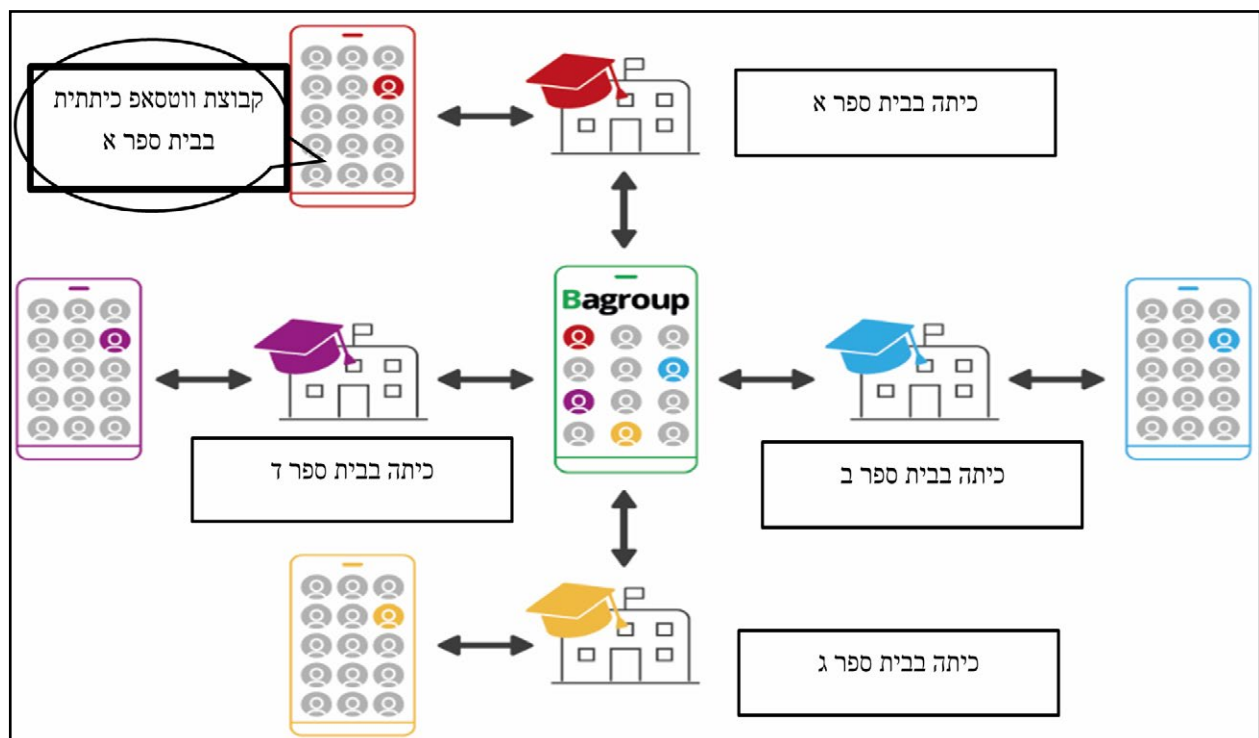
הלמידה בכל אחת מהקבוצות הוואטסאפ בפרויקט בגרו נשענה על "למידה משולבת" הכוללת מפגשים סינכרוניים וא-סינכרוניים (Garrinson & Vaughan, 2008; Nida et al., 2020; Schwartz et al., 2017; Tella, 2014).

לכל נושא נעשו שניים או שלושה שיעורי וואטסאפ סינכרוניים של 45 דקות, שבהם המורה הציג את הנושא, שיתף קבצים, קידם דיונים בכתב והדגיש נקודות חשובות. המורים יכלו להשתמש בחומרים שהציע הרכז הפדגוגי של הפרויקט וגם לשלב חומרי הוראה משלהם שהשתמשו בהם בכיתותיהם הרגילות בעבודתם.

רכוז פדגוגית: לרכוז הפדגוגית יש ניסיון רב בהוראת מתמטיקה בתיכון ולצד צוות מומחים (מורים למתמטיקה) היא עיצבה את תוכנית ההוראה של כל קבוצה על פי תוכנית הלימודים ורמת הקבוצה. הם יצרו סילבוס, פיתחו ואגדו חומרי הוראה דיגיטליים מגוונים ומאושרים לשימוש והציעו אותם למורים שישלבו בתהליכי ההוראה-למידה. אלה כללו מצגות PowerPoint, סרטונים, יישומונים מוכנים הממחישים המחשה חזותית ודינמית מושגים ותהליכים מתמטיים, דפי מידע, דפי עבודה ועוד.

הרכוז הפדגוגית עקבה אחר תהליכי ההוראה-למידה בקבוצות הוואטסאפ בסיוע מורים מלווים אחרים. הם עמדו בקשר רציף עם המורים כדי להתמודד עם אתגרים שהתבטאו בתהליכי ההוראה-למידה בקבוצות הרבות ולנסות לחשוב על דרכי פתרון והתמודדות.

רכוז אדמיניסטרטיבית: האחריות לכל ההיבטים הטכניים והטכנולוגיים של ארגון הקבוצות הייתה של הרכוז האדמיניסטרטיבית. לצד צוות מומחים היא דאגה כי כל קבוצה בפרויקט תכלול תלמידים שאינם לומדים באותה כיתה בבית הספר, ולא יותר מחמישה תלמידים מאותו בית ספר. נוסף על כך הרכוז הייתה זמינה לטיפול בכל התקלות או הקשיים הטכנולוגיים שהיו למשתמשים (מורים ותלמידים) וסיפקה פתרון מיידי. הגיבוי הטכנולוגי שהעניקה הרכוז האדמיניסטרטיבית אפשר למורים להתפנות לתהליכי ההוראה והלמידה.



איור 1: איור המציג תלמידים המשתתפים בשתי סביבות למידה: פרויקט בגרו באמצעות וואטסאפ, וכיתה אם בבית הספר פנים אל פנים (שיש בה קבוצת וואטסאפ כיתתית)



הרגילה להוראה "וירטואלית" בפרויקט.

מטרת התצפיות והראיונות הייתה לחזק את הממצאים שעלו מתוך תשובותיהם לפריטים הכמותיים והאיכותיים בשאלון.

ניתוח נתונים

ניתוח הנתונים שנאספו מכלי המחקר נעשה על פי השלבים האלה:

שלב 1: ניתוח כמותי ואיכותי של השאלונים (שכיחות, אחוזים, ממוצעים וסטיות תקן) של דירוג ההצהרות מסוג ליקרט (Likert) אפשרו לעקוב אחר הגורמים שהמורים האמינו שמקדמים או מעכבים הוראה-למידה בסביבה זו.

שלב 2: ניתוח איכותני של הראיונות והתצפיות. הראיונות התקיימו לאחר ניתוח שלב 1, ואפשרו לחוקרים להבין טוב יותר, לחדד ולפתח את ההיבטים שעלו. בשלב זה בדקנו גם את התצפיות שלנו על ארבע הקבוצות, וחיפשנו ראיות ואירועים אחרים כדי לאשש עוד יותר את הממצאים הראשוניים שלנו.

ניתוח תוכן שיטתי שימש לניתוח האיכותני. תשובות המורים לשאלות הפתוחות ולתמלול הראיונות חולקו ל"יחידות משמעות" (ממילה אחת למשפט או פסקה הכוללת רעיון אחד) ונושאים זהו וסווגו באמצעות שיטת "ניתוח השוואתי מתמיד" (Charmaz, 2014; Glaser, 2017) וחלוקתם לקטגוריות ראשיות ומשניות (Fram, 2013).

ניסינו גם לזהות תקריות והצהרות שהופיעו לאחר התצפיות שלנו ושחזקו את בחירת הקטגוריות שלנו. התצפיות נתנו הבנה מהותית יותר של תשובות המורים לשאלון. התוצאות הכמותיות של עזרו לחזק ולחדד את התובנות והמסקנות של הממצאים האיכותיים ולהפך.

שלב 3: את תוצאות הניתוחים אימתו שלושה שופטים מומחים (חוקרים בחינוך מתמטי) עד שהסכימו על הסיווג.

ממצאים

חלק זה מתאר את הממצאים הכוללים שהתקבלו לאחר הצלבה של הניתוחים הכמותיים והאיכותיים. הממצאים המוצגים נשענים על ניתוח הנתונים מתוך השאלון והראיונות.

מדי יום ביומו הציעו המורים שאלות בנושא שהגדירו מראש לאותו יום והם פתרו אותן בקבוצה. הלמידה הייתה רציפה (24/7) והועברה במגוון דרכים: הודעות טקסט, הודעות קוליות, תמונות, סרטונים, שאלות, מצגות ועוד. אף שהקבוצה הייתה בפיקוח מורה מקצועי כדי להבטיח עקיבות, רוב הלמידה הייתה עמית לעמית והתפקיד העיקרי של המורים היה לעקוב אחר יחסי הגומלין בתוך הקבוצה ובמידת הצורך לעמוד על התכתבות רלוונטית בין התלמידים או להציע כיווני חשיבה לפתרון של שאלה שטרם נענתה.

איסוף נתונים

המחקר השתמש בשיטה מעורבת (Mix methods). נתונים כמותיים ואיכותניים נאספו באמצעות תצפיות, שאלונים וראיונות (Corbin & Strauss, 2015; Creswell, 2014).

שאלון: מקור הנתונים העיקרי הושג באמצעות שאלונים מקוונים שחולקו בתום תקופת הלמידה בת שלושה חודשים לכל המורים שהנחו את קבוצות הווסטאפ בפרויקט. מתוך 40 המורים, 24 מורים ענו על השאלון. השאלון נבנה והתגבש בשילוב תיקוף מומחים.

השאלון כלל 11 הצהרות בסולם, 6 נקודות מסוג ליקרט (1 – אי-הסכמה מוחלטת, 6 – הסכמה מלאה) (ההצהרות מוצגות בסעיף ממצאים) ו-14 שאלות פתוחות שבהן ביקשו מהמורים לפרט או להסביר את הנמקתם כיצד הם דירגו את ההצהרות ולתת דוגמאות או הסברים רלוונטיים לשלוש או ארבע הצהרות לפי בחירתם. למשל, להציג שלושה יתרונות ושלושה חסרונות שמצאו בתהליכי הלמידה וההוראה בפרויקט, או להרחיב כיצד השיטה מאפשרת לענות על הצרכים החברתיים והרגשיים של התלמידים.

תצפיות על ארבע קבוצות לימוד שלמדו בפרויקט. החוקרים עקבו אחר הודעות אקראיות של תלמידים ומורים מארבע קבוצות כדי לזהות תהליכים של יחסי גומלין בין המשתתפים, מעגלי שיח תלמיד-תלמיד ותלמיד-מורה וסוגים של שאלות ופתרונות שהוצעו. תצפיות אלו כללו יותר משלושת אלפים הודעות.

ראיונות: ראיונות לא פורמליים, מובנים למחצה, נעשו בזום (Zoom) עם שלושה מורים משתתפים, הרכז הפדגוגי והרכז האדמיניסטרטיבי (אלה התקיימו לאחר ניתוח השאלונים). שאלות הריאיון עסקו בין השאר בתובנות של המורים על התנסויותיהם בפרויקט והערכת יעילות הלמידה בקבוצה בעבור תלמידיהם. כמו כן הם התבקשו להשוות בין הוראה פנים אל פנים בכיתתם

טבלה 1: רמות ההסכמה (באחוזים) של המורים עם הצהרות הנוגעות לתרומת סביבת הוויסאפ לצרכים הרגשיים של הלומד

מסכים	מסכים במידה מסוימת	לא מסכים	
70.8	29.2	0	הצלחתי לעקוב אחר התקדמות התלמידים באמצעות השיח בוויסאפ
54.5	45.5	0	הצלחתי להסביר את החומר בדיוק כמו בשיעור רגיל
37.5	58.3	4.2	וויסאפ אפשרה לסטודנטים להשתתף בלי חשש לביצוע טעויות
70.8	25	4.2	השיח הכתוב בוויסאפ עדיף על פני השיח המילולי בשיעורים רגילים
25	37.5	37.5	ההוראה דרך הוויסאפ אפשרה לי לענות על הצרכים הספציפיים של כל תלמיד

לתלמיד מתקשה לפתור משימה נתונה, על מנת להניע אותם להמשיך לסייע זה לזה, וגם להמשיך לשאול שאלות ללא חשש". המורים גם הזכירו את התמיכה הרגשית והאכפתיות האישית שהם הביעו בשיח הכתוב שלהם. כמו למשל, "אני משתמש בחיוכים ובאימוג'ים חיוביים כדי לקרב את התלמידים לקבוצה"; "מדי פעם אני יוזם שיחה פרטית עם תלמידים שלא היו פעילים בקבוצה הרבה זמן ושואל מה שלומם".

שבעה מורים מתוך ה-24 דיווחו כי **האלמוניות** בקבוצת הוויסאפ בפרויקט בגרופ סייעה לענות על הצרכים הרגשיים של התלמיד כי חוסר ההיכרות האישית עם התלמידים האחרים הרגיע אותם יותר בשאלות שאלות בסיסיות: "אין חשש להיות מוערך על ידי אחרים"; "תלמידים מרגישים יותר בנוח להתבטא ולשאול בוויסאפ של בגרופ מאשר בקבוצת בית הספר שלהם".

הוזכרה גם **הזמינות** 24/7: שישה מורים חשו שסביבת הבגרוף תרמה לצרכים הרגשיים של הלומדים בכך שהיא מאפשרת "למידת עמיתים או קבלת תמיכה 24/7 [...] בכל פעם שתלמיד מתקשה לפתור תרגיל" או "זקוק לעזרה בהבנה".

14 מורים ציינו את **למידת העמיתים** בהיותה יתרון: "זו מסגרת טובה לחיזוק ותמיכה בלמידה"; "התלמידים מבינים את הקשיים שיש לתלמידים אחרים בקבוצה".

שבעה מורים עמדו על היתרון שיש מורה אכפתי, חמישה ציינו הזדהות עם חברי הקבוצה האחרים, וארבעה ציינו את היתרון של למידה מהטעויות שלהם ושל שאר התלמידים בקבוצה.

גורמים המקדמים למידה

טבלה 2 מציגה את התפלגות התשובות בקטגוריה השנייה

ניתוח גורמים זיהה שלוש קטגוריות עיקריות של סביבת בגרופ עם מהימנות פנימית סבירה:

1. גורמים התורמים לצרכים הרגשיים של הלומדים – חמישה פריטים ($\alpha = .79$).
2. גורמים המקדמים למידה בסביבת וויסאפ – ארבעה פריטים ($\alpha = .74$).
3. גורמים המעכבים למידה בסביבת וויסאפ – שני פריטים ($p < .000, = 28$).

ניתחנו כל הצהרה כדי לקבוע את התפלגות ההסכמה. כדי להקל על ההצגה, ששת P -וני הליקרט המקוריים צומצמו לשלוש רמות: לא מסכים (כל התשובות קיבלו ציון במקור "1"), מסכים במידה מסוימת (כל התשובות קיבלו ציון במקור "2" או "3") ומסכימים (כל התשובות הניקוד המקורי הן "4", "5" או "6").

גורמים התורמים לצרכים הרגשיים של התלמידים

טבלה 1 מציגה את התפלגות התשובות בקטגוריה הראשונה. אף שרוב המורים נראו מרוצים מהיבטים רבים של למידה והוראה בפרויקט בגרופ, עדיין ראוי לציין שיותר משליש האמינו שזה לא מאפשר להם לענות על הצרכים הייחודיים של כל תלמיד.

הניתוח האיכותני של הפריטים הפתוחים של השאלון והראיונות חיזקו את התוצאות הכמותיות וחידדו כמה גורמים שסייעו במתן פתרון לצרכים הרגשיים של התלמידים, בייחוד השיח המלווה במילות עידוד, האלמוניות והזמינות.

המורים הזכירו את הערך של שיח כתוב הכולל **מילות עידוד** כדי "להעלות את המוטיבציה של התלמידים לשאול כל שאלה, כולל שאלות המעידות על חוסר ידע או חוסר יכולת להבין את הבעיה ולגשת לפתרון שלה". מורה אחרת ציינה: "אני מעודדת תלמידים המנסים לעזור

טבלה 2: מידת ההסכמה (באחוזים) של המורים עם הצהרות הנוגעות לגורמים בסביבת הוויסאפ בגרופ המקדמים למידה

מסכים	מסכים במידה מסוימת	לא מסכים	
87.5	12.5	0	השיעור בסביבת ווטסאפ שונה מזה שבשיעור רגיל
66.7	33.3	0	ההוראה באמצעות ווטסאפ שיפרה את ההיכרות שלי עם הטכנולוגיות הזמינות להוראת מתמטיקה
45.8	37.5	16.7	תלמידים בפרויקט ווטסאפ השקיעו יותר זמן ומאמץ בלמידה בהשוואה לתלמידים בכיתה רגילה
82.6	17.4	0	אני מאמין שסביבת ווטסאפ תהפוך בעתיד לכלי אינטגרלי להוראת מתמטיקה

שלך מראש, להחליט איך ובאיזה סדר להציג אותם, ואילו שאלות לשאול כדי לאפשר לימוד הדרגתי של הנושא, כי אתה לא יכול לראות או לשמוע הסטודנטים".

מורה אחת כתבה זאת: "לאחר השיעורים הסינכרוניים, התלמידים למעשה הביעו תודה על החומר הכתוב וההסברים. זה אף פעם לא קרה לי בשיעור רגיל".

בעניין מושג הזמינות ציינו המורים כי חומרי הלמידה וההוראה וכל ההסברים הרלוונטיים שהועלו, היו זמינים כל הזמן כי "הכול כתוב וזמין בכל עת"; הזמינות של "חומרי למידה ממגוון בתי ספר המציעים פתרונות שונים למשימה נתונה"; וזמינות 24/7 של תלמידים אחרים בקבוצה. כמו כן 21 מורים ציינו את הנגישות של כל התלמידים לטלפון נייד, כלומר הם יכולים להשתתף בתהליך ההוראה-למידה בכל מקום.

ארבעה מורים שהביעו שביעות רצון מתהליכי ההוראה והלמידה בפרויקט בגרופ, דיווחו שהם העבירו את הרעיון לכיתה הרגילה שלהם בבית הספר. "בשנה הראשונה שלי בפרויקט, התחלתי להשתמש בסביבת ווטסאפ דומה בכיתות שלי מחוץ לשעות ההוראה הרגילות שלי, כי זיהיתי את הערך של התמיכה שקיבלו התלמידים דרך הסביבה הזו במיוחד כשהם מנסים לפתור משימות בבית ללא הצלחה".

גורמים המעכבים למידה

טבלה 3 מציגה את התפלגות התשובות הקשורות לקטגוריה זו. הבעיות העיקריות כללו חוסר יכולת ללמד מתמטיקה על פני פלטפורמה כזו וחוסר יכולת ליצור שיתוף פעולה.

אפשר לראות כי כל המורים הסכימו או הסכימו במידת מה כי השיעור בסביבת ווטסאפ שונה לגמרי משיעור רגיל, ובכל זאת האמינו שפלטפורמת ווטסאפ תהפוך כנראה לכלי אינטגרלי להוראת מתמטיקה עתידית. כמו כן כולם ציינו שהחווייה שיפרה את הידע שלהם על הטכנולוגיות הזמינות להוראת מתמטיקה.

הניתוח האיכותני חשף כמה גורמים המשפרים את הלמידה בהשוואה לכיתה רגילה. כמה מהם היו קשורים ל"צרכים רגשיים", כמו מילות עידוד כפי שצוין קודם.

חמישה מורים הציעו שלמידה בסביבה זו מביאה לידי תחושת מסוגלות עצמית ומוטיבציה: "כאשר תלמיד מקבל תשובה ספציפית לקושי שלו, הוא יכול להמשיך לתרגל ולהגיע להצלחה"; "משוב מהיר משפר את אמונתם ביכולתם להצליח במתמטיקה"; "עבודה כל יום בשעות אחר הצהריים והערב מנעה מהם 'להתנתק' מלימודי המתמטיקה [ולהשקיע יותר זמן ומאמץ בלמידה]".

בעניין ההבדל בין שיעור בווטסאפ ובין שיעור בכיתה הרגילה, ציינו המורים כמה גורמים שקידמו למידה טובה יותר בפרויקט בגרופ. הלמידה הייתה מדויקת יותר מכיוון שמרבית התקשורת היא בכתב: "בכיתה, התגובות המילוליות של התלמידים ניתנות לעיתים קרובות במהירות ובספונטניות ועלולות להפריע להקשבה או לחשיבה של תלמידים אחרים. כאן, זה הפוך. תגובות כתובות דורשות לפחות כמה רגעים של התבוננות". שיעורים סינכרוניים מחייבים את המורה להכין את השיעור בקפידה עם מגוון חומרים דיגיטליים, יישומונים דינמיים ודפי הסבר ולהתארגן טוב יותר. כפי שאמר אחד המורים בריאיון: "עליך לארגן בקפידה את כל החומרים

טבלה 3: רמות הסכמה (באחוזים) של מורים עם ההיגדים לגורמים בסביבת הוויסאפ של בגרופ המעכבים למידה

מסכים	מסכים במידה מסוימת	לא מסכים	
37.5	41.7	20.8	לא הצלחתי ליצור שיתוף פעולה בין תלמידים כמו שאני עושה בכיתה רגילה
37.5	58.3	4.2	חלק מהתכנים המתמטיים אינם ניתנים להסבר באמצעות ווטסאפ

חשוב וחינוכי שנכתב על ידי המורה או אחד התלמידים; "חוסר היכולת למיין או לשרשר רצף של מסרים מקשה על ההתנהלות"; "לפעמים ממש קשה למצוא מסר עם מידע חינוכי בתוך ריבוי ההודעות"; "ריבוי המסרים לא תמיד מאפשר לענות ולעזור לכל תלמיד. לא כל שאלה זוכה להתייחסות"; "החומרים המתמטיים לא היו נגישים בקלות לתלמידים".

כמו כן קשה להסביר תוכן מתמטי בווטסאפ כי המקלדת מגבילה את יכולת הכתיבה של סימונים מתמטיים: "זו בעיה להסביר נושאים שיש להם מספר סימונים מתמטיים, או גאומטרייה וטריגונומטרייה, שבהם נדרש סימון זוויות". הבעיה בהבעת רעיונות מתמטיים בתקשורת הכתובה עלתה שוב ושוב. מלבד אתגר המקלדת, המורים ציינו שלעיתים קרובות קשה מאוד "להתבטא בכתב כדי להסביר דברים [בהשוואה לציור על לוח]". רבע מהמורים דיווחו על "קושי בפענוח טקסט מילולי" ואחרים הזכירו את הקושי להסביר נושאים מורכבים יותר: "לפעמים צריך להדגים דברים פיזית, כמו כשעוסקים בתלת־ממד, וקשה לעשות זאת בווטסאפ, אפילו עם הקלטות וידאו". הוזכר גם פרק הזמן שנדרש כדי להקליד את התשובות וההסברים (מחצית מהמורים ציינו בעיה זו).

דיון

במחקר הנוכחי מוצג מודל לשילוב למידה ברשת החברתית ווטסאפ ברמה הלאומית, כסביבה המאפשרת תמיכה לכל תלמיד תיכון ברחבי הארץ. לפי המודל כל תלמיד יכול להצטרף לפרויקט בלי קשר למצבו החברתי, הסוציאל־אקונומי או הגאוגרפי. כמו כן אין דרישה לידע מוקדם וההצטרפות היא בלי תשלום. לדעת המורים, הלמידה וההוראה ברשת החברתית בפרויקט בגרופ מאפשרות שוויון הזדמנויות לכל התלמידים. כל תלמיד מקבל את ההזדמנות לשאול שאלות, להצהיר הצהרות ולהביע את רעיונותיו (Chapin et al., 2013). פרויקט בגרופ הוא פרויקט חיצוני למערכת החינוך הפורמלית בבתי הספר, והוא מציע לתלמידים הזדמנות ייחודית להאיץ את תהליכי הלמידה וההבנה. באמצעות הפלטפורמה התלמידים יכולים לקבל פתרונות מהירים לכל קושי שהם נתקלים בו במהלך פתרון משימות והכנת שיעורי בית. המחקר הנוכחי מדגיש את עמדת המורים כלפי הלמידה וההוראה במסגרת פרויקט בגרופ. לדעתם, הפרויקט מאפשר שוויון והוגנות במתן גישה לעזרה נוספת לתלמידים על פי צורכיהם, ברמה האישית או הקבוצתית (Espinoza, 2007).

מחקר זה עונה על הקריאה של קאי ועמיתיו (Cai et al., 2020) לאפשר הזדמנויות למידה המבוססות על

ממצאי הניתוח האיכותני חשפו כמה גורמים שהתלכדו עם הגורמים המקדמים למידה. למשל מחצית מהמורים ציינו כי אלמוניות, זמינות 24/7, הטרוגניות קבוצתית והיבטים טכנולוגיים הם מכשולים ללמידה והוראה בסביבת בגרופ. גורם אחר היה היעדר ידע על דרך ניהול הלמידה כפי שהם מיישמים בהוראה פנים אל פנים בבית הספר.

האלמוניות שימשה מכשול מכיוון שלא אפשרה להם "לקרוא" את התלמידים: "קשה יותר לתקשר כשאתה לא רואה פנים"; "בכיתה אני מסתכלת על התלמידים ומזהה אם הם מבינים"; "בווטסאפ לא ברור לי אם ההסבר שלי היה מספק כי אני לא יכול לראות או לשמוע אותם". בעיה דומה הייתה "חוסר היכולת לשמוע את טון הדיבור של התלמידים, בין אם הוא מהוסס או בטוח". שישה מורים אמרו כי היעדר תקשורת פנים אל פנים מעורר בעיה גם אצל התלמידים: "יש תלמידים שצריכים להיפגש באופן אישי או תשומת לב ממוקדת, דבר שקשה להשיג בסביבת הווטסאפ".

האלמוניות שימשה גם מכשול ליצירת שיתוף פעולה. 11 מורים דיווחו שחוסר ההיכרות בין חברי הקבוצה הפחית את הרצון של כמה מהתלמידים לשתף פעולה. גם הזמינות 24/7 שימשה מכשול בתהליכי הלמידה וההוראה: "...לא פגשתי את כל התלמידים בו זמנית"; "שעות הלמידה של התלמידים לא תמיד תואמות". לדעת שישה מורים, תלמידים מתלהבים פחות מהלמידה מכיוון ש"למידה בקבוצה מקוונת עם מספר משתתפים מאפשרת להם להיות פסיביים ולקבל ללא מאמץ את הפתרונות לבעיות מהתלמידים האחרים".

גורם נוסף המעכב את הלמידה על פי דיווח המורים קשור להטרוגניות: "מכיוון שלתלמידים יש רמות שונות של הבנה, נוצרו מצבים שבהם תלמיד חזק שולח את הפתרון שלו לקבוצה, והתלמידים החלשים שאפילו לא הבינו איך להתחיל בבעיה, הם נשארו מאחור". זה השפיע גם על קצב ההוראה והלמידה: "גיליתי שההוראה שלי הייתה איטית יותר מכיוון שהתלמידים המתקשים מכתיבים את קצב השיעור; התלמידים המתקדמים בסופו של דבר עוזבים את המפגש כי הם כבר מבינים, והשיעור נהיה משעמם מדי עבורם"; "הצרכים השונים של כל תלמיד בקבוצה הקשו עליי לגרום להם לשתף פעולה".

ההיבט הטכנולוגי נחשב לעיתים קרובות מכשול. מבנה סביבת הווטסאפ, במיוחד הרצף הבלתי מסודר של הודעות מרובות המופיעות על המסך, בדרך כלל במהירות רבה, והקושי לעקוב אחר הזרם החד־ממדי של הודעות מילוליות: "התלמידים פספסו לעיתים קרובות טקסט



זמינות לקהל רחב בעל עניין משותף להשיג הצלחה בבחינת הבגרות (הון עצמי); וזמינות ללמידה בכל זמן ובכל מקום.

הטכנולוגיה הנמצאת בכף היד אפשרה לתלמידים לקבל תמיכה מיידית המותאמת לקשיים שלהם, ומכאן לפתח את תחושת המסוגלות העצמית שלהם להתמודד עם משימות מתמטיות קשות. כפי שציינה אחת המורות בריאיון: "כאשר תלמידים מקבלים תשובות מהירות לבעיה ספציפית, הם לא נשארים 'תקועים'. הם יכולים לעקוב אחר רצף למידה להבנה מוצלחת, להניע אותם להגביר את מאמציהם. וזה תהליך שחוזר על עצמו". ממצאים אלו עולים בקנה אחד עם מחקרים קודמים (ראו, Moreno-Guerrero et al., 2020; Naidoo & Kopung, 2020; Yeo, 2014), שבהם נמצא כי סטודנטים להוראת מתמטיקה זיהו כי סביבת ווטסאפ מטפחת למידה מהירה יותר ומאפשרת למידה מתמטית בכל מקום. ואכן, המורים למתמטיקה במחקר זה, שלימדו תלמידים שלא הכירו אותם אישית, זיהו תרומה דומה של "הזמינות" הן לתלמידים הן לעצמם כמורים.

יתר על כן, המורים שהשתתפו במחקר הנוכחי משוכנעים שלמידה בסביבת בגרופ עומדת בהמלצות המדיניות של OECD ה-2016, עמ' 201–215) להפוך את מקצוע מתמטיקה לזמין לכול: לטפח מוטיבציה ללמוד מתמטיקה גם לאחר שעות הלימודים, ולצמצם את השפעת המצב הסוציאקונומי על ההזדמנויות של התלמידים ללמוד בהצלחה. הזמינות של ידע מתמטי (הן ברמה האישית הן ברמה הקבוצתית) בלי להתחשב בנסיבותיו של התלמיד מקדמת שוויון והכלה (Ainscow, 2020; Espinoza, 2007).

נוסף על כך רוב המורים דיווחו כי זמינות המידע שמטפחת פלטפורמת ווטסאפ בפרויקט בגרופ אפשרה להם לעקוב ביעילות אחר התקדמות התלמידים, לזהות מוקדי קושי ולתת פתרון הולם ומיידי. הם הרגישו שזה עזר למלא את הצרכים הרגשיים של התלמידים כי הם קיבלו הזדמנות לשבח את התלמידים על העבודה שעשו.

למידה חברתית-רגשית

מתשובות המורים עולה כי הם מאמינים שסביבת הלמידה בגרופ משפרת את ה-SEL, בייחוד בשל מאמציהם לעודד ולשבח את התלמידים כדי להעלות את הביטחון העצמי שלהם, להניע את תהליכי למידה ולשפר את תחושת המסוגלות שלהם (Deci & Ryan, 2012; Durgunoz & Durgunoz, 2022; Ryan & Deci, 2000).

אינטראקציות בין משימה, הוראה ותלמידים, וגם של גרינהו ואסקריס (Greenhow & Askari's, 2017) לעשות מחקרים בסיסיים בתחום הלמידה וההוראה בסביבות טכנולוגיות חדשניות.

ממצאי המחקר הנוכחי תורמים לתשתית הידע על תהליכי הוראה-למידה בסביבת הוטסאפ באמצעות הצגת מודל חדשני שמדגים כיצד אפשר לשלב את פלטפורמת ווטסאפ בתהליכי הוראה-למידה ברמה הלאומית.

שלא כמו המחקרים האחרים שמראים כי הוטסאפ הוא סביבה מקוונת הממשיכה את תהליכי הלמידה של כיתה בבית הספר כאשר התלמידים והמורה מכירים זה את זה (Durgunoz & Durgunoz, 2022; Nida et al., 2020; Konyefa & Nwanze, 2020), מחקר זה מציג מודל חדש להוראה ולמידה, שבו קבוצת הוטסאפ שהתלמידים מצטרפים אליה מיוזמתם, מספקת מצד אחד יכולת ללמוד בעילום שם, ומצד אחר מבטיחה סביבה מקצועית שבה נמצאים אנשי מקצוע בתחום החינוך מתמטי.

מסגרת הלמידה של ה-OECD לשנת 2030 מעודדת בעלי עניין לפתח סביבות למידה חדשניות שקשורות לצמיחת תלמידים ומשפרות את מערכות החינוך (OECD, 2018). במחקר הנוכחי נמצא כי תהליכי ההוראה-למידה בסביבת בגרופ עונים על הצרכים החברתיים-רגשיים של התלמיד. המורים רואים בפורום זה הזדמנות לרב-שיח בין תלמידים בזמן אמת. פורום זה מקדם תגובות מועילות ומאפשר תקשורת מכבדת, התורמת למילוי הצרכים החברתיים והרגשיים של התלמידים.

האלמוניות בפורום מאפשרת למורים לשמור על יחס לא שיפוטי, דבר שמטפח תחושת תמיכה ואמפתיה כלפי התלמידים מונעת ממורים להיות שיפוטניים. זה חיוני במיוחד כאשר תלמידים רוצים לשאול שאלה שלדעתם יכולה להעיד על חוסר ידע בסיסי. בכיתה רגילה תלמידים עלולים להירתע מלשאול שאלה כזו מתוך חשש או מבוכה שחוסר הידע שלהם יתגלה למורה ולחבריהם לכיתה.

תלמידים המתכוננים לבחינת הבגרות במתמטיקה זקוקים לתמיכה בלתי מסויגת שתעזור להם להתגבר על תסכול בשל חוסר יכולת לפתור משימות. המורים דיווחו כי השקיעו מאמצים רבים לחזק את ביטחון התלמידים, למשל עודדו תלמידים נבוכים לפנות אליהם בפרטי ובהמשך אותם תלמידים השתלבו בהתכתבות הקבוצתית.

התרומה של ה"זמינות"

במחקר הנוכחי נמצא כיצד זמינות יכולה לקדם למידה במספר מישורים: זמינות של טכנולוגיה, ידע ומשאבים;

מוטיבציה

מתוך 24 המורים שהשתתפו במחקר, 20 מורים הסכימו במידה מלאה או חלקית כי תלמידים שלמדו בפרויקט בגרופ השקיעו זמן ומאמץ רבים בלימוד מתמטיקה לעומת תלמידים בכיתה הרגילה. ממצא זה מעיד על מוטיבציה גבוהה יותר בקרב תלמידים אלו. נתונים אלו עולים בקנה אחד עם מחקרים קודמים (Deci & Ryan, 2012; Ryan & Deci, 2000), שהראו כי תנאים המעודדים פיתוח עצמאות, שיח פתוח ותחושת שייכות, תורמים להגברת המוטיבציה ללמידה. במחקר הנוכחי, יחסי הגומלין הזמינים והישירים – הן בין התלמידים לעצמם הן בינם למורה – קידמו תהליך למידה פעיל שבו הלומד נמצא במרכז וזוכה לתמיכה ולמעקב אישי כל הזמן.

שיתוף פעולה של סטודנטים

כ-80% מהמורים ציינו כי יצירת שיתוף פעולה בין תלמידים בקבוצת הווסטסאפ הייתה מאתגרת מאשר בכיתה הרגילה. כמה מהם סברו כי אחת הסיבות לכך היא שהתלמידים בפרויקט בגרופ הרגישו מחויבים פחות ללמידה מכיוון שזו לא הייתה קבוצה רשמית, לא היו בה רכיבים כמו חובת נוכחות, הערכה פורמלית או כללים ברורים – כפי שנהוג בכיתת בית הספר. כמו כן המורים הרגישו שתחושת אי המחויבות מצד התלמידים, לצד היעדר לוח זמנים מוגדר ללמידה, הפריעה לשמור על תקשורת רציפה בין חברי הקבוצה.

ממצאי המחקר הנוכחי עומדים מתוך ניגוד לממצאים של נסבייזו ועמיתיו (Nsabayezu et al., 2020) שחקרו 18 מורים לכימיה בבית ספר תיכון שלימדו באמצעות ווטסאפ בעת מגפת הקורונה. הם מצאו כי 90% מהמורים האמינו כי יחסי הגומלין בין התלמידים לעצמם ובינם למורה השתפרו לאחר השימוש בווטסאפ. בעניין שיתוף הפעולה בין התלמידים, רק 16% דיווחו על קושי ממשי, מחציתם כלל לא ראו בכך בעיה, ו-33% האחרים ראו בכך בעיה קלה בלבד. עם זה חשוב לציין כי מחקרם עסק בכיתות בית ספר רגילות, שבהן כל התלמידים כבר הכירו אלו את אלו, דבר שייתכן שתרם לתחושת נוחות, תקשורת והשתתפות פעילה.

גורמים המעכבים ללמידה

לצד הגורמים המסייעים להוראה וללמידה, עלו מהממצאים גם גורמים המעכבים את תהליך הלמידה ומאתגרים את המורים. כך, למשל, הייתה הסכמה בקרב המורים שלימוד בסביבת ווטסאפ שונה במידה ניכרת מהוראה פרונטלית בכיתה, בעיקר בשל הדרישה שהתשובות יינתנו בכתב. רוב המורים ציינו שהם מתקשים להסביר כמה מהתכנים בפלטפורמת הווטסאפ ושיש נושאים מתמטיים שאינם

סביבת הפרויקט בגרופ קידמה גם למידה חיובית ועצמאית בקרב התלמידים – ממצא שנדון גם במחקרים קודמים (ראו, למשל, Cayubit, 2022; Reeve, 2006; Rusticus et al., 2023). למידה זו מתאפשרת כאשר יש אקלים רגשי תומך, המעודד תקשורת יעילה ויחסים בין-אישיים חיוביים בין הלומדים.

חשיפה לדפוס חשיבה של אחרים משפרת אסטרטגיות חשיבה ביקורתית ולמידה, ומעודדת את התלמידים להשקיע זמן ומאמץ רבים בלימודים. מורים בעלי כישורים חברתיים-רגשיים טובים, כלומר מורים אמפתיים, בלתי שיפוטניים, קשובים לקשיי התלמידים ומעודדים יחסים טובים עם תלמידיהם, תורמים לאווירת למידה חיובית המקדמת למידה חברתית-רגשית (SEL).

אלמוניות

האלמוניות בפרויקט בגרופ אפשרה לתלמידים לשאול שאלות בלי לחשוש מטעויות או שיפוט. ממצא זה נתמך במחקר שהציע כי האלמוניות של תלמידים בקבוצת למידה בווטסאפ מסייעת להם להפיג מחסומים חברתיים הקיימים בחינוך הפורמלי: כולם מרגישים בנוח לשאול ולהגיב על השאלות שעולות בקבוצה (Kizel, 2019).

האלמוניות אפשרה לתלמידים פסיביים להשתלב בלמידה באמצעות צפייה בתהליכי למידה של אחרים, ומתוך כך לאמץ התנהגויות, ידע ומיומנויות חדשות (Bandura, 2001; Li et al., 2023). השיח הכתוב בין משתתפים פעילים בקבוצה מאפשר לתלמידים הפסיביים להיחשף לקשיים ואתגרים מגוונים וכן להתנהגויות שאחרים מאמצים במהלך התמודדותם עם משימות מאתגרות.

עם זה על אף היתרונות הגלומים באלמוניות, מורים דיווחו כי יש אתגרים רבים בניהול תהליכי למידה. היעדר קשר עין והיכרות אישית עם התלמידים הקשו עליהם להעריך אם התלמידים הבינו כראוי את החומר הנלמד. עוד אתגר שעמד לפנייהם היה הרחבת מעגל המשתתפים הפעילים בשיח הקבוצתי. התבוננות בקבוצות הראתה כי תלמידים מעטים השתתפו השתתפות פעילה (ענו על שאלות של עמיתים, שיתפו רעיונות או דרכי פתרון, שיתפו חומרים נוספים וכו') לעומת התלמידים הרבים בכל קבוצה. כמה מהתלמידים השתתפו השתתפות מזערית, בעת שהסתפקו בהבעת תודה על הסבר, פתרון משימה או הבהרת מושג מתמטי. במילים אחרות, רוב התלמידים בקבוצה השתתפו השתתפות פסיבית ולעיתים היו לומדים צופים (Li et al., 2023) – כאלה שלומדים מתוך צפייה בהתנסויות של אחרים. מצב זה התקיים על אף מאמציהם של המורים לעודד השתתפות פעילה יותר, לעיתים אף באמצעות פנייה אישית כל תלמיד.



מתאימים להסבר באמצעות ווטסאפ.

בעוד כמה מהמורים ראו באלמוניות יתרון, אחרים ראו בה גורם המעכב את תהליך הלמידה. לטענתם, האלמוניות מנעה מהם "לקרוא" את תלמידיהם, כלומר לזהות קשיים ומצוקות שבאו לידי ביטוי לא מילולי. ממצאים אלו עולים בקנה אחד עם אלו של נידה ועמיתיו (Nida et al., 2020), שמצאו כי הוראה ישירה בסביבת כיתה פרונטלית יעילה יותר בהפחתת חרדת תלמידים לעומת למידה בפורמטים מעורבים, כמו למידה בווטסאפ או כיתה הפוכה. יתרה מכך, המורים ציינו כי האלמוניות פוגעת בשיתוף הפעולה בין התלמידים ומקשה עליו.

הטרונגיות היא גורם נוסף שיכול להפריע ללמידה. כאשר תלמידים ברמות ידע שונות זו מזו – מתקדמים ומתקשים כאחד – משתתפים באותה קבוצת למידה, קשה למורה ללמד שיעור המתאים לכולם. המורים ציינו כי התלמידים המתקדמים נוטים להתקדם מהר, בעוד התלמידים המתקשים מתקשים לעמוד בקצב הלמידה.

בעניין עומס העבודה של המורים, דורגונגוז ודורגונגוז (Durgungoz & Durgungoz, 2022) עמדו על התוספת הניכרת הנלווית להוראה באמצעות ווטסאפ, בעיקר בשל ריבוי יחסי הגומלין הנדרשים עם התלמידים. גם במחקר הנוכחי חזר דפוס זה: המורים נדרשו לנהל קבוצת ווטסאפ המונות כ-100 תלמידים נוסף על תפקידם הקבוע כמורים למתמטיקה בבית ספר. לפיכך היה עליהם לנהל סביבת למידה חדשה, שלעיתים לא הייתה מוכרת להם, להכין משאבי למידה מתאימים או להתאים חומרי הוראה לפלטפורמה הדיגיטלית ולעקוב אחר שיח כתוב רציף. כל זאת במענה אישי לשאלות, בניית סביבה תומכת וזיהוי תלמידים הזקוקים לעזרה.

בפרויקט בגרופ ניתנה תמיכה טכנולוגית ופדגוגית למורים. הרכזת הפדגוגית סייעה למורים ליצור סילבוס ולעקוב אחר תהליכי ההוראה-למידה. כמו כן היא הציעה חומרי הוראה דיגיטליים מגוונים, המותאמים להוראה ברשתות החברתיות, כמו מצגות מותאמות לתוכנית הלימודים, מגוון תרגילים ופתרונות, קישורים ליישומונים וסרטונים. הרכזת האדמיניסטרטיבית, לצד צוות מומחים, קיבלה על עצמה את הטיפול בהיבטים הטכניים והטכנולוגיים של ארגון קבוצות הלמידה, ומתוך כך אפשרה למורים להתמקד בתהליכי ההוראה-למידה. כמו כן המורים קיבלו שכר בעבור עבודתם בפרויקט.

סיכום

על אף הקשיים והאתגרים, כל המורים האמינו שסביבת ווטסאפ, או פלטפורמות דומות לה, תהפוך בעתיד לכלי

אינטגרלי בהוראת מתמטיקה. המורים הסכימו שהוראה באמצעות ווטסאפ שיפרה את שליטתם בטכנולוגיות רלוונטיות להוראת מתמטיקה, כמו TK (שיתוף קבצים לסוגיהם, סריקת פתרונות והעלאתם לסביבה הדיגיטלית) ו-TPK (כי נאלצו להכיר תהליכי הוראה-למידה חדשניים החלים על סביבה זו כדי ללמד, להסביר ולהציג תהליכים ומושגים מתמטיים). יתרה מכך, הם ציינו כי העבודה בסביבה זו דרשה מהם להיות ממוקדים ומאורגנים בהכנתם.

מתוך ממצאי המחקר עולה כי תהליכי ההוראה והלמידה בסביבת וואצאפ בפרויקט בגרופ מאפשרים למורים לעקוב אחר תהליכי הלמידה של תלמידיהם, כמו קשיים ולתת פתרונות בהתאם. ממצאים אלה עולים בקנה אחד עם אלו של טורס-מדורנירו ועמיתיו (Torres-Madroño et al., 2020).

עם זאת סביבת הווטסאפ הציבה כמה אתגרים בהוראת מתמטיקה, למשל כתיבת סימון מתמטי וכן השיח הכתוב שאינו תמיד משמש תחליף הולם לשיח מילולי, בעיקר בכל הנוגע להסבר מלא של כמה מושגים. אף על פי שהוראה בסביבת הווטסאפ מאפשרת לעזור לתלמידים רבים בו בזמן ולהציע הסברים והנמקות מרובות, היא נופלת בכל הקשור ליכולת לזהות קשיים של התלמידים.

המורים ציינו את ההתאמות שנאלצו לעשות בתהליכי ההוראה שלהם, כי הוראה סינכרונית בסביבת הווטסאפ שונה מהוראה סינכרונית פנים אל פנים או כלים כמו Zoom, וכי עליהם להיות ממוקדים ומאורגנים יותר בהכנתם.

קהילת החינוך הבינלאומית עסוקה בצורך להכין את בוגרי התיכון לעולם הבלתי צפוי המשתנה בלי הרף של המאה ה-21. ה-OECD 2018, 2019 קרא לשפר את "כישורי המאה ה-21" והמליץ לשלב שיטות חדשות בהוראת דיסציפלינות מסורתיות כמו מתמטיקה, בהן חשיבה ביקורתית, פתרון בעיות, עבודת צוות, יצירתיות והבעת רעיונות חדשניים. במחקר הנוכחי, המורים חשו כי התלמידים אכן הציגו את היכולות האלה בעת פתרון בעיות בסביבת בגרופ ווטסאפ.

מתוך ממצאי מחקר זה עולה כי למידה והוראה בסביבת רשת חברתית הן תהליכים מורכבים. שילוב רשתות חברתיות בלמידה אינו בא להחליף את הלמידה הפורמלית, אלא לתמוך בה מתוך יצירת מסגרת תומכת ללמידה.

נוסף על הצעת מודל יישומי ללמידה מקוונת, ממצאי המחקר הנוכחי עשויים לחשוף תהליכי למידה והוראה שטרם זוהו, ושיכולים לתרום לפיתוח למידה משולבת יעילה יותר, לתת תמיכה לתלמידים ולהרחיב הזדמנויות

- <https://backend.shoresh.institute/downloads/research-paper-eng-Ben-David-Kimhi-EducPeriphCenter.pdf>
- Biton, Y., & Segal, R. (2021). Learning and teaching mathematics with online social networks: The case of Facebook. In U. Kayapinar (Ed.), *Teacher education – New perspectives*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.95998>
- Biton, Y., & Segal, R. (2024). Learning mathematics via the WhatsApp social network in the Bagroup national project: Students' perceptions. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(8), Article em2484. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14876>
- Biton, Y., & Segal, R. (2025). Students' insights on learning mathematics via the WhatsApp social network. In J. Engelbrecht, G. Oates, & M. de Carvalho Borba (Eds.), *Social media in the changing mathematics classroom* (pp. 153–172). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-82837-9_8
- Biton, Y., Hershkovitz, S., & Hoch, M. (2014). Learning with Facebook: Preparing for the mathematics Bagrut – A case study. In C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 2, pp. 161–168). PME.
- Bouhnik, D., & Deshen, M. (2014). WhatsApp goes to school: Mobile instant messaging between teachers and students. *Journal of Information Technology Education: Research*, 13, 217–231. <https://doi.org/10.28945/2051>
- Boyd, D. (2010). Social network sites as networked publics: Affordances, dynamics, and implications. In Z. Papacharissi (Ed.), *Networked self: Identity, community, and culture on social network sites* (pp. 39–58). Routledge.
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L., Hiebert, J., & Bakker, A. (2020). Maximizing the quality of learning opportunities for every student. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(1), 12–25. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.2019.0005>
- Calderón-Garrido, D., & Gil-Fernández, R. (2023). Pre-service teachers' use of general social

למידה. מחקרים דומים עשויים לקדם את שילובן של טכנולוגיות דיגיטליות בכלל, ורשתות חברתיות בפרט, בחינוך הפורמלי. שילוב זה יכול לפתור טוב יותר בעיות חינוכיות ארוכות טווח ולשפר את הנורמות ואת השיטות החינוכיות הרווחות.

הצעות למחקר עתידי

פרויקט בגרופ ממשיך לפעול גם כיום והוא התרחב גם לתחומי דעת נוספים ולהוראת מתמטיקה ברמות לימוד מגוונות בחטיבה העליונה ובחטיבת הביניים.

מחקרי המשך עשויים להתמקד בעמדות התלמידים כלפי הפרויקט וכן בהשוואה בין עמדות מורים לתלמידים. כמו כן אפשר לבחון את המודל שהוצג במחקר זה גם במסגרת עירונית או מחוזית.

ממצאי המחקר הנוכחי עומדים על קשר בין רכיבי SEL ללמידה בעילום שם, שכן הוא יכול לספק מרחב בטוח, לא שיפוטי ולעודד למידה מתוך התבוננות בדרכי החשיבה והפעולה של אחרים. מכיוון שהספרות המחקרית כמעט ואינה עוסקת בקשרים אלו, אנו מציעים כי בחינה של השפעת למידה בעילום שם ברשתות חברתיות על רכיבי SEL של תלמידים וסטודנטים תשמש תחום פורה למחקר עתידי.

תודות

מחקר זה נערך בתמיכת אורנים – המכללה האקדמית לחינוך ושאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך.

רשימת מקורות

- Agyei, D. D., & Voogt, J. (2012). Developing technological pedagogical content knowledge in pre-service mathematics teachers through collaborative design. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(4), 547–564. <https://doi.org/10.14742/ajet.827>
- Ainscow, M. (2020). Promoting inclusion and equity in education: Lessons from international experiences. *Nordic Journal of Studies in Educational Policy*, 6(1), 7–16. <https://doi.org/10.1080/20020317.2020.1729587>
- Bandura, A. (2001). Social cognitive theory of mass communication. *Media Psychology*, 3(3), 265–299. https://doi.org/10.1207/s1532785xmep0303_03
- Ben-David, D., & Kimhi, A. (2020). Education quality and future wages: The impact of math matriculation quality in the periphery and center of Israel. *Shores Research Paper*.



- secondary school mathematics class. *Learning Environments Research*, 25(2), 423–444. <https://doi.org/10.1007/s10984-021-09371-0>
- Dyson, B., Vickers, K., Turtle, J., Cowan, S., & Tassone, A. (2015). Evaluating the use of Facebook to increase student engagement and understanding in lecture-based classes. *Higher Education*, 69, 303–313. <https://doi.org/10.1007/s10734-014-9776-3>
- Espinoza, O. (2007). Solving the equity–equality conceptual dilemma: A new model for analysis of the educational process. *Educational research*, 49(4), 343–363. <https://doi.org/10.1080/00131880701717198>
- Fram, S. M. (2013). The constant comparative analysis method outside of grounded theory. *Qualitative Report*, 18(1), 1–25. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2013.1569>
- Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How students communicate mathematical ideas: An examination of multimodal writing using digital technologies. *Contemporary Educational Technology*, 7(4), 281–313. <https://doi.org/10.30935/cedtech/6178>
- Garrinson, D. R., & Vaughan, N. D. (2008). *Blended learning in higher education: Framework, principles and guidelines*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781118269558>
- Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (2017). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Routledge.
- Greenhow, C., & Askari, E. (2017). Learning and teaching with social network sites: A decade of research in K–12 related education. *Education and Information Technologies*, 22(2), 623–645. <https://doi.org/10.1007/s10639-015-9446-9>
- Greenhow, C., & Lewin, C. (2016). Social media and education: Reconceptualizing the boundaries of formal and informal learning. *Learning, Media and Technology*, 41(1), 6–30. <https://doi.org/10.1080/17439884.2015.1064954>
- Joswick, C., & Taylor, C. N. (2022). Supporting SEL competencies with number talks. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 115(11), 781–791. <https://doi.org/10.5951/MTLT.2021.0347>
- Kamour, M., & Altakhayneh, B. (2021). Impact of a counseling program based on social emotional networking sites linked to current scenarios: Nature and characteristics. *Technology, Knowledge and Learning*, 28(3), 1325–1349. <https://doi.org/10.1007/s10758-022-09609-7>
- Caniglia, J., & Meadows, M. (2018). Pre-service mathematics teachers' use of web resources. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 25(3), 17–34. http://dx.doi.org/10.1564/tme_v25.3.02
- Cayubit, R. F. O. (2022). Why learning environment matters? An analysis on how the learning environment influences the academic motivation, learning strategies and engagement of college students. *Learning Environments Research*, 25(2), 581–599. <https://doi.org/10.1007/s10984-021-09382-x>
- Chapin, S. H., O'Connor, M. C., & Anderson, N. C. (2013). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades 1–6*. Math Solutions Publications.
- Charmaz, K. (2014). *Constructing grounded theory* (2nd ed.). Sage.
- Collaborative for Academic, Social and Emotional Learning (CASEL). (2003). *Safe and sound: An educational leaders' guide to evidence-based social and emotional learning (SEL) programs*. <https://casel.org/safe-and-sound-guide-to-sel-programs/>
- Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning (CASEL). (2022). *Fundamentals of SEL*. <https://casel.org/what-is-sel/>
- Corbin, J., & Strauss, A. (2015). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (4th ed.). Sage.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed methods approach*. (4th ed.). Sage.
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2012). Motivation, personality, and development within embedded social contexts: An overview of self-determination theory. In R. M. Ryan (Ed.), *The Oxford handbook of human motivation* (pp. 85–107). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780195399820.013.0006>
- Durgungoz, A., & Durgungoz, F. C. (2022). “We are much closer here”: Exploring the use of WhatsApp as a learning environment in a

- Handbook of research on online pedagogical models for mathematics teacher education* (pp. 216–233). IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-1476-4.ch013>
- Morsidi, S., Abu Samah, N., Abdul Rahman, K. A., Mohamad Ashari, Z., Jumaat, N. F., & Abdullah, A. H. (2021). WhatsApp and its potential to develop communication skills among university students. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, 15(23), 57–71. <https://doi.org/10.3991/ijim.v15i23.27243>
- Naidoo, J., & Kopung, K. J. (2016). Exploring the use of WhatsApp in mathematics learning: A case study. *Journal of Communication*, 7(2), 266–273.
- Naidoo, J., & Kopung, K. J. (2020). Technology for the 21st century: Exploring the use of WhatsApp instant messaging for pre-service teachers' learning of mathematics. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 27(2), 83–97.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17719/Principles%20and%20Standards%20for%20School%20Mathematics.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2009). *Guiding principles for mathematics curriculum and assessment*.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (n.d.). *Asking questions and promoting discourse*. <https://www.nctm.org/Conferences-and-Professional-Development/Tips-for-Teachers/Asking-Questions-and-Promoting-Discourse/>
- Nida, N. K., Usodo, B., & Saputro, D. R. S. (2020). The blended learning with WhatsApp media on mathematics creative thinking skills and math anxiety. *Journal of Education and Learning (EduLearn)*, 14(2), 307–314. <https://doi.org/10.11591/edulearn.v14i2.16233>
- Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21(5), 509–523. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.03.006>
- learning toward reducing math anxiety in middle school students. *International Journal of Curriculum and Instruction*, 13(3), 2026–2038.
- Kizel, A. (2019). I–Thou dialogical encounters in adolescents' WhatsApp virtual communities. *AI & Society*, 34(1), 19–27. <https://doi.org/10.1007/s00146-017-0692-9>
- Klemer, A., Segal, R., Miedijensky, S., Herscu-Kluska, R., & Kouropatov, A. (2023). Changes in the attitudes of mathematics and science teachers toward the integration and use of computerized technological tools as a result of the COVID-19 pandemic. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), em2295. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13306>
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60–70.
- Konyefa, B. I., & Nwanze, A. C. (2020). Integrating Whatsapp application into learning process: Effects on pre-service teacher's interest in chemistry in colleges of education. *International Journal of Innovative Research and Advanced Studies (IJIRAS)*, 7(9), 121–125.
- Li, S., Hong, Y. C., & Craig, S. D. (2023). A systematic literature review of social learning theory in online learning environments. *Educational Psychology Review*, 35(4), Article 108. <https://doi.org/10.1007/s10648-023-09827-0>
- Moodley, M. (2019). WhatsApp: Creating a virtual teacher community for supporting and monitoring after a professional development programme. *South African Journal of Education*, 39(2), 1–10. <https://doi.org/10.15700/saje.v39n2a1323>
- Moreno-Guerrero, A. J., Rodríguez-Jiménez, C., Ramos-Navas-Parejo, M., Soler-Costa, R., & López-Belmonte, J. (2020). WhatsApp and Google Drive influence on pre-service students' learning. *Frontiers in Education*, 5, Article 152. <https://doi.org/10.3389/feduc.2020.00152>
- Morge, S. P., Schwartz, C. S., & Hargrove, T. (2020). Strategies and tools for promoting discourse during mathematics problem-solving in online settings. In P. Wachira & J. Keengwe (Eds.),

- Reeve, J., & Jang, H. (2006). What teachers say and do to support students' autonomy during a learning activity. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 209–218. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.209>
- Rosenberg, H., & Asterhan, C. S. (2018). "WhatsApp, teacher?" – Student perspectives on teacher-student WhatsApp interactions in secondary schools. *Journal of Information Technology Education: Research*, 17, 205–226. <https://doi.org/10.28945/4081>
- Rusticus, S. A., Pashootan, T., & Mah, A. (2023). What are the key elements of a positive learning environment? Perspectives from students and faculty. *Learning Environments Research*, 26(1), 161–175. <https://doi.org/10.1007/s10984-022-09410-4>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68–78. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.68>
- Schleicher, A. (2019). *PISA 2018: Insights and Interpretations*. OECD Publishing.
- Schmidt, D. A., Baran, E., Thompson, A. D., Mishra, P., Koehler, M. J., & Shin, T. S. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK): The development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of Research on Technology in Education*, 42(2), 123–149. <https://doi.org/10.1080/15391523.2009.10782544>
- Schwartz, C. S., Morge, S. P., Rachlin, S. L., & Hargrove, T. Y. (2017). A blended online model for instruction: The North Carolina story. In M. B. McGatha & N. R. Rigelman (Eds.), *Elementary mathematics specialists: Developing, refining, and examining programs that support mathematics teaching and learning* (pp. 69–76). Information Age Publishing.
- Sears, R., Bay-Williams, J., Willingham, J. C., & Cullen, A. (2022). Symbiosis: Social and emotional learning & mathematics learning. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 115(11), 770–780. <https://doi.org/10.5951/mtlt.2022.0081>
- Segal, R., & Biton, Y. (2024). Teaching and learning
- Nsabayeze, E., Iyamuremye, A., de Dieu Kwitonda, J., & Mboniyirivuze, A. (2020). Teachers' perceptions towards the utilization of WhatsApp in supporting teaching and learning of chemistry during COVID-19 pandemic in Rwandan secondary schools. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 16(2), 83–96. <http://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v16i2.6>
- OECD. (2016). *Equations and inequalities: Making mathematics accessible to all*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264258495-8-en>
- OECD. (2018). *The future of education and skills: Education 2030*. https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/publications/reports/2018/06/the-future-of-education-and-skills_5424dd26/54ac7020-en.pdf
- OECD. (2019). *OECD future of education and skills 2030 – OECD Learning Compass 2030: A Series of Concept Notes*. https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/about/projects/edu/education-2040/1-1-learning-compass/OECD_Learning_Compass_2030_Concept_Note_Series.pdf
- Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 55, 720–729. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.557>
- Putra, N., Asmar, A., & Yerizon. (2020). Development of mathematics learning tools based on RME approach to improve mathematical communication skills of Class VIII students in junior high schools. *International Journal of Progressive Sciences and Technologies*, 18(2), 160–165.
- Raveh, I., Lavie, I., Wagner-Gershgoren, I., Miedijensky, S., Segal, R., & Klemer, A. (2025). Mathematics and science teachers: How their perceptions of their TPACK and use of technology interrelate. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(1), em2565. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15803>
- Reeve, J. (2006). Teachers as facilitators: What autonomy-supportive teachers do and why their students benefit. *The Elementary School Journal*, 106(3), 225–236. <https://doi.org/10.1086/501484>

- possibilities of ICT-mediated assessment in virtual teaching and learning processes. *Future Internet*, 12(12), Article 232. <https://doi.org/10.3390/fi12120232>
- Weissberg, R. P., Durlak, J. A., Domitrovich, C. E., & Gullotta, T. P. (2015). Social and emotional learning: Past, present, and future. In J. A. Durlak, C. E. Domitrovich, R. P. Weissberg, & T. P. Gullotta (Eds.), *Handbook of social and emotional learning: Research and practice* (pp. 3–19). The Guilford Press.
- Yeo, M. M. L. (2014). Social media and social networking applications for teaching and learning. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2(1), 53–62.
- Zeedan, R., & Hogan, R. E. (2022). The correlation between budgets and matriculation exams: The case of Jewish and Arab schools in Israel. *Education Sciences*, 12(8), Article 545. <https://doi.org/10.3390/educsci12080545>
- high-school mathematics via WhatsApp: Teachers' perspectives. *Learning Environment Research*, 27, 863–891. <https://doi.org/10.1007/s10984-024-09508-x>
- Segal, R., & Biton, Y. (2025). Teachers' points of view on teaching high-school mathematics via the whatsapp social network. In J. Engelbrecht, G. Oates, & M. de Carvalho Borba (Eds.), *Social media in the changing mathematics classroom* (pp. 173–196). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-82837-9_9
- Segal, R., Stupel, M., Sigler, A., & Jahangir, J. (2018). The effectiveness of the 'what if not' strategy coupled with dynamic geometry software in an inquiry-based geometry classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 4(7), 1099–1109. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1452302>
- Sendurur, P., Sendurur, E., & Yilmaz, R. (2015). Examination of the social network sites usage patterns of pre-service teachers. *Computers in Human Behavior*, 51, 188–194. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.04.052>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Tella, A. (2014). Globalisation, blended learning, and mathematics education: Implications for pedagogy in tertiary institutions. In N. P. Ololube (Ed.), *Advancing technology and educational development through blended learning in emerging economies* (pp. 190–211). IGI Global.
- Tondeur, J., Scherer, R., Siddiq, F., & Baran, E. (2020). Enhancing pre-service teachers' technological pedagogical content knowledge (TPACK): A mixed-method study. *Educational Technology Research and Development*, 68, 319–343. <https://doi.org/10.1007/s11423-019-09692-1>
- Tong, D. H., Uyen, B. P., & Quoc, N. V. A. (2021). The improvement of 10th students' mathematical communication skills through learning ellipse topics. *Heliyon*, 7, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e08282>
- Torres-Madroño, E. M., Torres-Madroño, M. C., & Ruiz Botero, L. D. (2020). Challenges and

התרומה של למידה שיתופית לפתרון בעיות מתמטיות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה

ד"ר צורית אליצור

ראש החוג למתמטיקה במכללה האקדמית הרצוג,
ומורה בחטיבה העליונה.
בעבר שימשה מדריכת מורים במשרד החינוך.
מחקריה מתמקדים בתהליכי חשיבה ובאסטרטגיות
לפתרון בעיות מתמטיות.



התרומה של למידה שיתופית לפתרון בעיות מתמטיות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה

צורית אליצור

תקציר

העבודה הקבוצתית-שיתופית ותרומתה להתמודדות עם בעיות מתמטיות מורכבות מעסיקות את עולם המחקר בשנים האחרונות, ואף הולכת וחודרת אל תוך תוכניות הלימודים במתמטיקה כחלק ממיומנויות המאה ה-21.

המאמר שלהלן הוא תמציתו של מחקר נרחב שחקרתי, ובדק את תרומת הלמידה השיתופית לפתרון בעיות מתמטיות מורכבות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה.

במחקר השווייתי בין שתי כיתות נפרדות של סטודנטים שלמדו קורס זהה של "אסטרטגיות לפתרון בעיות מתמטיות". בכיתה האחת היה דגש רב על למידה שיתופית כאשר הבעיות נפתרו בקבוצות שיתופיות קטנות. בכיתה השנייה התנהל שיעור 'רגיל' בלי דגש זה, והסטודנטים פתרו את הבעיות לבד. ניתוח הממצאים בשתי הכיתות אפשר לבדוק האם נוצרו שינויים בין שתי הקבוצות, והאם הלמידה השיתופית תרמה למיומנות של הסטודנטים בפתרון בעיות מתמטיות.

עיקרי הממצאים הסתמכו על השוואה בין מבחן-קדם (pre-test) שעברו כלל הסטודנטים בתחילת הקורס, לעומת מבחן-אחר (post-test) בסיומו. המבחנים בדקו את המיומנות המתמטית של הסטודנטים ואת המיומנות הטיעונית שלהם בפתרון בעיות. הממצאים הראו כי שני הקורסים התחילו בנקודת פתיחה דומה, ובשני הקורסים חל שיפור גם במיומנות המתמטית וגם במיומנות הטיעונית. עם זאת בקורס שבו ניתן דגש על למידה שיתופית, השיפור בשני המדדים היה באופן מובהק גדול יותר.

מילות מפתח: למידה שיתופית; אסטרטגיות לפתרון בעיות; טיעון מתמטי; מיומנות פתרון בעיות.

מבוא

מיומנויות הלימוד במאה ה-21

מערכות החינוך בארץ ובעולם עוסקות ביעדים הנדרשים במאה ה-21 למערכת החינוך בכלל ובמתמטיקה בפרט. בעבודת אנליזה רחבה של מחקרים שעשו ואן לאהר ועמיתיה (van Laar et al., 2017) ובה 75 מאמרים

אקדמיים שנכתבו בין השנים 2000-2016, הופיעו 12 כישורים שחיוניים למיומנויות במאה ה-21, והן דירגו אותם על פי מידת ההסכמה הקיימת בספרות בדבר נחיצותם: ניהול מידע, חשיבה ביקורתית, יצירתיות וחדשנות, יכולת פתרון בעיות, שיתוף פעולה, תקשורת, כישורים טכניים, הכוונה עצמית, למידה לאורך החיים ועוד.

כיוון דומה מצוי בתוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה לחטיבה העליונה, שאישרה ועדת המקצוע במאי 2010 (משרד החינוך, 2012), והמתווה שלה כולל בין השאר את הדגשים האלה:

- יכולת התמודדות עם שאלות סבוכות באמצעות שימוש בכלים ובשפה המתמטית.
- חשיבה מתמטית-לוגית הכוללת ביקורתיות ודיוק לצד בקרה על תהליך פתרון הבעיות.
- פיתוח מיומנויות של תקשורת מתמטית: קריאה וכתיבה של ביקורת על טיעון, הגנה על טיעון (ארגומנטציה), ותקשורת בעל-פה בעת ניהול שיח מתמטי.

נוסף על כך בשנים האחרונות יש קריאה לשילוב של עבודה קבוצתית-שיתופית כחלק מההתמודדות עם סוגיה זו של פתרון בעיות במתמטיקה (ראמ"ה 2017; OECD, 2010) מלבד מיומנויות החשיבה הנדרשות. בעבודה השיתופית יש צורך ביכולות של עבודת צוות, טיעון, ניהול ובקרה עצמית והדדית ומיומנויות שיתוף.

כיוון שכך, בשנת 2015 הוכנס רכיב השיתוף למבחני הפיזה (הנעשים לתלמידים בני 15 פעם בשלוש שנים): "מיומנות פתרון בעיות שיתופי היא היכולת של אדם לעסוק בצורה אפקטיבית בתהליך שבו שני שותפים או יותר מנסים לפתור בעיה באמצעות שיתוף החשיבה והמאמץ הנחוצים כדי למצוא פתרון, וצירוף הידע שלהם, כישוריהם ומאמציהם כדי להגיע אליו" (ראמ"ה, 2017, עמ' 2).

* המחקר נעשה בסיוע המכללה האקדמית הרצוג.



שמתבטאת ביכולת ליצור תכלול בין תחומי הדעת המגוונים הקשורים בבעיה ובפתרונה.

למידה שיתופית

למידה שיתופית (collaboration) היא שם כולל לדגמים מגוונים של שיטות הוראה-למידה שמדגישות שיתוף פעולה בין התלמידים במהלך פעילותם הלימודית (שינפלד, 2017). הלומדים פועלים יחדיו להשיג מטרה משותפת, וכאן – פתרון בעיה מתמטית מורכבת (Slavin, 2010).

ג'ונסון ועמיתיו (Johnson et al., 2000) סקרו במחקריהם עשרות מחקרים על נושא למידה שיתופית. המשתנים שנבדקו היו רמת חשיבה גבוהה, שימור ידע, משך זמן העבודה על משימה, המוטיבציה להישגים, המוטיבציה להתמדה במשימה, פיתוח כישורים חברתיים, צמצום של סטראוטיפים ודעות קדומות, הערכה עצמית ועוד. נמצא כי המסגרת הקבוצתית השיתופית יוצרת יתרון במגוון רחב מאוד של משתנים ותורמת הן להישגי הקבוצה הן להישגי היחיד. היא מעודדת את המשתתפים לפעלתנות, לפיתוח דיון ולביקורת הדדית, ומתוך כך היא מקדמת חשיבה ומעלה רעיונות חדשים, מגוונים ויצירתיים.

על הקשרים שנוצרים בין הלומדים בלמידה שיתופית כתב דילנבורג (Dillenbourg, 1999), שהיא מעודדת פעילויות קוגניטיביות ברמה גבוהה, וסיכוי רב שהם יתנהלו בתדירות גבוהה יותר. שטאל (Stahl, 2007, 2009) מצא כי הקשר בין חברי הקבוצה יוצרת תוצאה סינרגטית שהוא מכנה אותה "קוגניציה קבוצתית" והיא נוגעת ליכולת של קבוצות לעסוק בתהליכים שיכולים לייצר תוצאות שיהיו לטווח ארוך.

שוורץ ועמיתיו (Schwarz et al., 2000) עשו מחקר על ילדים שלא הצליחו לפתור משימה בנפרד, אבל השתפרו מאוד כאשר עבדו בשיתוף פעולה. במילים שלהם: "Two! wrongs may make a right [...] If they argue together!" המנגנונים שעמדו בבסיס ההבניה השיתופית של ההבנה, היו מחלוקת ואי-הסכמה, מנגנון של בקרה, מנגנון של בדיקת השערות ומנגנון של הסקת ידע חדש. נמצא כי הלמידה השיתופית מעצימה מנגנונים אלה ומביאה לידי סינרגיה קבוצתית.

במחקר שבדקו בו כיצד הלמידה השיתופית משפיעה על יצירתיות (מולד, 2019), נמצא שהעבודה בקבוצות לוותה במופעי שטף וגמישות מחשבתית חזקים יותר לעומת העבודה העצמאית. חשיפה של התלמידים לרעיונות של תלמידים אחרים סייעה להם להתגבר על קיבעון מחשבתי ולעבור מגישת פתרון אחת לגישת פתרון אחרת.

חשיבות פתרון בעיות מורכבות בלמידה מתמטיקה

במחקרים בחינוך מתמטי נמצא כי בעיסוק בפתרון בעיות במתמטיקה טמונה יכולת לקדם תלמידים הן ביישום הנהלים שנלמדו, הן ברכישת מושגים מתמטיים חדשים והן בקידום התלמידים לרמות חשיבה גבוהות יותר (למשל: Dreyfus et al., 2015).

יתר על כן, בהרצאה שנשא סטופל ולבנברג בכנס ארצי להוראת מתמטיקה בחינוך העליסודי, הם טענו שהעיסוק בתחום זה של פתרון בעיות מתמטיות עשוי להשפיע גם על יכולות הלמידה בתחומים אחרים:

אחת המטרות המרכזיות בלימודי המתמטיקה היא להקנות לתלמידים דרכי-חשיבה, העשויות לסייע להם בתחומי למידה ודעת אחרים ולפתחן לרמות גבוהות יותר. פתרון בעיות הוא אחד האמצעים החשובים לפיתוח החשיבה. [...] מציאת דרך פתרון נוספת, ע"י שימוש בכלים מאותו תחום מתמטי – ובמיוחד מתחום אחר – מסייעת לפיתוח החשיבה ומעלה אותה לרמה גבוהה יותר (סטופל ולבנברג, 2011).

בדומה הגדיר OECD את המיומנות הנדרשת לפתרון בעיות במבחני הפיזה: "היכולת של אדם לעסוק בעיבוד קוגניטיבי כדי להבין ולפתור מצבי בעיה היכן שלא קיימת שיטת פתרון מובנת מאליה" (OECD, 2010, p. 12).

בסקירה פדגוגית רחבה של דרכי הוראה שמביאות לידי למידה משמעותית (המינהל הפדגוגי, 2015) מופיע פירוט של המטרות המרכזיות ללמידה הנשענת על פתרון בעיות:

- א. להגביר את ההנעה ללמידה ולהעביר ללומדים אחריות ללמידה על כל היבטיה.
- ב. לפתח יכולות של "הכוונה עצמית בלמידה" (self-regulated learning).
- ג. לפתח יכולת גנרית של פתרון בעיות, שאפשר להשתמש בה כדי לפתור בעיות חדשות שאינן מוכרות. ביכולת זו יש קשת רחבה של מיומנויות חשיבה מסדר גבוה, ובהן חשיבה יצירתית וחשיבה ביקורתית, מיומנויות למידה שיתופיות ומיומנויות למידה בסביבה עתירת מידע.
- ד. לפתח הבנה מעמיקה של מושגים ועקרונות בתחום שהבעיה עוסקת בו באופן שיהיה אפשר לשלוף אותו בעת הצורך לפתור בעיות ולנתח מצבים חדשים.
- ה. לפתח חשיבה אנליטית לצורך ניתוח של בעיה והבנת נסיבותיה, וחשיבה אינטגרטיבית-סינתטית

במחקר המוצג כאן יש שימוש בשבעת הקריטריונים הנ"ל
בניתוח איכות הטיעונים שתועדו בפרוטוקולים של דיוני
הסטודנטים על פתרון בעיות מתמטיות מגוונות.

תיאור המחקר

מטרת המחקר: לבדוק האם יימצאו הבדלים בין הלומדים
ביחד ובין הלומדים לבד, ולבדוק את תרומת הלמידה
השיתופית למיומנות המתמטית בפתרון בעיות.

אוכלוסיית המחקר ומסגרת הלימוד: המחקר נעשה בקרב
שתי כיתות של סטודנטים להוראת מתמטיקה במכללה
להכשרת מורים, שלמדו קורס ששמו "אסטרטגיות
לפתרון בעיות מתמטיות". סך כל המשתתפים (בשתי
הכיתות) הוא 56 סטודנטים. תוכני שני הקורסים היו
זהים. בשניהם הודגשו היתרונות של שילוב פתרון בעיות
מורכבות בהוראה, אך בקורס האחד היה דגש בלמידה
שיתופית, ואילו בקורס השני לא היה דגש על למידה
שיתופית והסטודנטים פתרו את הבעיות בעצמם.

קורס 1 (למידה שיתופית): השתתפו 29 סטודנטים.
הבעיות המגוונות הודפסו על דפים שחולקו לכל
שניים-שלושה משתתפים ביחד, והם פתרו אותן בקבוצות
קטנות שיתופיות. כאשר היה צורך במחשב כל הקבוצה
השתמשה ביחד במחשב אחד.

מכיוון שמדובר בסטודנטים להוראה, הודגשו להם פעם
אחר פעם היתרונות הדידקטיים של הלמידה השיתופית,
והם נחשפו למחקרים המלמדים על יתרונות בדרך זו
ועל תפקידו המשתנה של המורה בלמידה זו. בד בבד
הם האזינו לדיאלוגים שניהלו קבוצות של תלמידי תיכון
בפתרון בעיות מתמטיות (דיאלוגים מפרויקט אחר שלי),
וניתחנו ביחד כיצד הדיאלוג השיתופי קידם את התלמידים
בפתרון בעיות.

קורס 2 (למידה פרטנית): השתתפו 27 סטודנטים
שפתרו את הבעיות בדרך פרטנית. לא היה דגש על
לימוד שיתופי ולא הודגשו יתרונותיו. עם זה כאשר בחרו
סטודנטים לפתור בצוות – הדבר כמובן לא נמנע מהם.

שאלת המחקר: האם מערך של למידה שיתופית בקבוצות
קטנות של סטודנטים יטפח את היכולת לפתרון בעיות
מתמטיות?

שיטת המחקר: עיקרו של המחקר כמותי. המתודולוגיה
נשענה על ניתוח השוואתי בין מבחן שניתן בתחילת
הקורס (pre-test) ובין מבחן שניתן בסיומו (post-test).

משוב לומדים: בסיום הקורס מילאו הסטודנטים שאלוני
משוב שהורכבו משאלות פתוחות וסגורות על הקורס ועל
התמודדותם עם הבעיות והמתודות שהוצגו בו. ציטוטים
מתוך המשובים ישולבו בפרק הדיון להלן.

נוסף על כך נמצא שהלמידה השיתופית מכינה
את הלומדים לחיים האמיתיים ולהשתלבות
בשוק העבודה המודרני בדרך הטובה ביותר
(שינפלד, 2017; Benke et al., 2021).

המסקנות שהוזכרו לעיל נמצאו נכונות גם למוקד ענייננו
במאמר זה – פתרון בעיות מורכבות במתמטיקה: בואלר
(Boaler, 1997) הראתה במחקר מקיף וארוך טווח כי
תלמידים שלמדו מתמטיקה והתמודדו עם בעיות מורכבות
בדרך של דיונים ועבודה בקבוצות קטנות, הצליחו הרבה
יותר מתלמידים שלמדו בגישה המסורתית שבה המורה
מדגים על הלוח כיצד פותרים, ולאחר מכן התלמידים
מתרגלים.

דיון המקדם חשיבה וקריטריונים להערכת דיון

ווד (Wood, 2002) הגיע לידי מסקנה כי איכות החשיבה
המתמטית של הילדים מושפעת מאיכות ההסברים
וההצדקות שהם הורגלו אליהם בכיתה. בתרבות הדיון
שהציע ווד, מצופה מתלמידים מצד אחד לתאר את
ההצעות המגוונות שלהם לפתרון בעיה ולהיות מסוגלים
להצדיק אותן, ומצד אחר להבין את הפתרונות שמציעים
חברי הקבוצה האחרים, לבקש הבהרות עליהן וגם
להסכים לבדוק אותן בדיקה אמפירית.

מינס וווס (Means & Voss, 1996) מונים קריטריונים
שלפיהם אפשר להעריך את איכות הטיעונים בדיון ואת
הקשר הלוגי בין הטענות למסקנות הנובעות מהן:

1. **הנמקה (reasoning)** – הדיון כולל הנמקה ועיגון
של הטיעונים.
2. **הכללה (inclusion)** – יכולת לראות את הקשר בין
האירועים ולמצוא חוקיות.
3. **בהירות ומפורשות (clarity and explicit)**
– יכולת לנסח את הטענות והנימוקים בבירור
ובמפורש.
4. **הפשטה (abstraction)** – יכולת לנסח הגדרה
פורמלית.
5. **רלוונטיות (relevance)** – מתן טיעונים ונימוקים
שתומכים ישר בטענה.
6. **מספיקות (sufficiency)** – האם הנימוקים מספיקים
כדי לחזק את הטענה.
7. **מטא־קוגניציה ורפלקציה (metacognition and reflectivity)**
– האם בדיון יש גם רכיב של
מטא־קוגניציה ורפלקציה של המשתתפים על תהליך
הפתרון.



כלי המחקר ושיטת איסוף הנתונים

מבחן-קדם (pre-test) / מבחן-אחר (post-test): הסטודנטים בשני הקורסים פתרו שלוש בעיות בתחילת הקורס (מבחן-קדם) ובסיומו (מבחן-אחר). בשתיים מתוך שלוש הבעיות נפתרו פתרון פרטני, ואחת אחרת נפתרה בקבוצות קטנות שיתופיות. השוואת התוצאות בשני המבחנים בין קורס 1 (שיתופי) לקורס 2 (פרטני) אפשרה לבדוק את השפעתה של הלמידה השיתופית על מידת השינויים שעלו מתוצאות שני המבחנים.

כל שלוש הבעיות הוצגו בסיפור מסגרת שנועד לטשטש את התחום המתמטי שהשאלה משתייכת אליו כדי למנוע נעילה לכיוון מסוים, ולאפשר להעלות כיווני פתרון מגוונים. בכל שלוש הבעיות הם נדרשו לדון בהשערה, בחקירה, בהכללה ובהנמקה.¹

ניתוח התשובות של התלמידים בשני המערכים נעשה בדרך כפולה: מצד אחד האם הפתרונות נכונים מבחינה מתמטית, ומצד אחר רמת הטיעונים שהועלו. על פי ניתוח זה כל פתרון קיבל ניקוד כפול: ציון מתמטי וציון טיעוני. הראשון ניתן על נכונות הפתרון מבחינה מתמטית. השני מבטא את כישורי ההנמקה, ההפשטה, יצירת הכללה, ועשיית מטא-קוגניציה ורפלקציה לכל אלה. יודגש כי הממצאים וניתוחם עברו שיפוט חיצוני כדי לבדוק את המהימנות ואת התיקוף שלהם.²

1. הציון המתמטי ניתן על הנכונות המתמטית של הפתרון ועל ביסוסו מבחינה מתמטית. הניקוד ניתן בנפרד לכל אחד ואחד מסעיפי השאלה בנפרד בדרך זו: 0 נקודות לפתרון שגוי.

1 נקודה לפתרון חלקי נכון או פתרון נכון אך ללא ביסוס מתמטי.

2 נקודות לפתרון נכון + ביסוס מתמטי נכון.

2. הציון הטיעוני ניתן על פי איכות הטיעונים שעלו ונרשמו בפתרון, ובהתאמה לשבעת הקריטריונים לעיל של מינס ווס (Means & Voss, 1996) וגלסנר (2009). יודגש כי הציון הטיעוני ניתן גם אם מבחינה מתמטית הפתרון או הטיעון היו שגויים. לדוגמה:

1. בנספח 1 מצויה דוגמה של אחת משלוש הבעיות שניתנו במבחנים אלו.

2. לצורך השגת מהימנות ותיקוף של ניתוח הדיונים והנתונים, הקידוד ומתן הציונים המתמטיים והטיעוניים עברו שיפוט של שני מעריכים חיצוניים. נוסף על כך נעשה גם שימוש במדד מהימנות מסוג Kappa Cohen כדי לבדוק את מידת ההסכמה בין המעריכים. התוצאות הראו שמידת ההתאמה הייתה 88%, וההבדלים שנמצאו נדונו בין שני המעריכים עד ליישובם

אם הסטודנט הציג הכללה אך היא לא הייתה נכונה מבחינה מתמטית, הוא קיבל את הניקוד הטיעוני להכללה אף על פי שלא קיבל את הניקוד המתמטי.

הערה חשובה שיורחב עליה בהמשך היא שלפעמים קשה לעשות הפרדה מוחלטת בין המישור המתמטי ובין המישור הטיעוני, כיוון שחלק מהקריטריונים משותפים במידה מסוימת לשני המישורים.

ממצאים - פתרון בעיות ומיומנות טיעונית תוצאות מבחן-קדם לעומת מבחן-אחר

כאמור, במבחן-קדם ובמבחן-אחר התמודדו התלמידים עם שלוש בעיות. בשתיים מהבעיות ההתמודדות הייתה אישית, ובשלישית – קבוצתית. השאלות בשני המבחנים (קדם ובתר) היו זהות, אבל הוצגו בסיפור מסגרת אחר ועם נתונים מספריים אחרים.

בתוצאות להלן הגרפים המתארים את קורס 1 (שיתופי) שנלמד בדגש שיתופי, יופיעו בצבע ירוק, ואילו הגרפים שמתארים את קורס 2 (פרטני) שנלמד בלי דגש שיתופי, יופיעו בצבע כתום.

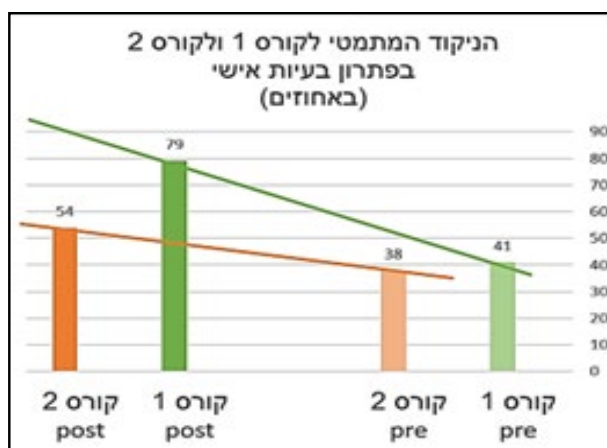
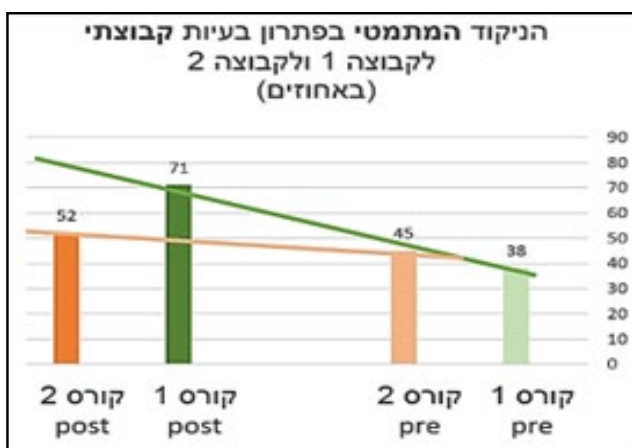
נקודת הפתיחה: במבחני הקדם שנעשו בתחילת הקורסים, ההישגים בקורס 1 (שיתופי) ובקורס 2 (פרטני) היו קרובים מאוד. בשאלות שנפתרו אישית נמצא יתרון קל לקבוצת הסטודנטים מקורס 1 (41% לעומת 38% מסך הנקודות), ואילו בשאלות שנפתרו בקבוצה נמצא יתרון דווקא לסטודנטים מקורס 2 (פרטני) (38% לעומת 45% מסך הנקודות).

בהתחשב בזה שבמבחני הקדם נמצא יתרון פעם אחת לקבוצת הסטודנטים מקורס 1 (שיתופי), ופעם שנייה לאלו מקורס 2 (פרטני), הרי שמותר לטעון כי נקודת הפתיחה של הסטודנטים בשני הקורסים היא דומה. נבחן תחילה את השיפור שחל בציון המתמטי, ולאחר מכן את השיפור בציון הטיעוני.

שיפור הציון המתמטי

הן במבחן-קדם הן במבחן-אחר קיבלו הסטודנטים שלוש שאלות. שתיים מהן נפתרו בעבודה אישית, והשלישית בעבודה קבוצתית-שיתופית. הגרפים להלן מציגים את השיפור שחל בניקוד המתמטי הן בשאלות שנפתרו פתרון אישי הן בשאלות שנפתרו פתרון קבוצתי-שיתופי.

השיפור בשאלות האישיות מוצג בגרף הימני, והשיפור בשאלות שנפתרו בקבוצות שיתופיות מוצג בגרף השמאלי.



איור 1: שיפור בציון המתמטי במבחן-קדם – השוואה בין קורס 1 (שיתופי) לקורס 2 (פרטני)

א. ככלל, בשתי הקבוצות חל שיפור בציון המתמטי בפתרון הבעיות במבחן-קדם לעומת מבחן-אחר, הן בשאלות האישיות הן בשאלות הקבוצתיות-שיתופיות.

ב. בשאלות האישיות היה במבחן-קדם ציון מתמטי גבוה יותר לקורס 1 (שיתופי) לעומת קורס 2 (פרטני). עם זה הפערים בין שני הקורסים לא היו גדולים יחסית (41% לעומת 38%). לעומת זאת במבחן-אחר הפערים בין הקורסים גדולים (79% לעומת 54%). לפי מגמה זו השיפור בקורס 1 שבו הלמידה והדגשים היו שיתופיים, גדול יותר. דבר זה ניכר גם בשיפוע הגדול יותר של הקו הירוק לעומת הקו הכתום.

ג. ממצא זה עקיב גם בפתרון הבעיות שנפתרו פתרון קבוצתי-שיתופי. כאן במבחן-קדם היה דווקא יתרון קל לקבוצה 2 על פני קבוצה 1 (45% לעומת 38%). אבל במבחן-אחר הפער בין הקורסים הוא לטובת קורס 1 (שיתופי) במידה ניכרת על פני קורס 2 (פרטני) (71% לעומת 52%), וכמובן, רמת השיפור שהתחוללה בין מבחן-אחר למבחן-קדם גבוהה במידה ניכרת בקורס 1 (שיתופי)

א. ככלל, בשתי הקבוצות חל שיפור בציון המתמטי בפתרון הבעיות במבחן-קדם לעומת מבחן-אחר, הן בשאלות האישיות הן בשאלות הקבוצתיות-שיתופיות.

ב. בשאלות האישיות היה במבחן-קדם ציון מתמטי גבוה יותר לקורס 1 (שיתופי) לעומת קורס 2 (פרטני). עם זה הפערים בין שני הקורסים לא היו גדולים יחסית (41% לעומת 38%). לעומת זאת במבחן-אחר הפערים בין הקורסים גדולים (79% לעומת 54%). לפי מגמה זו השיפור בקורס 1 שבו הלמידה והדגשים היו שיתופיים, גדול יותר. דבר זה ניכר גם בשיפוע הגדול יותר של הקו הירוק לעומת הקו הכתום.

ג. ממצא זה עקיב גם בפתרון הבעיות שנפתרו פתרון קבוצתי-שיתופי. כאן במבחן-קדם היה דווקא יתרון קל לקבוצה 2 על פני קבוצה 1 (45% לעומת 38%). אבל במבחן-אחר הפער בין הקורסים הוא לטובת קורס 1 (שיתופי) במידה ניכרת על פני קורס 2 (פרטני) (71% לעומת 52%), וכמובן, רמת השיפור שהתחוללה בין מבחן-אחר למבחן-קדם גבוהה במידה ניכרת בקורס 1 (שיתופי)

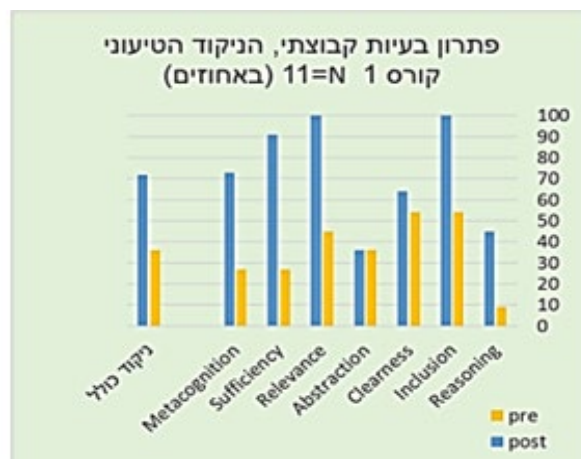
סיכום ביניים של הממצאים עד כה מעלה כי בקורס 1 שעבדו בו הסטודנטים עבודה קבוצתית-שיתופית, השיפור בציון המתמטי היה גדול במידה ניכרת מאוד לעומת השיפור בקורס 2 שבו עבדו פרטני.

בסעיף להלן יוצגו ממצאים דומים גם בשינויים שהתחוללו בציון הטיעוני בשני הקורסים.

שיפור הציון הטיעוני

כפי שהוסבר בתיאור המחקר הציון הטיעוני ניתן על פי שבעה קריטריונים טיעוניים (הנמקה, הכללה, בהירות ומפורשות, הפשטה, רלוונטיות, מספיקות ומטא-קוגניציה).

בשני הקורסים חל שיפור בניקוד בכל אחד מהקריטריונים, והציון הטיעוני במבחן-קדם גבוה מהציון הטיעוני במבחן-אחר. הגרף הימני מתאר את השיפור הטיעוני בקורס 1 (השיתופי), והגרף השמאלי מתאר את השיפור הטיעוני בקורס 2 (הפרטני).



איור 2: שיפור בציון הטיעוני במבחן-אחר בקורס 1 ובקורס 2 לפי קריטריונים של טיעון

דיון, סיכום ומסקנות

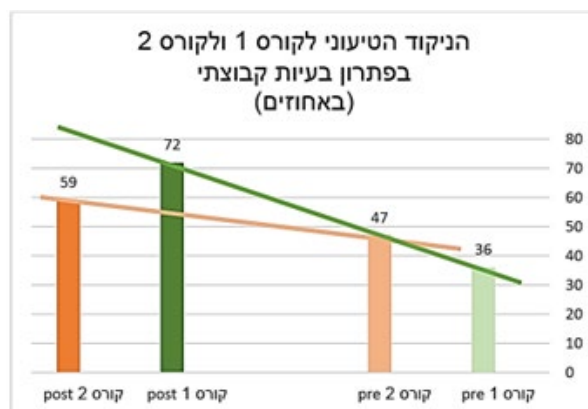
הממצא הבולט במחקר זה הוא שלמידה שיתופית תורמת למיומנות המתמטית של פתרון בעיות מתמטיות מורכבות, ומניבה שיפור מובהק הן במיומנות הטיעונית והן במיומנות המתמטית בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה.

המסקנה בדבר היתרון שיש לעבודה שיתופית בפתרון בעיות מורכבות (כפי שנאמר לעיל) מכילה מעצם הגדרתה התניה שהתהליך שמתנהל בה אכן יהיה שיתופי. במחקרים כבר נמצא שהיעילות של עבודה שיתופית היא נגזרת מהיכולת של חברי הקבוצה לשתף ביניהם פעולה מתוך העדפה של הצלחת הקבוצה על פני הצלחתם האישית (Aronson & Patnoe, 1997; Dillenbourg, 1999; Schwartz, 1995).

בשדה המחקר החינוכי התפתחה ההבנה כי תהליכי למידה רבים וחשובים מתנהלים בקהילות. הבנה זו מעלה צרכים ואתגרים חדשים הקשורים לבניית ידע שיתופי וקשרים בין לומדים בחברת המידע (פיון, 2022). המסגרת הקבוצתית-שיתופית עשויה לתרום לפתרון בעיות מתמטיות בכמה היבטים שעשויים לשפוך אור על הפער שנוצר בין שתי הקבוצות בפתרון הבעיות המתמטיות:

- ב. בקרה הדדית ועזרה – הקבוצה השיתופית משמשת מקום לשאול שאלות, להתלבט ולהתייעץ, וגם מסגרת לבקרה הדדית לעמיתים ולתקן טעויות במקרה הצורך (אליצור, 2019): "כשכמה עובדים ביחד, יש יותר סיכוי לשים לב לטעויות [...] טעיתי כמה פעמים וא' תיקן אותי" (י' מקורס 1 [שיתופי]).
- ב. הנאה – במחקרה של זוהר (2013) על למידה שיתופית, היא טוענת שגילויי הנאה גורמים להשבת הלמידה. לדבריה של זוהר, גילויי הנאה נובעים הן מעצם קבלת האחריות העצמית לתהליך הלמידה הן מהעמקת הקשרים הבין-אישיים בין חברי הקבוצה.
- ג. מעורבות – ההשתייכות הקבוצתית גרמה למעורבות ושותפות פעילה של כל אחד מחברי הקבוצה, ותרמה למאמץ להגיע לידי פתרון: "גם כשהיה לי מאתגר, הרגשתי שאני משתתפת ומנסה לקחת חלק..." (ד' מקורס 1 [שיתופי]). ממצא זה תואם למחקרם של גולדין ועמיתיו (Goldin et al., 2011), שבו הם מפרטים סוגים של מבני מעורבות ("engagement structures"), ומדגישים את התפקיד החשוב של המעורבות הרגשית בפתרון בעיות.
- ד. מוטיבציה והתמדה – ג'ונסון ועמיתיו (Johnson et al., 2000) מונים בסקירה מקיפה את יתרונות הלמידה השיתופית כפי שהיא עולה

בגרף הבא מופיע הניקוד הטיעוני בהשוואת מבחן-קדם למבחן-אחר.



איור 3: השוואת השיפור בציון הטיעוני בקורס 1 לעומת קורס 2

גם כאן השיפור בניקוד הטיעוני של קורס 1 (שיתופי) גדול מהשיפור של קורס 2 (פרטני). הפער ניכר גם בשיפוע הגדול יותר של הקו הירוק לעומת הקו הכתום.

בקורס 1 (שיתופי) השיפור בציון הטיעוני הוא מ-36% ל-72%, כלומר עלייה של 100%. **בקורס 2 (פרטני)** השיפור בציון הטיעוני הוא מ-47% ל-59%, כלומר עלייה של 26%.

סיכום הממצאים מלמד על הנקודות הבאות:

- א. שני הקורסים התחילו בנקודת פתיחה דומה, ובמבחן-קדם הציונים המתמטיים והטיעוניים קרובים (יש פעמים שבקורס 1 [שיתופי] היה ציון גבוה יותר ויש פעמים שבקורס 2 [פרטני] היה ציון גבוה יותר).
- ב. בשני הקורסים חל שיפור בתוצאות במבחן-קדם לעומת מבחן-אחר. המסקנה המתבקשת היא שעיסוק בפתרון בעיות לאורך זמן משפר את המיומנות המתמטית גם בעבודה פרטנית לחלוטין. במילים אחרות, זו תוצאה צפויה בדומה למתנהל בכל תהליך למידה מכל סוג שהוא.
- ג. השוואת התוצאות של קורס 1 (שיתופי) לעומת התוצאות בקורס 2 (פרטני) מראה בבירור רב כי השיפור בקורס 1 שהיה בו דגש בפתרון בעיות שיתופי, היה גבוה יותר בכל המדדים שנבחנו לעומת קורס 2 שבו הלמידה הייתה פרטנית בלבד. ההבדל בתוצאות בין שתי הקבוצות האלה היה בבירור לטובת הלימוד הקבוצתי-שיתופי. זה התבטא הן בשיפור המיומנות המתמטית והן בשיפור המיומנות הטיעונית.

לקדם ביחד ובו בזמן את המיומנות הטיעונית ואת המיומנות המתמטית, ולשלב פתרון של בעיות מתמטיות מורכבות עם למידה שיתופית.

מחקר דומה (Diego-Mantecon et al., 2021) שבדק את ההשפעה של למידה שיתופית על הישגים במתמטיקה בקרב תלמידי כיתה ו', מצא ממצאים התואמים את הממצאים במחקר זה. התברר כי הציונים במבחן-אחר של התלמידים שלמדו מתמטיקה בלמידה שיתופית, היו גבוהים במידה ניכרת מהציונים של התלמידים בקבוצת הביקורת שלמדו פרטני בשיטה דידקטית קונבנציונלית. מסקנת מחקר זה היא היעילות של למידה שיתופית בשיפור הישגים במתמטיקה.

ייחודיות מחקר זה היא שהוא נעשה בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה. עד היום הלמידה השיתופית אינה מיושמת בהיקף נרחב בהוראה באוניברסיטאות ובמכללות (שינפלד, 2017). למידה שיתופית עשויה לסייע ביצירת פעולות גומלין חברתיות, ולתת פתרון לתחושת הניכור ותחושת הבדידות אצל סטודנטים שלומדים למידה מרחוק (שינפלד, 2022). עם זה נראה כי מערכת החינוך ומערכת הכשרת המורים טרם הצליחו לפתח מיומנויות של למידה שיתופית, בעיקר מקוונת. מוסדות להשכלה גבוהה אומנם שמים להם למטרה לאמץ טכנולוגיות שיתופיות, אך היישום מחייב תהליכי שינוי ארגוניים ופדגוגיים בהוראה ולמידה אקדמית. על פי ממצאי מחקר זה ראוי לשלב למידה שיתופית בהכשרה להוראה, ולהרוויח רווח כפול; רווחים מלמידה שיתופית בלימודי התואר והתנסות מספקת וחיונית כדי שפרחי ההוראה ישלבו שיטה זו בעתיד בהוראה בבתי הספר.

כיוונים למחקר המשך

א. במחקר זה לא נבדק שימור התוצאות לאורך זמן של השיפור במיומנות הטיעונית והמתמטית של פתרון בעיות. במחקר המשך היה רצוי לבדוק האם השיפור נשמר.

ב. מערך זה נעשה מתוך השוואה בין שני קורסים. התוצאות מראות על מגמה שלפיה יש יתרון למערך למידה שיתופי. כדי לעגן את התוצאות, יש לעשות מחקר מקיף יותר על קבוצות רבות.

רשימת מקורות

אליצור, צ' (2019). פיתוח מיומנות מתמטית בפתרון בעיות בסביבה המטפחת למידה שיתופית [עבודת דוקטור]. האוניברסיטה העברית בירושלים.

גלסנר, א' (2009). בנייה והערכה של טיעונים בלמידה והוראה. בתוך א' גלסנר, ע' בן דוד וע' אגור, פיתוח חשיבה מסדר גבוה: סקירת ספרות (עמ' 76–121). משרד החינוך.

ממחקרים רבים. אחד היתרונות הוא המוטיבציה של הקבוצה להישגים, כמו מוטיבציה להתמדה. הדבר מחייב ליצור אקלים קבוצתי חיובי, נוח, מגן ומפרגן. היטיב לבטא זאת שוורץ (Schwartz, 1995), שהיעילות של פתרון בעיות שיתופי תלויה ביכולתם של חברי הקבוצה לשתף פעולה ולהעדיף את הצלחת הקבוצה על פני הצלחתם האישית.

ה. חשיבה משותפת וריבוי רעיונות – לפי שטאל (Stahl, 2007, 2009) פעולת גומלין בין חברי הקבוצה יוצרת תוצאה סינרגטית שהוא מכנה "קוגניציה קבוצתית": "מעדיף לעבוד בשיתופי, כי ככה משלבים בין הרעיונות, ומפתחים רעיונות של אחרים מכיוונים שונים, ולא מוגבלים לזווית ראייה אחת של כל אחד" (א' מקורס 1 [שיתופי]).

במשובים שמילאו הסטודנטים, הם חזרו וטענו פעם אחר פעם שאלמלא העבודה הקבוצתית-שיתופית ספק רב אם היה בכוחם להתמודד עם מורכבות השאלות ולפצח אותן.

הקשר בין היכולת הטיעונית ליכולת הלמידה

לטענת מינס ווס (Means & Voss, 1996), שיפור וחיזוק של מיומנויות הטיעון בקריטריונים למיניהם מעניקים יכולת טובה יותר לרכישת ידע בתחומים רבים ומגוונים. עוד יש הרואים בטיעון וביכולת לטעון בסיס ללמידה שיתופית מיטבית שתביא לידי שיפור מיומנויות לימודיות (Schwarz & Baker, 2016).

הממצאים במחקר זה אכן מאשרים את הטענה לעיל: ראשית, השיפור הגורף שהתחולל בין מבחן-קדם למבחן-אחר בכל שבעת הקריטריונים של יכולת הטיעון, מתבטא במתאם מובהק גם בשיפור של היכולת המתמטית של התלמידים; שנית, זיקה זו של יכולת הטיעון ליכולת המתמטית נמצאה נכונה גם בלי השוואה בין מבחן לרעהו, כאשר כל מבחן נידון בפני עצמו. גילוי זה היה נכון הן במבחני קדם לעצמם הן במבחני בתר לעצמם הן במבחנים האישיים הן במבחנים הקבוצתיים – בכולם נמצא מתאם מובהק בין הציון המתמטי לציון הטיעוני. ככל שתלמיד (או קבוצה) צבר יותר נקודות בציון הטיעוני, כך גם הניקוד המתמטי היה בהתאמה גבוה יותר וכן להפך. לפי ממצאים אלו איכות החשיבה המתמטית מושפעת מאיכות ההסברים וההצדקות שתלמידים מורגלים בהם בכיתה (Wood, 2002).

לסיכום: המסקנה שעולה כאן היא שקבוצה שיתופית, שבקרב חבריה שוררת הרמוניה בסיסית והיא פועלת כקבוצה משימתית, תצליח יחסית לאמץ לעצמה את מתודות החקירה ותהליכי העבודה המתמטיים. מומלץ

based instruction from a school mathematics perspective. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 1137–1148. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01303-9>

Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning. In P. Dillenbourg (Ed.), *Collaborative learning: Cognitive and computational approaches* (pp. 1–19). Elsevier.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2015). The nested epistemic actions model for abstraction in context: Theory as methodological tool and methodological tool as theory. In A. Bikner-Ahsbahr, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods* (pp. 185–217). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_8

Goldin, G. A., Epstein, Y. M., Schorr, R. Y., & Warner, L. B. (2011). Beliefs and engagement structures: Behind the affective dimension of mathematical learning. *ZDM – Mathematics Education*, 43(4), 547–560. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0348-z>

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Stanne, M. B. (2000). Cooperative learning methods: A meta-analysis. University of Minnesota.

Means, M. L., & Voss, J. F. (1996). Who reasons well? Two studies of informal reasoning among children of different grade, ability, and knowledge levels. *Cognition and Instruction*, 14(2), 139–178. https://doi.org/10.1207/s1532690xcil402_1

OECD. (2010). *PISA 2012 field trial problem solving framework*. <https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/topics/policy-sub-issues/student-problem-solving-skills/46962005.pdf>

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-05012-8>

Schwartz, D. L. (1995). The emergence of abstract representations in dyad problem solving.

זוהר, ע' (2013). ציונים זה לא הכול: לקראת שיקומו של השיח הפדגוגי. ספרית פועלים.

מולד, א' (2019). יצירתיות מתמטית של בוגרי תיכון בעבודה לבד לעומת בעבודה בקבוצות [עבודת מוסמך]. אוניברסיטת תל אביב.

המינהל הפדגוגי. (2015). נתיבים להוראה משמעותית: מניפת מודלים יישומיים להוראה משמעותית. משרד החינוך.

משרד החינוך. (2012). התאמת מערכת החינוך למאה ה-21: הקניית אוריינות מחשב ומידע CIL בבתי הספר היסודיים. מנהל תקשוב טכנולוגיה ומערכות מידע, אגף טכנולוגיות מידע.

סטופל, מ' ולבנברג, א' (2011, 27 בדצמבר). הצגת פתרונות שונים לבעיה בהנדסת המישור, ככלי לפיתוח החשיבה ולהבלטת יופייה של המתמטיקה [הרצאה בכנס]. הכנס הארצי השנתי להוראת מתמטיקה בחינוך העל-יסודי: מגמות עכשוויות בחינוך מתמטי. https://highmath.haifa.ac.il/images/data2/kenes_2011/Abstracts/Abstracts_Booklet_18.pdf

פיון, כ' (2022). טיפוח תרבות למידה שיתופית מוכוונת ערכים פנימיים בקהילות ידע חוקרות [עבודת דוקטור]. אוניברסיטת חיפה.

ראמ"ה. (2017). תקציר תוצאות מבחן מיומנות בפתרון בעיות שיתופי פיזה (PIZA) 2015 http://meyda.education.gov.il/files/Rama/PISA_2015_CPS_summary.pdf

שינפלד, מ' (2017). למידה שיתופית בעידן הדיגיטלי. בתוך ע' מלמד וא' גולדשטיין (עורכים), הוראה ולמידה בעידן הדיגיטלי (עמ' 187–216). מכון מופ"ת.

שינפלד, מ' (2022). אתגרים בלמידה שיתופית מקוונת: מחקר הערכה מקדם הצלחה. רבי-גוונים: מחקר ושיח, 22, 180–157.

Aronson, E., & Patnoe, S. (1997). The jigsaw classroom: *Building cooperation in the classroom* (2nd ed.). Longman.

Benke, I., Heinzl, A., & Maedche, A. (2021). The relationship of collaboration technologies and cognition and affect. In T.-X. Bui (Ed.), *Proceedings of the 54th Hawaii International Conference on System Sciences* (pp. 701–711). University of Hawaii at Manoa. <http://doi.org/10.24251/HICSS.2021.086>

Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex and setting*. Open University Press.

Diego-Mantecon, J. M., Prodromou, T., Lavicza, Z., Blanco, T. F., & Ortiz-Laso, Z. (2021). An attempt to evaluate STEAM project-

Journal of the Learning Sciences,
4(3), 321–354. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0403_3

Schwarz, B. B., & Baker, M. J. (2016). Dialogue, argumentation and education: History, theory and practice. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316493960>

Schwarz, B. B., Neuman, Y., & Biezuner, S. (2000). Two wrongs may make a right ... if they argue together! *Cognition and Instruction*, 18(4), 461–494. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI1804_2

Slavin, R. E. (2010). Instruction based on cooperative learning. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 388–404). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203839089>

Stahl, G. (2007). Meaning making in CSCL: Conditions and preconditions for cognitive processes by groups. In C. A. Chinn, G. Erkens, & S. Puntambekar (Eds.), *Proceedings of the 8th International Conference on Computer Supported Collaborative Learning (CSCL)* (Vol. 8, pp. 651–660). International Society of the Learning Sciences.

Stahl, G. (2009). *Studying virtual mathematics teams*. Springer. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4419-0228-3>

van Laar, E., van Deursen, A. J., van Dijk, J. A., & de Haan, J. (2017). The relation between 21st-century skills and digital skills: A systematic literature review. *Computers in Human Behavior*, 72, 577–588. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.03.010>

Wood, T. (2002). What does it mean to teach mathematics differently? In B. Barton, K. Irwin, M. Pfannkuch, & M. J. Thomas (Eds.), *Proceedings of the 25th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: Mathematics education in the south pacific* (pp. 350–357). MERGA Incorporated.

נספח מספר 1 - דוגמה לבעיה שניתנה במבחן־קדם (pre-test) ובמבחן־אחר (post-test)

דוגמה לבעיה שניתנה לפתרון פרטני. בעיה זו המכונה "בעיית הלוקרים" שניתנה במבחן־קדם, נלקחה מספרו של שונפלד (Schoenfeld, 1985), ובאמצעותה חיברתי את "בעיית הנורות" שניתנה במבחן־אחר. השאלות בשני המבחנים האישיים (post + pre) היו זהות, אם כי הוצגו בסיפור מסגרת אחר ועם נתונים מספריים אחרים.

בעיית הנורות	בעיית הלוקרים
לקראת יום העצמאות קושטו רחובות העיר בשורה ארוכה של 600 נורות מאירות, מרהיבות וצבעוניות. הנורות נדלקות ונכבות בסדר הזה:	בתיכון העירוני לומדים 396 תלמידים, ולכל תלמיד יש לוקר. הלוקרים ניצבים בשורה ארוכה לאורך המסדרון.
	
בשנייה הראשונה: נדלקות כל הנורות. בשנייה השנייה: נכבית כל נורה שנייה, כלומר הנורה השנייה, הרביעית, השישית וכן הלאה. בשנייה השלישית: כל נורה שלישית משנה את מצבה (כלומר הנורה השלישית, השישית, התשיעית וכן הלאה). אם היא דלוקה היא נכבית, ואם היא כבויה היא נדלקת. בשנייה הרביעית: כל נורה רביעית משנה את מצבה. נורה דלוקה – נכבית, ונורה כבויה – נדלקת. וכך גם בכל השניות שאחר כך במשך 10 דקות (600 שניות). א. שערו האם בסיום 10 הדקות הנורה האחרונה, נורה מס' 600, תהיה דלוקה או כבויה? נמקו והסבירו את תשובתכם. ב. האם תוכלו להכליל איזה נורות יהיו דלוקות ואיזה מכובות בתום עשר הדקות? נמקו והסבירו את טענתכם. ג. הסבירו כיצד הגעתם אל הפתרון.	בבוקר הראשון לפתיחת שנת הלימודים מקיים המנהל מין טקס משונה שכזה: התלמיד הראשון פותח את דלתות כל הלוקרים. התלמיד השני סוגר כל לוקר שני, כלומר את הלוקר השני, הרביעי, השישי וכן הלאה. התלמיד השלישי עובר על כל הלוקרים המתחלקים בשלוש, כלומר השלישי, השישי, התשיעי וכן הלאה, אם הלוקר פתוח הוא סוגר אותו, ואם הוא סגור אז הוא פותח אותו. התלמיד הרביעי עובר על כל הלוקרים המתחלקים ב-4, וכמו השלישי מחליף את המצב שלהם – מפתוח לסגור ומסגור לפתוח. וכך גם התלמיד החמישי, השישי וכן הלאה עד שכל התלמידים יסיימו. א. שערו האם בסיום הטקס הלוקר האחרון, לוקר מס' 396 יהיה פתוח או סגור? נמקו והסבירו את טענתכם. ב. האם תוכלו להכליל איזה לוקרים יהיו פתוחים בסוף הטקס ואיזה סגורים? נמקו והסבירו את טענתכם. ג. הסבירו כיצד הגעתם אל הפתרון.

בעיה זו בדומה לשאלות האחרות כוללת השערה, חקירה, הכללה, הנמקה ורפלקציה. בסעיף א' התלמידים נדרשים לשער האם לוקר מס' 396 יהיה פתוח או סגור. בסעיף ב' ישנה חקירה שמביאה לידי הכללה של הלוקרים שיישארו פתוחים או סגורים בסוף התהליך. בסעיף ג' ישנה רפלקציה על התהליך שהביא לידי פתרון.

חיפוש הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה בעיני סטודנטים להוראת מתמטיקה באמצעות חיפוי גוף (Body Mapping)

ד"ר אריאל לוין

מרצה בתואר השני בחוג לחינוך במכללה
האקדמית הרצוג ובהכשרת מורים בפקולטה לחינוך
באוניברסיטת בר-אילן.

מחקריו מתמקדים בזהות מקצועית של מורים
בתחומי דעת מגוונים ובחקר תוכניות לימודים.



חיפוש הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה בעיני סטודנטים להוראת מתמטיקה באמצעות מיפוי גוף (Body Mapping)

אריאל לוין

תקציר

נקודת המוצא של המחקר הנוכחי היא החשיבות בעיסוק בזהות המקצועית של מורים למתמטיקה כפי שהיא משתקפת בעיני סטודנטים בתחום כחלק מהכשרתם המקצועית. חיפוש הזהות המקצועית נעשה כאן לראשונה באמצעות הכלי מיפוי גוף (body mapping) בשילוב ראיונות. כלי זה נותן למשתתפים דרך לתקשר ולתת רעיונות, משמעויות ורגשות, ומספק הזדמנויות לחקור ולממש זהויות מקצועיות הקשורות להכשרת מורים. רכיבי הזהות המקצועית שנבדקו היו הרכיב התוך-אישי – הדרך שבה המורה רואה את עצמו, והרכיב הבין-אישי – ראיית החברה את המורה ואת המקצוע. מהממצאים עולים היבטים המאפיינים את המקצוע, כמו פיתוח חשיבה יצירתית, קביעת סדר וגבולות וחשיבות ההשקעה; מאפייני דמות המורה למתמטיקה כמקבל ומכיל אך גם שומר על הגבולות; חברה הרואה במקצוע המתמטיקה מקצוע קשה וחשוב. תרומת המחקר לתחום הכשרת מורים היא בנתינת מקום לסטודנטים לפתח תהליכי רפלקציה במקצוע ההוראה בכלל ובמתמטיקה בפרט עם דמותם כמורים.

מילות מפתח: זהות מקצועית; הכשרת מורים למתמטיקה; מיפוי גוף (body mapping).

מבוא

זהות מקצועית היא תחום מחקר רלוונטי בהכשרת מורים למתמטיקה (Skott et al., 2013), שכן היא "עומדת בליבת מקצוע ההוראה. היא מספקת מסגרת למורים לבנות רעיונות משלהם על 'איך להיות', 'איך לפעול' ו'איך להבין' את עבודתם ואת מקומם בחברה" (Sachs, 2005, p. 15). המושג זהות מקצועית של מורים מורכב הואיל והוא עוסק ביחסים הדדיים בין המורים, המוסדות שהם עובדים בהם והחברות שהם חיים בהן, ומאגד היבטים אישיים וחברתיים הכוללים ידע ואמונות, רגשות ויחסים, קשרים וחוויות (van Putten et al., 2014). זהות מקצועית מתפתחת ביחסי גומלין עם אחרים כדוגמת

* אני מודה למכללה האקדמית הרצוג על תמיכתה בפרסום מאמר זה.

מנהלי בתי ספר, מורים עמיתים, הורים ותלמידים. נוסף על היותה כרוכה במה שאחרים חושבים או אומרים על האדם, היא כרוכה גם בראיית האדם את עצמו (Losano & Cyrino, 2017). בזהות מקצועית יש גם ממד המכוון לעתיד המשקף שאיפות ולא רק מציאות נוכחית, שכן היא לא רק תשובה לשאלה "מי אני ברגע זה?", אלא גם תשובה לשאלה "מי אני רוצה להיות?". לפיכך בייארד ואחרים (Beijaard et al., 2004) טוענים שהעיסוק בזהות המקצועית של סטודנטים להוראת מתמטיקה הוא תחום מחקר חשוב, ויש להקדיש תשומת לב רבה להעלאת המודעות לתהליך פיתוח הזהות המקצועית בתוכניות להכשרת המורים (Thomas & Beauchamp, 2011). מטרת המחקר הנוכחי לאפיין את הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה מנקודת המבט של סטודנטים להוראת מתמטיקה באמצעות מיפוי גוף בשילוב ראיונות. הבחירה בשימוש במיפוי גוף נעשתה לפי היכולת של כלי זה להעלות רעיונות, חוויות, משמעויות ורגשות (Gauntlett & Holzwarth, 2006) ולספק הזדמנויות לחקור ולממש זהויות מקצועיות הקשורות להכשרת מורים (Botha, 2017; Griffin, 2015; Lau, 2016; Maddamsetti, 2023).

סקירת ספרות

זהות מקצועית

המונח זהות אישית מוגדר באמצעות השאלה "מיהו או מהו האדם?" והתשובות לשאלה זו נמצאות באדם עצמו או במשמעויות שאחרים נותנים לו (Beijaard, 1995). הזהות העצמית מתפתחת בתהליך מתמשך בין האדם לסביבתו, והיא למעשה חשיבותו של האדם בעיני עצמו בנושא מסוים וברגע נתון (Beijaard et al., 2004). יש בה תהליכים של יצירת זהות, הרחבתה ועשיית שינויים בה, וזאת באמצעות פעולות של הערכה עצמית. התהליכים של הבניית הזהות מתנהלים במרוצת זמן ובעת יצירת קשרי גומלין עם אחרים (Cooper & Olson, 1996). מקצת הזהות העצמית של האדם היא הזהות המקצועית, שעונה על השאלה "מי אני, או מה אני, כאיש מקצוע?".

שלפיה יש דינמיות ומורכבות בתהליך התפתחות הזהות, והוא אינו מתנהל בחלל ריק, אלא ברקע הסביבה והתרבות של האדם (Bosma & Kunnen, 2001).

הגורמים המשפיעים על הבניית הזהות המקצועית בהוראה

ישנם מחקרים המזהים ארבעה מקורות המשפיעים על הבניית זהותם המקצועית של סטודנטים להוראה: דמויות מודל (בעיקר חיוביות), ניסיונות הוראה קודמים, קורסי הכשרה בעלי משמעות חיובית או שלילית ברורה וזיכרונות מהתנסויות ילדות הנוגעים ללמידה (Knowles, 1992). גורמים דומים נמצאו משפיעים על הבניית זהותם המקצועית המתפתחת של מורים ותיקים: תרבות ההוראה ותרבות בית הספר, הידע של המורה הנשען על התנסויות קודמות והביוגרפיה שלו וכן כמה תחומי מומחיות של המורה: מומחיות בנושא הלימוד, מומחיות בתחום הדידקטי ומומחיות בתחום הפדגוגי (Beijaard et al., 2000). גורם אחר המשפיע על תהליך בניית הזהות המקצועית בהוראה הוא תחושת המסוגלות העצמית של המורה, שהיא אמונתו של האדם ביכולתו למלא משימה בהצלחה. תחושה זו משפיעה על ההניעה (מוטיבציה) של האדם ועל רמת הביצוע שלו (Kostogriz & Peeler, 2004).

שלבים בגיבוש הזהות המקצועית של המורה

הגישה הרווחת בתחום ההתפתחות המקצועית טוענת שזו מתחילה עם כניסת המורה להוראה (Godard & Foster, 2001; Huberman, 1989). זאת יש גישה אחרת הרואה את הצעדים הראשונים בגיבוש הזהות המקצועית כבר בשלב הכשרת המורה. פרידמן וגביש (2003) מזהים שלושה שלבים עיקריים בהתפתחות המקצועית של המורה: שלב ההכשרה, שלב הכניסה לעבודה ושלב ההתפתחות המקצועית בשעת מילוי התפקיד. צברלבן יהושע (2001) טוענת שהשלב המכריע בגיבוש הזהות המקצועית הוא למידת הנורמות של בית הספר, ובלשונו "קריאת המפה". בתהליך "קריאת המפה" יש שלושה שלבים מרכזיים: שלב הפנטזיה, שלב הלם התרבות ושלב ההסתגלות. שלב הפנטזיה הוא שלב המתנהל טרם הכניסה להוראה, ויש בו ציפיות גבוהות, תקוות, התרגשות, פחד, מעורבות רגשית ותחושת איפוריה. לגישה זו, שלפיה הזהות המקצועית מתחילה בשלב לימודי ההכשרה, המעבר לשלב ההוראה בפועל עלול לגרום מתחים ולעורר התנגשויות, שאלות וספקות, שעניינם הזהות האישית והמקצועית של המורה החדש (Pillen et al., 2013). המורה החדש עלול להיקלע לקשיים פדגוגיים, רגשיים וחברתיים,

לכן העיסוק בזהות עצמית ובהיות מקצועית משולבים זה בזה (Berger & Holmes, 2000).

בייארד ואחרים (Beijaard et al., 2004) סקרו עשרים ושניים מחקרים, רובם במתודולוגיה איכותנית, העוסקים בזהות מקצועית של מורים, ואלה מתחלקים לשלוש קבוצות: מחקרים שעוסקים בדרך שבה מורים מעצבים את זהותם המקצועית, מחקרים שמחפשים את מאפייני הזהות המקצועית של מורים, ומחקרים שמתמקדים בסיפורי חיים כביטוי לזהות המקצועית. פישרמן ווייס (2011) ניסו להבין מהי זהות מקצועית בעזרת פיתוח כלי מדידה כמותי. הם סברו כי הגורמים הבונים את הזהות המקצועית של מורים הם מחשבותיהם ותחושותיהם של המורים כלפי בחירתם המקצועית, מסוגלותם המקצועית, תחושת השליחות שלהם ותחושותיהם בעניין מוניטין ההוראה.

זהות מקצועית בהוראה מוגדרת תחושת השייכות של המורים למקצוע והזהדות עימו (Tickle, 1999), והיא מורכבת משני רכיבים: הרכיב הראשון הוא תפיסת העצמי, הדרך שבה המורה רואה את עצמו, כלומר כל מה שהמורה עצמו רואה, חשוב בעבודתו ובחייו המקצועיים על סמך התנסויותיו והרקע האישי שלו – הביוגרפיה האישית. הרכיב השני הוא הביוגרפיה החברתית – ראיית אחרים, כמו תלמידים, עמיתים, הורים או הציבור בכלל, את המורה (Coldron & Smith, 1999; Reynolds, 1996; Tickle, 1999). שני רכיבים אלה, בלשונם של פישרמן ווייס (2011) הרכיב התוך-אישי והרכיב הבין-אישי, נמצאים במתח תמידי.

על פי סקוט ורודג'רס (Rodgers & Scott, 2008) יש ארבע הנחות בבסיס התובנות המחקריות על הבניית זהות מקצועית: (1) זהות היא הקשרית: נבנית ותלויה במגוון הקשרים הכוללים כוחות חברתיים, תרבותיים, פוליטיים והיסטוריים; (2) משא ומתן על זהות: היא נבנית מתוך יחסים של קרבה ושל ריחוק עם הזולת; ומתעצבת בעת משא ומתן עם האחר וכוללת את הנוף הרגשי, המעוגן ברקע החברתי-תרבותי, המוסרי, המקצועי, הפוליטי והפיזי; (3) זהות היא דינמית: היא נמצאת בתהליך מתמיד של הבניה ושל התפתחות המתרחשות במרוצת זמן ומתוך יצירת קשרי גומלין עם אחרים. בתהליך זה המורה בוחן את הערכים, האמונות, ההתנסויות והרגשות שלו בנושא ההוראה, וגם את ראייתו בעצמו מורה (Beauchamp & Thomas, 2009; Thomas & Beauchamp, 2011); (4) סיפור הזהות: בסיפור זה יש הבניה והבניה חוזרת של משמעות באמצעות סיפורי התנסות ובמרוצת זמן. הנחות יסוד אלה תואמות לגישה התהליכית בחקר הזהות,



ויתקשה להסתגל לתרבות הארגונית של בית הספר (Darling-Hammond, 1996). מצבים אלו נובעים מהפער בין המציאות הבית ספרית שנקלע אליה המורה ובין הערכים והחזון, הידע המקצועי, תחושת המסוגלות בהוראה שקיבל המורה בשלבי הכשרתו. לדעת פישמן ווייס (2011), לזמן תחילת התגבשות הזהות המקצועית יש השפעה חשובה בהכשרת מורים, שכן אם הזהות המקצועית מתחילה להתגבש בשלבים מוקדמים ואינה מתפתחת עם הניסיון (Schultz & Ravitch, 2013), רצוי להתערב ולהקנות למורים כלים בתהליך ההכשרה כדי שיעברו בקלות את השנים הראשונות בהוראה (Thomas & Beauchamp, 2011).

מיפוי גוף (Body Mapping)

מיפוי גוף הוא כלי מחקרי המשלב אומנות חזותית, פרקטיקה טיפולית ופיתוח קהילתי (Ebersohn, 2015; Elbrecht, 2023). הטכניקה התפתחה והפכה לשיטת מחקר אוראלית, חזותית ואיכותית (Din-erstein et al., 2020; Gastaldo et al., 2018). בטכניקה זו יוצרים הדמיה של הגוף האנושי בגודל טבעי באמצעות ציור, רישום או אומנות אחרת שנשענת על טכניקה שמייצגת בדרך חזותית היבטים של חיי האנשים, הגוף שלהם והעולם שהם חיים בו. למיפוי גוף יש יכולת להניע משתתפים לתקשר תקשורת יצירתית מתוך תהליך עמוק ומשקף שמקשר בין רגשות, מחשבות ורעיונות ויכולת להגביר מודעות לנושאים אישיים, פוליטיים וחברתיים (Gastaldo et al., 2012). התוצאה הסופית של התהליך היא סיפור המורכב משלושה רכיבים: עדות (סיפור קצר המסופר בגוף ראשון), מפת גוף בגודל טבעי ומקרא המפרש כל רכיב חזותי שמופיע במפה. תהליך יצירת מיפוי הגוף פותח לפני המשתתפים דרך לתקשר ולהביא רעיונות, חוויות, משמעויות ורגשות, ומכיר בטענה שאנשים שמייצרים משהו בידיהם, חושבים על הדברים בדרך אחרת שמביאה לידי מעורבות עמוקה ורפלקטיבית יותר (Gauntlett & Holzwarth, 2006).

חוקרים בתחומי חקר מגוונים השתמשו במיפוי גוף כדי לחקור היבטים המשפיעים על רווחתם של אנשים בכל הקשור ליחסים החברתיים שלהם ולאמונות הסובייקטיביות בעניין חייהם ונסיבותיהם (Gastaldo et al., 2018). כך למשל נחקר סיפור המעבר של פליטים לקנדה (Davy et al., 2014), קשיבות (mindfulness) של נשים עובדות (McCorquodale & DeLuca, 2020) ואלימות כלפי נשים (Sweet & Escalante, 2015). בתחום החינוך נעשו מחקרים העוסקים בזהות המקצועית של סטודנטים להוראת מוזיקה (Griffin, 2015), הכשרה לחיים (Botha, 2017), חקר הוראת שפה שנייה (Lau,

2022). ביכולת לבחון מצבי חיים מנקודות מבט מגוונות. לפיכך שימוש בתמונות ובאיורים מתאים במיוחד לקידום תהליכי יצירה ושינויים החינויים לפיתוח זהות מקצועית

זהות מתמטית והכשרת מורים למתמטיקה

חוקרים העוסקים בזהות המורה בחינוך המתמטי משתמשים במונחים מגוונים כדי לתאר אותה (Lutovac & Kaasila, 2018). המונח הרלוונטי ביותר לתיאור הזהות אצל סטודנטים להוראת מתמטיקה בשלב הכשרתם הוא זהות מתמטית (Kaasila et al., 2008; Lutovac & Kaasila, 2011), במחקרים על הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה בנושא הכשרתם להוראת התחום נמצא כי גיבוש זהות זו נגרם מחוויות אישיות ומיחסי גומלין חברתיים (Anderson, 2007; Bobis et al., 2020) וכי זהויות נתונות לשינוי מתמיד ככל שיהיו התנסויות ויחסי גומלין חדשים (Lamote & Engels, 2010). בזהות המתמטית אצל סטודנטים יש שלושה רכיבים: (1) עמדתם כלפי עצמם בהיותם תלמידים ובהיותם מורים למתמטיקה בעתיד; (2) עמדתם כלפי הוראה ולמידה של המתמטיקה; (3) עמדתם כלפי הקשר החברתי של הוראת מתמטיקה ולמידתה (Kaasila et al., 2008).

תמונות ואיורים בתפקיד ייצוגים חזותיים במחקר החינוכי

שימוש באמצעים בעלי אופי חזותי במחקר חינוכי, כגון ציורים ואיורים יכול לתת מידע מפורש יותר על עמדות, רגשות, ידע או זהויות של מורים (Lee & Zeppelin, 2014; Lin, 2022). ביכולתו לעזור להפחית את הלחץ המופעל על המשתתפים באמצעות סביבות מחקר מסורתיות, ומתוך כך לאפשר להם להביע את דעותיהם בחופשיות ובדיוק רב יותר (Albert, 2012). האמונות היא כלי עוצמתי להפעלת רפלקציה אינדוידואלית וקולקטיבית, יצירתיות ויכולת לבחון מצבי חיים מנקודות מבט מגוונות. לפיכך שימוש בתמונות ובאיורים מתאים במיוחד לקידום תהליכי יצירה ושינויים החינויים לפיתוח זהות מקצועית

(6) איך לדעתך מקצוע מתמטיקה נתפס בעיני החברה?

המשתתפים התבקשו למקם על מפת הגוף את התשובות לשאלות באמצעות ציור, צבע והדבקת תמונות. כדי להבין לעומק את פשר מפת הגוף ואת משמעות הצבע והתמונות שמעניקים המשתתפים, נעשו ראיונות סמוך ליצירת מפת הגוף. בראיונות נשאלו השאלות המכוונות ליצירת מפות הגוף שהוצגו לעיל, כאשר המשתתפים התבקשו לבחון את הרכיבים המגוונים שהופיעו על מפות הגוף שהונחו על השולחן. הראיונות הוקלטו ולאחר מכן תומללו ונותחו באמצעות ניתוח נושאי (Braun & Clarke, 2006).

אתיקה

המשתתפים קיבלו הסבר על מטרות המחקר והובטחה להם שמירה על פרטיות ואלמוניות ולפיכך כל השמות המופיעים במחקר בדויים. הם התבקשו להימנע מלכלול מידע אישי מזהה על גבי מפת הגוף. הובהר להם כי ההשתתפות היא בהתנדבות והם יכולים להפסיק את הפעילות מכל סיבה שהיא בכל שלב בתהליך בלי לחשוש שיהיו משמעותיות שליליות. כל המשתתפים הביעו את הסכמתם להשתתף במחקר.

ממצאים

ממצאי המחקר יוצגו בשני שלבים. בשלב ראשון יודגמו שתי מפות גוף עם המפתח לפרשנות שנתנו המשתתפים, כלומר הפרשנות שנתנו לשימוש בצבעים, לסימנים על העור, לסלוגן האישי וכן הדימוי המקצועי של המורה למתמטיקה בעיניהם. בשלב השני יוצגו התמונות כפי שקודדו מהראיונות של כלל המשתתפים.

שלב א' - מפות הגוף ופרשנותן מפתח למפת הגוף של יעל



איור 1: מפת הגוף של יעל

(2016), חקר זכויות התלמידים (Chaves, 2015), הכשרת אחיות וחקר הזהות המקצועית שלהן (Maina et al., 2014; Maykut, 2021). ואולם ככל הידוע בתחום הוראת המתמטיקה טרם נעשה שימוש בכלי זה. על סמך הספרות המחקרית העוסקת בחשיבות גיבוש זהות מקצועית אצל מורים בכלל ואצל סטודנטים להוראת מתמטיקה בפרט, עולה שאלת המחקר איך סטודנטים להוראת מתמטיקה רואים את הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה?

מתודולוגיה

המשתתפים

במחקר השתתפו עשרה סטודנטים בשנות העשרים לחייהם, הלומדים לתעודת הוראה במתמטיקה באחת האוניברסיטאות בישראל.

הכלים

במחקר הנוכחי נעשה שימוש במיפוי גוף לפי המדריך של גסטלדו ואחרים (Gastaldo et al., 2012), ונעשו בו התאמות לצורכי המחקר הנוכחי. במחקר שולבו ראיונות שבהם סיפקו המשתתפים את ההסבר ואת המשמעות לציוריהם.

הליך המחקר

המשתתפים קיבלו חומרים וציוד שיעזרו להם בהכנת מפות הגוף כמו גיליון נייר לבן באורך שני מטרים, צבעים, טושים, מברשות ומכחולים, דבק, מספרים, תמונות צבעוניות מעיתונים ומדבקות צבעוניות. הכנת מפות הגוף נעשתה כאשר גיליונות הנייר מונחים על הרצפה, כל משתתף שוכב על גבי גיליון הנייר ומשתתף אחר מצייר את היקף גופו. כדי להתגבר על מבוכה אפשרית הקשורה לשרטוט קווי המתאר של הגוף סביב אזורים אינטימיים הוצע למשתתפים לשרטט במרחק כמה סנטימטרים מהגוף כדי שלא לבוא במגע ישיר עם הגוף, או לחלופין לדלג על אזורים אלו ולשרטט אותם לאחר שהמשתתף קם מהנייר. בכל תהליך הכנת מפות הגוף הודגש למשתתפים שהעיקר הוא המסר ולא עבודת האומנות, ולפיכך גם חסרי ביטחון עצמי ביכולותיהם האומנותיות יכולים ליצור משמעות. תפקיד המנחה בתהליך הכנת מפות הגוף היה לסייע עם הציור, הגזירה או סיעור המוחות בחשיבה על סמלים מתאימים שאפשר להשתמש בהם. המשתתפים קיבלו שאלות מכוונות שיעזרו להם ביצירת מפות הגוף: (1) תאר בעזרת מפת הגוף איך אתה תופס כסטודנט את הדימוי המקצועי של המורה למתמטיקה; (2) בחר מילה/סלוגן שיסמלו את עבודת ההוראה שלך כמורה למתמטיקה; (3) מה הצבע שמתאר את היחס שתיתן לתלמידך?; (4) מהן שאיפותיך כמורה למתמטיקה?; (5) איך לדעתך מוצג המורה למתמטיקה בעיני החברה?

שמעבירה חומר טוב, אבל גם במקצועיות. המצוינות זה דבר אינדיבידואלי. אני לוקחת את זה גם לעצמי.

מפתח למפת הגוף של טובה



איור 2: מפת הגוף של טובה

דימוי מקצועי: אני חושבת שמורה בכלל ובפרט מורה למתמטיקה צריכה להבין שהיא מגיעה עם הלב שלה. היא לא רק באה להעביר חומר וללכת [...] גם שהאישיות שלה נמצאת שם בשבילם. מקשיבה להם, רואה אם הם פנויים ללמידה, רואה מה הדברים שתוקעים אותם מלהמשיך ולרצות ללמוד [...] המקום של להיות עם הלב בשביל התלמידים.

צבעים: צבע גוף הוא מאוד בהיר, והוא מכיל אז גם מהמקום שהמורה יכולה לקבל שוני בכיתה שלה [...] כשמורה באה ממקום כזה אז היא הרבה יותר יכולה להכיל. צבע גוף זה גם הגוף מבחינת המורה שהיא באה כל כולה, היא חושבת בשכל ובעיקר עם הלב, איך היא יכולה להגיע לכל תלמיד.

סימנים על העור: שמתים פה תמונה של עיניים שמסתכלות לכל הכיוונים וזה היה הרעיון ששימו לב, לפעמים יש תלמיד שצריך להיות איתו בעין מאוד קשוחה, כי אם לא יהיו איתו קשוחים הוא לא ילמד. לתלמיד אחר צריך הרבה יותר לוותר כי הוא עבר איזה תהליך גירושין בבית שלו. לשים לב לכל אחד ובעיקר עין אוהבת שרוצה שהתלמידים יצליחו.

שמתים כאן כדור בגלל שמתמטיקה זה משהו מאיים והרבה תלמידים יכולים גם לחשוב: אין לי ראייה מרחבית אני לא יכול לראות פירמידות [...] אני אומרת אתה מסוגל

צבעים: מבחון עשיתי קו מתאר כחול עבה המסמל גבולות ברורים. כמורה אני ארצה שיהיה לי את הדימוי שיש לי גבולות ברורים [...] יש לי את הקו אדום, אבל צמוד לזה, יש את הצבעים החמים – צהוב, כתום ואדום. זה צבעים של חום ואהבה. מבחינת משמעת [...] מאוד אשתדל להיות מורה ששמה את הגבולות במקומות האלה [...] אבל, גם באופי שלי וגם במה אני רוצה לשדר אני לא אשאר ברמת הגבולות וזהו, אלא אני אשתדל להיות יותר טיפוס חם ולהתנהל בצורה לבבית.

סימנים על העור: שמתים פה גם את התמונה של הספרייה שהיא נורא מסודרת, כל דבר במקום שלו. אני אשתדל כשאֶלֶמֶד לעשות דברים מסודרת, בצורה מסודרת, ברורה. דברים שהם מהותיים בשבילי להבין את המתמטיקה. ציירתי פה ליד המוח את השוק, שהוא מלא בצבעים, מלא טעמים, מלא פירות. המוח הוא חשיבה מחוץ לקופסה וחשיבה יצירתית, וכל המתמטיקה, כדי שהיא באמת תעניין משהו וכדי שבאמת ירצו ללמוד, ניראה לי שיצירתיות ממש חשובה.

דימוי מקצועי: החלקים בציור, שנשארו כקצוות פתוחים, אחד נמצא במיקום של הראש בציור והשני נמצא במיקום של פחות או יותר באזור הלב [...] זה מבחינתי, להקשיב, לשמוע, להסכים לזה שדברים ייכנסו אליי, רעיונות של תלמידים אחרים.

מתמטיקה בתיכון זה בעיניי פשוט להקנות כלים, מיומנויות ומשמעת עצמית, לפתח חשיבה יצירתית, להקנות אהבה לעבודה קשה, לאהוב לחשוב.

תפיסת החברה: מציגים את זה כמקצוע קשה ומנוכר, שאם אתה מצליח בו אתה שווה יותר ואם לא אז אתה שווה פחות.

סלוגן אישי: כתבתי פה את המילים "מצוינות היא דבר אינדיבידואלי". כתבתי כך שהמילים מחברות בציור בין הראש ללב, כך שזה לא יהיה רק משפט שאני מאמינה בו אך לא אומרת אותו או ההפך. הרצון שלי שתלמידי ירגישו שזה באמת מה שאני חושבת. המשמעות בעיניי היא שבאתי ללמוד מתמטיקה כי אני חושבת שזה באמת משהו חשוב [...] ככלי, כמקום לפתח חשיבה, לפתח הרגלי למידה.

עמיד: השאיפה שלי ביחס לעצמי, זה שאני באמת אדע להכיל את כל סוגי התלמידים, את כל סוגי התגובות למקצוע הזה, שאני אֶלֶמֶד ביחד עם התלמידים שלי לחדד את היחס הנכון. השאיפות שלי ביחס לעצמי זה סובלנות וסדר [...] ובאמת להיות מורה שהיא יותר ערכית ממורה

כמקום לפתח חשיבה, הרגלי למידה, משמעת עצמית. אבל זה לא המתמטיקה כמו שזה נותן לך אחר כך". למעשה כל החיים שלנו במאה העשרים ואחת נשענים על המתמטיקה ומכאן חשיבות המקצוע, כדברי לאה: "מתמטיקה זה הכול. בכל דבר בעולם יש מתמטיקה – כל פיתוח שאת רוצה לפתח, הכול חייב מתמטיקה. חיי היום-יום מצריכים מתמטיקה".

רחל מוסיפה עליהן ורואה במתמטיקה כלי עזר להתקדמות בחיים: "מתמטיקה בעיני זה מקצוע שפותח גם הרבה דלתות. גם מפתח את המחשבה והשכל ומאתגר ברמות מאוד גבוהות".

"לחשוב מחוץ לקופסה": מתמטיקה המפתחת חשיבה יצירתית

כל המשתתפים רואים במקצוע המתמטיקה מקצוע חשוב בשל תרומתו לפיתוח החשיבה היצירתית של התלמידים. יעל הדגישה בדבריה את היצירתיות שמביאה את התלמידים לידי למידה מתוך יצירת עניין וסקרנות: "המוח הוא חשיבה מחוץ לקופסה וחשיבה יצירתית, וכל המתמטיקה, כדי שהיא באמת תעניין מישהו וכדי שבאמת ירצו ללמוד, נראה לי שיצירתיות היא ממש חשובה". ואילו רחל רואה בחשיבה היצירתית כלי עזר חשוב לחיים: "מתמטיקה פותחת דרך חשיבה לחשוב קצת מחוץ לקופסה להסתכל על הדברים מנקודות מבט שונות, מזוויות אחרות".

"כדי להצליח באמת צריך לשמור על גבולות ברורים": סדר וגבולות

יעל הדגישה בדבריה בשני עניינים שונים זה מזה את חשיבות הצבת הגבולות ושמירה על הסדר בלימוד מתמטיקה. העניין הראשון היה כשהסבירה את הצבעים שהשתמשה בהם במפת הגוף:

יש לי את הקו אדום [...] מבחינת משמעת, אם זה סדר שיעור אם זה ולעמוד במטלות. מאוד אשתדל להיות מורה ששמה את הגבולות במקומות האלה, לא מתוך מקום להפחיד אלא כתפיסת עולם, כי כדי להצליח באמת צריך לשמור על גבולות ברורים.

העניין השני היה כשהסבירה את המשמעות של התמונה שהדביקה על העור:

אני חושבת שמה שאתה משדר לתלמידים שלך זה מה שהם מקבלים אחר כך. אם אתה משדר להם רצינות וסדר. שמתו פה גם את הספרייה הזאת שהיא נורא מסודרת, כל דבר במקום שלו. אני אשתדל כשאֶלָּמֵד לעשות דברים בצורה מסודרת, בצורה ברורה. דברים שהם מהותיים בשביל להבין את המתמטיקה.

להצליח אם תתאמן [...] לדעתי זה הרבה עניין של אֶמֶן וגם אימון – תאמין בעצמך אבל גם אימון – תתאמן ואתה תצליח. המורה מאמין בך וגם אתה צריך להאמין.

תפיסת החברה: המורות למתמטיקה שהן מאוד מרובעות, מקובעות, בגלל החשיבה הלוגית, זה משהו שמאפיין אותן. לכן הרבה פעמים מורה למתמטיקה נתפסת כמי שהיא מנותקת. המחנכת היא זאת שתקשיב [...] אני יכולה לשתף אותה בדברים. המורה למתמטיקה תביא את החומר כדי שאני אצליח בבגרות ואין קשר בינינו.

סלוגן אישי: כל אחד יכול לחוות חוויית הצלחה. גם המורה צריך לדעת את זה. הרבה פעמים המורה לא מספיק מאמין בזה שכל ילד יכול להצליח ברמה שלו. אולי לא כל אחד גיע לציין 90 או ל-100, ויעשה חמש יחידות במתמטיקה, אבל כל אחד יכול [...] התפקיד של המורה הוא לגרום לתלמיד להאמין בעצמו.

עתידי: להצליח להגיע לכל אחד ואני יודעת שבתור מורה זה ממש קשה, כי אתה מחויב למשרד החינוך, לדוגמה להגיע ליעד ולהספק של חומר [...] התלמיד מרגיש גם הרבה יותר כשהמורה איתו ומכירה אותו, ויודעת מה עובר עליו.

שלב ב' - הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה

המחקר הנוכחי ביקש לבדוק את הזהות המקצועית של מורים למתמטיקה בעיני סטודנטים להוראת מתמטיקה. מהראיונות עם המשתתפים על מפות הגוף עלו קטגוריות מספר שקובצו לתמות האלה: (1) היבטים המאפיינים את המקצוע מתמטיקה (הפרקטיקה של המתמטיקה, מתמטיקה כמפתחת חשיבה יצירתית, סדר וגבולות, השקעה קודמת להצלחה); (2) דמות המורה למתמטיקה (קבלה והכלה, הצלחת התלמיד, חום ורגש, שמירה על גבולות, חינוך למציאות); (3) תפקיד המקצוע מתמטיקה בעיני החברה (מקצוע קשה, מקצוע חשוב).

היבטים המאפיינים את המקצוע מתמטיקה

"מתמטיקה זה הכול": הפרקטיקה של המתמטיקה

הסטודנטים למתמטיקה שהשתתפו במחקר רואים חשיבות רבה במקצוע מתמטיקה, הרבה מעבר להיותו מקצוע ככל שאר המקצועות הנלמדים במערכת החינוך. זהו מקצוע המקנה ללומדים כלים שימושיים לחיי היום-יום ועוזר לפתח את תכונותיהם, כדברי יעל: "באתי ללמוד מתמטיקה כי אני חושבת שזה באמת משהו חשוב ככלי,



“הצלחה היא על ידי תרגול”: השקעה קודמת להצלחה

הסטודנטים לא התעלמו בדבריהם מהקושי שיש לתלמידים רבים בלימוד מתמטיקה. עם זה לדבריהם אפשר להתגבר על מחסום הקושי באמצעות תרגול וחזרות, כדברי רחל: “בסופו של יום אני חושבת שכולם יכולים להצליח והצלחה היא על ידי תרגול. מי שמתרגל ועושה שיעורי בית זה הסוד להצלחה”.

דניאל גם כן מעניקה חשיבות רבה להשקעת התלמיד, אך היא מבינה שלא לכל אחד הדבר מתאים: “אני חושבת שאם כל אחד ישקיע בצורה מטרופת, כולם יכולים בסופו של דבר להצליח. יש באמת מעט אחוזים שלא יכולים”.

דמות המורה למתמטיקה

“הלוואי שאני אצליח להצליח להגיע לכל אחד”: קבלה והכלה

כל הסטודנטים ציינו בדבריהם את ההבדלים בין התלמידים שנמצאים כמעט בכל כיתה. הם היו תמימי דעים באשר לתפקיד המורה לראות בתופעה נתון, ולנסות להכיל ככל האפשר תלמידים רבים. טובה כיוונה את דבריה לשלב ההוראה בכיתה ההטרוגנית העמוסה בתלמידים: “יש הרבה מורים שצריכים להספיק חומר אז הם רצים באיזשהו קצב אחיד, אבל אם המורה מבינה שיש מגוון שונה של תלמידים בכיתה בכל מיני רמות [...] אז היא הרבה יותר יכולה להכיל”.

והיא מוסיפה משאלה לעתיד:

הלוואי שאני אצליח להצליח להגיע לכל אחד. אני יודעת שבתור מורה זה ממש קשה, כי אתה מחויב למשרד החינוך להגיע ליעד ולהספק של חומר. כשאתה עומד מול שלושים תלמידים אתה לא מצליח. אתה צריך להעביר שיעור 45 דקות, אז איך אתה יכול לשים לב לכל אחד? התלמיד מרגיש הרבה יותר טוב כשהמורה איתו והיא מכירה אותו, היא מכירה את הבית שלו והיא יודעת מה עובר עליו.

לעומתה יעל דנה בהבדלים בין התלמידים בעניין המקצוע: “שמתו פה מלא אימוג'ים ומלא סוגי תלמידים. השאיפה שלי ביחס לעצמי, זה שאני באמת אדע להכיל את כל סוגי התלמידים [...] שאני אֶלמד ביחד עם התלמידים שלי לחדד את היחס הנכון”.

“אני רוצה שהם יצליחו”: הצלחת התלמיד

חוויית ההצלחה במתמטיקה חשובה בעיני הסטודנטים, כיוון שהיא זו שעוזרת לתלמיד להתקדם ולהצליח בתחום ואף בתחומים אחרים במהלך חייו. לכן תפקידו של המורה לתת לתלמיד את ההרגשה הזו, כדברי דניאל:

“אני הכי רוצה לתת לכולם הרגשה שהם יכולים להצליח ולא הפוך להגיד שהם מטומטמים ולא יכולים להצליח וזה לא בשבילם. לרדת לשלוש יחידות זה להגיד שהם לא יכולים”.

טובה הסבירה את חשיבות הסלוגן שרשמה על מפת הגוף – “כל אחד יכול לחוות חוויית הצלחה”. בדבריה היא מציעה דרכים שיכולות להביא לידי חוויית הצלחה בקרב התלמידים:

לדעתי כל אחד יכול לחוות חוויית הצלחה [...] הרבה פעמים המורה לא מספיק מאמין בזה שכל ילד יכול להצליח ברמה שלו. אולי לא כל אחד יגיע לציון 90 או 100 ויעשה חמש יחידות במתמטיקה, אבל כל אחד יכול. אם המורה הולכת בתפיסה כזאת אז היא חושבת על שיטות הוראה שונות. היא רואה שתלמיד אחד קשה לו לפתור תרגילים באופן רגיל אז היא תעשה לו משהו קצת אחר, קצת יותר חווייתי. התפקיד של המורה הוא לגרום לתלמיד להאמין בעצמו.

“אני משתדלת להיות יותר טיפוס חם ולהתנהל בצורה לבבית”: חום ורגש

בתהליך הכנת מפות הגוף השתמשו הסטודנטים במגוון צבעים. אחת השאלות שהנחו אותן בהכנת מפות הגוף הייתה מה הצבע שמתאר את היחס שתיתן לתלמידך כמורה. רחל ויעל ראו בצבע האדום צבע המתאר את רצונן לאהוב את התלמידים שלהן:

בחרתי בצבע האדום שהוא כאן מקדימה כי לאדום יש נוכחות. מצד אחד הוא כזה נוכח משמיע קול, ומצד שני זה צבע חם. אני חושבת שמורה צריך להיות נוכח עם הקשיחות ומצד שני להביא את החום והאהבה ולחבר בין שניהם (רחל).

יש את הצבעים החמים – צהוב, כתום ואדום. זה צבעים של חום ואהבה [...] באופי שלי וגם במה אני רוצה לשדר, אני לא אישאר ברמת הגבולות וזהו, אלא אני משתדלת להיות יותר טיפוס חם ולהתנהל בצורה לבבית (יעל).

לאה תיארה חום ואהבה שתקנה לתלמידיה, אבל בצבע הוורוד:

ורוד זה כל מה שמתאר את החום, את הרוך, לגרום להם לאהוב את זה. לתת להם להרגיש שהמקצוע הזה לא מפחיד [...] זה צבע עדין, נחמד ולא זועזוע. אם אתה מגיע למקצוע מנקודה טובה שאתה יכול להצליח, אז אין לך סיבה לשנוא אותו.

ממנו, כדברי רחל: "הרבה תלמידים מאוד מפחדים. שומעים מתמטיקה ונבהלים".

יעל אף הוסיפה ממד פולחני המתקשר למקצוע: "גם קשה, אבל גם קדוש, תלמידים גם מפחדים מזה. אם אתה מוצלח במתמטיקה אז אתה מוצלח, ואם אתה לא טוב אז אתה 'מהסתומים', גם אם יש לך מלא כישורים חברתיים. כאילו זה מן אליל המקצועות".

דווקא בגלל סיבה זו הן רואות בתפקיד המורה למתמטיקה מרכז וממתן את העמדה החברתית כלפי המקצוע, כדברי לאה:

ורוד זה כל מה שמתאר את החום, את הרוך, לגרום להם לאהוב את זה. לתת להם להרגיש שהמקצוע הזה לא מפחיד, זה לא אדום צורח אלא זה צבע עדין, נחמד ולא זוויתי. אם אתה מגיע למקצוע מנקודה טובה שאתה יכול להצליח אז אין לך סיבה לשנוא אותו.

טובה הדגישה בדבריה את הורדת מפלס הלחץ מהמקצוע באמצעות אישיות המורה:

הרבה פעמים יש את ההרגשה שכאילו מורה הוא בפני עצמו, יש איזשהו קיר זכוכית, גדר בפני התלמידים. יש לחץ סביב המקצוע ותפקיד המורה זה לשבור את הגדר הזאת. היא לא נמצאת על מגדל השן, כאילו אני יודעת את כל החומר או אתם תלמדו ושיהיה לכם בהצלחה, אלא לא – אני באה להעביר לכם ולהיות כאן גם כאישיות בשבילכם.

"מתמטיקה פותחת הרבה דלתות ולכן כולם רוצים להשקיע": מקצוע חשוב

נוסף על כך החברה רואה במתמטיקה מקצוע חשוב, כדברי לאה: "רואים את זה כמקצוע של ראש גדול, רעיונות ופיתוחים, אבל בכל זאת מתרחקים ממנו – כי זה לא לכולם".

רחל הדגימה בדבריה את חשיבות המקצוע בעיני ההורים: "מתמטיקה זה לכולם מקצוע מכובד. ההורים ישלחו את הילדים לשיעורים פרטיים כי זה מאוד חשוב. מתמטיקה תמיד נתפסה כמקצוע מאוד חשוב. הוא פותח הרבה דלתות ולכן כולם רוצים להשקיע בזה".

לסיכום, ממצאי המחקר עולה כי הסטודנטים חושבים שמקצוע המתמטיקה חשוב לפיתוח חשיבה יצירתית ויכולת לפתור בעיות ושהוא תחום הדורש סדר ומשמעת. זהות המורה למתמטיקה הוגדרה באמצעות תכונות, כמו קבלה, הכלה ושמירה על גבולות ברורים, לצד הרצון להעניק תחושת הצלחה לתלמידים. נוסף על כך

"כמורה ארצה שיהיה לי את הדימוי שיש לי גבולות ברורים": שמירה על גבולות

הזכרנו לעיל בדברי המשתתפים את אחד המאפיינים של מקצוע המתמטיקה ככזה הדורש הצבת סדר ושמירה על הגבולות. על פי ראיית המקצוע בדרך זו גם המורה למתמטיקה היא מורה שאמורה להקפיד על יישום תכונות אלה, כפי שעולה מדבריה של יעל:

מבחין עשיתי קו מתאר כחול עבה המסמל גבולות ברורים. כמורה ארצה שיהיה לי את הדימוי שיש לי גבולות ברורים [...] מבחינת משמעת, אם זה סדר שיעור, אם זה לעמוד במטלות, מאוד אשתדל להיות מורה ששמה את הגבולות במקומות האלה, לא מתוך מקום להפחיד אלא כתפיסת עולם, כי כדי להצליח באמת צריך לשמור על גבולות ברורים.

וכן ציינה טובה בדבריה: "לפעמים יש תלמיד שצריך להתנהג איתו בקשיחות, כי אם לא יהיו איתו קשוחים הוא לא ילמד. לתלמיד אחר צריך הרבה יותר לוותר, כי הוא עבר תהליך גירושין בבית [...] לשים לב לכל אחד ובעיקר עין אוהבת שרוצה שהתלמידים יצליחו".

"תמיד לשאוף להצלחה למציאות לא לבינוניות": חינוך למציאות

בתהליך הכנת מפות הגוף התבקש כל משתתף לבחור סלוגן שיסמל את עבודת ההוראה שלו כמורה למתמטיקה. רחל בחרה את הסלוגן "מציאות", וכך הסבירה את בחירתה: "באופן כללי אני אומרת על עצמי שאני תמיד שואפת למאה אחוז, להצליח, למציאות. זה משהו שאני רוצה להנחיל ולהשריש גם בתלמידים שאני אֶלְמֵד. תמיד לשאוף להצלחה למציאות לא לבינוניות".

יעל בחרה גם היא את המושג "מציאות" אבל עם הסתייגות – "מציאות היא דבר אינדיבידואלי". וכך הסבירה את כוונתה בסלוגן:

למורה למתמטיקה יש במה. זהו מקצוע קדוש שכולם צמאים להצליח בו. אם היא מנצלת את הבמה הזאת כדי להעביר דברים שהם הרבה מעבר למתמטיקה כמו מציאות זה דבר אינדיבידואלי. אני מאוד מאמינה במציאות, אבל זה אינדיבידואלי, זה באמת ביחס ליכולות שלך, לרצונות שלך ולמה שמתאים לך.

תפקיד המקצוע בעיני החברה

"שומעים מתמטיקה ונבהלים": מקצוע קשה

המשתתפים התבקשו להביע במפת הגוף איך המקצוע מתמטיקה נחשב בעיני החברה. בלא יוצא מן הכלל כולם טענו שמקצוע זה נחשב קשה וגורם לתלמידים לפחד



תואמים למטפורה השנייה שבחרו סטודנטים להוראת מתמטיקה במחקרה של מנדלסון (2014) – דמות המורה "מנצח מקהלה". דמות "מנצח המקהלה" מדגישה את החשיבות הרבה שהם מעניקים לבניית סביבה לימודית המאפשרת הישגים לימודיים מתוך שמירה על משמעת חזקה והקפדה על החוקים בכל הקשור למשמעת וסדר.

בתחום הבין-אישי בממצאי המחקר נמצא כי מתמטיקה חשובה בעיני הסטודנטים למתמטיקה, אף בהיותה מקצוע הנלמד בבית הספר. היא מאפשרת ללומדים לפתח את תכונותיהם ומקנה להם כלים שימושיים להתמודדות בחיי היום-יום. כמו כן זהו מקצוע התורם להתקדמות בחיים מתוך פיתוח המחשבה האנושית והיצירתיות. ממצא זה המדגיש את חשיבות המתמטיקה בחיי היום-יום של החברה האנושית בכלל ושל התלמיד בפרט, תואם לרעיונותיו של וינר (Vinner, 2018). הוא טוען כי חינוך מתמטי לא אמור להתמקד בתהליכים מתמטיים שבאמצעותם פותרים בעיות טיפוסיות של מבחנים, אלא דווקא עליו לתת את הדעת על היבטים חינוכיים בחיי היום-יום, כלומר להפוך את תוכנית הלימודים לכלי חינוכי בידי המורה. לדוגמה הדגשת חשיבות עשיית נהלים במדויק כשם שנדרש במתמטיקה, או הדגשת הצורך ביישום חשיבה אנליטית ובקרה בפתרון לא רק בתהליכים מתמטיים, אלא גם בחיי היום-יום של התלמיד בהיותו חלק מחשיבה רציונלית הנדרשת לשימור החברה האנושית.

המשתתפים במחקר הנוכחי הביעו באמצעות מפת הגוף את חשיבות המקצוע בעיני החברה. בלי יוצא מן הכלל כולם הדגישו את הקושי שבמקצוע, דבר הגורם לתלמידים לפחד ממנו, ועם זה טענו כי המקצוע נחשב בחברה לחשוב מאוד. גישה חברתית זו כלפי מעמד המתמטיקה תואמת לדבריו של היל (Hill, 1992) על ההסכמה השוררת בציבור באשר למעמדו של המקצוע מתוך ניגוד לשאר מקצועות ההוראה. גם במחקר של גרוסמן וסטודולסקי (Grossman & Stodolsky, 1995) מופיע הסטטוס הגבוה של מקצוע המתמטיקה בבית הספר התיכון ובהתאם לכך את כוחם ומעמדם של המורים בתחום הדעת.

השתמעויות חינוכיות

כל הסטודנטים שהשתתפו במחקר הנוכחי הביעו את שביעות רצונם הרבה מהשתתפותם במחקר. לדבריהם זו הפעם הראשונה שבה נדרשו לחשוב על מקצוע המתמטיקה לא מתוך המספרים אלא מתוך הערכים – ערכים הקשורים למהות המקצוע, לדרך ההוראה, לתכונות המורה וליחסו כלפי תלמידיו. כאמור מדובר בסטודנטים שעדיין לא התנסו בהוראה מעשית בכיתה והצפה של ערכים אלו באמצעות פעילות מיפוי גוף בשלב ההכשרה, עשויה

הסטודנטים ראו בתפיסות החברתיות של המתמטיקה מקצוע קשה אך חשוב מאוד, מה שהביא לידי הבנה שבתפקיד המורה יש גם הקלה על תחושות הפחד של התלמידים מהתחום.

דין וסיכום

מטרת המחקר הנוכחי הייתה לבדוק איך סטודנטים להוראת מתמטיקה חווים את הזהות המקצועית שלהם. רכיבי הזהות המקצועית שנבדקו היו הרכיב התוך-אישי והרכיב הבין-אישי (פישרמן ווייס, 2011). הרכיב התוך-אישי הוא למעשה הדרך שבה המורה רואה בעיניו דברים שהוא רואה בהם חשובים בעבודתו המקצועית על סמך התנסויותיו והביוגרפיה האישית שלו. הרכיב הבין-אישי הוא ראיית החברה את המורה ואת המקצוע (Coldron & Smith, 1999; Reynolds, 1996; Tickle, 1999).

בתחום התוך-אישי ממצאי המחקר העלו כי תכונה בולטת של דמות המורה למתמטיקה בעיני הסטודנטים היא היכולת להכיל את ההבדלים בין התלמידים ולקבל כל תלמיד על אף הפערים הקיימים בכל כיתה. תכונה זו המדגישה רגישות, הקשבה ואמפתיה בעבודת המורה, נמצאה גם במחקרים של גזית ופסקין (2012) ושל ארנון ורייכל (Arnon & Reichel, 2007). הרצון להביא לידי הצלחתו של כל תלמיד שגם הוא עלה במחקר הנוכחי, תואם לממצאים של מנדט ואפדל (Mandt & Afdal, 2022) שהדגישו את השמירה על האינטרסים של התלמיד והטיפול בו. לממצאים אלו חשיבות רבה, שכן אם התלמיד לא ירגיש אהוב ומוערך מצד המורה, יחסי הגומלין הפדגוגיים ביניהם לא יתקיימו וההוראה תהיה קשה ולא נעימה (González-Calvo & Arias-Carballal, 2017). בעניין הצבע הדומיננטי שהשתמשו בו בתהליך יצירת מפת הגוף, הסבירו הסטודנטים כי השתמשו בצבעים חמים כמו אדום, כתום וצהוב. מדבריהם עלה כי אהבת התלמידים והקרנת חום כלפיהם הן תכונות נדרשות בדמותו של המורה למתמטיקה. ממצא זה עולה בקנה אחד עם מחקר המטפורות של מנדלסון (2014), שמצאה כי סטודנטים להוראת מתמטיקה רואים בעצמם בראש ובראשונה מורים "מטפלים". דמות ה"מטפל" בהוראה מתאפיינת בייחסי גומלין של קרבה שהגרריבס מכנה אותה "גאוגרפיה רגשית" (Hargreaves, 2000), והיא דוגלת בייחסים של אכפתיות ודאגה כלפי התלמידים.

תכונות ומאפיינים אחרים של המורה למתמטיקה שנמצאו במחקר הנוכחי, הם חינוך המורה את תלמידיו למצוינות והקפדתו על הצבת גבולות ושמירה על הסדר. אלו

- (Ed.), *Rhetorical ways of thinking: Vygotskian theory and mathematical learning* (pp. 31–57). Springer.
- Anderson, R. (2007). Being a mathematics learner: Four faces of identity. *Mathematics Educator*, 17(1), 7–14.
- Arnon, S., & Reichel, N. (2007). Who is the ideal teacher? Am I? Similarity and difference in perception of students of education regarding the qualities of a good teacher and of their own qualities as teachers. *Teachers & Teaching: Theory and practice*, 13(5), 441–446. <https://doi.org/10.1080/13540600701561653>
- Beijaard, D. (1995). Teachers' prior experiences and actual perceptions of professional identity. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 1(2), 281–294. <https://doi.org/10.1080/1354060950010209>
- Beijaard, D., Meijer, P. C., & Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professional identity. *Teaching and Teacher Education*, 20(2), 107–128. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2003.07.001>
- Beijaard, D., Verloop, N., & Vermunt, J. D. (2000). Teachers' perceptions of professional identity: An exploratory study from a personal knowledge perspective. *Teaching and Teacher Education*, 16(7), 749–764. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(00\)00023-8](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(00)00023-8)
- Beauchamp, C. (2015). Reflection in teacher education: Issues emerging from a review of current literature. *Reflective Practice*, 16(1), 123–141. <https://doi.org/10.1080/14623943.2014.982525>
- Beauchamp, C., & Thomas, L. (2009). Understanding teacher identity: An overview of issues in the literature and implications for teacher education. *Cambridge Journal of Education*, 39(2), 175–189. <https://doi.org/10.1080/03057640902902252>
- Ben-Peretz, M., Mendelson, N., & Kron, F. W. (2003). How teachers in different educational contexts view their roles. *Teaching and Teachers Education*, 19(2), 277–290. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(02\)00100-2](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(02)00100-2)
- Berger, B. J., & Holmes, J. R. (2000). Self-concept and self-concept change: A status dynamic approach. *Psychotherapy: Theory, Research, Practice, Training*, 37(1), 36–44. <https://doi.org/10.1037/h0087737>

לתרומם לבניית הזהות המקצועית שלהם. מתוך כך נשען המחקר הנוכחי על הגישות הרואות את תחילת התגבשות הזהות המקצועית של המורים לפני שלב הכניסה לעבודה (Schultz & Ravitch, 2013; Thomas & Beauchamp, 2011) ועל החשיבות של הכשרת המורים למתמטיקה בפיתוח הזהות המקצועית (Losano et al., 2018). מומלץ להמשיך מחקר זה עם מדגם גדול יותר של משתתפים, תוך בחינת היבטים אחרים, כדוגמת מקורות ההשראה של הסטודנטים, היבטים רב-תרבותיים ועוד.

למחקר הנוכחי עשויה להיות תרומה מעשית בתוכניות הכשרת סטודנטים להוראה. שימוש בפעילות מיפוי גוף בבניית הזהות המקצועית יכול לאפשר לסטודנטים לפתח תהליכי רפלקציה על מקצוע ההוראה בכלל, על מתמטיקה בפרט ועל השילוב של השניים עם דמותם כמורים. בקידום סטודנטים לעבר קריירה בהוראה, שבה רפלקציה נחוצה להתפתחות מתמשכת מבחינה מקצועית ומבחינה אישית, חשוב להתחיל בשלב מוקדם בהכשרתם בפיתוח תהליכים רפלקטיביים (Beauchamp, 2015).

רשימת מקורות

- גזית, א' ופטקין, ד' (2012). האם "אלה שמבינים מלמדים"? – הדימוי העצמי-מקצועי של מורים למתמטיקה. **החינוך וסביבו, לד'**, 146–127.
- מנדלסון, נ' (2012). תפיסת הדימוי המקצועי של מורים למתמטיקה בעיני עצמם בזיקה למיצב החברתי של מקצוע ההוראה. **עיון ומחקר בהכשרת מורים**, 13, 81–34.
- מנדלסון, נ' (2014). כיצד תופסים סטודנטים המתכשרים להוראת המתמטיקה בבית ספר יסודי את דימוי המקצוע? בתוך ד' פטקין וא' גזית (עורכים), **המורה למתמטיקה: מאפייני הכשרה, ידע, הוראה ואישיות של מורים למתמטיקה בבית הספר היסודי** (עמ' 293–321). מכון מופ"ת.
- פישרמן, ש' ווייס, י' (2011). זהות מקצועית של מורים: המושג ומדידתו. **דפים**, 51, 56–39.
- פרידמן, י' וגביש, ב' (2003). **שחיקת המורה: התנפצות חלום ההצלחה**. מכון הנרייטה סאלד.
- צברבן יהושע, נ' (2001). מחקר פרשני: מגן-עדן למציאות דרך משבר – מורים טירונים כמהגרים. בתוך נ' צברבן יהושע (עורכת), **מסורות וזרמים במחקר האיכותי** (עמ' 441–468). דביר.
- Albert, L. R. (2012). Images and drawings: A study of prospective teachers' perceptions of teaching and learning mathematics. In L. R. Albert



- Ocupacional da UFSCar*, 22(2), 231–241. <http://dx.doi.org/10.4322/cto.2014.045>
- Dinerstein, M., Megalokonomou, R., & Yannelis, C. (2020, October 19). *Human capital depreciation* (Working paper, No. 2020-146). Becker Friedman Institute for Economics at the University of Chicago. https://bfi.uchicago.edu/wp-content/uploads/2020/10/BFI_WP_2020146.pdf
- Ebersöhn, L. (2015). Body mapping: Life design with groups of youth in high risk and high need settings. In M. McMahon & W. Patton (Eds.), *Ideas for career practitioners: Celebrating excellence in career practice* (pp. 82–89). Australian Academic Press.
- Elbrecht, C. (2023). Bilateral body mapping with guided drawing. In C. A. Malchiodi (Ed.), *Handbook of expressive arts therapy* (pp. 222–239). Guilford Press.
- Gastaldo, D., Magalhães, L., Carrasco, C., & Davy, C. (2012). *Body-map storytelling as research: Methodological considerations for telling the stories of undocumented workers through body mapping*. <http://www.migrationhealth.ca/undocumented-workers-ontario/body-mapping>
- Gastaldo, D., Rivas-Quarneti, N., & Magalhães, L. (2018). Body-map storytelling as a health research methodology: Blurred lines creating clear pictures. *Forum: Qualitative Social Research*, 19(2). <https://doi.org/10.17169/fqs-19.2.2858>
- Gauntlett, D., & Holzwarth, P. (2006). Creative and visual methods for exploring identities. *Visual Studies*, 21(1), 82–91. <https://doi.org/10.1080/14725860600613261>
- Godard, J. T., & Foster, R. Y. (2001). The experiences of neophyte teachers: A critical constructivist assessment. *Teaching and Teacher Education*, 17(3), 349–365. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(00\)00062-7](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(00)00062-7)
- González-Calvo, G., & Arias-Carballal, M. (2017). A teacher's personal-emotional identity and its reflection upon the development of his professional identity. *The Qualitative Report* 22(6), 1693–1709. <https://doi.org/10.46743/2160-3715%2F2017.2875>
- Griffin, S. M. (2015). Shifting from fear to self-confidence: Body mapping as a transformative tool in music teacher education. *Alberta*
- Bobis, J., Khosronejad, M., Way, J., & Anderson, J. (2020). “Sage on the stage” or “meddler in the middle”: Shifting mathematics teachers’ identities to support student engagement. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(6), 615–632. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09444-1>
- Bosma, H. A., & Kunnen, E. S. (2001). Determinants and mechanisms in ego identity development: A review and synthesis. *Developmental Review*, 21(1), 39–66. <https://doi.org/10.1006/drev.2000.0514>
- Botha, C. S. (2017). Using metaphoric body-mapping to encourage reflection on the developing identity of pre-service teachers. *South African Journal of Education*, 37(3), 1–12. <http://doi.org/10.15700/saje.v37n3a1377>
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Chaves, O. P. (2015). Territorio y derechos Cartografías corporales en la investigación sobre territorio en los contextos escolares. In J. Palacio (Ed.), *Cuerpo y educación: Variaciones en torno a un mismo tema* (pp. 117–132). Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP, <http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/idep/20160129125118/CuerpoyEducacion.pdf#page=119>
- Coldron, J., & Smith, R. (1999). Active location in teachers' construction of their professional identities. *Journal of Curriculum Studies*, 31(6), 711–726. <https://doi.org/10.1080/002202799182954>
- Cooper, K., & Olson, M. R. (1996). The multiple 'I's' of teacher identity. In M. Kompf, W. R. Bond, D. Dworet, & R. T. Boak (Eds.), *Changing research and practice: Teachers' professionalism, identities, and knowledge* (pp. 78–89). Falmer Press.
- Darling-Hammond, L. (1996). The right to learn and the advancement of teaching: Research, policy, and practice for democratic education. *Educational Researcher*, 25(6), 5–17. <https://doi.org/10.2307/1176043>
- Davy, C., Magalhaes, L. V., Mandich, A., & Galheigo, S. M. (2014). Aspects of the resilience and settlement of refugee youth: A narrative study using body maps. *Cadernos de Terapia*

- pre-service teachers' beliefs, knowledge and emotions about mathematics teaching and learning. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 50(5), 474–497. <https://doi.org/10.1080/1359866X.2021.1880546>
- Losano, L., & Cyrino, M. C. C. T. (2017). Current research on prospective secondary mathematics teachers' professional identity. In M. E. Strutchens, R. Huang, L. Losano, D. Potari, M. C. C. T. Cyrino, J. P. Ponte, & R. M. Zbiek (Eds.), *The mathematics education of prospective secondary teachers around the world. ICME-13 Topical Surveys* (pp. 25–32). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3_4
- Losano, L., Fiorentini, D., & Villarreal, M. (2018). The development of a mathematics teacher's professional identity during her first year teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(3), 287–315. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9364-4>
- Lutovac, S., & Kaasila, R. (2011). Beginning a pre-service teacher's mathematical identity work through narrative rehabilitation and bibliotherapy. *Teaching in Higher Education*, 16(2), 225–236. <https://doi.org/10.1080/13562517.2010.515025>
- Lutovac, S., & Kaasila, R. (2012). Dialogue between past and future mathematical identities. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(3–4), 125–139. <http://dx.doi.org/10.7146/nomad.v17i3-4.148482>
- Lutovac, S., & Kaasila, R. (2018). Future directions in research on mathematics-related teacher identity. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 759–776. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9796-4>
- Maddamsetti, J. (2023). Diffractively thinking about teacher identity in body mapping as performance, intersectional positionality, and material-discursive enactment. *Qualitative Report*, 28(9), 2540–2561. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2023.5975>
- Maina, G., Sutankayo, L., Chorney, R., & Caine, V. (2014). Living with and teaching about HIV: Engaging nursing students through body mapping. *Nurse Education Today*, 34(4), 643–647. <https://doi.org/10.1016/j.nedt.2013.05.004>
- Mandt, H. M., & Afdal, G. (2022). On a math mission: *Journal of Educational Research*, 61(3), 261–279. <https://doi.org/10.11575/ajer.v61i3.56048>
- Grossman, P. L., & Stodolsky, S. S. (1995). Content as context: The role of school subjects in secondary school teaching. *Educational Researcher*, 24(8), 5–11. <https://doi.org/10.2307/1176887>
- Hargreaves, A. (2000). Mixed emotions: Teachers' perceptions of their interactions with students. *Teaching and Teacher Education*, 16(8), 811–826. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(00\)00028-7](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(00)00028-7)
- Hill, S. (1992). *For good measure: Principles and goals for mathematics assessment*. Mathematical Science Education Board, National Research Council.
- Huberman, M. (1989). The professional life cycle of teachers. *Teachers College Record*, 91(1), 31–58. <https://doi.org/10.1177/016146818909100107>
- Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A., & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111–123. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9094-0>
- Kostogriz, A., & Peeler, E. (2004). Professional identity and pedagogical space: Negotiating difference in teacher workplace. *Teaching Education*, 18(2), 107–122. <https://doi.org/10.1080/10476210701325135>
- Knowles, J. G. (1992). Models for understanding pre-service and beginning teachers' biographies: Illustrations from case studies. In I. F. Goodson (Ed.), *Studying teachers' lives* (pp. 99–152). Routledge.
- Lamote, C., & Engels, N. (2010). The development of student teachers' professional identity. *European Journal of Teacher Education*, 33(1), 3–18. <https://doi.org/10.1080/02619760903457735>
- Lau, S. M. C. (2016). Language, identity, and emotionality: Exploring the potential of language portraits in preparing teachers for diverse learners. *The New Educator*, 12(2), 147–170. <https://doi.org/10.1080/1547688X.2015.1062583>
- Lee, J. E., & Zeppelin, M. (2014). Using drawings to bridge the transition from student to future teacher of mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 6(2), 333–346.
- Lin, Y. (2022). Using a drawing method to investigate



- Skott, J., Zoest, L. V., & Gellert, U. (2013). Theoretical frameworks in research on and with mathematics teachers. *ZDM Mathematics Education*, 45(4), 501–505. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0509-3>
- Sweet, E. L., & Escalante, S. O. (2015). Bringing bodies into planning: Visceral methods, fear, and gender violence. *Urban Studies*, 52(10), 1826–1845. <https://doi.org/10.1177/0042098014541157>
- Tickle, L. (1999). Teacher self-appraisal and appraisal of self. In R. P. Lipka & T. M. Brinthaup (Eds.), *The role of self in teacher development* (pp. 121–141). State University of New York Press.
- Thomas, L., & Beauchamp, C. (2011). Understanding new teachers' professional identities through metaphor. *Teaching and Teacher Education*, 27(4), 762–769. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2010.12.007>
- van Putten, S., Stols, G., & Howie, S. (2014). Do prospective mathematics teachers teach who they say they are? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(4), 369–392. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9265-0>
- Vinner, S. (2018). What should we expect from somebody who teaches mathematics in elementary schools? In D. Patkin & A. Gazit (Eds.), *The Narrative of Mathematics Teachers* (pp. 3–15). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004384064_001
- The time and space compression of professional identity and values in prospective mathematics teachers' stories. *European Educational Research Journal*, 21(1), 165–181. <https://doi.org/10.1177/1474904120957208>
- Maykut, C. (2021). Maturing professional selfhood through body mapping. *Journal of Health and Caring Sciences*, 3(1), 66–76. <https://doi.org/10.37719/jhcs.2021.v3i1.rna003>
- McCorquodale, L., & DeLuca, S. (2020). You want me to draw what? Body mapping in qualitative research as Canadian socio-political commentary. *Forum, Qualitative Social Research*, 21(2). <https://doi.org/10.17169/fqs-21.2.3242>
- McKay, L., & Sappa, V. (2020). Harnessing creativity through arts-based research to support teachers' identity development. *Journal of Adult and Continuing Education*, 26(1), 25–42. <https://doi.org/10.1177/1477971419841068>
- Pillen, M., Beijaard, D., & den Brok, P. (2013). Tensions in beginning teachers' professional identity development, accompanying feelings and coping strategies. *European Journal of Teacher Education*, 36(3), 240–260. <https://doi.org/10.1080/02619768.2012.696192>
- Reynolds, C. (1996). Cultural scripts for teachers: Identities and their relation to workplace landscapes. In M. Kompf, W. R. Bond, D. Dworet, & R. T. Boak (Eds.), *Changing research and practice: Teachers' professionalism, identities, and knowledge* (pp. 69–77). Falmer Press.
- Rodgers, C. R., & Scott, K. H. (2008). The development of the personal self and professional identity in learning to teach. In M. Cochran-Smith, S. Feiman-Nemser, D. J. McIntyre, & K. E. Demers (Eds.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 732–746). Routledge.
- Sachs, J. (2005). Teacher education and the development of professional identity. In P. M. Denicolo & M. Kompf (Eds.), *Connecting policy and practice: Challenges for teaching and learning in schools and universities* (pp. 5–21). Routledge Farmer.
- Schultz, C., & Ravitch, S. M. (2013). Narratives of learning to teach: Talking on professional identities. *Journal of Teacher Education*, 64(1), 35–46. <https://doi.org/10.1177/0022487112458801>

הבנות שגויות של סימני היחס בקרב פרחי הוראה לקדם יסודי ולכיתות א' וב'

ד"ר דינה חסידוב

בעלת תואר דוקטור Ph.D. בחינוך מתמטי. עוסקת שנים רבות בחינוך מתמטי ובמחקר. צברה ניסיון בישראל ובפעילות בין-לאומית. חוקרת תהליכי חשיבה בלמידת מתמטיקה בגילים מגוונים. ד"ר חסידוב יוזמת וחוקרת תחומים חדשים מעניינים ומאתגרים. מחקריה מתפרסמים בכתבי עת ובספרים יוקרתיים ומאפשרים שותפויות בין-לאומיות בין חוקרים. חברת סגל בחוג למתמטיקה, תלפיות - המכללה האקדמית לחינוך בחולון.



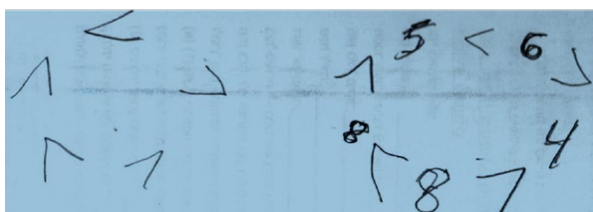
ד"ר בת שבע אילני

עוסקת בייעוץ מתמטי, פיתוח חומרי למידה ופרסום מאמרים וספרים בנושאים מתמטיים מגוונים. עובדת עם המכללה האקדמית חמדת והאוניברסיטה העברית בירושלים. השתתפה בכתיבה, בפיתוח, ייעוץ ועריכה של חומרים וספרים המיועדים לגנים, לבתי ספר, להכשרת מורים למתמטיקה בנושאים מגוונים. בין הספרים: פיתוח חשיבה מתמטית בגיל הרך - תיאוריה, מחקר ומעשה בהכשרת מורים; יחס ופרופורציה - מחקר והוראה בהכשרת מורים למתמטיקה; שימור ושינוי - תובנות אלגבריות בעולם המספרים.



הבנות שגויות של סימני היחס בקרב פרחי הוראה לקדם ייסודי ולכיתות א' וב'

דינה חסידוב ובת שבע אילני



איור 1

דוגמה זו מראה על צורך חשוב לבחון כיצד מורים לעתיד ואנשי חינוך בגיל הרך מבינים את משמעותם של הסימנים המתמטיים, טרם שילובם בהוראה. הבנתם של מורים את הסימנים כיחסים מתמטיים כמותיים ומספריים, ולא כייצוגים חזותיים בלבד, היא תנאי מקדים להוראה מדויקת ולפיתוח חשיבה מתמטית תקינה בקרב תלמידים צעירים.

סקירת ספרות

השפה המתמטית שונה מן השפה הטבעית, היא מורכבת מסימבולים, מושגים, הגדרות ומשפטים שצריכים ללמוד במכוון והיא לא מתפתחת בטבעיות כמו שפת האם. בעת רכישת השפה המתמטית הילד לומד להכיר את המספרים בהיותם אובייקטים בעלי תכונות, להבחין בין הדומה והשונה ביניהם, ולראות בהם סמלים שבאמצעותם אפשר לחשב חישובים ולעשות פעולות מגוונות (מרגולין ואילני, 2007; Ilany & Margolin, 2010). היברט (Hiebert, 1988) מדגיש את החשיבות שיש לקשר בין קיום תהליכים קוגניטיביים מתקדמים להבנת סמלים מתמטיים כתובים. גישתו של היברט (Hiebert, 1988) מסתמכת בין השאר גם על תאוריות של פסיכולוגיה של המתמטיקה.

המגמה העולמית כיום היא להציג לילדים מתמטיקה בדרך "פורמלית" כבר בגיל צעיר. בעיקרו של דבר, ילדים עוסקים במתמטיקה יום-יומית כבר מהלידה (Charalambous et al., 2009).

העיסוק במתמטיקה בגיל הרך מסייע בפיתוח החשיבה והיכולת הקוגניטיבית של הילד, בפיתוח חשיבה בכלל ובחשיבה מתמטית בפרט (Baroody, 2000). במחקרים נמצא כי הכמות והאיכות של העיסוק במתמטיקה בגן יכולות לנבא את הצלחת הילד במתמטיקה בבית הספר היסודי (תירוש ואחרים, 2024; Clements & Sarama, 2006, 2015; Hassidov & Ilany, 2022).

תקציר

במאמר מופיע חלק ממחקר שנעשה בקרב 158 פרחי הוראה (קדם-ייסודי וכיתות א' וב'), גננות ומורות לכיתות א' וב'. מטרת המחקר היו לבדוק כיצד משתמשים פרחי הוראה (וכן גננות ומורות) בסימני היחס ($=$, $<$, $>$) בשלושה היבטים: כמותי, מספרי וגרפי. במחקר נעשה שילוב בין מתודה כמותית ובין מתודה איכותנית.

מהמחקר עולה כי הנבדקים משתמשים בסימני יחס מתמטיים בדרכים מגוונות ולא תמיד נכונות, לעיתים בנושא כמות, לעיתים בנושא צורה או גודל של התמונות ולעיתים בנושא גרפי. הנבדקים לא דנו במשמעות המתמטית של סימני היחס. ראוי ללמוד ממחקר זה שהנבדקים לא מבינים כראוי את המשמעות ואת דרך השימוש בסימבולים המתמטיים.

מילות מפתח: הבנות שגויות בקרב פרחי הוראה; מתמטיקה לגיל רך; סימני יחס; סימבולים מתמטיים.

מבוא

בפעילויות חינוכיות רבות בגיל הרך נמצאות משימות שבהן ילדים מתבקשים להציב סימנים מתמטיים, כגון $<$, $>$, $=$ בין אובייקטים שאינם מספריים – כדוגמת ציורים, דמויות או פריטים מוחשיים.

לעיתים תרגולים מסוג זה גורמים לילדים לשייך את משמעות הסימנים גם למספרים בדרך שגויה. כך, למשל, ילד בכיתה א' כתב: $4 > 6$ בנימוק כי "הגודל והעובי של ארבעה גדולים יותר מזה של שש". אמירה זו מראה על פרשנות חזותית ולא פרשנות כמותית של אובייקטים מתמטיים.

בעת תצפית שנעשתה באחד מגני הילדים, נתנה הגננת לילדים משימה. היא הציגה לילדים מספרים מגוונים במידות משתנות. לדוגמה: הספרה 8 קטנה ועבה, וספרה 8 נוספת הייתה כתובה בקו דק 8 ובגופן גדול. הילדים התבקשו לסדר את המספרים בין סימנים מתמטיים שהוצבו במעגל. הילדים הציבו את המספרים לא רק על פי הכמות שמייצג המספר, אלא לעיתים סידרו את המספרים על פי גודלם הגרפי (ראו איור 1). הגננת טענה כי לדעתה התשובה שהתקבלה הייתה נכונה וסיפרה כי היא נוהגת להשתמש במשימה זו שנים רבות.

(Bialystok, 1992). חשיבה סימבולית היא יכולת מתפתחת, והיא אחד מביטויי התפתחות החשיבה (Thomas et al., 1999). התפתחות חשיבה סימבולית מאופיינת בשינויים החלים במבנה של הייצוג המנטלי. ילדים צעירים מאמינים כי הייצוג הסימבולי משקף את אופיו של האובייקט שהוא מייצג אותו (Bialystok, 1992). ילדים יכולים לכתוב שמות של עצמים גדולים באמצעות אותיות גדולות ולייצג קבוצות של עצמים רבים באמצעות חזרה על אותיות או מילים (Thomas et al., 1999).

נמירובסקי ומונק (Nemirovsky & Monk, 2000) טוענים שילדים צעירים אינם יכולים להבדיל בין הסמל ובין המושא שהסמל מייצג אותו. המלמדים בגיל הרך משתמשים לעיתים בידע ובניסיון שהם מביאים איתם מחיי היום-יום ולא תמיד הם נותנים את המשמעות הנכונה לסמל. פירוש לא נכון של סמל והוראתו לילדים עלולים לגרום לשימוש והבנה לא נכונים של המושגים ולכן ישנה חשיבות ללמד נכון את השימוש בסמלים החל מגיל הגן. אחד התחומים שנעשה שימוש במערכת הסמלים קשור למספרים, ומושג השוויון הוא חלק ממנו. מושג השוויון הוא מושג לא קל להבנה בכלל ואצל ילדים בפרט. מושג זה משמש גם יחס וגם אופרציה. שימוש לא נכון בסימן כלשהו עם ילדים מקשה עוד יותר על ההבנה של המושג, וגורם להם לייצר הבנה שגויה שעלולה להפריע בעתיד.

ילדים צעירים יכולים לזהות סימנים ולכתוב אותם. יכולת זו אינה מבטאת בהכרח הבנה של משמעות מתמטית של אותם סימנים. היכולת לייחס לסימנים את המשמעות שהם מייצגים אותה, היא יכולת מתפתחת. לפי תוכנית הלימודים היכולת הראשונה היא להשתמש במושגים "גדול, קטן, שווה" (ולא בסמלים) ולזהות הבדל בין עצמים. מאחר שהגננות מלמדות את הסמלים נוסף על מושגים כבר בגן הילדים, חשוב לבדוק זאת ולעשות זאת נכון.

התפתחות תהליך ההסמלה של סמלי המספרים נעשית בשתי רמות הבנה אלה: הרמה הראשונה היא ההכרה כי מערכת הייצוג של המספרים היא מערכת של סמלים שתפקידה להביע משמעות מסוימת. חשוב לדעת כי משמעותם של הסמלים אינה יכולה להשתנות בשל גורמים אחרים (כגון שינוי גודל או כל ממד אחר) אלא בשינוי הסמלים עצמם. הרמה השנייה היא הכרת מערכת החוקים והכללים שבאמצעותם המספרים מיוצגים (Bialystok, 2000; Strawn, 2019).

במחקרים רבים נבדק כיצד תלמידים בגילים שונים זה מזהים את סימן השוויון. מתוך ממצאי מחקרים

כיום הגננות ומורות המלמדות מתמטיקה בגיל הרך נדרשות להיות בעלות ידע מספק בהוראת המתמטיקה הן בגני ילדים והן בכיתות א' וב'. המגמה הכלל-עולמית מדגישה כי יש לפתח את הגישה למתמטיקה כבר מהגיל הרך, ולכן חשוב שהסגל החינוכי יהיה מוכשר ומיומן בתחום זה (מאליגן, 2023).

מאמר זה מציג מחקר שבוחן את הבנת המושגים $<$, $=$, $>$ המהווים חלק מחשיבה סימבולית במתמטיקה. כדי להשוות בין כמויות מסוימות, נעשה שימוש ביחסי השוואה ובאסטרטגיות השוואה המסתמכות על מאפייני היחסים האלה, כלומר על הבנה מדויקת של משמעות הסימבולים והקשרים ביניהם (סיניצקי ואילני, 2014).

בין שני גדלים מתקיים תמיד מצב אחד ויחיד מתוך שלוש אפשרויות: (א) שוויון בין שני הגדלים; (ב) הגודל הראשון גדול מהשני; (ג) הגודל הראשון קטן מהשני.

אם נציג את המספרים הממשיים על ציר המספרים, שני מספרים יהיו שווים כאשר הנקודות המייצגות אותם יתלכדו על הציר. לעומת זאת אם מספר b גדול ממספר a , הנקודה המייצגת את b על ציר המספרים תהיה מימין לנקודה המייצגת את a . כאן אפשר לומר שהמספר a קטן מהמספר b . כדי להבין את האסטרטגיות להשוואה בין שני גדלים חשוב להזכיר את תכונות יחסי ההשוואה. שוויון הוא יחס שקילות (פרנקל, 1953, עמ' 16–22) שיש בו שלוש תכונות שמאפיינות כל יחס שקילות:

- רפלקסיביות: $a = a$ (כל גודל שווה לעצמו);
- טרנזיטיביות: $a = b, b = c \Rightarrow a = c$ (שני גדלים השווים לגודל שלישי שווים זה לזה);
- סימטריות: $a = b \Leftrightarrow b = a$.

היחס "גדול מ" ($<$) וגם "קטן מ" ($>$) הם קדם-סדר (pre-order) (פרנקל, 1953) המקיימים את שתי התכונות האלה:

- טרנזיטיביות (כלל המעבר):
 $a = b, b = c \Rightarrow a = c$ (ובדומה
 $a < b, b < c \Rightarrow a < c$ – אם גודל אחד גדול מגודל אחר, והגודל האחר גדול מגודל שלישי, אזי הגודל הראשון גדול מהגודל השלישי);
- אין זוג גדלים המקיים בו בזמן את שני היחסים האלה: $a > b$ וגם $b > a$.

התפתחות חשיבה סימבולית אצל ילדים מאפשרת להם לעסוק בסימנים אלה. כאשר עוסקים בחשיבה סימבולית עוסקים ביכולת לתפוס סמל כמייצג משמעות של אובייקט כלשהו או רעיון, מבלי שיהיה ביטוי בסמל עצמו



הנושא, באופן שבו הם תופסים את הסימנים <, >, = ומשתמשים בהם?

4. מהם ההבדלים בין פרחי הוראה לכיתות א' וב' שלמדו את הנושא לעומת פרחי הוראה לכיתות א' וב' שלא למדו את הנושא, באופן שבו הם תופסים את הסימנים <, >, = ומשתמשים בהם?

מתודולוגיה

מאמר זה מציג חלק של מחקר רחב יותר שבו נבדקה התפיסה של סימנים מתמטיים (<, >, =). המחקר הרחב עוסק בארבע קטגוריות:

1. **קטגוריית המספרים** (שאלות 7, 9, 10 ו-16). (המאמר הנוכחי עוסק בקטגוריה זו, השאלות מופיעות בטבלה 9).
2. **קטגוריית "הכמות"** (שאלות 1, 2, 3 ו-17) (Ilany & Hassidov, 2018). (המאמר הנוכחי עוסק בקטגוריה זו, השאלות מופיעות בטבלה 1).
3. **קטגוריית "הכמות" והמספרים** (שאלות 11, 12, 13, 14 ו-18).
4. **קטגוריית "הנפח, השטח והכמות"** (שאלות 4, 5, 6, 8 ו-15).

במאמר זה נעסוק בקטגוריה הראשונה: **קטגוריית המספרים** ובקטגוריה השנייה: **קטגוריית "הכמות"**.

אוכלוסיית המחקר

אוכלוסיית המחקר כללה 158 פרחי הוראה:

1. 71 פרחי הוראה לקדם-יסודי (44.9% מאוכלוסיית המחקר).
2. 87 פרחי הוראה לכיתות א' וב' (55.1% מאוכלוסיית המחקר), מהם 31 (19.6% מאוכלוסיית המחקר) שלמדו בשנה א קורס סמסטריאלי העוסק במתמטיקה בגיל הרך. בקורס זה עסקו במושגי היחס המתמטיים <, >, =. 56 נבדקים (35.4% מאוכלוסיית המחקר) לא השתתפו בקורס זה.

במהלך המחקר השתתפו כל הנבדקים (בשנה ב או ג) בקורס שנתי העוסק בפדגוגיה, הוראה ולמידה של מתמטיקה בגיל הרך.

שיטת המחקר

שיטת המחקר שילבה בין מתודה כמותית למתודה איכותנית.

כלי המחקר

שאלון שחיברו החוקרות ויש בו 25 שאלות. מהן נציג במאמר זה ארבע שאלות מהקטגוריה **הכמותית**. השאלות שנדון בהן במאמר זה, עוסקות בסימנים מתמטיים בין כמויות (טבלה 1)

אלה עולה כי ילדים בני 5–12 נוטים לראות בסימן השוויון סימן אופרציונלי ולא מתייחסים אליו כסימן יחס (Mark-Zigdon & Tirosh, 2008). תלמידים רואים בסימן זה פקודה לעשות אופרציה חשבונית (Falkner et al., 1999; Herscovics & Kieran, 1980; Mark-Zigdon & Tirosh, 2008; Morris, 2003; Saenz-Ludlow & Walgamuth, 1998).

תוכנית הלימודים הישראלית לא מגדירה שיש ללמד סימני יחס בגיל קדם-יסודי, ובכל זאת יש גננות שכן מלמדות נושא זה ועוסקות בו, וכמה מהן עושות זאת באופן שגוי.

במחקרים שנעשו בשנים האחרונות נמצא כי הגננות בגן והמורות לגיל הרך מתמודדות עם קשיים וחוסר ביטחון בעת שהן מלמדות מושגים מתמטיים לגיל הרך. ייתכן שהדבר נובע בין השאר מחוויות שליליות קודמות שלהן במתמטיקה, ובשל חוסר בידע ובתכנים מקצועיים שלא רכשו במהלך הכשרתן להוראת מתמטיקה לגיל הרך (Hassidov & Ilany, 2014, 2015; Sarama et al., 2016; Tirosh & Graeber, 1990).

התוצאה היא שלחלק מהגננות והמורות חסר ידע מתאים להוראת מתמטיקה בגנים ובכיתות א' וב'. כיום מצפים מהגננות והמורות להיות בעלות ידע שיאפשר להן ללמד מתמטיקה. דבר זה עולה בקנה אחד עם המגמה המודרנית ברחבי העולם הדוגלת בהיכרות עם מושגים מתמטיים כבר בגיל הגן. המטרה היא לבנות את הידע המתמטי של הילדים לקראת המפגש עם מתמטיקה והלימודים הפורמליים בבית הספר (בן-יהודה ואילני, 2008; Guo et al., 2011).

מליגן (Mulligan, 2016) מדגישה כי השאלה החשובה היא כיצד מחנכים יכולים להבין ולפתח ביעילות ידע מבני מתמטי עמוק בקרב ילדים בגיל צעיר.

מהאמור לעיל, **מטרות המחקר** הן להבין כיצד ובאיזו דרך פרחי הוראה לגיל הרך (גן וכיתות א' וב') תופסים, מבינים ומשתמשים בסימנים המתמטיים <, >, = (Hassidov & Ilany, 2017, 2018; Ilany & Hassidov, 2022). מתוך מטרות אלה נובעות שאלות המחקר להלן.

שאלות המחקר

1. כיצד ובאיזה אופן פרחי הוראה לקדם-יסודי תופסים את הסימנים <, >, = ומשתמשים בהם?
2. כיצד ובאיזה אופן פרחי הוראה לכיתות א' וב' תופסים את הסימנים <, >, = ומשתמשים בהם?
3. מהם ההבדלים בין פרחי הוראה לקדם-יסודי לעומת פרחי הוראה לכיתות א' וב' שלא למדו את

את הנושא בקורס אחר בשנה קודמת.

2. החוקרות ראינו 25 פרחי הוראה שנדגמו באקראי. לאחר מכן נעשה דיון בכיתה על השימוש בסימבולים מתמטיים, על משמעותם ועל מקומם בתוכנית הלימודים במתמטיקה בגן הילדים.

איסוף מידע מפרחי הוראה לגיל הרך

נאסף מידע באמצעות השאלון מ-71 פרחי ההוראה לגיל הרך שלא עסקו בנושא. לאחר מכן ראינו החוקרות 25 פרחי הוראה שנדגמו באקראי.

ממצאים

ממצאים בהיבט הכמותי

בשאלות 1, 2, 3, 17 המוצגות בטבלה 1, נבדק אילו סימנים מתמטיים אם בכלל אפשר לשים בין כמויות.

השאלות נבחרו בדרך זו: **שאלות 1 ו-2** בדקו איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין שני מלבנים שונים זה מזה. **שאלה 3** בדקה איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין ציורי פרחים. **שאלה 17** בדקה איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין ציורי משולשים. בשאלות התבקשו הנבדקים להוסיף את אחד מסימני היחס $<$, $>$, $=$ ואם לא נמצא סימן יחס מתאים, הם התבקשו לסמן X ולנמק את התשובה. באמצעות השאלון נאסף מידע כמותי ואיכותני.

בקטגוריית המספרים נבדקו שאלות 7, 9, 10 ו-16 (פירוט בטבלה 9).

הראיונות היו מובנים למחצה, ובאמצעותם נאסף מידע איכותני. מטרת הראיונות הייתה להבהיר נימוקים שכתבו הנבדקים בשאלון.

מהלך המחקר

איסוף מידע מפרחי ההוראה לכיתות א' וב'

1. נאסף מידע באמצעות השאלון מ-56 פרחי הוראה לפני שלמדו את הנושא, ומ-31 פרחי הוראה שלמדו

טבלה 1: התפלגות באחוזים של תשובות פרחי ההוראה לשאלות בהיבט כמותי

שאלות	תשובות שניתנו באחוזים							
	<		>		=		X	
	פרחי הוראה לקדם-לכיתות א'-ב'	פרחי הוראה לקדם-יסודי	פרחי הוראה לקדם-לכיתות א'-ב'	פרחי הוראה לקדם-יסודי	פרחי הוראה לקדם-לכיתות א'-ב'	פרחי הוראה לקדם-יסודי	פרחי הוראה לקדם-לכיתות א'-ב'	פרחי הוראה לקדם-יסודי
1		0 N=0	100 N=71	65.52 N=57	0 N=0	0 N=0	34.48 N=30	0 N=0
2		0 N=0	0 N=0	2.30 N=2	6 N=4	62.07 N=54	94 N=67	35.63 N=31
3		2.30 N=2	96 N=68	62.07 N=54	1 N=1	0 N=0	3 N=2	35.63 N=31
17		0 N=0	0 N=0	3.49 N=3	4 N=3	55.81 N=49	90 N=64	40.7 N=35

סימנו בשאלון את הסימן המתמטי השגוי " $>$ " לעומת 0% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי. 0% מפרחי ההוראה לכיתות א' וב' סימנו בשאלון את הסימן המתמטי השגוי " $<$ " לעומת 100% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי. הממצאים המוצגים בהמשך נוגעים לשלוש קבוצות: פרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא, פרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא ופרחי ההוראה לגיל הרך.

בטבלה 1 יש תיאור של ההתפלגות באחוזים של תשובות פרחי ההוראה לכיתות א' וב' לעומת פרחי ההוראה לקדם-יסודי. מהטבלה מתקבל כי 34.48% מפרחי הוראה לכיתות א' וב' ר-0% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי ענו נכון "X". יש הבדלים מכיוון ש-30 פרחי ההוראה לכיתות א' וב' שענו נכון למדו את הנושא שנה קודמת. 65.52% מפרחי ההוראה לכיתות א' וב' (שלא למדו את הנושא)

טבלה 2: השוואת התפלגות התשובות בין שלוש קבוצות

מספר שאלה	תשובה	פרחי הוראה לקדם-יסודי			פרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא			פרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא		
		N	% מהמדגם	% מפרחי ההוראה	N	% מהמדגם	% מפרחי ההוראה	N	% מהמדגם	% מפרחי ההוראה
1	<	71	55.5%	100.0%	55	43.0%	98.2%	2	1.6%	6.5%
	>	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%
	=	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%
	נכון	0	0.0%	0.0%	1	3.3%	1.8%	29	96.7%	93.5%
2	<	0	0.0%	0.0%	1	100.0%	1.8%	0	0.0%	0.0%
	>	4	100.0%	5.6%	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%
	=	67	55.4%	94.4%	52	43.0%	94.5%	2	1.7%	6.5%
	נכון	0	0.0%	0.0%	2	6.5%	3.6%	29	93.5%	93.5%
3	<	68	55.7%	95.8%	53	43.4%	94.6%	1	0.8%	3.2%
	>	1	33.3%	1.4%	2	66.7%	3.6%	0	0.0%	0.0%
	=	2	100.0%	2.8%	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%
	נכון	0	0.0%	0.0%	1	3.2%	1.8%	30	96.8%	96.8%
17	<	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%
	>	3	50.0%	4.2%	3	50.0%	5.6%	0	0.0%	0.0%
	=	64	58.2%	90.1%	45	40.9%	83.3%	1	0.9%	3.2%
	נכון	4	10.0%	5.6%	6	15.0%	11.1%	30	75.0%	96.8%

בטבלה 2 יש תיאור של התפלגות התשובות בין שלוש קבוצות המחקר. נמצא כי בכל אחת מארבע השאלות, התשובות הנכונות התקבלו בעיקר בקרב פרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא.

טבלה 3: השוואת פרחי ההוראה שהשיבו תשובה נכונה לפרחי ההוראה שהשיבו תשובה שגויה

מספר שאלה	תשובה	פרחי הוראה לקדם-יסודי			פרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא			פרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא		
		N	% מהמדגם	% מפרחי ההוראה	N	% מהמדגם	% מפרחי ההוראה	N	% מהמדגם	% מפרחי ההוראה
1	שגויה	71	55.5%	100.0%	55	43.0%	98.2%	2	1.6%	6.5%
	נכונה	0	0.0%	0.0%	1	3.3%	1.8%	29	96.7%	93.5%
2	שגויה	71	55.9%	100.0%	54	42.5%	96.4%	2	1.6%	6.5%
	נכונה	0	0.0%	0.0%	2	6.5%	3.6%	29	93.5%	93.5%
3	שגויה	71	55.9%	100.0%	55	43.3%	98.2%	1	0.8%	3.2%
	נכונה	0	0.0%	0.0%	1	3.2%	1.8%	30	96.8%	96.8%
17	שגויה	67	56.8%	94.4%	50	42.4%	89.3%	1	0.8%	3.2%
	נכונה	4	10.0%	5.6%	6	15.0%	10.7%	30	75.0%	96.8%

בטבלה 3 ו-4 נעשתה השוואה בין פרחי ההוראה שהשיבו תשובה נכונה ובין פרחי ההוראה שהשיבו תשובה שגויה. בכל אחת מהשאלות אפשר לראות על פי מבחן פירסון (Pearson Chi-Square Tests) כי אחוז המשיבים נכון בקבוצת פרחי ההוראה לכיתות א'–ב' שלמדו את הנושא, גבוה במובהק ($P < 0.001$) משתי הקבוצות האחרות.

טבלה 4: מבחן פירסון כי בריבוע להשוואה בין פרחי ההוראה שהשיבו תשובה נכונה לפרחי ההוראה שהשיבו תשובה שגויה

Pearson Chi-Square Tests		
שאלה 1	Chi-square	139.452
	df	2
	Sig.	.000*
שאלה 2	Chi-square	133.908
	df	2
	Sig.	.000*
שאלה 3	Chi-square	145.636
	df	2
	Sig.	.000*
שאלה 17	Chi-square	104.584
	df	2
	Sig.	.000*

טבלה 5: ניתוח באחוזים של הנימוקים לתשובות פרחי ההוראה לשאלה 1

סה"כ פרחי הוראה שענו על השאלה	סה"כ תשובות נכונות	נימוקים לתשובות נכונות			סה"כ תשובות לא נכונות	נימוקים לתשובות לא נכונות				שאלה 1	
		לא נימוק	נימוק לא נכון	נימוק נכון		לא נימוק	גודל וכמות	כמות	היבט גרפי		
56	0	0	0	0	56	7	0	48	1	N	לכיתות א'–ב' שלא למדו את הנושא
100	0	0	0	0	100	12.5	0	85.71	1.79	%	
31	29	1	1	27	2	0	0	2	0	N	לכיתות א'–ב' שלא למדו את הנושא
100	93.54	3.23	3.23	87.08	6.46	0	0	6.46	0	%	
71	0	0	0	0	71	14	0	56	1	N	לקדמיסודי
100	0	0	0	0	100	19.8	0	78.8	1.4	%	

הוראה לכיתות א'–ב' שכן למדו את הנושא וענו תשובה נכונה. מתוך פרחי ההוראה לכיתות א'–ב' שלמדו את הנושא 93.54% כתבו נימוק, מהם 87.08% כתבו נימוק נכון. דוגמה לנימוק נכון לתשובה נכונה: "ציורים לא מייצגים מספרים, ובסמלים >, <, = משתמשים בהם רק אם יש כמות מספרית". עוד נימוק: "סימני X כי אי אפשר לשים את הסימנים בציור גרפי, אבל אם הופכים למספרים אז אפשר לסמן >, <, =".

בשאלה 1 נבדק איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין שני מלבנים שונים זה מזה (איור שאלה 1 בטבלה 1). בשאלה זו מצוירים 2 מלבנים בגדלים שונים זה מזה, במלבן אחד 2 סמיילים בגודל שווה ובמלבן שני 3 סמיילים באותו גודל. התשובה הנכונה היא שאי אפשר לשים סימן מתמטי בין שני האגפים.

מטבלה 5 מתקבל שכל פרחי ההוראה לקדמיסודי וכל פרחי ההוראה לכיתות א'–ב' שלא למדו את הנושא, לא ענו תשובה נכונה (100%) לעומת 93.54% מפרחי

בקרב פרחי ההוראה לקדם-יסודי ופרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שענו תשובה לא נכונה, הטעות הנפוצה בנימוקים הייתה בהיבט הכמותי, כלומר הם עסקו בכמות הפרצופים (78.8% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי, 6.46% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא, ו-85.71% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא). לדוגמה: "במלבן הימני יש 3 סמיילים ובשני יש 2 סמיילים, מבחינה מתמטית בראשון יש יותר".

דוגמה לנימוק לא נכון לתשובה נכונה: "הציורים לא מציגים מספרים כי הם לא מדויקים".

טבלה 6: ניתוח באחוזים של הנימוקים לתשובות פרחי ההוראה לשאלה 2

סה"כ פרחי הוראה שענו על השאלה	סה"כ תשובות נכונות	נימוקים לתשובות נכונות			סה"כ תשובות לא נכונות	נימוקים לתשובות לא נכונות				שאלה 2	פרחי הוראה
		לא נימוק	נימוק לא נכון	נימוק נכון		לא נימוק	גודל וכמות	כמות	היבט גרפי		
56	2	0	2	0	54	8	0	45	1	N	לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא
100	3.57	0	3.57	0	96.43	14.29	0	80.35	1.79	%	
31	29	2	0	27	2	0	0	2	0	N	לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא
100	93.54	6.46	0	87.08	6.46	0	0	6.46	0	%	
71	0	0	0	0	71	10	7	52	2	N	לקדם- יסודי
100	0	0	0	0	100	14.1	9.9	73.2	2.8	%	

א'-ב' שלמדו את הנושא, 80.35% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא).

כמו כן 9.9% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי שענו תשובה לא נכונה, דנו בנימוקיהם גם בגודל וגם בכמות, לעומת 0% מכלל פרחי ההוראה לכיתות א'-ב'.

דוגמאות לנימוקים לשאלה 2:

דוגמה לנימוק לא נכון: "סימנתי < כי המרובע מצד ימין מודגש יותר מהשני".

דוגמה לנימוק לא נכון לתשובה נכונה: "בציורים אי אפשר לדייק מי יותר גדול או אם הציורים שווים".

פרח הוראה שסימן "=" נימק: "הסמיילים שווים בשני המלבנים, השונה הוא אורך המסגרת". פרח הוראה אחרת, שסימנה בהתחלה X ואחר כך שינתה ל"=" כי "לא ידעתי לאיזה קריטריון להתייחס". עוד נימוק: "לא מתייחסים לגודל הקווים".

בשאלה 2 נבדק איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין שני מלבנים שונים זה מזה (איור שאלה 2 בטבלה 1). בשאלה זו מצוירים שני מלבנים בגדלים ובעוביים שונים זה מזה, ובכל אחד מהם שלושה סמיילים. התשובה הנכונה היא שאי אפשר לשים סימן מתמטי בין שני האגפים.

מטבלה 6 עולה כי 100% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי ו-96.43% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא **לא ענו תשובה נכונה**. לעומת זאת 100% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא, **ענו תשובה נכונה**. 93.54% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא נימקו, מהם 87.08% כתבו נימוק נכון.

בקרב פרחי ההוראה בקדם-יסודי ופרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שענו **תשובה לא נכונה**, הטעות הנפוצה בנימוקים הייתה בהיבט הכמותי, כלומר התייחסות לכמות הפרצופים (73.2% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי, 6.46% מפרחי ההוראה לכיתות

טבלה 7: ניתוח באחוזים של הנימוקים לתשובות פרחי ההוראה לשאלה 3

פרחי הוראה	שאלה 3	נימוקים לתשובות לא נכונות				סה"כ תשובות לא נכונות	נימוקים לתשובות נכונות			סה"כ תשובות נכונות	סה"כ פרחי הוראה שענו על השאלה
		היבט גרפי	כמות וכמות	גודל	לא נימקו		נימקו נכון	נימקו לא נכון	לא נימקו		
לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא	N	2	43	0	8	53	1	1	1	3	56
	%	3.57	76.77	0	14.29	94.63	1.79	1.79	1.79	5.37	100
לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא	N	0	1	0	0	1	27	1	2	30	31
	%	0	3.23	0	0	3.23	87.08	3.23	6.46	96.77	100
לקדם יסודי	N	1	57	1	12	71	0	0	0	0	71
	%	1.4	80.3	1.4	16.9	100	0	0	0	0	100

בשאלה 3 נבדק איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין ציורי פרחים (איור שאלה 3 בטבלה 1). בשאלה זו מצוירים שני פרחים צמודים זה מעל זה בצד שמאל, ושלושה פרחים צמודים זה לצד זה בצד ימין. התשובה הנכונה היא שאי אפשר לשים סמן מתמטי בין שני האגפים.

מטבלה 7 מתקבל כי 100% מפרחי ההוראה לקדם יסודי ו-94.63% מפרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא **לא ענו תשובה נכונה**. לעומת זאת 96.77% מפרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא, **ענו תשובה נכונה**. מתוך 90.31% פרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא, 87.08% נימקו נכון.

בקרב פרחי ההוראה בקדם יסודי ופרחי ההוראה לכיתות א'-ב' שענו **תשובה לא נכונה**, הטעות הנפוצה בנימוקים הייתה בהיבט הכמות, כלומר 80.3% מפרחי ההוראה לקדם יסודי, 3.23% מפרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא, 76.77% מפרחי הוראה לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא התייחסו לפרחים בנימוקים שלהם.

דוגמה לנימוק לא נכון לתשובה נכונה: "מונים את הסימנים, ומספר הסימנים הגדול זו התשובה, בלי להתייחס לצורה"

טבלה 8: ניתוח באחוזים של הנימוקים לתשובות פרחי ההוראה לשאלה 17

פרחי הוראה	שאלה 17	נימוקים לתשובות לא נכונות				סה"כ תשובות לא נכונות	סה"כ תשובות נכונות	נימוקים לתשובות נכונות			סה"כ פרחי הוראה שענו על השאלה
		היבט גרפי	כמות וכמות	גודל	לא נימקו			נימקו נכון	נימקו לא נכון	לא נימקו	
לכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא	N	11	17	5	13	48	2	0	0	7	55
	%	20	30.9	9.09	23.64	87.27	3.64	3.64	0	9.09	100
לכיתות א'-ב' שלמדו את הנושא	N	0	1	0	0	1	27	1	2	30	31
	%	0	3.23	0	0	3.23	87.08	3.23	6.46	96.77	100
לקדם יסודי	N	10	36	4	17	67	0	0	1	3	71
	%	14.1	50.7	5.6	23.94	94.34	0	1.41	4.25	5.65	100



הייתה בהיבט הכמותי, כלומר התייחסו למשולשים (50.7% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי, 3.23% מפרחי הוראה לכיתות א'–ב' שלמדו את הנושא, 30.9% מפרחי הוראה לכיתות א'–ב' שלא למדו את הנושא).

דוגמאות לנימוקי פרחי הוראה לכיתות א'–ב' שלא למדו את הנושא: "אין תשובה כי לא ידעתי איזה סימן לסמן, כי בצד ימין ובצד שמאל יש 2 משולשים אבל אין שוויון בצורה שהם מסודרים".

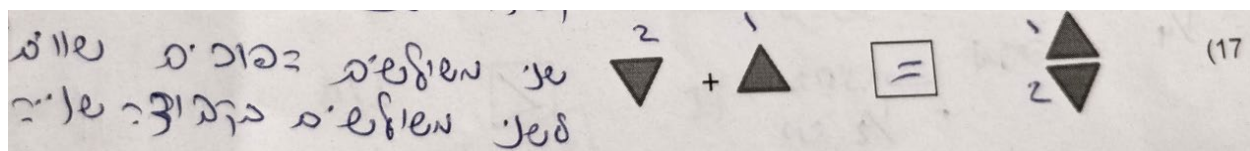
פרח הוראה שענתה **תשובה נכונה** וכתבה **נימוק שגוי**: "אי אפשר לדעת כי אפשר להתייחס לתרגיל כמשולשים וכשלם".

פרח הוראה שסימנה תשובה **לא נכונה** "=", נימקה זאת: "בכל צד שני משולשים". באיורים 1–4 מוצגים נימוקים של פרחי הוראה.

שאלה 17 בדקה איזה סימן מתמטי אם בכלל אפשר לשים בין ציורי משולשים (איור שאלה 17 בטבלה 1). בשאלה זו מצוירים שני משולשים הפוכים זה מעל זה בצד ימין, ובצד שמאל מצוירים שני משולשים הפוכים זה לזה עם סימן פלוס ביניהם. התשובה הנכונה היא שאי אפשר לשים סימן מתמטי בין שני האגפים של הציור.

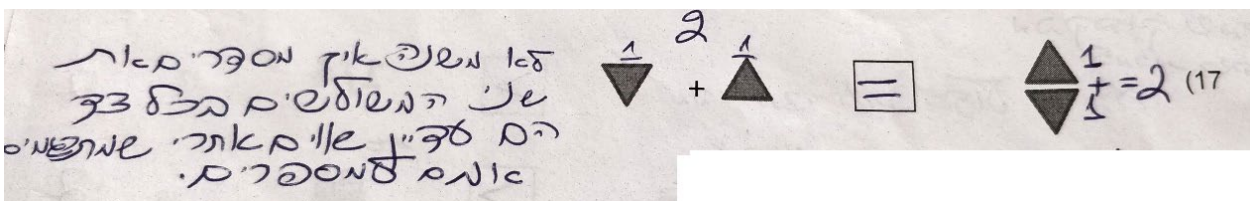
מטבלה 8 מתקבל כי 94.34% מפרחי ההוראה לקדם-יסודי ו-87.27% מפרחי ההוראה לכיתות א'–ב' שלא למדו את הנושא **לא ענו תשובה נכונה**. לעומת זאת 96.77% מפרחי הוראה לכיתות א'–ב' שלמדו את הנושא, **ענו תשובה נכונה**. מתוך פרחי הוראה לכיתות א'–ב' שלמדו את הנושא 90.31% נימקו, מהם 87.08% כתבו נימוק נכון.

בקרב פרחי ההוראה בקדם-יסודי ופרחי ההוראה לכיתות א'–ב' שענו **תשובה לא נכונה**, הטעות הנפוצה בנימוקים



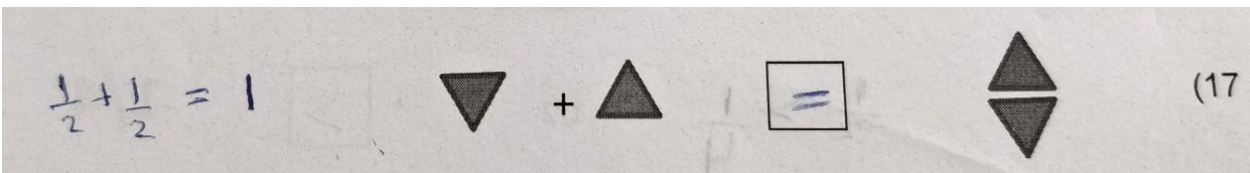
איור 2

הנימוק באיור 2: "שני משולשים הפוכים שווים לשני משולשים בקבוצה שנייה".



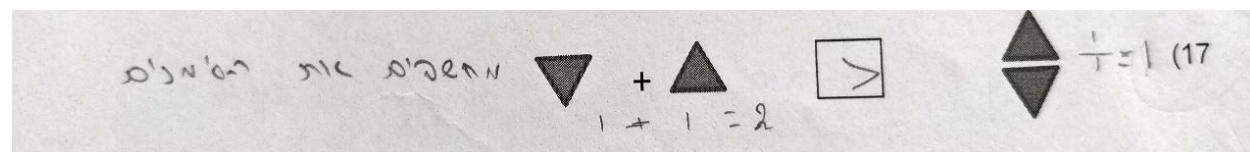
איור 3

הנימוק באיור 3: "לא משנה איך מסדרים את שני המשולשים בכל צד, הם עדיין שווים אחרי שמתאימים אותם למספרים".



איור 4

בריאיון עם פרח ההוראה (איור 4) היא הסבירה זאת: "בצד שמאל רואים משולש ועוד משולש, שיחד הם שווים לציור בצד ימין".



איור 5

בריאיון עם פרח ההוראה (איור 5) היא הסבירה זאת: "סימנתי > כי אחד ועוד אחד יותר גדול מאחד על אחד". עוד דוגמה לנימוק של פרח הוראה שכתבה "מחשבים את הסימנים". היא הסבירה זאת בריאיון עימה: "בצד שמאל מחשבים משולש ועוד משולש וזה שווה שניים, לעומת זאת בצד ימין מחלקים משולש אחד במשולש אחר וזה שווה אחד. ולכן צד שמאל גדול מצד ימין".

ממצאים בהיבט המספרי

טבלה 9: התפלגות באחוזים של תשובות פרחי ההוראה לשאלות בהיבט מספרי

שאלות		תשובות של פרחי ההוראה שניתנו באחוזים											
		<			>			=			X		
		כיתות א'-ב' שלמדו את הנושא	כיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא	קדם יסודי	כיתות א'-ב' שלמדו את הנושא	כיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא	קדם יסודי	כיתות א'-ב' שלמדו את הנושא	כיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא	קדם יסודי	כיתות א'-ב' שלמדו את הנושא	כיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא	קדם יסודי
7	$1/2 \square 1/4$			0			*97.2			0			2.8
9	$5 \square 5$			0			14.1			*77.5			8.4
10	$6 \square 4$			2.8			*91.6			0			5.6
16	$2 \times 3 \square 6$			0			0			*98.6			1.4

2. חוסר הבנה שאי אפשר לראות במספר אובייקט גרפי.
3. הנבדקים חשבו באופן שגוי שאפשר לשים בין שני מספרים פעם אחת את הסימן "<" ובפעם אחרת את הסימן ">".

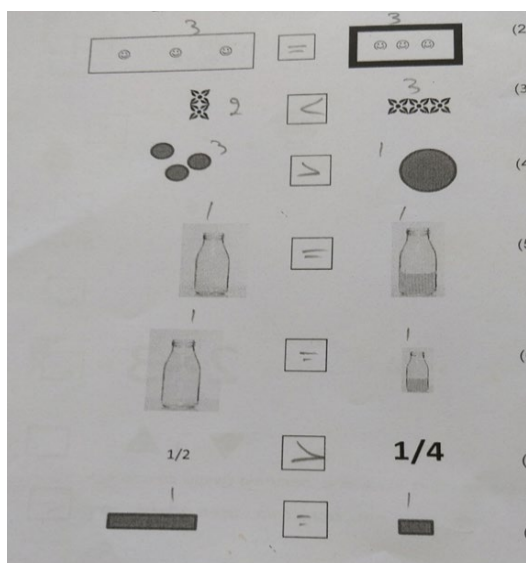
דין ומסקנות

השינויים שחלו בעולם ביחס להוראת המתמטיקה החל מגיל הרך והמעבר לבית הספר בתחום המתמטיקה, מטיל על הגננות ומורי כיתות א'-ב' אחריות רחבה בתחום זה. ממחקר זה עולה כי הנבדקים משתמשים בסימני יחס מתמטיים בדרכים שונות בהתאם להקשר: לעיתים בהקשר לכמות, לעיתים בהקשר לצורה או לגודל של התמונות ולעיתים הנבדקים התייחסו להיבטים הגרפיים. הנבדקים לא התייחסו למשמעות המתמטית של סימני היחס. אפשר להסיק ממחקר זה שהנבדקים לא מבינים כראוי את המשמעות ואופן השימוש בסימבולים המתמטיים: "<, >, =". המסקנות הנובעות ממחקר זה הן שרוב פרחי ההוראה לגיל הרך ולכיתות א'-ב' שלא למדו את הנושא, תופסים לא נכון את המשמעות של הסימנים "<, >, =" ולכן יש מקום להניח שהם גם לא ילמדו נכון את הנושא (התקבל מהראיונות ומהנימוקים). לעומת זאת חלק מאוכלוסיית הנבדקים שלמדו את הנושא ענו נכון ותופסים נכון את המשמעות והשימוש בסימני היחס "<, >, =" (מידע זה התקבל מהראיונות ומהנימוקים).

ממצאים לשאלה 9 כדוגמה להיבט המספרי: נמצא ש-45.1% מפרחי הוראה לקדם יסודי ו-16.1% מהגננות שענו תשובה נכונה, נימקו זאת: "זאת סדרת המספרים". 13.4% מהגננות ו-2.8% מפרחי הוראה לקדם יסודי ענו תשובה נכונה אבל כתבו נימוק שגוי שבו התייחסו להיבט הגרפי של המספרים: הם התייחסו לצורה, לגודל או לעובי הקו. 12.7% מפרחי הוראה לקדם יסודי ו-4.7% מהגננות שענו תשובה נכונה "X", כתבו נימוק שגוי שבו התייחסו לכמות הפריטים שבכל צד: "בכל צד קיים פריט אחד ולכן זה שווה". נימוק אחר של הגננות הראה שקיימת התלבטות בין התייחסות להיבט גרפי ובין התייחסות למספרים: "תלוי על מה מסתכלים ואיך, לפי הצורה, אחד גדול מהשני ואם מסתכלים לפי ערך המספר אז הם שווים". 8.5% מפרחי הוראה לקדם יסודי ו-1.3% מהגננות ענו תשובה שגויה ונימקו שאי אפשר לשים סימן בין שני מספרים מאחר שיכולות לדעתן להיות כמה תשובות, לדוגמה: "שני המספרים בעלי אותו ערך אבל לא אותו גודל ועובי". 11.3% מפרחי הוראה לקדם יסודי ו-11.4% מהגננות נימקו כי "הגודל של המספר בצד שמאל גדול מהמספר בצד ימין". אחד מפרחי ההוראה לקדם יסודי כתב ש"בהסתכלות על המספרים אז הם שווים מבחינת כמות או ערך אבל הכתב יותר גדול וזה מבלבל".

נמצאו שלושה סוגים של חוסר הבנה בקרב הנבדקים:

1. חוסר הבנה שהסימנים המתמטיים קשורים אך ורק למשמעות המספר.



איור 6

פרח הוראה בקדם-יסודי הראתה חוסר עקיבות בשאלות 1 ו-2, היא סימנה X אבל נימקה כי "הציורים לא מייצגים מספרים כי הם לא מדויקים". כמו כן היא סימנה סימנים שונים זה מזה בין הבקבוקים – לפי כמות או גודל או נפח. פרח הוראה שסימן בשאלה 2 " $=$ ", נימק זאת: "הסמיילים שווים בשני המלבנים, השונה הוא אורך המסגרת". אותו פרח הוראה בשאלות אחרות התייחס לקריטריונים אחרים, למשל בשאלה שלוש הוא התייחס לאורך ובשאלה 4 סימן תשובה נכונה אבל כתב נימוק שגוי: "זה לא רלוונטי מבחינת הגודל והנפח".

דרך אפשרית שפרחי ההוראה יפנימו את המשמעות והשימוש הנכון בסימני היחס " $=$ ", " $<$ ", " $>$ ", היא באמצעות פעילות המובילה לקונפליקט קוגניטיבי ודיון מקצועי בנושא.

חשוב להדגיש שכמו לכל שפה, גם לשפה המתמטית יש חוקים משלה וסימנים המאפשרים לשפה להתקיים, לדוגמה: מספרים, סימני פעולה, סימני יחס ועוד. לכן יש לחזק הבנה זו בקרב העוסקים בהוראת המתמטיקה.

רשימת מקורות

בן-יהודה, מ' ואילני, ב' (2008). פיתוח חשיבה מתמטית בגיל הרך: תאוריה, מחקר ומעשה בהכשרת מורים. מכון מופ"ת.

מרגולין, ב' ואילני, ב' (2007). בין לשון למתמטיקה – חינוך לחשיבה אוריינית בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה. דפים, 45, 114–139.

מאליגן, ג' (2023). מסלולים לחשיבה מתמטית מוקדמת בגן הילדים: תוכנית המודעות לדגמים ולמבנה. בתוך ד' חסידוב וא' שריף-דסלאן (עורכות), עיון ומחקר בחינוך המתמטי בגיל הרך (עמ' 200–213). מכון

נמצאו שלושה סוגים של הבנות שגויות בקרב הנבדקים שלא למדו את הנושא:

1. חוסר הבנה שהסימנים המתמטיים מתייחסים אך ורק למשמעות המספר.
2. חוסר הבנה שאי אפשר להתייחס לאובייקט גרפי כמספר.
3. אף שחלק מהנבדקים ענו תשובה נכונה, הנימוק לתשובה הנכונה היה שגוי, מה שמראה על חוסר הבנה.

תפיסות שגויות של משמעות הסימנים המתמטיים יכולות לנבוע מהשימוש באותן מילים בחיי היום-יום ובמתמטיקה (Ilany & Margolin, 2008). דוגמה מתאימה לכך הן המילים "גדול, קטן, שווה" המשמשות גם בשפה הטבעית בחיי היום-יום וגם משמשות בשפה המתמטית סימני יחס " $=$ ", " $>$ ", " $<$ ". במאמר של חסידוב ואילני (Hassidov & Ilany, 2017) נמצא שגננות לא חשבו שזו טעות אם ילד כותב " $5 > 5$ ". בראיונות עם הגננות, הן אמרו "אנחנו מלמדות את הילד להשתמש בסמל " $>$ " בין שני עצמים, וייתכן כי במקרה מסוים הגודל חשוב, ובמקרה אחר האורך עשוי להיות חשוב. זה תלוי בהקשר". גננות אחרות טענו כי "לפעמים במצבים מסוימים נכון להשתמש בשני סימני יחס שונים זה מזה בו בזמן בהתאם להקשר, לדוגמה: $4 < 6$ בגלל הגודל של הספרות, אבל בגלל ש-6 הוא מספר יותר גדול מ-4 נכון גם לסמן $4 > 6$ ". נמצא שנוצרה סיטואציה שהגננות לא היו מודעות לקונפליקט הקוגניטיבי של שימוש בשני סימנים מתמטיים שונים זה מזה. על כן חשוב שפרחי ההוראה לגיל הרך יבינו שאי אפשר להשתמש בו בזמן בשני סימני יחס שונים זה מזה בין שני מספרים ושיש להשתמש בסימנים " $>$ ", " $<$ ", " $=$ " רק במובן המתמטי.

לדוגמה, אחד מפרחי ההוראה אמר בריאיון: "מלמדים את הילד להשתמש בסמל " $<$ " בין שני עצמים, וייתכן כי במקרה מסוים הגודל חשוב, ובמקרה אחר האורך עשוי להיות חשוב. זה תלוי בהקשר". פרח ההוראה אחר אמר: "לפעמים במצבים מסוימים נכון להשתמש בשני סימני יחס שונים בו זמנית, פעם לפי גודל המלבן ופעם לפי עובי המלבן".

איור 6 מציג דוגמה לתשובות של פרח הוראה לכיתות א'-ב' שלא למד את הנושא. בדוגמה זו הנימוקים נעשו באמצעות תרגום האובייקטים הגרפיים למספרים.

- and Teacher Education, 27(5), 961–968. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2011.03.008>
- Hassidov, D., & Ilany, B. (2014). A unique program (“senso-math”) for teaching mathematics in preschool: Evaluating facilitator training. *Creative Education*, 5(11), 976–988. <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2014.51112>
- Hassidov, D., & Ilany, B. (2015). The “senso-math” preschool program: Successful cooperation between mathematics facilitators and preschool teachers. *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics* (Vol. 3, p. 41–48). PME.
- Hassidov, D., & Ilany B. (2017). Between natural language and mathematical symbols (<, >, =): The comprehension of pre-service and preschool teachers-perspective of numbers. *Creative Education*, 8(12), 1903–1911. <https://doi.org/10.4236/ce.2017.812130>
- Hassidov, D., & Ilany, B. (2018). Collaboration between mathematics facilitators and preschool teachers during the innovative “senso-math” preschool program. *Mathematics Teacher Education and Development*, 20(1), 154–167.
- Hassidov, D., & Ilany B. (2022). Professional development of kindergarten teachers through collaboration with preschool math education expertise. In A. Sharif-Rasslan & D. Hassidov (Eds.), *Special issues in early childhood mathematics education research mathematics education research in early childhood: Learning, teaching and thinking* (pp. 266–286). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004510685_013
- Herscovics, N., & Kieran, C. (1980). Constructing meaning for the concept of equation. *Mathematics Teacher*, 73(8), 572–580.
- Hiebert, J. (1988). A theory of developing competence with written mathematical
- מופ"ת.
פרנקל, א"ה (1953). מבוא למתימטיקה: בעיות ושיטות מן המתימטיקה החדשה. מסדה.
- סיניצקי, א' ואילני, ב' (2014). שימור ושינוי: תובנות אלגבריות בעולם המספרים והצורות. מכון מופ"ת.
- תירוש, ד', צמיר, פ', ברקאי, ר' ולוינסון, א' (2024). מה דומה, מה שונה: גננות מיישמות ומנתחות מטלות הערכה מתמטיות. בתוך ד' חסידוב וא' שריף-רסלאן (עורכות), *עיון ומחקר בחינוך המתמטי בגיל הרך* (עמ' 214–234). מכון מופ"ת.
- Baroody, A. J. (2000). Does mathematics instruction for 3-to-5-years olds really make sense? *Young Children*, 55(4), 61–67.
- Bialystok, E. (1992). Symbolic representation of letters and numbers. *Cognitive Development*, 7(3), 301–316. [https://doi.org/10.1016/0885-2014\(92\)90018-M](https://doi.org/10.1016/0885-2014(92)90018-M)
- Charalambous, C. Y., Panaoura, A., & Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in pre-service teachers' beliefs and attitudes: Insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 161–180. <http://doi.org/10.1007/s10649-008-9170-0>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2006). Young children mathematical mind. *Scholastic Parent & Child*, October 2006, 30–37.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2015). Developing young children's mathematical thinking and understanding. In S. Robson & S. Flannery Quinn (Eds.), *The Routledge international handbook of young children's thinking and understanding* (pp. 331–344). Routledge.
- Falkner, K., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 232–236. <https://doi.org/10.5951/TCM.6.4.0232>
- Guo, Y., Justice, L. M., Sawyer, B., & Tompkins, V. (2011). Exploring factors related to preschool teachers' self-efficacy. *Teaching*



- The case of kindergarten and first grade children. In J. J. Kaput, M. Blanton, & D. Carraher (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 201–210). Lawrence Erlbaum Associates.
- Mulligan, J. T. (2016). Promoting early mathematical structural development through an integrated assessment and pedagogical program. In *Program of the 13th international congress on mathematical education topic study group 1: Early childhood mathematics education* (p. 44). University of Hamburg.
- Nemirovsky, R., & Monk, S. (2000). "If you look at it the other way...": An exploration into the nature of symbolizing. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 177–221). Lawrence Erlbaum.-
- Sarama, J., Clements, D. H., Wolfe, C. B., & Spitler, M. E. (2016). Professional development in early mathematics: Effects of an intervention based on learning trajectories on teachers' practices. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 29–55. <http://dx.doi.org/10.7146/nomad.v21i4.148741>
- Saenz-Ludlow, A., & Walgamuth, C. (1998). Third graders' interpretations of equality and the equal symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 153–187. <https://doi.org/10.1023/A:1003086304201>
- Strawn, G. D. (2019). *What is mathematical equality*. Princeton University Press.
- Thomas, G. V., Jolley, R. P., Robinson, E. J., & Champion, H. (1999). Realist errors in children's responses to pictures and words as representations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74(1), 1–20. <https://doi.org/10.1006/jecp.1999.2506>
- Tirosh, D., & Graeber, O. A. (1990). Evoking cognitive conflict to explore preservice teachers' thinking about division. symbols. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 333–355. <https://doi.org/10.1007/BF00312451>
- Ilany, B., & Hassidov, D. (2018). Perspective of "quantity" between natural language and mathematical symbols (<, >, =): The comprehension of pre-service and preschool teachers. *Creative Education*, 9(10), 1525–1535. <https://doi.org/10.4236/ce.2018.910112>
- Ilany, B., & Hassidov, D. (2022). Between natural language and mathematical symbols (<, >, =): The comprehension of pre-service and preschool teachers' perspective of "numbers" and "quantity". In A. Sharif-Rasslan & D. Hassidov D. (Eds.), *Special issues in early childhood mathematics education research mathematics education research in early childhood: Learning, teaching and thinking* (pp. 229–245). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004510685_011
- Ilany, B., & Margolin, B. (2008). Textual literacy in mathematics – An instructional model. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 209–216). Cinvestav-UMSNH.
- Ilany, B., & Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. *Creative Education*, 1(3), 138–148. <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2010.13022>
- Morris, A. K. (2003). The development of children's understanding of equality and inequality relationships in numerical symbolic context. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 25(2), 18–51.
- Mark-Zigdon, N., & Tirosh, D., (2008). What counts and what does not count as legitimate arithmetic number sentences:

הערך המוסף של סביבת ויקי ביצירת הזדמנויות למידה לפרחי הוראה במתמטיקה: המקרה של בעיית אחוזים

ד"ר דורית כהן

מרצה בחוג למתמטיקה במרכז האקדמי ליונסקי-וינגייט. מחקרה מתמקדים בפיתוח הידע של פרחי הוראה ובהוראת ולמידת מתמטיקה בשילוב כלים דיגיטליים אינטראקטיביים. בעבר עבדה בצוות מתמטיקה במטח, המרכז לטכנולוגיה חינוכית, ופיתחה חומרי לימוד מודפסים ודיגיטליים לתלמידים והעבירה השתלמויות למורים.



הערך המוסף של סביבת ויקי ביצירת הזדמנויות למידה לפרחי הוראה במתמטיקה: המקרה של בעיית אחוזים

דורית כהן

תקציר

המחקר עסק בלמידה ובהוראה של פרחי ההוראה במתמטיקה בסביבת ויקי, בקורס של הכשרת מורים ללימודי תעודת הוראה במתמטיקה לבית הספר העל-יסודי. סביבת הוויקי, שהינה מערכת ניהול תוכן אינטרנטית המאפשרת למספר משתתפים ליצור ולערוך יחד את התוכן, נוספה על ההוראה הרגילה בקורס כדי לתת פתרון לדילמת ה"לומר" או "לא לומר", ונועדה לשמש סביבה המספקת הזדמנויות למידה והוראה נוספות. מטרת המחקר הייתה לזהות את הזדמנויות הלמידה וההוראה שמזמנת סביבה מסוג כזה ולבדוק את ההבדלים בין הלומדים מבחינת ניצול ההזדמנויות, ובתוך כך להציע פתרון לצורך המרצה בדרכים לקידום למידת הסטודנטים בהעברת סמכויות הלמידה אליהם. במאמר הנוכחי יוצג אחד משלושה רצפי ההוראה המגוונים שנחקרו במחקר הכולל. רצף ההוראה המתואר כאן עסק בבעיית האב והבן, בעיה מילולית בנושא אחוזים, שהסטודנטים התבקשו לפתור אותה בשתי גישות. דרישה זו עוררה המתמודדות שיצרה קונפליקט קוגניטיבי אצל רוב הסטודנטים. המחקר התנהל על פי המתודולוגיה של מחקר מעצב. לצורך זיהוי הערך המוסף של שילוב סביבת ויקי, נעשתה השוואה בין הלמידה בקורס בלי שילוב הסביבה ללמידה וההוראה בשילוב הסביבה ברצף ההוראה שעסק בבעיית האב והבן. נמצא כי התרומה העיקרית של סביבה זו בבעיית האב והבן היא בשלב השיתופי שנעשה בסוף רצף ההוראה, שלב שזימן הזדמנות לסיכום תהליך הפתרון ולסיכום מטרות תהליך ההוראה כולו. נמצא הבדל בין הלומדים בפעולות הגומלין עם הסביבה, הבדל העשוי להשפיע על מידת ניצול הזדמנויות אלה.

מילות מפתח: הכשרת מורים למתמטיקה; קונפליקט קוגניטיבי; ויקי; למידה שיתופית; אחוזים.

מבוא

מחקר זה בדק את דרך הלמידה של פרחי הוראה למתמטיקה בסביבת ויקי. אסקור להלן את התחומים הקשורים ללמידת פרחי ההוראה במתמטיקה, מתוך התמקדות בקורס המתואר כאן. אתאר את גישת ההוראה בקורס, את ממדי הידע הרלוונטיים לפרחי ההוראה שהמחקר עוסק בהם ואת

דרך ההתפתחותם. נוסף על כך אסקור את מאפייני הלמידה בסביבת ויקי, תוך בחינת למידה בקהילת שיח, שמזמנת הלמידה בסביבה. המסגרת התאורטית של המחקר המתואר כאן היא הבניה חברתית (קונסטרוקטיביזם חברתי) ומתוך כך בחינת הלמידה הייתה גם כלפי הפרט וגם כלפי עולם החברתי שהוא שייך אליו.

סקירת ספרות

רבים מהעוסקים בחינוך מתמטי סבורים שיש ללמד לפי הגישה ההבנייתית (קונסטרוקטיביסטית). לפי גישה זו תהליך בניית הידע הוא נסוג (רקורסיבי), אבני הבניין של ההבנה הן בעצמן תוצר של פעולות בנייה קודמות. צעד חשוב בתהליך הלמידה של פרחי הוראה הוא הבאתם לידי הבנה שהלמידה היא פעילה ונשענת על ידע שנבנה קודם (שטראוס ושילוני, 1997; von Glasersfeld, 1989). במחקרים על יישום גישת ההבנייתיות להוראה זיהו פעולות שהמורה עושה כדי לעזור לתלמידים לפתח הבנה מושגית (קונספטואלית) במתמטיקה (Lobato et al., 2005). פעולות אלה כוללות בחירת רצף של משימות מתמטיות עשירות (Lampert, 1990) והנחיית דיונים בכיתה מתוך יוזמה והנחיה של התפתחות נורמות סוציו-מתמטיות, כמו למשל הבנות נורמטיביות של מה שנחשב בכיתה שונה, יעיל או אלגנטי מבחינה מתמטית (Yackel & Cobb, 1996). לצד התמיכה בגישה ההבנייתית ובדרכי יישומה המתאימים להוראה, יש ביקורת חזקה על מודל ההעברה של הוראה, הנשען על ההנחה שהמתמטיקה מורכבת מאוסף של עובדות ותהליכים והמורה מתרכז בלומר לתלמידיו איך לעשות אותם תהליכים. היות ש"לומר" הוא מאפיין עיקרי של מודל ההעברה, ההתרחקות מהמודל הלא רצוי עשויה לגרום להימנעות מכל סוג של אמירה ולמעשה המורים נתקלים בדילמת "לומר" או "לא לומר".

כשהמורה מדבר, הוא בעצם מייצג את תחום הדעת, ומתוך כך הוא דומה לאדם שמוסר עדות בבית משפט. כדי שהתלמידים יאמינו במה שידוע בתחום הדעת, עליהם לעסוק ב"למידה חיה" ולא להיות מודרכים בתחום הדעת כצופים במוזאון (Bakhurst, 2020).

במחקר המתואר כאן המרצה מלמדת את פרחי ההוראה בגישת "לא לומר" (not telling) (Peled & Suzan, 2011b).

* מאמר זה הוא תוצר מתוך עבודת הדוקטור שנעשתה באוניברסיטת חיפה, בהנחייתה של ד"ר אירית פלד.

לפתרון בעיות. הרכיב השני הוא ידע אינטואיטיבי. לפי פישביין (Fischbein, 1984) זה סוג של ידע המתקבל מייד, בלי צורך בהצדקה כלשהי. להכרה המתקבלת באינטואיטיביות יש השפעה כפייתית על החשיבה שלנו. הידע האינטואיטיבי שלנו יכול להתאים לאמיתות הניתנות להצדקה, אך הוא גם יכול לסתור אותן, ולכן לאינטואיציות יכול להיות תפקיד המקל על תהליך ההוראה אך הן גם עלולות להיות מכשול. הרכיב השלישי הוא אמונות. במחקרים רבים נמצא שאמונות מורים משפיעות על העמדות והשיפוט שלהם ומהן נובעת התנהגותם בכיתה ושהבנת מבנה האמונות של מורים ופרחי הוראה הכרחית לשיפור ההכנה המקצועית שלהם והתמחותם. כדי לשנות התנהגות קודם צריך לשנות אמונה, כי הן המסנן שמשפיע על רכישת ידע חדש (Thompson, 1992).

בדרך כלל מורי מורים נותנים דעתם על כמה מאפיינים חשובים בסביבת הלמידה המיועדת ללמידת המורים: סביבת הלמידה של המורים אמורה לשקף את הפדגוגיה שמצפים שהמורים ילמדו לפיה; הסביבה צריכה לעודד רפלקציה של המורים בהוראה ובלמידה שלהם; הסביבה צריכה לאתגר את המורים במשימות עוצמתיות המשלבות נושאים מתמטיים ופדגוגיים (Leikin, 2004). היות שיש חשיבות רבה לתמוך במאמצי המורים להיות מודעים יותר לפעולותיהם, להבנתם ולנטיותיהם להיות מודעים יותר לפעולותיהם, להבנתם ולנטיותיהם (Shulman & Shulman, 2004), יש לעשות תהליך הכנה שיכוון את מערכת האמונות של המורים החדשים ויאפשר להם ליצור הזדמנויות עשירות יותר לתלמידיהם (Brendefur & Frykholm, 2000). אחת משיטות ההוראה והלמידה שעשויות להתאים לגישת ההוראה של המרצה בקורס הנחקר, היא למידה באמצעות יצירת קהילת לומדים. קהילת הלומדים עשויה לשמש סביבת למידה מתאימה ללמידת מורים ולעזור להם להיות מודעים לפעולותיהם. למידה באמצעות יצירת קהילת לומדים (FCL – Fostering a Community of Learners) זו שיטת למידה קוגניטיבית חברתית הנשענת על התאוריה של ויגוצקי (Vygotsky, 1978), שמטרתה לעודד פעילויות מטא-קוגניטיביות הכוללות רפלקציה ושיח בתחום התוכן. הלמידה נעשית בהפצת המומחיות של כל אחד מחברי הקהילה בין שאר חבריה. למידה כזו עשויה לעזור בהעברת סמכות הלמידה מהמורה לתלמיד ומתוך כך לתמוך בלמידה פעילה ומשמעותית (Brown & Campione, 1996). מודל למידה זה מסתמך על ארבעה עקרונות יסודיים ללמידה: למידה פעילה, רפלקציה, שיתופיות וקהילה.

רצף ההוראה המתואר כאן עוסק בבעיית האב והבן, בעיית אחוזים שהיא בעיה אלגברית השכיחה בספרי הלימוד.

האופן שהמרצה מיישמת את הגישה, מבטא את הפתרון האישי שלה לדילמת "לומר" או "לא לומר". גישת הוראה זו עשויה לתרום ליצירת תהליך למידה יעיל ומהנה יותר וליצירת רגעי "אהה" שבו הלומד מבין פתאום משהו חדש (Manizade et al., 2023).

במוקד מחקר זה נמצאים הסטודנטים, פרחי ההוראה למתמטיקה, הלומדים בקורס לקראת קבלת תעודת הוראה לבית הספר העל-יסודי. הקורס המתואר כאן עוסק בהיבטים פסיכולוגיים ודידקטיים של הוראת המתמטיקה ומטרתו לפתח בעיקר את ידע התוכן הפדגוגי של הסטודנטים, אך גם את הידע התוכן המתמטי ואת הידע הקוריקולרי (Shulman, 1986). בשנים האחרונות התפתח שדה מחקר רב של מחקרים על כישורי המורים הנדרשים, תוך בחינת הידע לסוגיו. כישורי המורים נחשבים מבנה רב-ממדי, שמורכבותו מציבה אתגרים גדולים למחקר. בעידן הדיגיטלי מורים יכולים ללמד את תלמידיהם גם בלי להיות איתם פיזית (Manizade et al., 2023). לייקין (Leikin, 2006) הציעה מודל תלת-ממדי של ידע מורים המציג קשרים בין ממדים מגוונים בתהליך פיתוח הידע של המורים, מודל היכול לשמש מסגרת תאורטית בעבור חקירת התפתחות ידע מורים. שניים מתוך ממדים אלה יפורטו להלן. האחד הוא ממד סוגי הידע ויש בו שלושה רכיבי ידע לפי ההבחנה של שולמן (Shulman, 1986): ידע תוכן (SMK – Subject Matter Knowledge), ידע תוכן פדגוגי (PCK – Pedagogical Content Knowledge) וידע קוריקולרי (CCK – Curriculum Content Knowledge). בול (Ball et al., 2008) הציעו חלוקה עדינה יותר של הידע המתמטי שהגדיר שולמן. אחד מרכיבי הידע שהציעו הוא ידע ייחודי למורים (SCK – Specialized Content Knowledge), כלומר הידע המתמטי והמיומנויות הייחודיים להוראה. הידע הייחודי למורים הוא ידע מתמטי שבדרך כלל דרוש רק למטרות הוראה, ומשתמשים בו למטרות, כמו הצגת רעיונות מתמטיים, מתן תשובה לתלמידים לשאלות "למה", מציאת דוגמה כדי להבהיר נושא מתמטי מסוים, זיהוי מה שמעורב בשימוש בייצוג מסוים, קישור נושא הנלמד לנושאים שנלמדו בעבר או שילמדו בעתיד, שינוי המשימות כך שיהיו קלות או קשות יותר ועוד. סוג ידע כזה יכול לעזור למורה "להיכנס לראש של התלמיד", שזו למעשה אחת ממטרות המרצה בקורס המתואר במחקר כאן, ועשוי לקרב את הנלמד בקורס להוראה בכיתה.

הממד השני במודל של לייקין (Leikin, 2006) הוא מצבי הידע הכולל שלושה רכיבים: ידע פורמלי (וידע אלגוריתמי), הנוגע לאקסיומות, להגדרות, למשפטים והוכחות, ואלה צריכים להיות רכיבים פעילים בתהליך של החשיבה המתמטית (Fischbein, 1984). הידע האלגוריתמי כולל הכרת תהליכים ומיומנויות הנחוצים



מטרת המחקר ושאלות המחקר

המטרה הכללית של המחקר היא לבדוק האם וכיצד לשימוש בסביבת ויקי יש ערך מוסף מבחינת יצירת הזדמנויות למידה לסטודנטים בקורס של הכשרת מורים למתמטיקה שגישת ההוראה בו היא "לא לומר". כלומר האם וכיצד מורת המורים הצליחה במקום לומר, ליצור מעורבות של הסטודנטים בלמידה בקורס ששולבה בו סביבת ויקי שנועדה לתמוך במעורבות זו.

מטרת המחקר נגזרה שאלות המחקר האלה:

1. אילו הזדמנויות למידה נוצרו בעבור הסטודנטים במהלך למידה בסביבת הוויקי?
2. אילו ההזדמנויות הוראה חדשות זומנו למורת המורים בשל השילוב סביבת הוויקי?

מתודולוגיה הליך המחקר

המחקר נעשה במהלך הוראה של שתי קבוצות של הקורס, מקצת השלבים נעשו בקורס רגיל והאחרים שולבו בסביבת הוויקי. סביבת הוויקי שימשה בעיקר להכנת שיעורי הבית, ושימשה המשך והרחבה של הלמידה שנעשתה בכיתה. רצף "בעיית האב והבן" בשתי הקבוצות שנחקרו כאן הושווה לרצף ההוראה שהיה בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012). איסוף הנתונים היה חלק בלתי נפרד מתהליך ההוראה: נעשו תצפיות על השיעורים, נאספו פתרונות של הסטודנטים למשימות שהם עשו בלי ויקי בכתב או בדפוס, פתרונות של הסטודנטים לשאלות שהופיעו באתר הוויקי נאספו אוטומטית במערכת ניהול הגרסאות וניתנו שאלוני עמדות (כלפי למידת מתמטיקה והוראתה וכלפי השימוש בוויקי). לאחר כל שלב נעשה ניתוח ראשוני בפגישה השבועית בין מורת המורים לחוקרת כדי לקבל החלטות על עיצוב השלב הבא ברצף ההוראה. באיטרציה השנייה של הקורס הביאו בחשבון גם את המסקנות הראשוניות של ממצאי הקבוצה הראשונה. בשתי קבוצות הקורס שנחקרו כאן, שימשו השלבים הראשונים במחקר (מלבד תפקידם בתהליך הלמידה) לאבחון הידע ההתחלתי של הלומדים. מהלך המחקר ברצף ההוראה "בעיית האב והבן" נשען על פתרון "בעיית האב והבן" בשתי דרכים, השלבים ברצף ההוראה שניתנו לכל קבוצה כללו התמודדות עם פתרון דיון כיתתי בהתנסות ורפלקציה כמו במחקר של סוזן (2012). עיצוב המשימות השתנה בהתאם לאפשרויות הוויקי ומתוך התאמה דינמית להתנהלות הקורס, נוספו עוד שלבים שעסקו בהתמודדות עם הפתרון ודיונים בין שלבים אלה כדי לתת לסטודנטים הזדמנות לפתור בעצמם את הקונפליקט הקוגניטיבי שנקלעו אליו.

בבעיה מוצג יחס בין משתנה המייצג את מחיר הכרטיס לילד ובין משתנה המייצג את הכרטיס למבוגר (May-er, 1981; Riley et al., 1983). הסטודנטים התבקשו לפתור את הבעיה בשתי דרכים אלגבריות, בכל אחת התבקשו לקבוע ערך אחר המתואר בבעיה במשתנה. ראו בהמשך את הבעיה ואת דרכי הפתרון. בממצאי המחקר על קורס בלי ויקי (סוזן, 2012) נמצא כי בהתנסות בבעיית אחוזים הדומה לזו, עם דרישה לפתרון בשתי דרכים, טמון פוטנציאל המאפשר לסטודנטים להתמודד עם פתרון הדורש להמיר את כיוון יחס הסדר המופיע בבעיה. התמודדות זו מזמנת הזדמנויות למידה בהכשרת מורים. במחקר על קורס בלי ויקי נמצא גם שרוב פרחי ההוראה לא הצליחו לפתור בעצמם את הקונפליקט הקוגניטיבי שנקלעו אליו לפני הדיון הכיתתי שדנו בו בפתרון. לפיכך מורת המורים החליטה לשלב בקורס המתואר במחקר כאן את סביבת הוויקי. סביבת ויקי שהיא סביבת אינטרנט שבה התוכן נוצר ונערך עם קבוצת משתתפים, היא בעלת פוטנציאל גבוה ליישום תהליכים של למידה שיתופית ומאפשרת רפלקציה בתהליכי הלמידה (קונג'ה, 2008; Ben-Zvi, 2007). סביבת הוויקי שנוספה על ההוראה הרגילה בקורס נועדה לשמש סביבה שתספק הזדמנויות למידה והוראה נוספות מתוך הוראה בגישת "לא לומר" (Peled & Suzan, 2011a, 2011b). יישום גישת הוראה זו בקורס היא ברוח הצעתם של חזן ובול (Chazan & Ball, 1999) שלא די לא לומר, אלא צריך להמליץ מה כן כדאי לומר לתלמידים. הם ממליצים למשל לומר דברים התורמים לדיונים בכיתה באופן שחוסר ההסכמה ישמש מקור ללמידה. הפעמים שהמורה בוחר לומר בהן מה שהוא רוצה, חיוניות מאוד לתהליך הלמידה וניתוחן עשוי לתרום להבנת תהליך הלמידה של התלמידים (Chesnaïs et al., 2022). לעיתים במקום לומר המורה יכול לנצל את ההזדמנויות שנוצרות בכיתה וליצור מצבים שבהם הוא לא מדבר אלא רק מנחה את הדיון. למשל במקום לענות על שאלה של תלמיד, הוא מבקש הסבר מהתלמידים בכיתה. עם זה יש מצבים שבהם יש צורך שהמורה יאמר, למשל בפעם שמתעורר דיון על מושג מסוים, חשוב שהמורה ידון בהגדרה המקובלת כדי ליישב את המחלוקת (Selling & Baldinger, 2016). לפיכך ההוראה בקורס הנחקר נעשתה בהעברת סמכויות למידה לפרחי ההוראה בקורס בזכות התהליכים הייחודיים שאפשר לעשות בסביבת ויקי. לפי גישת ההוראה בקורס, המורה והתלמידים הם קהילת שיה (Lampert, 1990). הלמידה נעשית מתוך דיון שהמורה מכוון בשאלות מתאימות ובקבוצת הכלים המתמטיים שהוא מצייד את הסטודנטים (Boaler, 2003). ככל שהמורה מספקת פחות תשובות ומספקת יותר שאלות והנחיות, כן יש הצלחה רבה יותר של גישת ההוראה בקורס.

1. תצפיות תצפית משתתפת (שקדי, 2003). תיעוד התצפיות על שיעורים בכיתה נעשה באמצעות:
 - צילום וידאו של השיעורים שעסקו בהם במשימות שנבחרו למחקר זה
 - תמלול צילומי הוידאו
 - הערות שכתבה החוקרת בזמן התצפיות בשיעור
2. פתרונות של הסטודנטים למשימות מגוונות (בכתב או בדפוס) – עבודות למיניהן שעשו הסטודנטים במהלך השיעורים ועבודות בית.
3. יומן מחקר – תועדו בו מהלך המחקר, פגישות עם מורת המורים, מחשבות, התלבטויות ותיעוד שיחות מזדמנות עם הסטודנטים.
4. דפי הוויקי מתוך אתר הוויקי שבו הסטודנטים ענו על סדרות של משימות.
5. שאלוני עמדות: א. כלפי למידת מתמטיקה; ב. על השימוש בוויקי בלמידה.

ניתוח ועיבוד של הנתונים

ניתוח הנתונים נעשה לפי הגישה האיכותנית, שמטרתו מתן משמעות, פרשנות והכללה לתופעה הנחקרת (גבתון, 2001). לפי גישה זו במחקר המתואר כאן, בתהליך ניתוח הנתונים פותחו שיטה ותכנון מוקדמים, אך נעשו שינויים במערך המחקר על סמך שאלות המחקר שהתעצבו על פי המידע שהגיע במהלך המחקר וכן מהתובנות שהן תוצאה של התפתחות תהליך הניתוח. במוקד מחקר זה עומד השיח המתנהל באתר הוויקי שהוא שיח מקוון. אחד ממאפייניו הוא היעדר שפת גוף והבעות פנים ומתוך זה המאמץ להשתמש בביטויים לשוניים רב יותר (ורדיי-ראט ואבני-שיין, 2010). בכל עריכה עברה יחידת ניתוח בסביבת הוויקי הגדרה וניתוח לפי ארבעת רכיבי השיח שהגדירה ספרד (Sfard, 2007) – מילים והשימוש בהן, מתווכים ויזואליים, נרטיבים מקובלים ורוטינות ובאמצעות קטגוריות אחרות שעלו במהלך הניתוח. נוסף על כך נותחו גם הנתונים שנאספו ממקורות אחרים בכלי המחקר, והם שימשו לבדיקת בחינת התרומה האפשרית של שילוב סדרות של משימות בשילוב סביבת ויקי, במסגרת הכשרת מורים.

לשם זיהוי הזדמנויות הלמידה וההוראה, הטקסטים והתמונות שנאספו אופיינו לפי ההזדמנויות שאותרו בשני שלבים:

- א. השוואה להזדמנויות הלמידה שזיהתה סוזן (2012), שבו נעשה מחקר דומה בלי שילוב ויקי להזדמנויות שנוצרו במחקר הנוכחי לצד שילוב סביבות ויקי.
- ב. התאמת ההזדמנויות שזיהתה סוזן (2012) למחקר הנוכחי והוספת הזדמנויות אחרות. בתהליך זה

בעיית האב והבן

המחיר שמשלם מבוגר עבור כניסה לפארק שעשועים נמוך ב-40% ממחיר כרטיס כניסה לילד. אב ובנו שהלכו יחד לפארק שילמו עבור הכרטיסים שרכשו סך של 128 ש"ח. כמה שילם האב עבור כרטיס הכניסה שלו לפארק?

פתרון בשתי גישות:

גישה א: פתרו את הבעיה בדרך אלגברית (עם משתנה x).

גישה ב: פתרו בדרך אלגברית שונה במעט, בחרו עתה את x כמשתנה שונה ממה שבחרתם קודם.

כאמור זו בעיית אחוזים שכיחה. הסטודנטים התבקשו לפתור בעיה זו באמצעות שתי בחירות שונות זו מזו של הערך המיוצג במשתנה x . בגישת הפתרון שבה x מייצג את מחיר הכרטיס לילד (המחיר הגבוה) הפתרון פשוט מאוד, מחיר כרטיס האב הוא $0.6x$, המשוואה המתאימה היא: $x + 0.6x = 128$ ונקבל שמחיר הכרטיס לילד הוא 80 ש"ח ומחיר כרטיס האב הוא 48 ש"ח. בגישת הפתרון השנייה, בדרך "הטבעית פחות", x מייצג את מחיר הכרטיס של האב (המחיר הנמוך), ומחיר הכרטיס של הבן הוא $\frac{x}{0.6}$, המשוואה המתאימה היא: $x + \frac{x}{0.6} = 128$ ונקבל כמו בגישת הפתרון הראשונה שמחיר כרטיס האב 48 ש"ח ומחיר כרטיס לילד 80 ש"ח. רוב הסטודנטים שהתמודדו עם גישת הפתרון השנייה טענו טענה שגויה שאפשר להפוך את יחס הסדר המבוטא באחוזים ולקבל שהביטוי המייצג את מחיר הכרטיס לבן הוא $1.4x$. הם קיבלו את המשוואה $2.4x = 128$ וקיבלו את הפתרון השגוי: האב ישלם $X = 53\frac{1}{3}$ והבן ישלם $74\frac{2}{3}$. היות שברור שלבעיה זו יש רק תשובה נכונה אחת, קבלת שתי תשובות הפגיעה את השוגים (מתגובותיהם בשיעור וגם מהתיאורים ברפלקציה המובאים בהמשך) ויצרה קונפליקט קוגניטיבי – מצב שבו נוצר עימות בין התפיסה הקיימת ובין המציאות. יצירת מצב כזה נחשבת לאסטרטגיית הוראה בעלת פוטנציאל לקידום שינויים ולצמיחת ידע. על פי תאוריית האיזון של פיאז'ה (Piaget, 1975/1985) (equilibration theory), הקונפליקט מפר את האיזון הקוגניטיבי שבו נמצא הלומד וגורם לו למוטיבציה להתפתח היות שהוא רוצה להישאר במצב מאוזן. ההזדמנות להתנסות בקבלת תשובה שגויה וההתנסות בתחושה של היווצרות קונפליקט קוגניטיבי זומנו בכיתה, בלי ויקי, לשתי קבוצות הקורס ושימשו גורם שהניע את המשך התהליך.

כלי המחקר

בשלב השונים של רצפי ההוראה נאספו הנתונים בכלי המחקר האלה:



שלב ב: דיון כיתתי – בשתי קבוצות הקורס נעשו דיונים כיתתיים בלי שילוב הסביבה, כמה מהדיונים היו דומים לאלה שנעשו בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012). נוסף על כך בקורס 2 נעשו גם דיונים לאחר כתיבת רפלקציה על הפעילות בסביבת הוויקי. בעת הדיונים שיתפו הסטודנטים בחוויות שלהם מהתנסות שלהם בפעילות.

שלב ג: המשך ההתמודדות – שלב זה נועד לתת לסטודנטים עוד הזדמנות לפתרון הקונפליקט בתמיכת הסביבה, ולהשתמש ביכולת לכתוב, לערוך ולהעיר לאחרים בסביבת ויקי. בקורס 1 הסטודנטים עשו שלב זה לבד בבית בסביבת הוויקי. בקורס 2 שלב זה כלל כמה תתי-שלבים, תחילה בכיתה ובהמשך בבית.

שלב ד: כתיבת רפלקציה – שלב זה כלל כמה תתי-שלבים שבהם הסטודנטים התבקשו לכתוב בבית, בסביבת ויקי, רפלקציה על התהליך שעברו בפתרון הבעיה. הרפלקציה כללה אזכור של החוויה האישית שחוו תוך בחינת ידע שרכשו בקורס. הסטודנטים התבקשו לסיים את כתיבת הרפלקציה יומיים לפני מועד השיעור כדי לאפשר לסטודנטים ולמורת המורים לקרוא אותה לפני השיעור.

שלב ה: משימה שיתופית – המשימה השיתופית נעשתה בסביבת ויקי וכללה כתיבת פתרון לבעיית האב ודיון במטרות הפעילות לדעתם. המשימה סיפקה הזדמנות לסכם סיכום שיתופי של תהליך ההוראה שעברו הסטודנטים ברצף ההוראה. בקורס 1 ניתנה משימה שיתופית אחת ואילו בקורס 2 המשימה השיתופית נעשתה בשני תתי-שלבים וביניהם דיון כיתתי.

הוגדרו קטגוריות הליכה לפי שלושה סוגי ידע: ידע מתמטי הכולל ידע ייחודי למורים (SCK) (Ball et al., 2008), ידע פדגוגי וידע טכנולוגי.

מתוך ניתוח הנתונים לאחר התצפיות, השאלונים, פתרונות הסטודנטים ודפי הוויקי אותרו מאפיינים ושינויים בידע הסטודנטים, היבטים ושינויים הקשורים ליכולת של פרחי ההוראה לשתף פעולה, מאפיינים ושינויים בתפקיד ובפעילויות של מורת המורים ומאפיינים של משימות שתרמו לשינויים שנמצאו ואיתור הזדמנויות למידה.

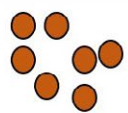
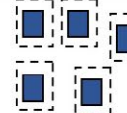
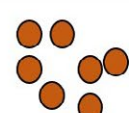
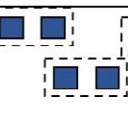
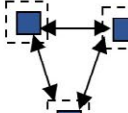
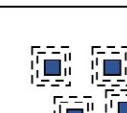
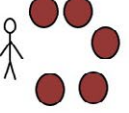
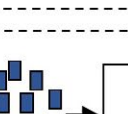
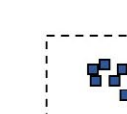
ממצאים

1. הזדמנויות למידה והוראה ברצף ההוראה "בעיית האב והבן"

במחקר כאן אותרו ההזדמנויות לפי שלושה סוגי ידע שתוארו קודם: ידע פדגוגי, ידע מתמטי וידע טכנולוגי. אותרו גם הזדמנויות הוראה של מורת המורים והן שויכו לידע פדגוגי. הזדמנויות ההוראה והלמידה אותרו בכל אחד משלבי רצף ההוראה שזוהו בקורסים. ההזדמנויות שאותרו כאן נוספו על **ארבע הקטגוריות** שאיתרה סוזן (2012): התנסות של הסטודנטים בחוויית למידה הדומה במאפיינה לחוויות שעוברים תלמידים; זיהוי ופיתוח של מודעות למאפייני בעיות המאפשרים ומקדמים למידה; פיתוח ידע מתמטי ופדגוגי בתחום התוכן שבו עוסקת הבעיה וחשיפה לאסטרטגיות המקדמות למידה מתוך הדגמת גילוי רגישות לצורכי הלומדים, לידע שלהם וליכולותיהם. הממצאים יוצגו על פי סוגי ידע שתוארו קודם לצד נתינת דוגמאות מחמשת שלבי הלמידה בשני הקורסים שנחקרו כאן.

לפני הצגת הממצאים על סוגי הידע, נציג את השלבים שזוהו בכל אחד משני הקורסים שנבדקו כדי להבהיר שההזדמנויות נוצרו בתהליך למידה רב-שלבי. שלבים אלה מוצגים בטבלה 1 לצורך השוואה בין מודל הלמידה ברצף ההוראה "בעיית האב והבן" בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012), למודל הלמידה בשתי קבוצות הקורס שנוספה בהן סביבת ויקי להוראה. להלן תיאור קצר של חמשת שלבי הלמידה:

שלב א: התמודדות ראשונית עם הבעיה – הרצף של בעיית האב והבן נעשה בקורס הראשון עם סביבת ויקי ובקורס השני בלי הסביבה. בזכות ניסיונה של מורת המורים עם רצף ההוראה "בעיית האב והבן" החלה מורת המורים את שלב א בהכנה לשלב זה ולרצף ההוראה כולו: "...אל תיבהלו במובן ההפוך, תקבלו בעיה שתהיה קלה, אני לא מחביאה סוד או טריק, בדרך השנייה אני מצפה שיעברו כמה מסרים".

טבלה 1: ייצוג מודל הלמידה ברצף ההוראה "בעיית האב והבן"				
השואה	קורס 2	קורס 1	קורס ללא ויקי (סוזן, 2012)	השלב
לאחר המסקנות מהניסוי נעשה שלב זה בקורס 2 בכיתה, כפי שנעשה בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012).	 עבודה אישית בכתב בכיתה	 עבודה אישית בוויקי	 עבודה אישית בכתב בכיתה	שלב א: התמודדות ראשונית עם הבעיה
בקורס 1 נעשה דיון כיתתי, כמו בקורס המקורי של סוזן שנעשה בלי שילוב סביבת ויקי. בקורס 2 נעשו כמה דיונים.	 דיון כיתתי	 דיון כיתתי	 דיון כיתתי	שלב ב: דיון כיתתי
בקורס בלי ויקי לא נעשה שלב זה. בקורס 1 נעשה שיפור הפתרון האישי, בלי משוב לעמיתים.	 עבודת בית בזוגות  עבודת בית: משוב לעמיתים בוויקי	 עבודת בית אישית בוויקי	---	שלב ג: המשך ההתמודדות
בקורס בלי ויקי נעשה רק שלב הרפלקציה בכתב, בלי קריאת תשובות העמיתים.	 עבודת בית: רפלקציה בוויקי	 עבודת בית: רפלקציה בוויקי	 רפלקציה בכיתה	שלב ד: כתיבת רפלקציה
בקורס בלי ויקי לא נעשה שלב זה. בקורס 1 היה רק שלב אחד במשימה השיתופית, ובקורס 2 היו שני שלבים ודיון ביניהם.	 שני שלבי עבודת בית שיתופית בוויקי וביניהם דיון	 עבודת בית שיתופית בוויקי	---	שלב ה: משימה שיתופית

בגישת "לא לומר" שלפיה אין אומרים לסטודנטים את התשובה הנכונה, אלא יוצרים קהילת שיח התומכת בתהליך של מציאת הפתרון. מניחות העריכות (באמצעות בדיקה של היסטוריית העריכות), צפייה בשיעורים והרפלקציה, ניכר שהסטודנטים התקשו למצוא בעצמם את הטעות, ורק כ-50% הצליחו למצוא בשלב זה את התשובה הנכונה.

1.א. הזדמנויות העוסקות בידע פדגוגי של הסטודנטים

התנסות הסטודנטים בניסיון לתקן את השגיאה והתנסות בלמידה בגישת "לא לומר"

בשלב א ברצף ההוראה של בעיית האב והבן ניסו הסטודנטים לתקן את השגיאה בכיתה לבד או עם עמיתים. בקורס 1 ניסיון התיקון נעשה בסביבת ויקי ואילו בקורס 2 פנים אל פנים. ניסיון זה סיפק הזדמנות ליישום למידה



התנסות של הסטודנטים בהפגנת רגישות ואמפתיה כלפי שגיאות ובחשיפה להתמודדות של אחרים

בקורס 2 הדיון (שלב ב) נעשה לאחר שהסטודנטים כבר כתבו על ההתנסות שלהם ברפלקציה בסביבת ויקי והייתה להם הזדמנות לקרוא על ההתנסות של עמיתים שלהם. תהליך זה של כתיבת רפלקציה מאפשר להבחין באופייה הכללי של החוויה, לראות את הדמיון בין התהליכים שחוו אלה ששגו ולהסיק שלכל הסטודנטים תהליך הפתרון לא היה קל, גם לאלה שלא שגו. למשל ס' 1 מקורס 1 שפתרה נכון תיארה את הקושי שחוותה במהלך הפתרון:

לא הבנתי בהתחלה מה הבעיה. פתרתי אותה ללא משתנה על ידי ערך משולש רגיל. אחר כך הבנתי שהכוונה הייתה להשתמש במשתנה. הצלחתי לפתור למרות שזה לא נראה לי הגיוני להגדיר זאת כך. כששוחחתי עם הסובבים אותי הבנתי שקיים בלבול אמיתי...

נוסף על כך לסטודנטים שלא טעו הייתה הזדמנות להיחשף לחוויות של אחרים בתהליך כזה ולהסיק ממנו מה התלמידים עשויים לחוות במצב דומה. מורת המורים בדיון סיכמה את החוויות:

מה שצפוי לקרות אכן קרה – בגלל שאנשים שונים עבור חוויות שונות כמובן היו כאן כאלה שהם יחסית מהר פתרו בשתי הדרכים [...] גם אלה אמרו שהפתרון השני היה קצת יותר קשה מהראשון, היו כאלה שאמרו שהפתרון השני היה מאוד קשה להם אבל בסך הכול בסופו של דבר פתרו, והיו כאלה שלאחר שהם פתרו אז הם ראו שלמעשה הם קיבלו פתרונות שונים ואז?

אחד הסטודנטים אמר שמתברר שטעה, ואז סטודנטים אחרים הצטרפו ואמרו שגם הם טעו. מורת המורים גילתה רגישות ואמפתיה כלפי תשובות הסטודנטים. בגילוי רגישות זו, מורת המורים זימנה לסטודנטים הזדמנות להקשיב לתחושות שעמיתים חוו בעת פתרון בעיה ולהבין כמה חשוב לגלות רגישות כלפי תחושות אלה:

אני בטוחה שאם היו נותנים לי את זה, הייתי נופלת [...] ולא כל כך היה לי טריוויאלי להגיע לפתרון הנכון, זאת אומרת, אין פה בושה בזה שאנחנו נפלנו [...] הכוח של הידע האינטואיטיבי הוא כל כך חזק שהוא משתלט עלינו גם כשיש לנו את הידע הפורמלי הרלוונטי החיוני לפעולת ההוראה.

ההתנסות גם תרמה להזדהות עם תלמידים בכיתה.

ס' 5 מקורס 1:

ככל שהעמקנו בדיון כך הבנתי את תחושת התלמידים בכיתה יותר, עד שכמעט נפלתי בעצמי לפח ולא

הצלחתי לשכנע את עצמי בנכונות הפתרון.

ס' 16 מקורס 2:

לכולנו אני חושבת (ותקנו אותי אם אני טועה) לקח שתיים שלוש דקות עד שעיקלנו מה המרצה ביקשה מאיתנו בעת שקיבלנו את חלק ב של המשימה, ואנחנו בוגרי חוגים ריאליים כבר. אם היינו שמים את עצמנו קצת בנעליו של התלמיד, גם לו אני חושבת שיהיה קשה השינוי הזה בסדר המשתנים.

סטודנטית שלא טעתה בפתרון בגישה ב תיארה את תרומת קריאת התשובות שנכתבו בסביבה ויקי להבנת הקשיים של אחרים:

בשיעור הראשון התחלנו להשתמש בוויקי. הייתה הזדמנות לקבל ולתת מידע [...] הייתה אווירה של ומשא ומתן [...] היה קשה לאחרים להפוך שתי הגדרות של אותו משתנה באותה בעיה, זה נראה שיעור מדהים שלא חשבתי עליו אף פעם ומעניין להיות בו. אני חושבת שהמרצה התכוונה בשיעור זה לצייר לנו תמונה של חשיבה עצמית [...] אחר כך לשלב את זה עם דעות אחרות או שיטות אחרות עם אחרים כלומר שהמתמטיקה זה לא רק קו ישר אלא איזשהו תהליך ספירלי ומתמשך וייתכן שיש בה טעויות וזה לא בושה אלא זה מאפשר לתקן ולהיעזר באחרים וללמד שיטות נכונות לחשיבה מתמטית.

היכרות עם ידע אינטואיטיבי לאחר קריאת תחושות של אחרים מההתנסות בקבלת תשובה שגויה

כאמור בקורס 2 מורת המורים דנה בכיתה בהשפעת האינטואיציה לאחר שלב הרפלקציה שנעשה בסביבת ויקי. כלומר לאחר שלסטודנטים כבר הייתה הזדמנות לעיין ברפלקציה של עמיתיהם, וגם אלו שלא טעו, יכלו להבין מה אפשר לחוש במצב כזה. למורת המורים הייתה הזדמנות להסביר מדוע עושים טעות אף שיש ידע פורמלי, תוך בחינת ההתנסות האישית של הסטודנטים וכיצד המורה יכול לעזור לתלמידיו להתמודד עם השפעת האינטואיציה.

מ"מ: מה המטרה שלי במשימת האב והבן לנוכח הדיון הזה שעשינו עכשיו?

ס': להראות שהולכים לפי אינטואיציה ונופלים כי זה לא תמיד נכון.

ס': לפעמים לא מספיק חזקים במשהו שלימדו.

מ"מ: אה... באמת? ז"א שאתם לא מספיק חזקים באחוזים וברפרנס (שלם ייחוס)?

מ"מ: זאת בדיוק המטרה שלי. בדיוק להילחם במה שאתה אמרת עכשיו. כי המטרה שלי היא להעביר

לתיאור התחושות וקריאת תחושות של אחרים, פתרון הקונפליקט ולבסוף יצירת תנאים להיווצרות קונפליקט זה בכיתה ודרך השימוש במיומנות הוראה זו בכיתה. סטודנטים ששגו בפתרון בגישה ב, כלומר פתרון בדרך "הפחות טבעית" שבה המשתנה מייצג את מחיר הכרטיס של האב, תיארו תהליך שהתחיל בקלות ובמפתיע הפך לקשה:

ס' 10 מקורס 1:

שבתחלה זה היה קל מדי ובשניות זה הפך למשהו קשה, והכנים את כולנו לקונפליקט קוגניטיבי, עד כמה השאלה יכולה להסתבך כשמסתכלים עליה בכיוון אחר!?

ס' 8 מקורס 1:

כשנתבקשנו לעשות את זה באופן הפוך שבו נתייחס לאב כאל השלם אז הייתה ההפתעה! התשובה הייתה שונה.

שלב ג אפשר לרוב הסטודנטים לפתור את הקונפליקט הקוגניטיבי. שלא כקורס בלי ויקי (סוזן, 2012), שבו יש רק שלב אחד של התמודדות, רק 10 מתוך 24 סטודנטים (41.7%) הצליחו לפתור את הקונפליקט. בקורס 2 הדרישה לכתוב פתרון המוסכם על שני בני הזוג סיפקה הזדמנות הן ללמד עמיתים הן ללמוד מהם ולהפעיל יחד תהליכי בקרה לבדיקת הפתרון. מורת המורים ביקשה מהסטודנטים להתחלק לזוגות באופן **ש אחד מבני הזוג קיבל שתי תשובות שונות זו מזו ולמעשה שגה והאחר פתר נכון**. חלוקה זו נעשתה כדי לזמן את מרב ההזדמנויות לסטודנטים: הן מבחינת אלה שלא פתרו ללמוד מעמיתים הן מצד אלה שפתרו להתנסות בהוראת עמיתים וכן ללמוד מהם היכן הקשיים. בפועל הסטודנטים התחלקו לזוגות לפי קשרים חברתיים ולא לפי ההנחיות: רק שניים מבין שבעת הזוגות התחלקו לפי ההנחיות ומתוך כך קיבלו את ההזדמנות שמורת המורים רצתה לתת להם: בן הזוג שפתר נכון בכתב הסביר לבן הזוג האחר את הפתרון, והם יצרו יחד פתרון משופר הדומה לזה של הפותר נכון. הסטודנטית היחידה מקורס 1 שלא הצליחה לפתור את הקונפליקט לפני השלב האחרון של המשימה השיתופית תיארה את הקושי שחוותה בתהליך:

השאלה הייתה לי ברורה בהתחלה, ואני אפילו חושבת שבחרתי בדרך "הבטוחה" [...] בחלקו השני של התרגיל שנתבקשנו לבצע את החישוב לפי הגדרת מחיר הכרטיס לאב כ-100%, התקשיתי להגיע לפתרון. כמו כן התקשיתי להבין את הסיבה. עדיין מתקשה.

לכם מסר. שהתלמידים שלכם עשויים ליפול גם על דבר שהם כן יודעים. בגלל הכוח העצום של הידע האינטואיטיבי, הוא משתלט עליך. הרבה פעמים גם בסיטואציה שיש לך את הידע הפורמלי. מכל מיני סיבות. [...] התפקיד שלנו כמורים לעזור לתלמידים להבין שזה טעות מה שעשיתי. ולהיות מסוגלת לעשות בקרה על מה שבאמת בניתי בהשפעת הידע האינטואיטיבי [...] אני יכולה לפנות לידע הפורמלי שלי [...] אם יש לי איזה פעמון אזהרה שאומר רגע כשהמחיר עולה והוא יורד, אני צריכה לדעת שיש שם איזושהי בעיה.

ברפלקציה אחרת שנעשתה אחרי דיון זה, הסטודנטים כבר השתמשו בידע הפדגוגי שרכשו על אינטואיציה ודנו בהתנסות האישית שלהם בהשתלטות שלה:

ס' 17 מקורס 2:

ציפינו לעבור באופן אינטואיטיבי מערכים של 1 ו-6.0 לערכים של 4.1 ו-1.

ס' 5 מקורס 1:

האינטואיציה כאן לא כל כך עוזרת וקל יותר להאמין ולשכנע את עצמנו שמחיר כרטיס הבן גבוה ב-40% ממחיר כרטיס האב.

הסטודנטים גם דנו באמפתיה שיש לגלות כלפי תלמידים הטועים בשל הקושי להילחם באינטואיציה.

ס' 5 מקורס 1:

למדתי שמה שברור לי לא כל כך ברור לתלמיד, גם לאחר שאנסה להסביר לו בכל כוחותיי ובכל דרך שנראית לי הגיונית. קשה מאוד "להילחם" בתחושה אינטואיטיבית, גם כשמגבים זאת בדוגמאות ועובדות מספריות. בנוסף למדתי שעליי לגלות אמפתיה רבה יותר במהלך השיעורים, וגם כשמבינים לא תמיד מבינים עד הסוף, ותמיד יכולה להיות דוגמה שתשבש את ביטחונו בחומר [...] הקושי שלנו כמורים להתמודד עם תשובות אינטואיטיביות של תלמידים שלעיתים לא נכונות מתמטית אך קשה לשכנע את התלמיד באי נכונותן. גם כאשר מנסים להדוף את הידע האינטואיטיבי, כנראה שבאמת הידע הפורמלי קשה ולא טריויאלי.

היכרות עם קונפליקט קוגניטיבי: תיאור תחושה של היווצרות קונפליקט זה, פתרון הקונפליקט בסביבת ויקי והוראה בכיתה בשילוב קונפליקט זה

הזדמנויות הוראה בהיכרות עם קונפליקט קוגניטיבי כללו רצף של הזדמנויות שהתחילו בהתנסות אישית, המשיכו



בסוף התהליך הסטודנטים כבר קישרו את המונח קונפליקט קוגניטיבי להוראה שלהם בכיתה ושהדרישה לפתור בדרכים מגוונות עשויה ליצור קונפליקט זה:

ס' 6 מקורס 1:

אילו המרצה לא ביקשה מאיתנו לפתור בדרך השנייה לא היינו עולים על הקושי של השאלה ואפילו לא הייתה מתעוררת ההתלבטות איך לבטא ולהסביר באופן מתמטי.

ס' 11 מקורס 1:

איך הסתכלות של תלמיד בצורה אחרת על הבעיה יכולה לסבך אותו. כמורים יש להיות מוכנים לכמה שיטות פתרון, לראות איך אפשר לבדוק את הפתרון על ידי דרך שנייה.

ס' 7 מקורס 1:

הבנת הטעות שנעשתה יכולה לפעמים להיות קשה יותר מאשר הניסיון למנוע אותה.

ס' 10 מקורס 1:

אני חושבת שכלי זה צריך ללמד את התלמידים שלנו בבית הספר על מנת לגרום להם לחשוב ולפתח דרכים שונות, אך חשוב לשים לב שקונפליקט כזה מחייב אותנו לתת להם הכוונה על מנת שלא יאבדו את הדרך להתקדם.

המשימה השיתופית בוויקי (שלב חמישי ואחרון ברצף ההוראה) סיפקה עוד הזדמנות להבין את מקור הטעות שעשו רבים מהסטודנטים בגישת הפתרון השנייה ולזמן הזדמנות לפתור את הקונפליקט הקוגניטיבי שנקלעו אליו. בסוף שלב הפתרון השיתופי כמה מהסטודנטים הוסיפו הסברים לדרך ההגעה לתשובה הנכונה, וכל הסטודנטים בשתי קבוצות הקורס הצליחו לפתור את הקונפליקט. הסטודנטית היחידה מקורס 1 שלא פתרה את הקונפליקט בשלב הקודם, הוסיפה פתרון לדף הפתרון האישי שלה מתוך הכתוב בפתרון השיתופי. שני הסטודנטים היחידים מקורס 2 שלפני שלב זה כתבו פתרון ה"עוקף" את הבעיה, הגדירו שמחיר הכרטיס של אב הוא $128-x$ והשתתפו בעריכה השיתופית שכללה שימוש מתאים בנעלמים ובמודל שטח.

התנסות של הסטודנטים בכתיבת הסבר, במתן משוב לעמיתים ובקבלת משוב

בקורס 1 הסטודנטים התבקשו להסביר בשיעור את פתרונם כדי לתת לסטודנטים האחרים הזדמנות להבין את פתרונם. בקורס 2 ההסבר נכתב בסביבת ויקי והסטודנטים התבקשו לכתוב משוב לעמיתיהם על ההסבר. דרישה זו סיפקה לסטודנטים הזדמנות להתנסות בהבנת תשובות

של אחרים, לנסות להיכנס ל"ראש" של הסטודנטים בדומה למצופה מהם בכיתה וכן להתנסות בכתיבת משוב. ההערות נגעו לדרך הפתרון, לדרך ההסבר או לחוסר בהסבר וכן התמקדות כללית בסגנון הפתרון. שמונה (מתוך 14) דנו בהסברים: ארבעה כתבו בכלליות שחסר הסבר וארבעה ציינו היכן חסר ההסבר. למשל: "איך הגעתם שמחיר הבן הוא $\frac{5}{3}$ ממחיר האב?" סטודנטית אחת החמיאה לסגנון ההסבר באומרה: "ס' 9 מקורס 2 הגיב כמו מורה מקצועי למתמטיקה, אז לדעתי הוא כבר ראוי לתואר". ההתנסות זימנה את ההבנה בצורך בהסבר מותאם לתלמידים: שני סטודנטים העירו הערות מנוגדות לאחת הקבוצות, הערות שסיפקו ידע על החשיבות במתן הסברים המותאמים לתלמידים. אחת הסטודנטיות כתבה שהפתרון ברור מאוד ומנגד ס' 8 מקורס 2 כתב: "איך הגעתם ל- $\frac{5}{3}x$? אני חושב שזה לא אינטואיטיבי להגיע למספר הזה ומי שלא מבין את הנושא, יתקשה להבין איך עשיתם את זה".

הסבר באמצעות ערך משולש: התשובה של ס' 5 מקורס 1, סטודנטית שהיא כבר בעלת ניסיון בהוראה, סיפקה לסטודנטים הזדמנות ללמוד כיצד להיעזר בהוראה בערך משולש למציאת קשר בין גדלים כשיטה שאפשר ללמד באמצעותה את התלמידים לפתור בעיות אחוזים. כתיבת ההסבר זימנה גם הזדמנות לשתף בקושי בכתיבת הסבר המובן לאחרים וזימן למעשה התנסות בהוראה. ס' 2 מקורס 1 דן בקושי בהסבר של פתרון שכתב עליו והסביר שאף על פי שהשאלה באחוזים הוא השתמש ביחס לפתרון הבעיה: "ניסיתי להסביר לשותפה שלי את הפתרון וזה היה מאוד קשה כי הדרך שאני בחרתי לפתרון הייתה מאוד שונה מזו שמשתמשים בבעיית אחוזים."

התנסות זו גם תרמה להבנת החשיבות במתן הסברים מגוונים לתלמידים:

ס' 1 מקורס 1:

ישנם תרגילים שאנחנו יודעים לפתור בדרך מסוימת, אך מאוד מתקשים לראות את הפתרון בדרך אחרת. ואני עושה הקבלה לתלמידים, שאני מסבירה להם תרגיל בצורה מסוימת, וייתכן שהם לא יבינו אותה, אך הסבר הפתרון בדרך אחרת אולי כן יהיה בהיר להם.

הבנה שיש קושי בהוראת נושא האחוז ובייחוד בזיהוי השלם:

ס' 2 מקורס 1:

הנושא של אחוזים הוא לא כזה פשוט כפי שזה נראה לנו כמורים למתמטיקה לעתיד.

ס' 5 מקורס 1:

כששוחחתי עם הסובבים אותי הבנתי שקיים בלבול אמיתי ולא ברור מדוע אם מחיר כרטיס האב נמוך ב-40% ממחיר כרטיס הבן, מדוע מחיר כרטיס הבן לא גבוה ב-40% ממחיר כרטיס האב.

1.1. ידע פדגוגי של מורת המורים

התנסות של מורת המורים בהשפעה של שילוב ויקי בשלב ההתמודדות הראשוני

במקורס 1 מורת המורים התנסתה בשילוב סביבת הוויקי בשלב ההתמודדות הראשוני. שילוב זה תרם להגדלת מספר המשיבים נכון ולמעשה גרם לזירוז פתרון הקונפליקט, אך מנע מלדעת את הפתרון הראשוני של הסטודנטים. לכאורה חמישה מתוך 12 הסטודנטים במקורס 1 פתרו נכון ולא חוו קונפליקט (41.6%), בעוד במקורס 2 ארבעה סטודנטים מתוך 14 (28.6%) פתרו נכון ובמקורס של סוזן ארבעה מתוך 24 (16.67%). רק סטודנטית אחת מתוך 12 במקורס 1 תיקנה את פתרונה בעת עבודה בסביבה, לעומת 28.6% במקורס 2 ו-25% במקורס בלי ויקי (סוזן, 2012). סטודנטית זו כתבה פתרון הדומה לאחד מהפתרונות הנכונים שנכתבו בסביבה. בהמשך בשלב הרפלקציה התברר שרק שני סטודנטים במקורס 1 פתרו נכון מהתחלה (16.67%), בדומה לאחוז המשיבים נכון במקורס בלי ויקי. נוסף על כך בסביבת ויקי היו סטודנטים שלא צירפו פתרון אף שלפי הממצאים (מהתצפיות ומשלב הרפלקציה) הן שגו. ממצאים אלה מעידים שכדי לדעת מהו הפתרון הראשוני של הסטודנטים, כדאי לעשות את שלב ההתמודדות הראשוני בכתב יד ולא בסביבה הדיגיטלית.

התנסות של מורה המורים בניהול דיון מתוך בחינת תשובות הסטודנטים שנכתבו בסביבה

בעזרת אופי העבודה בסביבת ויקי למורת המורים ולסטודנטים הייתה הזדמנות לקרוא את הפתרונות של הסטודנטים ואת המשוב שלהם לפתרון ומתוך כך לנהל בכיתה דיון ממוקד וקצר לפיתוח הידע הנחוץ. למורת המורים הייתה הזדמנות לתכנן לפני השיעור באילו נושאים לדון, בלי צורך בתיאור הפתרון כולו שדנים בו כי לסטודנטים הייתה הזדמנות לקרוא את הפתרון לפני השיעור. שלושה מתוך הנושאים לדיון היו אלה: הכוונה לדרך פתרון הקשורה ליחסים, שימוש בטבלה בפתרון והגעה לביטוי המייצג את מחיר כרטיס הבן. להלן כמה דוגמאות לדיונים:

ס' 8 מקורס 2:

קצת נתקעתי עם הפתרון השני, ואז הסתכלתי על הקודם ואז ראיתי שמפה אני יודע ואז...

הוא הגדיר בדרך ב את המחיר שהאב ישלם כ- $x-128$, ופתרון זה למעשה "עוקף" את הבעיה כי אינה מגדירה את היחס בין המשתנים. מורת המורים ניצלה את ההזדמנות שס' 8 מקורס 2 תיאר את תהליך הפתרון להבהרת תהליך הפתרון הרצוי מבחינתה. את הפתרון הזה כתבו שני סטודנטים, שעד לדיון זה חשבו שפתרונם נכון, אך הם קיבלו בשתי הגישות את אותו הפתרון (שני סטודנטים אלה הם 2 מתוך 6 הסטודנטים שלא תיקנו את פתרונם בשלב א).

מ"מ:

כן אבל הפתרון שלך הוא לא הפתרון שרצינו, הפתרון עם $x-128$ הוא מה שאנחנו קוראים "לא חוכמה" [...] הכוונה הייתה להגיד עכשיו X זה האב [...] באיזושהי צורה אחרת למצוא את הבן, בדרך שקשורה ביחסים ביניהם. [...] וכאן יש גם את הקץ' למה אנחנו טעינו, שגם זה דבר שצריך לברר או בדיוק לשים עליו את האצבע איפה אתה בשאלה הזאת.

מחוסר הביקורת של הסטודנטים לפתרון זה, ואפילו הסכמה מכמה מהם שזה הפתרון הרצוי, למשל ס' 1 מקורס 2 כתב במשוב על תשובה זו: "פתרון טוב, ולא חשבתי עליו בכלל", מורת המורים הבינה שיש לדון עם כל הקבוצה מדוע פתרון זה "עוקף את הבעיה". למעשה לסטודנטים שעקפו את הבעיה לא הייתה הזדמנות לחוות קונפליקט קוגניטיבי, ולמורת המורים הייתה הזדמנות בדיון להבהיר זאת. דיון אחר עסק בדרך השימוש בטבלה לפתרון ובחשיבות שילוב הסבר למקור רכיבי הטבלה.

מ"מ:

הקבוצה הראשונה השתמשה בטבלה. אולי תנסו להשתמש בטבלה בשימוש קצת יותר מוצלח...

דיון אחר עסק בחשיבות ההסבר הקשור בהגעה לביטוי המייצג את מחיר הכרטיס של הבן שהיה $\frac{x}{0.6}$ בפתרון בגישה ב:

מ"מ:

וזה אומר שאתם יכולים גם להגדיר יותר מהסבר אחד, זאת אומרת אפשר את הקטע של ההסבר, את המעבר הקריטי הזה של החלקי 0.6 לכתוב בכמה דרכים. כי יכול להיות, יכול להיות שאתם גם יכולים להיתקל בפעמים שהסבר אחד לא מובן לו ודווקא הסבר אחר יהיה מובן יותר.

היה גם אזכור של קהל היעד, ס' 5 מקורס 2 הדגישה שההסברים שכתבו הם בשביל סטודנטים ומורת המורים הבהירה שההסברים צריכים להתאים לתלמידים בכיתה ח'.



בפעם השנייה התבקשנו לשנות את הגדרת המשתנים – x מחיר כרטיס כניסה לאב. סימנתי 1.4 כפול מחיר כרטיס כניסה לבן וכשפתרתי המשוואה קיבלתי פתרון שונה, כלומר שני פתרונות לבעיה אחת, וידעתי שיש משהו לא בסדר וידעתי שהגדרת המשתנים לא נכונים.

מורכבות נושא האחוז וזיהוי שלם הייחוס

כמה מהסטודנטים דנו במורכבות של פתרון בעיות בנושא האחוז: חלקם דנו במורכבות בזיהוי השלם והאחרים ניסחו את התפיסה השגויה בנושא האחוז:

ס' 6 מקורס 1:

והבנתי שעלייה באחוז שונה מירידה באחוז [...] הבעיה הייתה בקביעת החלק השלם...

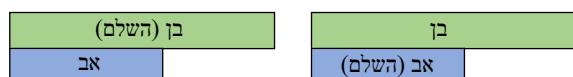
ס' 7 מקורס 1:

סימון מחיר הכרטיס לילד בתור $1.4x$ הוא שגוי מיסודו כיוון שיש לשמור על המסגרת של ה-100%

ס' 9 מקורס 2 דן ביתרון של פתרון באמצעות שני משתנים ובקשר שלו לחוסר הסימטריות בבעיה: "יפה ששמתם לב לכך שאפשר להשתמש במשתנה עזר שמקל על המעבר הלא סימטרי בין השאלות".

שימוש בייצוג ויזואלי לחשיפת מקור הטעות ולפתרון הקונפליקט

בשתי קבוצות הקורס הסטודנטים השתמשו ביחס אך לא נעזרו בייצוג ויזואלי לפתרון לפני התערבות הבאה. מורת המורים נתנה רמז כדי לחשוף את מקור הטעות שעשו ולעזור לסטודנטים לפתור את הקונפליקט שנקלעו אליו. **בקורס 1** מורת המורים נתנה רמז שלא קשור לתשובות הסטודנטים. היא שרטטה שני שרטוטים זהים (איור 1) וציינה שבכל אחד מהם אפשר להגדיר שלם אחר: באחד השרטוטים אפשר להגדיר שהבן הוא שלם ולבדוק בכמה האב קטן מהבן, ובשרטוט השני להפך. מורת המורים ציפתה שהם יעזרו ברמז בשלבים האחרים של הפתרון בסביבת הוויקי.



איור 1: רמז ויזואלי לפתרון בעיית האב והבן

בקורס 2 שהיו בו עוד שלבים בפתרון הבעיה וגם שולבו דיונים אחרים, מורת המורים עסקה בייצוג הוויזואלי בכמה דיונים. לאחר שלב ג ציינה מורת המורים שס' 14 מקורס 2 הצליח לפתור את הקונפליקט באמצעות יחס, אך חסר בפתרונו התייחסות לשלם הייחוס. בסיום דיון זה מורת המורים הציעה להיעזר בייצוגים ויזואליים, אך

הערכת ידע הסטודנטים לפי תשובות הסביבה

התשובות המגונות של הסטודנטים שימשו גם להערכת ידע הסטודנטים, ומתוך כך לעצב פעילויות אחרות. הסטודנטים כתבו בסביבה תשובות אישיות, שיתופיות וכן כתבו רפלקציה. הרפלקציה מזמנת למורת המורים מידע על התהליכים שחוו הסטודנטים והידע שרכשו. התשובות האישיות או השיתופיות והמשובים עליהן סיפקו למורת המורים מידע על הבנת הפתרונות המגוונים, מידע שנעזרה בו כאמור בניהול הדיון הכיתתי, אך גם בעיצוב פעילויות המשך. למשל ממתן ההסברים לדרך ההגעה לביטוי $\frac{5}{3}x$ אצל כמה מהסטודנטים וחסר בהסברים אצל אחרים, הסיקה מורת המורים שיש צורך להגיע להסבר מדויק יותר של דרך ההגעה לביטוי זה, וכך עוצבה המשימה השיתופית בשלב האחרון ברצף ההוראה בקורס.

הזדמנות להערכת ידע הסטודנטים לאחר עבודה שיתופית

כתיבת פתרון שיתופי (שלב חמישי ואחרון ברצף ההוראה) אפשרה למורת המורים לתת הזדמנות לסטודנטים לפתור את הקונפליקט בסביבה שיתופית והזדמנות להעריך את ידיעותיהם של הסטודנטים בתום רצף ההוראה. למשל, בשני הקורסים אפשר לראות הסברים השונים זה מזה בכמה משתנים שמשמשים בהם במהלך הפתרון. בקורס 2 הייתה גם הזדמנות להעריך את ידע הסטודנטים על השימוש במודל שטח לפתרון בעיית אחוזים, המתואר להלן בפסקה העוסקת בידע מתמטי.

2. הזדמנויות העוסקות בידע מתמטי

ניתוח דרכי הפתרון מעלה הזדמנויות הקשורות להעמקת ידע מתמטי בהוראה הקשור לבעיית אחוזים: שימוש במשתנה, משוואה, אחוז, ערך משולש, שימוש במשתנה עזר ושמירה על יחס. כשהפתרונות נכתבים בסביבה לסטודנטים יש הזדמנות לבחון את דרך השימוש של העמיתים שלהם במושגים מתמטיים ובשיטות מגוונות לפתרון. השימוש בערך משולש לפתרון בעיות באחוזים לא היה מוכר למקצת הסטודנטים, והסביבה סיפקה הזדמנות להיכרות עם שיטה זו. בשלב ב, שלב הדיון הכיתתי, אותרו הזדמנויות הקשורות לזיהוי בעיה שיש לה פתרון אחד ומתוך כך בקרה על הפתרון ושימוש בייצוג ויזואלי לפתרון בעיה.

בקרה על הפתרון

הסטודנטים עשו בקרה על הפתרון. היות שזו בעיה שלפי הנתונים יש לה רק פתרון אחד, קבלת שני פתרונות שונים זה מזה יצרה את התנאים ליצירת קונפליקט קוגניטיבי. הכתיבה בסביבה אפשרה לתאר תהליך ולעמוד על מקור הטעות – בעיה בהגדרת המשתנים. כך תיאר זאת אחד הסטודנטים, ס' 12 מקורס 1:

המייצג את מחיר כרטיס הבן, כשמחיר כרטיס האב הוא השלם המייצג ב־x.

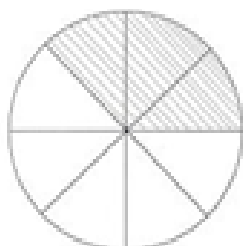
מציאת קשר בין משתנים באמצעות ייצוג של שטחים

ס' 8 מקורס 1 נעזרה במודל השטח כדי למצוא את הקשר בין המשתנים בשתי הגישות. בגישה ב, שה־x בה מייצג את מחיר כרטיס האב, היא שרטטה טבלה (איור 3), וסימנה בכל תא את אותו ערך. את ההסבר היא כתבה לאחר מכן, בשלב הרפלקציה. פתרון זה הוא הזדמנות שלא מומשה והסטודנטים בקורס 1 לא נעזרו בה לשימוש במודל השטח לפתרון בעיית אחוזים, שלא כמו בקורס 2 כפי שיתואר בהמשך בשלב ה.

בן	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
אב			1/3	1/3	1/3

איור 3: טבלה לייצוג מחיר הכרטיסים

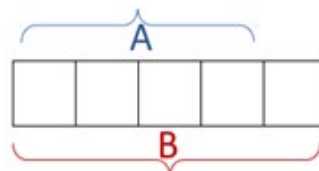
במהלך הפתרון השיתופי סיכמו הסטודנטים את הפתרונות שעשו. בסיכום הם קישרו בין מושגים מגוונים, דנו בפתרון באמצעות ערך משולש והשתמשו במודל עיגולים: בקורס 1 פתרו באמצעות יחס מתוך קישור לשיטת הפתרון ערך משולש, כך לפי ס' 5 מקורס 1: "יש לשמור על היחס [...] לכן גם לפי ערך משולש נקבל...". בקורס 2 על סיכום הפתרונות שכללו פתרון בשני משתנים ופתרון במשתנה אחד, נוספו הסברים שלא היו בשלבים הקודמים ונוסף הסבר בלי שימוש במשתנים. ס' 10 מקורס 2, אחת מהסטודנטיות שדנה בהבדל זה, כתבה: "ההסבר על ידי נעלם נוסף הוא טוב כדי להראות שיש עוד דרך לפתרון הבעיה אבל הפתרון הרצוי שמראה על הבנה הוא הפתרון עם נעלם אחד". בעת הפתרון השיתופי נוספו הסברים באמצעות מודלים מגוונים של גזרות עיגולים, בחלוקה לכל מיני גזרות וחשובי היחס בין שטחי הגזרות. בכמה מהמודלים הגזרות שייצגו את מחירי הבן והאב כיסו זו את זו ובאחרים לא. את האיור צירף ס' 14 מקורס 2 שהשתמש בהכוונה של מורת המורים בדיון הכיתתי לתת הסבר ויזואלי וכתב הסבר זה: "ביטוי סכום המחירים כשלם בעזרת שטח עיגול ונחלקו לפי סכום היחס בין המחירים שהינו 8 (5+3)".



איור 4: מודל עיגולים

בקורס 2 שהיו בו עוד שלבים בפתרון הבעיה וגם שולבו דיונים אחרים, מורת המורים עסקה בייצוג הוויזואלי בכמה דיונים. לאחר שלב ג ציינה מורת המורים שס' 14 מקורס 2 הצליח לפתור את הקונפליקט באמצעות יחס, אך חסר בפתרונו התייחסות לשלם הייחוס. בסיום דיון זה מורת המורים הציעה להיעזר בייצוגים ויזואליים, אך בלי רמז מוחשי להסבר הפתרון: "תנסו לראות אם אתם יכולים לתת הסבר ויזואלי לקשרים בין העניין הזה של להגדיל להקטין [...] אתם צריך לחשוב במונחים של מי השלם".

בקורס 2 הדיון שהמחיש את השימוש בייצוג ויזואלי בפתרון נעשה רק לאחר שמורת המורים נתנה לסטודנטים הזדמנות לפתור את הקונפליקט בעת משימה שיתופית. בפתרון השיתופי בקורס 2 (שלב ה), ס' 14 מקורס 2 נעזר בייצוג ויזואלי לפתרון – ייצוג של עיגולים שפחות מתאים כאן. כדי להבהיר את התועלת בשימוש בייצוג בכלל ובייחוד להבהיר שמודל שטח של מלבן מתאים יותר לפתרון בעיית האב והבן, מורת המורים נתנה בעיה אנלוגית לבעיית האב והבן וביקשה לפתור בייצוג ויזואלי: "אם B גדול מ-A ב-25%, בכמה A יהיה קטן מ-B?". בעת הדיון הסטודנטים הגיעו לייצוג ויזואלי של שטחי מלבנים (איור 2), אך הדיון לא התפתח להשוואה עם ייצוג העיגולים שנכתב בסביבה.



איור 2: שימוש בייצוג שטח מלבן למציאת הקשר באחוזים בין שני גדלים

סיוע בהבנת קשרים בין מושגים מתמטיים שונים זה מזה

פתרון בסביבת ויקי וכתובת משוב לעמיתים זימנו הזדמנויות להעמיק את הידע המתמטי ולקשר בין מושגים. הזדמנויות אלה התבטאו הן בפתרון עצמו שקישר בין מושגים מתמטיים, הן במגוון דרכי פתרון לאותה הבעיה שעסקו במושגים מגוונים. להלן דוגמאות:

קשר בין יחס לאחוזים

ס' 2 מקורס 1 הוסיף הסבר בציון אחוזים מדוע הביטוי המייצג את מחיר כרטיס הבן הוא $\frac{5}{3}x$, כאשר x מייצג את מחיר כרטיס שהאב ישלם. סטודנט זה סימן ב־a את המספר (באחוזים) שמתאים לכרטיס הבן, כאשר מחיר הכרטיס של האב הוא השלם, כלומר 100%. את הקשר בין האחוזים המייצגים את האב והבן כתב במשוואה $100 = \frac{5}{3}a$. פתרון המשוואה עזר לו למצוא את הביטוי

3. הזדמנויות העוסקות בידע טכנולוגי ובנורמות של כתיבה באתר

בשני הקורסים שנבדקו כאן, שילוב של סביבת ויקי יצר הזדמנויות העוסקות בידע טכנולוגי, וקשורות לדרכי הכתיבה באתר ויקי. הייחוד של סביבת הוויקי שהיא מאפשרת כתיבה שיתופית, ועם זה יש גם דפים שיש בהם כתיבה אישית. כדי לכתוב בסביבה יש להכיר דרכים טכניות מגוונות, כמפורט בהמשך. כדי לכתוב כתיבה שיתופית יש גם לקבוע כללים, נורמות, כיצד לערוך תשובות של אחרים. אזכור נורמות אלה היה גם במהלך השיעורים.

שילוב עצמים למיניהם בדף ויקי: רוב הסטודנטים הוסיפו לפתרון רק טקסט, ומעטים הוסיפו תוכן אחר. למשל ס' 14 מקורס 2 הוסיף איורים שסרק (למשל את איור 4). ס' 8 מקורס 2 שהכיר את דרך הכתיבה בסביבת ויקי לפני הקורס, הוסיף טקסט מתמטי בדרך המקובלת בוויקי, בשפת LaTeX. שפת LaTeX היא שפת סימונים מתמטיים שבה לכל סימן מתמטי יש פקודה, בשונה מהכתיבה ב־Word שבה מקלידים את הסימנים הרצויים. ברשת יש כלים מגוונים הממירים נוסחאות ל־LaTeX ואחד מהם הוצג לסטודנטים בקורס. אף שהוצע להשתמש בכלי ההמרה, עדיין היה קושי לכתוב ביטויים מתמטיים, בייחוד שברים, היות שהוא נבדל מהכתיבה המוכרת במעבדי התמלילים וכולל ביצוע של כמה שלבים.

שימוש בדפים לסוגיהם: בסביבת ויקי יש דפי תוכן, שכל משתמש יכול ליצור בעצמו, ולכל דף מצורף אוטומטית דף שיחה שנועד לצורך דיון על הכתוב בדף. נוסף על דפי התוכן לכל משתמש יש דף אישי, וגם לו, כמו לכל דף בסביבה, מצורף גם דף שיחה. דוגמה מוכרת לאתר המשתמש בוויקי היא אתר ויקיפדיה. בשלבים מסוימים הסטודנטים השתמשו בדפי השיחה לכתיבת הערות, באופן המקובל בסביבת ויקי. דרך זו עוזרת לנהל שיח על ההערות ומתוך כך לתרום לשיפור הפתרון. נוסף על כך החוקרת יצרה בסביבה דף מושגים וכתבה בו הסברים שונים, למשל, לערך משולש ולטבלת התאמה. פעולות אלה זימנו לסטודנטים הזדמנות להיעזר במונחים אלה בהסבר שלהם, להוסיף עליהם קישור במידה שהשתמשו בהם וכן הזדמנות להוסיף עוד מושגים. בפועל הסטודנטים לא ניצלו את ההזדמנות זו.

בשלב ד, שלב כתיבת הרפלקציה, כתבו הסטודנטים את הרפלקציה בדף המשתמש שלהם. כנהוג ברוב סביבות ויקי, דף זה הוא אישי ונועד לסייע בתקשורת בין חברי הקהילה. נוסף על הרפלקציה בדף זה כתבו הסטודנטים מידע על עצמם והוסיפו תמונות. בדף השיחה של דף המשתמש הייתה להם הזדמנות לשוחח עם חברי הקהילה

ולדון בנורמות הכתיבה בסביבה.

שימוש בכותרות: החוקרת הוסיפה במסמך כותרות כדי להדגיש את הפתרונות המגוונים לבעיה. בסביבת ויקי הוספת כותרות יוצרת תוכן עניינים אוטומטי. למשל בשלב האחרון ברצף ההוראה, בשלב המשימה השיתופית, נוספו כותרות כדי לעזור ליצור מסמך לכיד (קוהרנטי) שיסכם את התהליך כולו על פי תשובות הסטודנטים.

כתיבה אישית: בשלבים אחרים בקורסים היו משימות שכללו כתיבה אישית. למשל בשלב ההתמודדות הראשונית למדו הסטודנטים בקורס 1 ליצור דף בשביל הפתרון האישי שלהם. דף כזה מאפשר לכותב לכתוב פתרון אישי ולתקן לפי הצורך.

כתיבה שיתופית: הסביבה מאפשרת כתיבה שיתופית של כל הקבוצה, אך אפשר להנחות כי כמה מהדפים ייכתבו בידי קבוצות קטנות יותר או כתיבה אישית. למשל, בשלב ג בקורס 2 התבקשו הסטודנטים לכתוב פתרון בזוגות, ואת המשובים לתת אישית. הסטודנטים עסקו בלמידה בסביבת ויקי ובתובנות שלהם לאחר משובים שקיבלו, למשל ס' 15 מקורס 2: "הערות חבריי והביקורות שכתבו עזרו לי להבין מה היה טוב ומה לא בעבודתנו ולחשוב איך לכתוב תשובות להבא". ניכר מהתשובות שהסטודנטים מבינים שהכתיבה בסביבה היא חלק מן תהליך הלמידה והם תיקנו את התשובות שכתבו בקורס. הכתיבה בסביבת ויקי יצרה הזדמנות לסכם את התהליך האישי, לפתור את הקונפליקט שתואר קודם ולסכם את התהליך כולו בשלב החמישי והאחרון שבו כל הסטודנטים בקורס התבקשו לכתוב משימה שיתופית בוויקי. עדויות לתרומת הכתיבה השיתופית אפשר לראות בהשתתפות בעריכת הפתרון השיתופי שכלל פירוט של הפתרון בדרך ב, פתרון המיישב את הקונפליקט בפתרון. עריכה משמעותית במיוחד הייתה של שני הסטודנטים היחידים מקורס 2, שלפני כתיבת הפתרון השיתופי עדיין לא יישבו את הקונפליקט (ראו פירוט בסוף הפסקה העוסקת בהיכרות עם קונפליקט קוגניטיבי). עריכה זו מבטאת את הסכמתם עם הפתרון שעשו. עדות אחרת לתרומה של הפתרון השיתופי אפשר לראות בפתרון של הסטודנטית היחידה מקורס 1 שלא הצליחה לפתור את הקונפליקט עד לשלב זה. אומנם היא לא תרמה לפתרון השיתופי, אך מניתוח העריכות נמצא כי ערכה את הפתרון האישי שלה באמצעות הפתרון השיתופי. עוד רכיב במשימה השיתופית היה כתיבת מטרות הפעילות. כתיבה זו שימשה סיכום של הידע הפדגוגי שנלמד מהמשימה. רבים מהסטודנטים תרמו לסיכום, כל אחד הוסיף מטרה אחת או שתיים, ויחד נוצר מסמך שכלל את כל המטרות של מורת המורים על פי הנלמד בכל הקורס. הסטודנטים התבקשו למיין את מטרות הפעילות

סיכום הזדמנויות למידה והוראה מרצף "בעיית האב והבן"

במחקר זה נמצא כי שילוב סביבת ויקי ברצף הוראה העוסק בבעיית אחוזים שכיחה, שניסוחה מחייב לפתור אותה בדרך "טבעית פחות", מזמן הזדמנויות למידה והוראה נוספות על אלה שזומנו ברצף הוראה בלי סביבת ויקי. טבלה 2 מסכמת את הזדמנויות הלמידה וההוראה שזומנו ברצף הוראה זה מתוך הדגשת ההזדמנויות המרכזיות שזומנו בשל שילוב סביבת הוויקי.

לסוגיהן: מטרות דידקטיות (למשל שימוש בקונפליקט קוגניטיבי), מטרות פסיכולוגיות (למשל השפעת כוחה של האינטואיציה) ומטרות חברתיות (התרומה של למידה בסביבה שיתופית).

נורמות כתיבה בסביבת ויקי: היו כמה סטודנטים שהגיבו על דרך הכתיבה של הפתרון השיתופי ובייחוד על חוסר ההפרדה בין תוכן להערות המקובל בוויקי, ולשם כך יש שני סוגים של דפים: דף תוכן ודף הערות. למשל ס' 15 מקורס 2: "לא ערכתי את הפתרון הזה משום שלא היה לי נעים למחוק דעות של אנשים, אבל לא הבנתי למה הוחלט להביא דעה בתוך דף הפתרונות. וגם הפתרון היה מבולגן מדי...".

טבלה 2: הזדמנויות למידה והוראה שזומנו בהשפעת סביבת ויקי ברצף "בעיית האב והבן"

הזדמנויות	השלב שבו זוהתה ההזדמנות				
	שלב א: התמודדות ראשונית עם פתרון הבעיה	שלב ב: דיון כיתתי (לאחר עריכות בוויקי)	שלב ג: המשך ההתמודדות בוויקי	שלב ד: כתיבת רפלקציה בוויקי	שלב ה: משימה שיתופית בוויקי
ידע פדגוגי של הלומד	התנסות של הסטודנטים בחוויית למידה הדומה במאפייניה לחוויית שחווים התלמידים	- התנסות בהפגנת רגישות ואמפתיה כלפי שגיאות היכרות עם השפעת האינטואיציה תוך בחינת התנסות שתיארו חברי הקהילה	- התנסות בפתרון הקונפליקט הקוגניטיבי בסביבת ויקי - התנסות במתן משוב ובקבלתו מחברי הקהילה - הצורך בהסבר והיכרות עם הסברים שיהיו מובנים לאחרים	- הזדמנות לתאר בכתב חוויות ולקרוא חוויות של אחרים - בחינת היבטים פדגוגיים מתוך התנסות האישית	- סיכום של תהליך הפתרון ומטרותיו בסביבה שיתופית - סיכום ההיבטים הפדגוגיים של רצף בעיית האב והבן - יחס אישי כלפי תלמיד היכרות עם למידה שיתופית
ידע פדגוגי של מורה המורים	התנסות בתהליך הוראה שבו הפתרון הראשוני נעשה בסביבה	התנסות בניהול דיון על פי תשובות הסטודנטים בסביבה	הערכת ידע של הסטודנטים לפי תשובות הסביבה	עיצוב המשך תהליך ההוראה לאחר קריאת הרפלקציה	התנסות בהערכת ידע הסטודנטים בסביבת שיתופית
ידע מתמטי	העמקת ידע בתחום המתמטי של בעיית אחוזים	חשיפת מקור הטעות בייצוג ויזואלי	העמקת הידע בקשר בין מושגים מתמטיים הנוגעים לנושא האחוז	תיאור תהליך פתרון של בעיית אחוזים תוך בחינת תהליך הבקרה	קישור בין מושגים, הצגת שיטות פתרון וייצוגים
ידע טכנולוגי ונורמות הקשורות לסביבה	עריכה בסביבת ויקי, בייחוד הוספת טקסט מתמטי	---	- התנסות בדרך של כתיבת הערות ותגובות עליהן בדרך המקובלת בסביבת ויקי. - שימוש בדף מושגים	שימוש בדף המשמש לכתיבת רפלקציה על תהליך הלמידה	היכרות עם כתיבה שיתופית: כתיבה בדפי תוכן, דפי הערות ונורמות לעריכת טקסטים של אחרים. היכרות עם דרכי עריכה מגוונות: כותרות, תמונות וטקסט מתמטי

דיון

במחקר קודם שנעשה על קורס זה בלי שילוב סביבת ויקי (סוזן, 2012) אותרו הזדמנויות למידה בעזרת שימוש במשימות פשוטות, שימוש בקונפליקט קוגניטיבי ועיגון ההתנסות בפתרון הבעיות בסדרה של משימות. במחקר המתואר כאן, סביבת הוויקי נוספה על ההוראה הרגילה בקורס כדי לתת פתרון לדילמת ה"לומר" או "לא לומר", מתוך זימון הזדמנויות למידה והוראה נוספות. הלמידה בסביבה זו נעשתה באמצעות שיח כתוב בין חברי הקהילה, הסטודנטים, מורה המורים והחוקרת, אך בעיקר בין הסטודנטים מתוך יישום של גישת ההוראה בקורס.

הממצאים מלמדים שלסביבת הוויקי יש את הפוטנציאל המתאים ליצור הזדמנויות למידה בכיתה, שבהן המורה לא יאמר ובמקום זה התלמידים יהיו מעורבים במצבי למידה מגוונים (Selling & Baldinger, 2016). נוסף על כך הזדמנויות ההוראה שנמצאו מלמדות על רגעי הוראה (MTT) שבהם המורה צריך לבחור דווקא לומר ומה יש צורך שיאמר (Chesnais et al., 2022). מסקירת מחקרים על אמונות והדעות של פרחי ההוראה למתמטיקה עם כניסת לתוכנית להכשרת מורים בעשרים שנה האחרונות (Manizade et al., 2023) עולה כי פרחי ההוראה מחזיקים בתחילת ההכשרה שלהם בעיקר בגישה של הוראה "מרוכזת במורה". נמצא גם שפרחי ההוראה בתחילת הכשרתם החזיקו בדעות צרות של אלגברה, פתרון בעיות וייצוגים מרובים. ממצאי המחקר הנוכחי עשויים לתת תשובה למחקרים אלה בטענה שהם מציעים גישת הוראה שעשויה הן לשנות את האמונות שלהם על אודות גישת ההוראה הרצויה להוראת מתמטיקה הן לצייד אותם בידע החסר להם, מתוך שילוב למידה בסביבה דיגיטלית, למשל סביבת ויקי. מסקירת מאמרים זו גם עולה כי לפרחי ההוראה חסר ידע על דרך השימוש בטכנולוגיה לתמיכה בלמידה. סביבת הוויקי המוצעת במחקר זה עשויה לשמש דוגמה לפוטנציאל בלמידה בסביבה שיתופית דיגיטלית ולגרום שהסטודנטים יעזרו בסביבה דומה כשהיו מורים. השימוש המוצע בטכנולוגיה כאן עשוי להפיג את החשש של באקהרסט (Bakhurst, 2020) שהטכנולוגיה תחליף את הקשר המיוחד בין מורה לתלמיד הנוצר בעת תהליך ההוראה פנים אל פנים. דרך השילוב של סביבת הוויקי המוצעת כאן והזדמנויות הלמידה וההוראה שאותרו, לא רק שלא יפגעו בקשר בין המורה לתלמידים, אלא יכולים לשפר ולהעצים קשר זה.

ממצאי המחקר מעידים על כמה המלצות לדרך שילוב סביבת הוויקי. את השלב ראשון ברצף ההוראה כדאי לעשות בכיתה בלי שילוב הסביבה, רצוי באופן אישי

בכתב, ולאחריו דיון שישמש הכנה לשלב הבא שיעשה בסביבה. בין השלבים שנעשים בסביבה, כדאי לעשות דיונים כיתתיים שכדאי לקשר אותם לתשובות שנכתבו בסביבה. עדיף שהמשימות בשילוב ויקי יישמשו שיעורי בית, כשהסטודנטים לא נפגשים פנים אל פנים. יישום של גישת ההוראה "לא לומר" מאפשר לקצר את הדיון בכיתה ומתוך כך מאפשר לזמן את ההזדמנויות הלמידה בסביבת הוויקי במקום במהלך השיעור. למשל הרפלקציה בסביבת ויקי תאפשר לשתף בחוויות שאינן מוגבלות בזמן ובמקום. כדי לענות על שאלות המחקר בנושא הזדמנויות הלמידה וההוראה שזומנו בשל שילוב סביבת הוויקי, אותרו הזדמנויות למידה בעבור הסטודנטים והזדמנויות הוראה למורת המורים. הנה עיקרם על פי שלושת סוגי הידע שנבדקו:

1. **הזדמנויות העוסקות בידע פדגוגי: (1) עבור הסטודנטים:** הזדמנויות הלמידה החדשות הקשורות בהתנסות אישית של הלומד: הזדמנות להבין כיצד אחרים חוו חוויות למידה, למידה מעמיתים, הוראת עמיתים ושיתוף עמיתים, היכרות והתנסות בלמידה בגישת "לא לומר". מודעות להיבטים פדגוגיים שנלמדו, היכרות עם אסטרטגיית הוראה המשתמשת בקונפליקט קוגניטיבי ופתרון הקונפליקט, היכרות עם ידע אינטואיטיבי; (2) **עבור מורה המורים:** הזדמנויות הוראה הקשורות בהתנסות בהוראה בקורס שבו נעשתה הוראה מעורבת. הזדמנויות להערכת ידע הסטודנטים ולעצב משימות על פי הערכה זו. ההזדמנויות נוצרו הודות לקריאת תשובות הסטודנטים בסביבה, וזומנו במתן משימות לסטודנטים – הן בשיעורי הבית שניתנו בסביבת ויקי והן במשימות בכיתה, שהושפעו מתשובות הסטודנטים שנכתבו בסביבה.

2. **הזדמנויות העוסקות בידע מתמטי:** בקרה על התשובה, חיזוק הקשר בין מושגים, חשיפה לפתרונות מגוונים וחשיפה לשימוש בייצוגים ויזואליים שונים זה מזה בעת הפתרון.

3. **הזדמנויות העוסקות בידע טכנולוגי ובנורמות כתיבה בסביבה:** היכרות עם הדרכים הטכניות של עריכה בסביבת ויקי (אישית ושיתופית), היכרות עם סוגי דפים (דף ערך, דף שיחה ודף משתמש), יצירת נורמות המאפשרות עריכה שיתופית ומעקב אחרי עריכות.

הצעות להמשך המחקר

מעניין לבדוק כיצד כלי בינה מלאכותית יוצרת (ChatGPT, Gemini, Claude ואחרים) יפתרו את בעיית האב והבן

- Ben-Zvi, D. (2007). Using wiki to promote collaborative learning in statistics education. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <https://doi.org/10.5070/T511000029>
- Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice – The case of the "dance of agency". *International group for the psychology of mathematics education*, 1, 3–16.
- Brown, A. L., & Campione, J. C. (1996). Psychological theory and the design of innovative learning environments: On procedures, principles, and systems. In L. Schauble & R. Glaser (Eds.), *Innovations in learning: New environments for education* (pp. 289–325). Lawrence Erlbaum Associates.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125–153. <https://doi.org/10.1023/A:1009947032694>
- Chazan, D., & Ball, D. (1999). Beyond being told not to tell. *For the Learning of Mathematics*, 19(2), 2–10.
- Chesnais, A., Horoks, J., Robert, A., & Rogalski, J. (2022). Teacher telling in the mathematics classroom: A microlevel study of the dynamics between general and contextualized knowledge. *McGill Journal of Education*, 57(2), 115–135.
- Fischbein, E. (1994). The interactions between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231–245). Kluwer Academic Publishers
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29–63.
- Leikin, R. (2004). The wholes that are greater than the sum of their parts: Employing cooperative learning in mathematics teachers' education. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 223–256. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.03.006>

בשתי הגישות כפי שהתבקשו הסטודנטים לעשות במחקר זה. האם הם ייקלעו לקונפליקט קוגניטיבי? ואם כלי הבינה המלאכותית לא ייקלע לקונפליקט, האם הוא יוכל לעזור לסטודנטים בפתרון הקונפליקט וליצור הזדמנויות למידה והוראה שאותו במחקר זה? ואולי ליצור הזדמנויות אחרות?

מבדיקה שעשיתי עם אחד הכלים בעת כתיבת מאמר זה, התברר שכלי ה-AI שבחרתי טעה בדיוק כמו רוב הסטודנטים. מעניין לציין שהכלי הבין בעצמו שטעה ולאחר שהבחין שקיבל בשתי הגישות תוצאות שונות זו מזו, הוא כתב זאת: "...לפי תנאי השאלה, הסכום (שהתקבל בגישה ב) לא מתקבל על הדעת, מה שגורם לנו לחשוב שהבעיה אולי לא הייתה מוצגת נכון בדרך השנייה. לכן הסכום הנכון הוא זה שהתקבל בגישה הראשונה: 48 ש"ח". בהנחה שכלי הבינה המלאכותית מתפתחים כל הזמן, כדאי להמשיך לבדוק את תשובות הכלים השונים ולמצוא דרכים לשימוש בהם לצורך למידה והוראה.

רשימת מקורות

- גבתון, ד' (2001). תיאוריה המעוגנת בשדה: משמעות תהליך ניתוח הנתונים ובניית התיאוריה במחקר איכותי. בתוך נ' צבר-בן יהושע (עורכת), **מסורות וזרמים במחקר האיכותי** (עמ' 195–227). דביר.
- ורדיראט, מ' ואבני-שיין, ח' (2010). קרבה וריחוק בשיח מקוון – ניתוח הטקסט מנקודת מבט סוציולינגוויסטית. בתוך ע' קופרברג (עורכת), **חקר הטקסט והשיח: ראשונות של שיטות מחקר** (עמ' 111–140). אוניברסיטת בן-גוריון בנגב.
- סוזן, ע' (2012). **בעיות פשוטות שגלומות בהן הזדמנויות למידה לפרחי הוראה למתמטיקה** [עבודת דוקטור]. אוניברסיטת חיפה.
- קונג'ה, מ' (2008). **מאפיינים של תהליכי למידה שיתופיים בחינוך הגבוה** [עבודת מוסמך]. אוניברסיטת חיפה.
- שטראוס, ס' ושילוני, ת' (1997). מודלים שיש למורים על שכלם ועל למידתם של ילדים. **חינוך החשיבה**, 12–11, 55–65.
- שקדי, א' (2003). **מילים המנסות לגעת: מחקר איכותני – תאוריה ויישום**. רמות – אוניברסיטת תל אביב.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bakhurst, D. (2020). Teaching, telling and technology. *Journal of Philosophy of Education*, 54(2), 305–318. <https://doi.org/10.1111/1467-9752.12414>

- ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematics thinking* (pp. 153–196). Academic Press.
- Selling, S. K., & Baldinger, E. E. (2016). Reasoning about telling in rehearsals of discussions: Considering what, when, and how to “tell”. In M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil, & J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 905–908). University of Arizona.
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 565–613. <https://doi.org/10.1080/10508400701525253>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. S., & Shulman, J. H. (2004). How and what teachers learn: A shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 36(2), 257–271. <https://doi.org/10.1080/0022027032000148298>
- Thompson, A. (1992). Teachers’ beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 127–146). MacMillan.
- von Glasersfeld, E. (1989). Constructivism in education. In T. Husen & N. Postlethwait (Eds.), *International encyclopedia of education* (pp. 162–163). Pergamon.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Socio-mathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.
- Leikin, R. (2006). Learning by teaching: The case of Sieve of Eratosthenes and one elementary school teacher. In R. Zazkis & S. Campbell (Eds.), *Number theory in mathematics education: perspectives and prospects* (pp. 115–140). Erlbaum.
- Lobato, J., Clarkes, D., & Ellis, A. B. (2005). Initiating and eliciting in teaching: A reformulation of telling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(2), 101–136
- Mayer, R. E. (1981). Frequency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories, and templates. *Instructional Science*, 10(2), 135–175. <https://doi.org/10.1007/BF00132515>
- Manizade, A., G., Buchholtz, N., & Beswick, K. (2023). The evolution of research on teaching mathematics: International perspectives in the digital era: Introduction. In A. G. Manizade, N. Buchholtz, & K. Beswick (Eds.), *The evolution of research on teaching mathematics: International perspectives in the digital era* (Vol. 22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-31193-2_1
- Peled, I., & Suzan, A. (2011a). Pedagogical, mathematical, and epistemological goals in designing cognitive conflict tasks for teacher education. In O. Zaslavsky & P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics* (Vol. 6, pp. 73–87). Springer.
- Peled, I., & Suzan, A. (2011b). Prospective teachers experiencing the power of intuitive knowledge involving percentage. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *Proceeding the mathematical knowledge needed for teaching in elementary schools* (pp. 267–275). International Symposium Elementary Maths Teaching. <https://semt.cz/proceedings/semt-11.pdf>
- Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development*. University of Chicago Press (Original work published in 1975).
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving

סדנאות סימולציות עם שחקנים בקורס להכשרת מורים למתמטיקה והשפעתן על ידע ועל חוללות עצמית של המשתתפים

ד"ר איריס שרייבר

חוקרת ומרצה למתמטיקה וחינוך מתמטי. ראש החוג למתמטיקה בסמינר הקיבוצים, ראש המסלול להכשרת מורים למתמטיקה באוניברסיטת בר-אילן. כיהנה במגוון תפקידים במערכת החינוך, בין השאר מנהלת בית ספר תיכון ומדריכה מחוזית מטעם הפיקוח על הוראת המתמטיקה וכן השתתפה בכתיבת ספרי לימוד.

תחומי מחקר עיקריים: הכשרת מורים; ידע, חוללות עצמית ואמונות של מורים; הבדלים מגדריים במתמטיקה.



סדנאות סימולציות עם שחקנים בקורס להכשרת מורים למתמטיקה והשפעתן על ידע ועל חוללות עצמית של המשתתפים

איריס שרייבר

תקציר

מאמר זה מתאר חלק ממחקר שעוסק בשילוב סדנאות סימולציה עם שחקנים בקורס להכשרת מורים למתמטיקה. במאמר זה יובאו ממצאי ראיונות של שישה סטודנטים להוראת מתמטיקה שהשתתפו בתהליך זה. ממצאי הראיונות שופכים אור על התהליך שעברו הסטודנטים בסדנאות ועל ההשפעה שיש לסדנאות אלה על הידע של הסטודנטים: עד כמה הידע שלהם בא לידי ביטוי בסדנה, עד כמה הם מרגישים שרכשו ידע במהלך הסדנה, ועד כמה משפיעה סדנה זו על תחושת החוללות העצמית שלהם בידע שלהם. ממצאים על הידע מעידים שישנם רכיבי ידע מסוימים שאינם באים לידי ביטוי בסימולציה (בין מבחירה ובין מחוסר ידע), וכי הסטודנטים מרגישים שהם רוכשים ידע בסדנאות. ממצאי תחושת החוללות העצמית של הסטודנטים בידע שלהם מעידים כי לכמה מהם התהליך לא מעלה את מידת החוללות העצמית ואף עלול לערער אותה.

מילות מפתח: ידע פדגוגי-תוכני; חוללות עצמית; סימולציה.

מבוא

תוכנית הלימודים במוסדות להכשרת מורים נועדה הן להקנות למורים לעתיד ידע הנדרש להם להוראה הן לשפר את תחושת הביטחון ותחושת המסוגלות שלהם ביכולתם ללמד (את החוללות העצמית שלהם). הידע מוקנה להם בתהליכי הוראה-למידה מגוונים (סדנאות, הרצאות, השתלבות בעבודה מעשית בבית ספר), והוא כולל כמה רכיבים: ידע תוכן של תחום התמחותם, ידע פדגוגי כללי וידע פדגוגי-תוכני. אחד מתהליכי הקניית ידע לפרחי ההוראה הוא סדנאות סימולציה, בהן מדמים אירועי הוראה בעזרת שחקנים. בשנים האחרונות הפך תהליך זה למקובל ונפתחו מרכזי סימולציה בלא מעט מוסדות הכשרת מורים בארץ ובעולם. בסדנאות הסימולציה הסטודנט המתכשר מקבל את תפקיד המורה והשחקנים מגלמים תלמידים, הורים או בעלי תפקיד בבית הספר. כל סימולציה מתנהלת בתרחיש שפותח מראש, המדמה אירוע בכיתה (לימודי או משמעת) או אירוע במפגש פרטני או בשיחה (עם תלמיד או הורה או עם

בעל תפקיד בבית הספר). בסדנת הסימולציה הסטודנט חווה את האירוע בסביבה בטוחה ויכול להתנסות או לצפות בהתמודדויות רבות ומגוונות וללמוד מהן. סדנאות הסימולציה המתוארות במאמר זה נועדו לקדם ידע של מתכשרים להוראת מתמטיקה ולחזק את תחושת החוללות העצמית שלהם בידע זה.

סקירת ספרות

התנסות סימולטיבית

התנסות סימולטיבית היא כלי ללמידה שמדמים בה פעולה או תהליך מעולם התעסוקה האמיתי. כך מתאפשרת התנסות של הלומד בתרחיש אמיתי העשוי להתרחש במציאות (Sauvé et al., 2007). התנסות זו נחשבת לדרך יעילה ללמידה במקומות של הכשרה מקצועית בתחומים כמו טיס, רפואה, עבודה סוציאלית ועוד (Banks et al., 2001; Gaba, 2007). היתרון בהתנסות סימולטיבית הוא שהיא מקדמת קשר ישיר בין תאוריות ומושגים מופשטים למציאות שלומדים עליה, מה שמאפשר ללומד ליישם רעיונות ומונחים תאורטיים הלכה למעשה באירוע "מציאותי" (Davidovitch et al., 2008).

חוקרים רבים בדקו את יעילות ההכשרה בעזרת סימולציה במקומות הכשרה שבהם השימוש בסימולציות רווח ומקובל, כמו למשל במקצועות הרפואה. חוקרים אלה הוכיחו את יעילות הסימולציות על פני הכשרה תאורטית, הן בידע המקצועי שהפגינו הלומדים הן בביטחון העצמי שלהם ביכולתם להתמודד במצבים מסוימים (Blum & Parcell, 2012; Bambini et al., 2009). כמו כן נמצא כי באמצעות התנסות סימולטיבית אפשר להבנות ידע מתוך ההתנסות והחוויה האישית, ומתוך כך אפשר להעלות את המעורבות בלמידה ואת המוטיבציה הפנימית של הלומד (Kolb et al., 2014).

מחקרים שעסקו בהכשרת מורים באמצעות סימולציה עסקו בעיקר במצבי עימות: ניהול כיתה, התמודדות עם תלמידים או עם הורים וכדומה (De Coninck et al., 2023; Dotger, 2010; Walker & Dotger, 2012). במחקרים אלה נמצא כי למידה בדרך זו שיפרה את המודעות ואת האמפיתיה של הסטודנטים כלפי

ידע של תוכן והוראה (KCT, Knowledge of Content and Teaching) הוא ידע פדגוגי-תוכני שמשלב ידע תחום התוכן עם ההוראה. למשל, לדעת לבחור דוגמאות מתאימות להצגת נושא וכאלה המתאימות להעמקתו, לדעת באילו ייצוגים מגוונים אפשר להציג וללמד בעיה ולדעת להעריך את היתרונות והחסרונות של כל ייצוג להוראת הבעיה.

ידע של תוכן ותלמידים (KCS, Knowledge of Content and Students) הוא ידע פדגוגי-תוכני שמשלב ידע של תחום התוכן עם היכרות עם תלמידים. למשל, היכרות עם שגיאות נפוצות של תלמידים ועם סיבות מגוונות לשגיאות אלה, היכולת להעריך האם דוגמה נתונה תעניין ותעורר מוטיבציה בקרב תלמידים, ולדעת מה קל ומה קשה לאוכלוסייה מסוימת של תלמידים.

ידע מורים נחשב במחקרים קודמים רבים לגורם מהותי מאוד בתהליכי ההוראה-למידה. חוקרים שבדקו ידע של מורים (ידע תוכני וידע פדגוגי-תוכני) מצאו כי ככל שידע המורים היה רחב יותר, כך הם טיפלו היטב בקשיי התלמידים, הכינו תוכניות התערבות טובות יותר ותלמידיהם הצליחו יותר (Tchoshanov, 2011; van Inger et al., 2016).

חוללות עצמית

לפי בנדורה (Bandura, 1977) חוללות עצמית (self-efficacy) היא אמונה של האדם ביכולתו לארגן ולעשות בהצלחה סדרת פעולות הדרושות לשם השגת תוצאה רצויה. תחושת החוללות העצמית היא תחושת הביטחון של אדם במסוגלותו שלו והיא מתווכת בין היכולת של האדם לעשייה שלו. בנדורה טען כי כדי לעשות מטלה ביעילות דרושים לאדם כישורים המתאימים לעשייתה וגם ביטחון ביכולתו להפעילם כנדרש. תחושת חוללות עצמית משפיעה על התפקוד של האדם ועל התנהלותו בעת עשיית מטלה; על המאמץ שהאדם ישקיע בעשיית המטלה, על דרכי הפעולה שיבחר בהן ועל פרק הזמן שבו ינסה לעשות אותה. ככל שתחושת המסוגלות של האדם גבוהה יותר, כך הוא ישקיע יותר בעשיית המטלה ויתמיד יותר במאמץ ועל כן תחושת חוללות עצמית עשויה להשפיע על התפקוד של המורה בכיתה (Dellinger et al., 2008).

במחקרים נמצא כי חוללות עצמית חשובה לתהליכי הוראה-למידה: ככל שתחושת החוללות העצמית של המורה גבוהה יותר, כך הוא חש סיפוק רב יותר בעבודתו, מגלה מעורבות רבה יותר בקידום התלמידים ונוטה יותר לשתף פעולה עם צוות בית הספר, ולעומת זאת ככל שהמורה בעל תחושת חוללות עצמית נמוכה יותר, כך

בעיות מסוימות וגם את הפתרון שנתנו למצבים מורכבים, ואף חיזקה את תחושת הביטחון שלהם להתמודדות כזו בעתיד.

במחקר הנוכחי נעשה שימוש בסימולציה לצורך הקניית ידע למורי מתמטיקה ולחזק את תחושת החוללות העצמית שלהם בידע זה.

ידע נדרש להוראה

בעשורים האחרונים מוקדש מאמץ מחקרי להגדרת רכיבי הידע הנדרשים להוראה בכלל ולהוראת מתמטיקה בפרט (Ball et al., 2008; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Shulman, 1986). אחד החוקרים המרכזיים שעסק בהגדרת הידע הנדרש להוראה הוא שולמן (Shulman, 1986), שטען כי הידע הדרוש למורים הוא שילוב של ידע תוכן עם ידע פדגוגי-תוכני. בעניין הוראת המתמטיקה, ידע של תחום התוכן (Subject Matter Knowledge, SMK) כולל ידע של מושגים, הגדרות, חוקים, משפטים ואקסיומות; וידע פדגוגי-תוכני (Pedagogical Content Knowledge, PCK) כולל ייצוגים מגוונים לרעיון מתמטי, המחשות למושג, היכרות עם דוגמאות והדגמות מתמטיות, היכרות עם גישות נכונות ושגויות של תלמידים ועוד. במסמך סטנדרטים למורי מתמטיקה בארצות הברית חיזקו גישה זו, והגדירו כי להוראה יעילה של מתמטיקה נדרש בין השאר ידע מעמיק של התוכן המתמטי, ידע של מטרות תוכנית הלימודים וידע הנוגע לתלמידים: מה יודע התלמיד, מה הוא צריך ללמוד, מהן גישותיו הנכונות והשגויות ובאילו דרכים אפשר לגשר על פערי ידע של תלמידים (NCTM, 2000).

קבוצת חוקרים בראשות דבורה בול (Ball et al., 2008) ניסו לעדכן את רכיבי הידע האלה הקשורים להוראת מתמטיקה והגדירו שני רכיבים של ידע תוכני (ידע תוכן שגרתי וידע תוכן ייחודי) ושני רכיבים של ידע פדגוגי-תוכני (ידע של תוכן ותלמידים וידע של תוכן והוראה):

ידע תוכן שגרתי (Common Content Knowledge, CCK) הוא סוג ידע מתמטי הנדרש גם למי שאינם מורים. למשל, לדעת לפתור או לחשב ולדעת לפתור בעיות מתמטיות.

ידע תוכן ייחודי (SCK, Specialized Content Knowledge) הוא ידע ומיומנות מתמטית ייחודיים להוראה. למשל, לדעת לפתור בעיה במגוון דרכים, לדעת לקשר בין ייצוגים למיניהם לתרגיל/בעיה ולהבין את העקרונות התאורטיים מאחוריהם, לדעת לבחון דרך פתרון לא שגרתית של תלמיד לתרגיל/בעיה, האם היא נכונה והאם היא תעבוד באירועים אחרים ועוד.

כלי המחקר:

1. תרחישים (תסריטים) המדמים אירוע הוראה

למידה: במרכז כל תסריט יש בעיה מתמטית והשחקנים "התלמידים" מקבלים מראש דרך פתרון שהם אמורים להציג ב"כיתה" במהלך הסימולציה. לעיתים זו דרך שגרתית נכונה, לעיתים דרך שגויה, לעיתים דרך נכונה חלקית או דרך לא שגרתית. במהלך הסימולציה השחקנים "התלמידים" מציעים דרכי פתרון, שואלים שאלות ועושים טעויות. הסטודנט "המורה" צריך לבחור כיצד להסביר להם את השאלה, לבחור האם לענות על שאלות ששאלו וכיצד, האם להגיב על הצעות לפתרון שהציעו או להמשיך בדרך שבחר מראש. בתסריט שמקבלים השחקנים מראש, יש תגובה על כל בחירה ועל כל פתרון מתאימים של המורה.

תרחישים כאלה מכוונים לרכיבי הידע המגוונים הדרושים למורים: הסטודנטים צריכים לדעת לפתור נכון (CCK), לפתור בדרכים מגוונות או להכיר/להבין אותן (SCK), לבחור איך להסביר/ללמד (KCT), להבין את הדרך השגויה ולדעת למה התלמיד שוגה בשגיאות אלה ולהסביר אותן (KCS).

לסדנאות עם הסטודנטים נבנו שני סוגי תרחישים: תרחיש המדמה "כיתה" שבה עמד המורה לפני שלושה תלמידים-שחקנים, ותרחיש המדמה שיעור פרטני שבו יושב המורה עם תלמיד-שחקן אחד.

בתרחיש המדמה שיעור פרטני ה"תלמיד" מציג דרך שגויה או קושי. למשל, "תלמיד" מנסה לפתור תרגיל שבו צריך למצוא את אורך הגובה בפירמידה, והוא מתקשה לראות בשרטוט הדו-ממדי צורה תלת-ממדית במרחב, וכן מתקשה לראות את המשולש שבעזרתו אפשר לחשב את הגובה הנדרש.

בתרחיש המדמה עבודה בכיתה, יש שלושה "תלמידים" וכל אחד מציג פתרון אחר. ה"מורה" צריך לבחור מראש איך לפתוח את השיעור, איך ללמד את הבעיה, להכיר/להבין את הדרכים המגוונות ולדעת לקשר ביניהן. למשל, "תלמידים" פותרים את הבעיה הזו: בסדרה חשבונית נתון כי האיבר השלישי הוא 10 והאיבר השביעי הוא 20, מצא את האיבר החמישי.

אחד מהשחקנים מציג פתרון באמצעות הצבה בנוסחת האיבר הכללי של סדרה חשבונית ופתרון בעזרת מערכת משוואות; שחקן שני מציג פתרון של מציאת האיבר החמישי באמצעות חישוב ממוצע חשבוני של שני האיברים הנתונים; ושחקן

עולות רמת השחיקה שלו, רמת הניתוק מהלומדים וחוסר האמונה שלו ביכולותיהם (Brouwers & Tomic, 2000; Sarıçam & Sakız, 2014).

בעניין תחושת חוללות עצמית של מורים בידע שלהם, נמצא כי יש הבדל בין תחושת המסוגלות של מורים ברכיבי ידע מגוונים: רמת המסוגלות הגבוהה ביותר נמצאה בידע תוכן שגרתית ואילו רמת המסוגלות הנמוכה ביותר נמצאה בידע של תוכן ותלמידים (שרייבר ופילו, 2020).

מטרות המחקר

כאמור, בהתנסות סימולטיבית מוצגת סיטואציה כמו מציאותית. מכאן שבהתנסות סימולטיבית בלימודי הוראת מתמטיקה אפשר להציג לא רק תרחישי עימות, כפי שרווח בתחום, אלא אפשר להשתמש בהם שימוש נרחב יותר ולקדם באמצעותם הן את הידע של הסטודנטים הן את הכישורים הנדרשים להם להשתמש בידע זה בכיתה בזמן אמת. במחקר זה שולבו בסדנאות הסימולציה גם אירועי הוראה הכוללים אחד או יותר מאלה: טיפול בשגיאות של תלמידים, ניהול דיון מתמטי על פתרון בעיה, הצגה דרכי פתרון מגוונות לאותה בעיה מתמטית, התמודדות עם דרכי פתרון לא שגרתיות וכדומה. מחקר זה התמקד ברכיבי הידע המגוונים של המורים, רכיבי ידע הנדרשים להוראת מתמטיקה: האם וכיצד באו לידי ביטוי בסימולציות להוראה. כמו כן נבדקה תחושת החוללות העצמית של הסטודנטים בידע שלהם וכיצד השפיעה הסימולציה על תחושה זו.

מטרת המחקר: לבדוק אילו רכיבי ידע הנדרש למורים באים לידי ביטוי בתרחישים, מהן העמדות של הסטודנטים כלפי רכיבי הידע שרכשו ומה תחושתם בעניין השפעת הסימולציה על הביטחון שלהם בידע שלהם בכלל וברכיבי ידע מסוימים בפרט.

מתודולוגיה אוכלוסייה

מאמר זה מתאר כאמור חלק ממחקר רחב יותר שהשתתפו בו ארבעים וארבעה סטודנטים הלומדים בקורס להכשרת מורים למתמטיקה. הסטודנטים למדו את הקורס עם אותה המרצה בשלוש קבוצות שונות זו מזו, כחלק מחובות ללימודי תעודת הוראה במתמטיקה. כל קבוצה השתתפה בכמה מפגשים של סדנאות סימולציה עם שחקנים. בכל סדנה גילמו השחקנים תלמידי בית ספר ואחד הסטודנטים גילם את תפקיד המורה כאשר שאר הסטודנטים צופים בו. 23 סטודנטים השתתפו השתתפות פעילה בסדנאות ושיחקו בתפקיד המורה במהלך הסימולציה, ו-21 סטודנטים צפו בסדנאות בלבד.

חמצאים

בדרך כלל נמצא כי שני רכיבים שנמצא בהם ידע רחב יותר של הסטודנטים ושליטה טובה יותר ב"כיתה", היו רכיבי הידע של תוכן שגרתי (CCK) וידע של תוכן והוראה (KCT).

ברכיב CCK כל הסטודנטים נתנו פתרון נכון של הבעיה או הוכחה נכונה של המשפט שהיו במרכז התרחיש. ברכיב KCT הסטודנטים הכינו מראש את הפתרון בדרך שתהיה נוחה ללמד בה את ה"תלמידים" ובחרו דוגמה מתאימה להוראת הנושא. הקושי שלהם בהוראה (אם היה להם קושי במהלך הסדנה) לא היה קשור לידע אלא למיומנות שלהם בניהול הדיון בכיתה, בייחוד בגישור בין הצרכים הרבים של התלמידים שעלו במהלך השיעור. שני רכיבי הידע שנמצא בהם כי לרוב הסטודנטים יש ידע חלקי היו רכיבי הידע של תוכן ייחודי (SCK) וידע של תוכן ותלמידים (KCS).

ברכיב SCK כמה מהסטודנטים לא הכירו את דרך הפתרון החלופית שהציג אחד השחקנים (אחרת מזו שהם הכינו להוראת התרגיל) ובחרו להתעלם ממנו או "להשתיק" אותו. סטודנטים אחרים הכירו או הבינו את הדרך שהוצגה, אך לא ידעו האם וכיצד כדאי להם להציג דרך אחרת לאחר שהוצגה כבר דרך אחת בכיתה. לכן הם בחרו "לעקוף" מכשול זה ולהיצמד לדרך אחת – הדרך שהם בחרו ללמד אותה. בכל התרחישים שבכל הסדנאות, למעט שניים, לא נעשה שום תיווך של דרך אחרת ממה שבחר הסטודנט להציג מראש. כמו כן לא נעשה חיבור בין ייצוגים מגוונים שהראו השחקנים לתרגיל, וכמה מהסטודנטים התקשו להסביר את העיקרון המתמטי העומד בבסיס הדרך שבחרו. כל הביטויים האלה של ידע של תוכן ייחודי נמצאו חסרים או חלקיים בקרב הסטודנטים ושימשו בסיס לדיון שנעשה מייד לאחר התרחיש וכן לדיון שנעשה בשיחת המשוב האישית עם כל סטודנט.

ברכיב KCS רוב הסטודנטים לא הבינו במה התלמיד מתקשה או למה נעשתה השגיאה, וכולם התקשו להתאים את ההסבר ל"תלמיד" השוגה. רוב הסטודנטים התייחסו, או ניסו להתייחס, לשחקן שגילם את התלמיד המתקשה אבל ההתייחסות הייתה ברמה האישית, בהבעת אמפתיה ובסבלנות ולא ברמת ההוראה המותאמת לקושי מסוים או לשגיאה מסוימת. מאחר שהסטודנטים לא הבינו מה בדיוק הקושי, הם הציעו לחזור שוב על הדרך הנכונה שהוצגה קודם.

בראיונות הביעו הסטודנטים את דעתם על מידת הביטחון בידע שלהם ואם חל שינוי ברמת הביטחון לאחר ההשתתפות בסדנאות. כמו כן נשאלו הסטודנטים על הידע הנדרש למורים, מהו הידע שרכשו בסדנאות, מהו הידע שהבינו כי חשוב שידעו, ואם רכשו ידע – איזה סוג ידע רכשו.

שלישי מציג פתרון שגוי המעיד על חוסר הבנת המושג 'הפרש הסדרה'.

2. **צילומי הסימולציות:** כל סימולציה מצולמת ואת הסרטון אפשר לתמלל ולבחון לאחר מכן, הן עם הקבוצה כולה שצפתה בסימולציה, הן עם המורה שהשתתף בסימולציה והן לצורך ניתוח לצורכי המחקר.

3. **ראיונות עם הסטודנטים שנשאלו על הידע שלהם ועל תחושת הביטחון שלהם בידע זה.** מאמר זה מתמקד בראיונות עם שישה סטודנטים (כולם השתתפו השתתפות פעילה כ"מורים" לשחקנים במפגש אחד, וכמובן גם כצופים בשאר המפגשים). כל הסטודנטים שהשתתפו במחקר סווגו לאחר קיום הסדנה והראיונות על פי מידת הידע שהגיבו בתרחיש (ידע רחב או חלקי) ועל פי הצהרתם בעניין השפעת הסדנה על הביטחון שלהם בידע שלהם (עלייה/בלי שינוי/ירידה ברמת הביטחון). הסטודנטים שממצאיהם יוצגו כאן, מייצגים כל אחד תא במטריצת סיווג הביטחון-ידע (ראו טבלה 1 בפרק הממצאים).¹

מהלך המחקר

הסדנאות היו חלק מן המפגשים של הקורס הוראת מתמטיקה, והסטודנטים נדרשו להשתתף בהן. בכל סדנה היו שניים-שלושה תרחישים שנמשכו 7–15 דקות (בהתאם לתרחיש). כל תרחיש עסק בבעיה מתמטית מסוימת שקיבלו כל הסטודנטים מראש לפני הסדנה. השחקנים "התלמידים" למדו את הבעיה עם המרצה בקורס ושיננו את דרכי הפתרון שכל אחד מהם אמר להציג.

בסוף כל תרחיש התנהל דיון משוב עם כל הנוכחים: הסטודנט המתנסה הפעיל ששיחק את המורה, הסטודנטים הצופים והשחקנים ששיחקו תלמידים. במהלך דיון משוב הזכיר הסטודנט "המורה" את השיקולים שהנחו אותו בתגובותיו, השחקנים "התלמידים" דיברו על הרגשתם ב"שיעור", והצופים ציינו את דעתם על ההתמודדות עם המצבים שנוצרו בשיעור והצעות לתגובות מתאימות אחרות לאותם מצבים. נוסף על כך דרכי הפתרון שהציגו השחקנים הוסברו לסטודנטים: הן הדרכים הלא שגרתיות, האם הן נכונות תמיד או רק באירועים מסוימים, הן השגיאות והסיבות להן. כל סטודנט שגילם מורה קיבל בתום הסדנה את צילום הסדנה כדי שיוכל לצפות בעצמו, לנתח את התפקוד שלו בתרחיש וללמוד ממנו.

לאחר הסדנה נעשה ראיון עם כל אחד מהסטודנטים ששיחק מורה, ובו הוא נשאל על הסדנה שהשתתף בה, מה למד ממנה, איך הוא מרגיש בעניין התהליך שעבר, ומהן עמדותיו כלפי התרומה של סדנת סימולציה לידע שלו ולתחושת הביטחון בידע שלו.

המוראיינים סווגו הן על פי תשובותיהם על הביטחון בידע שלהם הן על פי הידע שהפגינו בסימולציה עצמה. המוראיינים שנבחרו למאמר זה מייצגים טיפוסים מגוונים של משתתפים (כמוצג בטבלה 1).

טבלה 1: מאפייני המוראיינים על פי הידע שלהם ועל פי השינוי בתחושת הביטחון שלהם

הפגנת ידע KCT, SCK	שינוי בתחושת ביטחון	עלייה ברמת ביטחון	אין שינוי ברמת ביטחון	ירידה ברמת ביטחון
ידע רחב	איילה	נועם	תהל	
ידע חלקי	עמית	יונתן	אהרון	

*כל השמות המופיעים במאמר הם בעילום שם.

של הסדנה ומהדיון לאחריו ואמרה:

סיטואציה דומה למה שחווייתי בסימולציה קרתה לי בכיתה במסגרת קורס עבודה מעשית, ואז הבנתי שקיבלתי כלים להתמודד. ידעתי במה למקד את ההסבר. זה חיזק לי את הביטחון שאני יכולה להתמודד עם סיטואציות בעבודה היום-יומית. הסדנאות עזרו לי לראות שאני יכולה להתמודד עם קונפליקטים במקום העבודה ובעיקר בעבודה מול התלמידים. הסדנאות גם סייעו לי לתחושת הביטחון וגם לחידוד ההבנה שאם אני טועה בקריאת התרחשות או בהתרת קונפליקט במהלך שיח כזה בכיתה, אני פשוט יכולה ללמוד ממנו להבא. הדיון האיר לי את השחקנים ואת התלמידים שלי באור אחר – יש לי יותר תחושת ביטחון כאשר אני עומדת בסיטואציות דומות מול תלמידים בכיתה.

הסטודנטים מדגישים באמירות אלה כי התמודדות עם השחקנים בסדנה סייעה להם בהתמודדות בהתנסות דומה בכיתה אמיתית וחיזקה את תחושת הביטחון שלהם בהתמודדויות דומות עם תלמידים בעתיד. לצד האמירות האלה היו גם סטודנטים שדיווחו שהסדנאות ערערו להם את הביטחון ופגעו בתחושת המסוגלות שלהם.

אהרון, סטודנט שלא הכיר אחת מדרכי הפתרון שהוצגה ומכיוון שלא הכין אותה מראש, הוא לא ניסה להבין אותה בסימולציה ובחר להתעלם ממנה ולא לשתף ב"שיעור" את השחקן שהציג אותה. הוא ראה גם בסימולציות של חברים שכמה מהם מתמודדים עם דרך פתרון שגויה או דרך פתרון לא מוכרת והוא יצא בתחושה שהוא לא יודע די הצורך ויהיה לו קשה להתכונן כראוי לשיעורים. הסימולציה שהשתתף בה וגם הצפייה בחברים ערערו לו את הביטחון, והוא אמר:

ההתמודדויות בסימולציות עם שחקנים דווקא לא נתנו לי ביטחון שאני אדע כיצד לפעול בסיטואציות יום-יומיות שפוגשות אותך בלי הכנה מוקדמת. אני חייב גם לציין שלא על כל סיטואציה וכל תרחיש שהצעתם היית 'קופץ' ומסכים להשתתף בה. בחרתי סיטואציה שחשבתי שאדע להתמודד איתה בלי לחשוב יותר מדי מראש. במבט על חבריי, היו סיטואציות שנתנו לי קצת חוסר ביטחון וההוכחה לכך היא שלא הסכמתי לעשות אותן.

ממצאים הקטורים לתחושת החוללות העצמית

בראיונות נשאלו הסטודנטים על מידת ההשפעה שהייתה לסדנאות הסימולציה על תחושת הביטחון במסוגלות שלהם בידע שלהם, ובתשובותיהם נמצאו אזכורים מגוונים לכך. כמה מהסטודנטים דיווחו שהסימולציות חיזקו את הביטחון שלהם בידע שלהם ואילו אחרים דיווחו כי הסדנאות לא העלו להם את הביטחון, ולעיתים אף להפך, הסדנאות ערערו את תחושת המסוגלות שלהם והורידו להם את רמת הביטחון.

הסטודנטים דיווחו כי ההתמודדות עם התרחישים והדיון שהיה אחר כך חיזקו אצלם את הביטחון, והם התמקדו בהסברם כי הם חושבים שהסדנה תסייע (או כבר סייעה) להם בהתמודדות עם אירועים דומים בכיתה. להלן דוגמאות לראיונות עם סטודנטים המעידים על חיזוק הביטחון:

איילה, סטודנטית שהפגינה ידע רב במהלך הסימולציה, הכירה את דרכי הפתרון שהציגו השחקנים, הבינה את דרך הפתרון השגויה שהציגה השחקנית ואת הסיבה לשגיאה, וההסבר שנתנה כ"מורה" היה ממוקד וברור:

כשהגעתי לכיתה בבית הספר בעבודה מעשית הבנתי שכבר חווייתי משהו דומה [...] והיה רגע בו עבר לי בראש שכבר התמודדתי עם זה. זה היה הרגע בו קיבלתי ביטחון. התרחישים שקיבלנו דומים מאוד למה שקורה במציאות. הסימולציות בהחלט שיפרו את תחושת הביטחון שלי ואת היכולת להתמודד עם מצבים שונים בכיתה. אני חושבת שהשינוי הטובה והעצמת תחושת הביטחון נבעו קודם כול מההשתתפות האישית שלי בסימולציה, אך גם מהצפייה באחרים. גם הדיון שביצענו אחרי הסימולציה עצמה תרם מאוד.

עמית, סטודנטית שבחרה להתמקד רק בתשובה אחת נכונה, התעלמה מהדרך השגויה שהציגה שחקנית. היא לא מיקדה את ההסבר בשגיאה עצמה אלא רק חזרה על הפתרון שהיא בחרה מלכתחילה ולא הציעה דרך אחרת לפתרון. בסדנה היא בחרה להתעלם מהפתרון שהציגו השחקנים, ואלה הגיבו (על פי התסריט שנכתב בעבורם) בחוסר שקט ובתרעומת. עמית למדה מהצפייה בסרטון

זה גרם לי לחשוב על מה שהתלמיד חושב, ואיך הוא חושב. למדתי איך להתמודד עם טעויות של תלמידים. גם איך לגשת אליהן, וגם איך לדבר ולהעצים את התלמידים, להבין ממה יכולות לנבוע הטעויות, ואיך אני מתקן אותן עבור התלמידים.

נועם, סטודנטית שהפגינה ידע רחב הן בהיכרות עם דרכי פתרון מגוונות הן בהתמודדות עם דרך פתרון שגויה, אמרה זאת:

למדתי על תלמידים, על התמודדות עם השונות בכיתה ברמת המתמטיקה – שאחד טוב יותר ואחד טוב פחות, ולמדתי בזכות הסדנאות, איך למקם את עצמי ביניהם, איך להעצים תלמיד, איך להבין את התלמיד ואת מה שהוא רוצה להגיד. זה התחבר למה שלמדנו על איך ללמד ועל השגיאות, מה שלמדנו בשיעורים שלנו במתודיקה. אני חושבת שמה שהוסבר לנו במהלך השיעורים שלנו, עזר להבנה שלי למה התלמידים עושים את השגיאה הזו ואיך להתמודד עם מצבים כאלה.

אמירות אלה מדגישות את הצורך של הסטודנטים להבין את הקשיים של התלמידים טוב יותר ואת המודעות שלהם לצורך בידע כזה. כמו כן הם מציינים את החיבור החשוב בין הסדנאות לשיעורי הקורס – חיבור בין תאוריה למעשה העומד בבסיס הרציונל ללמידה סימולטיבית.

בעניין רכיב SCK, סטודנטים שדיווחו כי הסדנאות תרמו להם להבנת החשיבות של דרכי פתרון מגוונות, לחשיבות קשר בין ייצוגים למיניהם ופתרונות מגוונים. למשל, תהל שבעת הסימולציה הכירה ונתנה במה לדרכי פתרון מגוונות, ציינה כי:

הודות לסדנאות אני מאוד מעודדת את התלמידים לריבוי דרכי הפתרון. בסדנה למדתי שעלי להגיב לדרכי פתרון שונות, גם דרכים נכונות רגילות וגם שונות, ולעשות זאת באותה התלהבות שבה אני מגיבה כשאני רואה דרך פתרון 'מגניבה'. זה מסייע לי גם בעבודה מול התלמידים.

גם יונתן, שלאחר הסדנה הרגיש שלא היה מוכן למגוון דרכי פתרון וכי יש חשיבות לגיוון הזה ולבחירה הנכונה של הדרכים אמר: "מאוד חשוב לבוא מוכן – למה אני מביא דווקא הוכחה כזו, למה בחרתי בדרך פתרון מסוימת".

לצד אמירות אלה של סטודנטים שחשו שהסדנאות תרמו להרחבת הידע שלהם או להכרה בחשיבות רכיבי ידע מסוימים, היו סטודנטים שחשו שהסדנאות לא תרמו להם מבחינת ידע. אחת מהם, איילה, שהפגינה בסדנה ידע נרחב, חשבה שהסדנה התמקדה בעיקר בתחום הרגש ולא הידע: "מבחינת רכישת ידע לא ממש הרגשתי שרכשתי איזשהו ידע, אולי רק ידע איך להסביר אבל גם אז הרגשתי

הערעור בביטחון לא היה רק בקרב מי שהפגינו ידע חלקי, אלא גם בקרב מי שהפגינו ידע רחב. למשל, תהל, סטודנטית שהכירה את כל הדרכים שהוצגו, נתנה במה לכל השחקנים להציג את הפתרון וניהלה את ה"שיעור" באופן שכל הדרכים הוצגו והוסברו, הבינה את המקור לשגיאה בדרך הפתרון השגויה שהוצגה, ומיקדה את ההסברים במקור זה. על אף שבדיון שנעשה לאחר הסימולציה קיבלה תהל משובים חיוביים מהסטודנטים שצפו בה ומהשחקנים שהשתתפו, עדיין היא חשה שההשתתפות בסדנה ערערה לה את הביטחון:

במהלך הסימולציה הרגשתי צורך לגשר בין הרצון שלי להראות פתרון יפה מתמטית לבין הצורך שלהם של השחקנים, לקבל תשובה. זה לא כל כך הלך לי וזה הוריד לי קצת את הביטחון [...] היו מצבים בהם הסברתי באריכות לתלמיד מסוים, לשחקן, בלי לערב את האחרים. השחקנים לא היו שקטים, שמצד אחד זה כמו בכיתה, אבל מצד שני כאן זה היה לי קצת יותר קשה, וזה ערער לי את הביטחון. כל מה שרציתי באותו רגע זה שהשחקן יקשיב לי ולכן הרגשתי שההסבר שלי היה לוקה בחסר.

אמירות אלה מייצגות סטודנטים שחשו לאחר הסימולציה כי אינם יודעים די (וזאת בלי קשר לידע שהפגינו בסדנה), כי יש מצבים במהלך הוראה בכיתה שאי אפשר להיערך אליהם מראש ולא תמיד יוכלו להתמודד עימם בהצלחה. סטודנטים אלה חשו כי מצבים אלה מאיימים ומערערים להם את הביטחון בידע שלהם.

ממצאים הקשורים לידע

בדומה לממצאים הקשורים לביטחון בידע, גם הממצאים הקשורים לידע מגוונים כאשר כמה מהסטודנטים אמרו כי ההשתתפות בסדנאות תרמה לידע שלהם וחזקה את המודעות שלהם לצורך בידע מסוים, ואילו אחרים הרגישו כי הסדנאות לא תרמו להרחבת הידע שלהם.

הסטודנטים שהרגישו כי הסדנאות תרמו לידע שלהם התמקדו בעיקר בשני רכיבי ידע: SCK (תוכן לא שגרתי) ו-KCS (תוכן ותלמידים).

בעניין רכיב KCS, היו סטודנטים שהדגישו כי ההתמודדות בתרחישים המגוונים והדיון לאחר התרחיש חידדו אצלם את הידע על תוכן ותלמידים וחזקו מאוד את המודעות שלהם לחשיבות ידע כזה למורים. הם ציינו כי הסדנאות חידדו אצלם את חשיבות הצורך להקשיב לתלמידים, להבין אותם, להבין במה הם שוגים ולמה הם שוגים.

למשל, יונתן, סטודנט שבסימולציה הפגין ידע חלקי ולא מיקד את ההסברים בשגיאה של התלמיד אלא רק חזר על דרך פתרון נכונה אחת שהכין מראש, אמר זאת:

הסימולציה חידדה לי את היכולת להקשיב למה שאומרים התלמידים, ובעיקר המתקשים או המפריעים.



שהשחקנית שהייתה איתי בעיקר בחנה את היכולת שלי להכיל אותה ולא את הידע שלי..."

גם עמית שהפגין ידע חלקי בסדנה, חש שהסדנאות לא תרמו לו כל כך מבחינת הידע והוא נתרם יותר בהרצאות בשיעורים אחרים במהלך הקורס:

אני לא מרגיש שלקחתי מהסימולציות כלים או ידע. אני יכול להעיד על עצמי שיותר כלים והבנה בנושאים שונים, בייחוד ידע לגבי ההוראה וידע לגבי התלמידים (איך ללמד והשגיאות), לקחתי ממך בשיעורים שלנו במתודיקה. אני חושב שמה שאת הסברת לנו במהלך השיעורים שלנו, עזר הרבה יותר להבנה שלי, איך להתמודד עם הנושאים האלה.

סיכום, דין ומסקנות

בקורסים להכשרת מורים למתמטיקה הסטודנטים לומדים דרכי הוראה, ייצוגים למיניהם ושגיאות נפוצות. אחד הכלים שנעשה בהם תהליך ההכשרה הוא קיום סדנאות סימולציה שבהן הסטודנט יכול לחוות ולהתנסות בתרחיש הדומה למציאות בכיתה המאפשרות לו להשתמש בידע התאורטי שרכש.

כדי לפתח ידע של מורים, הסטודנטים צריכים לחוות בעצמם ולהתנסות בעצמם, ומכאן ההצדקה לקיום סדנאות סימולציה. התנסות מעשית מומלצת גם בספרות מחקרית – בול ופורזאני (Ball & Forzani, 2010) טענו במחקרם כי מורה צריך להיות מיומן במגוון רחב של יכולות, וכי יש למצוא דרכים להכשיר אותו לפתח את המיומנויות האלה, בעיקר פיתוח חווייתי ומעשי.

לפיכך נשאלות שאלות אלה: האם בסדנאות הסימולציה אכן בא לידי ביטוי הידע שהוקנה לסטודנטים? האם ההשתתפות בסדנאות משפרת את ידע הסטודנטים? האם ההשתתפות בסדנאות מעלה את תחושת הביטחון והמסוגלות של הסטודנטים?

בתהליך שתואר במאמר זה, נראה כי אין תשובות חד-משמעיות לשאלות אלה. אומנם אין מדובר בממצאים כמותיים המוכיחים קשרים סטטיסטיים, אך הם בהחלט מעלים שאלות לדיון ולמחשבה.

בעניין תחושת המסוגלות העצמית של הסטודנטים, התוצאות הראו שסדנאות סימולציה עלולות להיות חוויה שאיננה מיטיבה עם המשתתפים, מכיוון שלאחר השתתפותם בסדנאות הסימולציה, היו משתתפים שדיווחו כי ביטחונם בידע שלהם התערער. ייתכן שלסטודנטים חסרים רכיבי ידע מסוימים שנדרשו במהלך הסימולציה. ההסברים לערעור בתחושת הביטחון הכללית שלהם שנתנו הסטודנטים בראיונות, התמקדו בדרך כלל בקושי שלהם להתמודד עם פתרונות לא שגרתיים ובקשיים של התלמידים הקשורים לרכיב SCK ולרכיב KCS. רוב ההסברים של המשתתפים התמקדו ברכיב ידע מסוים

שערער את ביטחונם. אפשר ללמוד מתשובות הסטודנטים שלכל אחד מהם היה רכיב אחד של ידע שבו הם היו בקיאים פחות, ולכן יש לו השפעה רבה על תחושת הביטחון שלהם.

ברכיב הידע של הסטודנטים נמצאו הבדלים בין רמות הבקיאות והשליטה שהציגו הסטודנטים ברכיבי הידע המגוונים בסדנאות. רמות הידע הגבוהות יותר הופיעו בידע תוכן שגרתי ובידע של תוכן והוראה, ורמות הידע הנמוכות יותר הופיעו בידע תוכן ייחודי ובידע של תוכן ותלמידים. הסטודנטים שהשתתפו בסדנאות גילו ידע פדגוגי חלקי, העלול להשפיע לרעה על ההוראה שלהם ועל תהליך הלמידה של התלמידים שלהם. איכות ההוראה של מורים היא פועל יוצא של הידע שלהם, ואם כן, מהממצאים עולה כי יש לחזק בקרב הסטודנטים בעיקר את שני רכיבי הידע שנמצאו חסרים ולנסות לעמת את הסטודנטים עם תרחישים שבהם רכיבים אלו באים לידי ביטוי.

אם כן, נשאלות שאלות אלה: כיצד אפשר למקסם את היתרונות של חוויה סימולטיבית כך שהם ישפרו את תחושת המסוגלות של המשתתפים ויגבירו את רמת הביטחון שלהם? כיצד להימנע ממצב של תחושת 'כישלון' בהתמודדות עם תרחיש מסוים?

מתוך הממצאים עולה כי יש לנקוט אמצעים מסוימים כדי להגביר את ההשפעה החיובית של סימולציות קליניות על מתכשרים להוראת מתמטיקה. ראשית, יש צורך להתמקד יותר ברכיבי הידע של SCK ו-KCS, בבניית חוויית הצלחה והתנסויות הוראה חיוביות הקשורות לרכיבי ידע אלה, כדי להגביר את תחושת המסוגלות העצמית שלהם לפני עיסוק בסוג זה של סימולציה. שנית, יש לחזק את היבט המסוגלות העצמית בתהליך האימון בכלל ובמשוב על סימולציה בפרט; יש לשים דגש רב בחוזקות של המשתתף ובהעצמתו. שלישית, סימולציות עם שחקן אחד מאיימות פחות על הסטודנטים וצריכות להיות הסוג היחיד שמשתמשים בו; הקורס והסימולציות צריכים להתמקד בסוג אחד של ידע שיילמד בתאוריה בקורס מתוך יישום הידע בסדנאות ואז לטפל באותה דרך בסוג ידע אחר וחוזר חלילה. המחקר הנוכחי וממצאיו מרמזים כי בעת מתן הדרכה וייעוץ למורים מתחילים חשוב לחזק את ביטחונם לצד קידום הידע שלהם, בייחוד ידע הנוגע לידע תוכן ייחודי וידע של תוכן ותלמידים. המלצה זו הוזכרה גם במחקרים קודמים (Schreiber & Fillo, 2019; van Inger et al., 2016). ממצאי מחקר זה עולה כי יש חשיבות למחקר מקיף בנושא תרומתן של סימולציות לקידום ידע ותחושת מסוגלות של מורים למתמטיקה ומידת השפעתן. כמו כן ראוי להמליץ על הדרכה וליווי של מורים חדשים כדי לחזק את הביטחון שלהם ולקדם את הידע הנרכש במהלך עבודתם, המלצה שנמצאה גם במחקרים קודמים (van In-ger et al., 2016).

Dellinger, A. B., Bobbett, J. J., Olivier, D. F., & Ellett, C. D. (2008). Measuring teachers' self-efficacy beliefs: Development and use of the TEBS-Self. *Teaching and Teacher Education*, 24(3), 751–766. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.02.010>

Dotger, B. H. (2010). "I had no idea": Developing dispositional awareness and sensitivity through a cross-professional pedagogy. *Teaching and Teacher Education*, 26(4), 805–812. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2009.10.017>

Kolb, A. Y., Kolb, D. A., Passarelli, A., & Sharma, G. (2014). On becoming an experiential educator: The educator role profile. *Simulation & Gaming*, 45(2), 204–234. <https://doi.org/10.1177/1046878114534383>

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

Sarıçam, H., & Sakız, H. (2014). Burnout and teacher self-efficacy among teachers working in special education institutions in Turkey. *Educational Studies*, 40(4), 423–437. <https://doi.org/10.1080/03055698.2014.930340>

Sauvé, L., Renaud, L., Kaufman, D., & Marquis, J. S. (2007). Distinguishing between games and simulations: A systematic review. *Educational Technology & Society*, 10(3), 247–256.

Schreiber, I., & Filo, R. (2019). Teaching multiplication and division in classes of learning-disabled students: Teachers' knowledge and sense of self-efficacy associated with their knowledge. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *International symposium elementary mathematics teaching* (pp. 392–401). Charles University.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141–164. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9269-y>

רשימת מקורות

שרייבר, א' ופילו, ר' (2020). ידע ותחושת מסוגלות של מורים למתמטיקה לתלמידים לקויי למידה: הבדלים בין כפל לבין חילוק. *החינוך וסביבו*, מב', 71–91.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps G. C. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>

Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2010). What does it take to make a teacher? *Phi Delta Kappan*, 92(2), 8–12. <https://doi.org/10.1177/003172171009200203>

Bambini, D., Washburn, J. O. Y., & Perkins, R. (2009). Outcomes of clinical simulation for novice nursing students: Communication, confidence, clinical judgment. *Nursing Education Perspectives*, 30(2), 79–82.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84(2), 191–215. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.84.2.191>

Blum, C. A., & Parcells, D. A. (2012). Relationship between high-fidelity simulation and patient safety in prelicensure nursing education: A comprehensive review. *Journal of Nursing Education*, 51(8), 429–435. <https://doi.org/10.3928/01484834-20120523-01>

Brouwers, A., & Tomic, W. (2000). A longitudinal study of teacher burnout and perceived self-efficacy in classroom management. *Teacher and Teaching Education*, 16(2), 239–253. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(99\)00057-8](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(99)00057-8)

Davidovitch, L., Parush, A., & Shtub, A. (2008). Simulation-based learning: The learning–forgetting–relearning process and impact of learning history. *Computers & Education*, 50(3), 866–880. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2006.09.003>

De Coninck, K., Keppens, K., Valcke, M., Dehaene, H., De Neve, J., & Vanderlinde, R. (2023). Exploring the effectiveness of clinical simulations to develop student teachers' parent-teacher communication competence. *Research Papers in Education*, 38(1), 69–101. <https://doi.org/10.1080/02671522.2021.1961291>



- Walker, J. M. T., & Dotger, B. H. (2012). Because wisdom can't be told: Using comparison of simulated parent-teacher conferences to assess teacher candidates' readiness for family-school partnership. *Journal of Teacher Education*, 63(1), 62–75. <https://doi.org/10.1177/0022487111419300>
- van Inger, S., Eskelson, S. L., & Allsopp, D. (2016). Evidence of the need to prepare prospective teachers to engage in mathematics consultations. *Mathematics Teacher Education and Development*, 18(2), 73–91.

להיות מורנטור בזמן משבר - תהליך ליווי ותמיכה לצורך חשיפת מודעות רגשית כאמצעי להגברת חוסן חינוכי אצל סטודנטים לחינוך מתמטי

ד"ר גלית נגרי חדיף

בעלת תואר שלישי מאוניברסיטת חיפה. בוגרת לימודי בתר-דוקטורט במכון ויצמן למדע, ובמהלכם חקרה מאפיינים ואדפטציות של חקר שיעור בקהילות בית-ספריות בישראל, בהנחיית פרופ' אברהם הרכבי וד"ר רוני קרסנטי. חוקרת ומרצה בתחום החינוך המתמטי במסגרות אקדמיות, בהן האקדמית שאנן, גורדון ולוינסקי. בעברה מורה למתמטיקה ומנחת קהילות מורי מתמטיקה בבתי ספר תיכוניים. עסקה בפיתוח תוכניות לימוד ושילוב כלים דיגיטליים בהוראת המתמטיקה.



ד"ר מירלה וידר

בעלת תואר שלישי בחינוך מתמטי מהפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה בטכניון, המכון הטכנולוגי לישראל. בעלת תואר M.A. בחינוך ופסיכולוגיה מהאוניברסיטה הפתוחה בישראל ותואר B.Sc. במתמטיקה מאוניברסיטת תל אביב. מירלה לימדה מתמטיקה בבתי ספר תיכוניים ושימשה גם רכזת מקצוע. כיום משמשת ראש החוג למתמטיקה ומרצה לקורסים מתמטיים וחינוך מתמטי במכללה האקדמית הדתית לחינוך שאנן, חיפה, וכן עוסקת במחקר בחינוך מתמטי באקדמית שאנן.



ד"ר אילנה וייסמן

מרצה בכירה בחוג למתמטיקה באקדמית שאנן ומנהלת מעבדה ניר-קוגניטיבית לחקר יכולות ויצירתיות באוניברסיטת חיפה. מחקרה מתמקדים בחקר ניר-קוגניטיבי (באמצעות EEG) הקשור לפתרון בעיות במתמטיקה ובחינת הבדלים אינדיווידואליים במהלך תהליך זה.



ד"ר אנה פרוסק

בעלת תואר דוקטור מאוניברסיטת חיפה בהנחייתה של פרופ' אנה ספרד. עסקה בהוראת מתמטיקה בתיכון ברמת 5 יחידות ושימשה מדריכה ומפקחת ברשת "מופת". מלמדת במכללות לחינוך אורנים ושאנן וכן עוסקת במחקר בחינוך מתמטי באקדמית שאנן. יצרה ופיתחה כלים חדשניים דידקטיים רפלקטיביים וגם כלים פדגוגיים-פסיכולוגיים. תחומי המחקר העיקריים שלה הם זהות של תלמיד שלומד מתמטיקה בתרבויות מגוונות, שיח מתמטי, דרכי פיתוח של יצירתיות מתמטית בקרב מורים ותלמידים, בניית קישורים אינטגרטיביים בתהליך הוראת מתמטיקה, טיפוח תחושת מסוגלות עצמית מתמטית אצל תלמידים ומתודולוגיה של פיתוח החשיבה.



להיות מורנטור בזמן משבר – תהליך ליווי ותמיכה לצורך חשיפת מודעות רגשית כאמצעי להגברת חוסן חינוכי אצל סטודנטים לחינוך מתמטי

גלית נגרי חדיף, מירלה וידר, אילנה וייסמן ואנה פרוסק

תקציר

למרצים באקדמיה יש תפקיד כפול בחינוך ובטיפוח החוסן החינוכי של הסטודנטים שלהם. מצד אחד הם מרצים בתחום דעת מסוים ותפקידם ללמד ולעקוב אחר הסילבוסים בקורסים, ומצד אחר תפקידם לשמש חונכים לסטודנטים הנמצאים במשבר, לספק להם הכוונה רגשית ומקצועית ולחזק את החוסן החינוכי שלהם. מתוך אימוץ שני תפקידים אלו הופכים המרצים למורים-מנטורים (mentor-teachers) או כפי שטבע פרופ' אבי לוי, נשיא האקדמיה שאנן – מורנטורים. חיזוק החוסן החינוכי חשוב במיוחד במצבי משבר לאומי כדוגמת מלחמת חרבות הברזל המתמשכת. המשבר הלאומי בישראל אף הדגיש את הצורך הדחוף לשמר מורים פוטנציאליים למתמטיקה באקדמיה, מה שהופך את החוסן החינוכי של מורים למתמטיקה לעתיד לעניין מדאיג, בייחוד בשל המחסור במורים ובמועמדים להוראת המתמטיקה. למודעות העצמית הרגשית יש השפעות על קידום מטרות הפרט ולכן היא משמשת רכיב נחוץ בחיזוק החוסן החינוכי. חניכה עשויה לתרום למודעות העצמית הרגשית ולהתמודדות אצל סטודנטים השבים ללימודי חינוך מתמטי לאחר שירות מילואים פעיל. בחקר מקרה המתואר במאמר זה, מחברות המאמר חוקרות את התהליך הרגשי שעובר סטודנט לחינוך מתמטי החוזר ללימודי חינוך מתמטי במהלך מלחמת חרבות הברזל לאחר שירות מילואים פעיל. חקר זה מתמקד בפרט בשינויים במודעות הרגשית של הסטודנט, כפי שאלו משתקפים מתוך דבריו בעת השתתפותו בסדנה ובראיונות. חקר המקרה של הסטודנט מראה כיצד תהליך של חניכה עשוי ליצור שינוי רגשי אצל החניך ולקדם אותו למקום חיובי יותר.

מילות מפתח: חונכות (מנטורינג); מודעות עצמית רגשית; חוסן חינוכי; עץ הרגשות; "התכתבות עם הפרופסור"; מורנטור

מבוא

"משנת המורנטור" שברוחה נבנתה גם תנועת המורנטור הארצית בהנהגת האקדמית שאנן (לוי, 2024, 2022), חרתה על דגלה ערכים ההופכים את המרצה בעל ההשכלה הדיסציפלינרית הרחבה למומחה בתחום הדעת שלו. עם

זאת המרצה נחשב גם לאדם שתמיד אפשר להתייעץ עימו ולצפות ממנו לתמיכה, ליד מושטת לאחר נפילה, מורה שמאמין בך, שמעצים את כישרונותיך ומחליש את חסרונותיך. מורנטור הוא האדם שעוזר לך להגיע אל המקום הנכון ולהתקרב להגשמת מטרותיך.

רוח זו המנשבת באקדמית שאנן זה כמה שנים, שימשה לנו השראה להפעיל את סדנת "התכתבות עם הפרופסור". סדנה זו היא כלי מורנטורי ייחודי המעניק לסטודנטים החוזרים מלחימה ללימודים בכוחות עצמם ומתוך כך מחזק את החוסן החינוכי שלהם. במחקר איכותני זה שבו נעשה שימוש במתודולוגיית חקר מקרה תיאורי, כותבות המאמר חוקרות את התהליך שעובר מעוז (שם בדוי), סטודנט לחינוך מתמטי. הוא חוזר ללימודי מתמטיקה אקדמיים במהלך מלחמת חרבות הברזל לאחר שהיה בשירות מילואים פעיל. המחקר מתמקד בפרט בשינויים במודעות הרגשית של הסטודנט, כפי שאלו משתקפים מתוך השתתפותו בסדנת "התכתבות עם הפרופסור" בשלביה המגוונים ובראיונות שנעשו עימו במהלך החניכה.

על סמך ההשפעות החיוביות שנמצאו במחקרים רבים על חונכות (מנטורינג), כרמל ופאול (Carmel & Paul, 2015) משערים כי חונכות במוסדות אקדמיים בעלת ערך בתהליך הלמידה, הן עבור החונך (המנטור) הן עבור החניך (המנטי) בכל הקשר. לשמש חונך משמעו לעודד רפלקציה עצמית המשמשת היבט חיוני של המודעות הרגשית העצמית. מתוך יחסי גומלין עם החניך, החונך עוזר בחשיפה וזיהוי טריגרים רגשיים, ומתוך מודעות רגשית גורם לחניך להבין תגובות והתנסויות רגשיות ואת דרך השתקפותן בביצועים לקראת השגת מטרותיו האישיות. תהליך זה של חיפוש עצמי תורם לחיזוק החוסן החינוכי, שכן הוא עוזר לחניך לחשוף תבניות רגשיות ולפתח תובנה מעמיקה עליהן ועל האופן שתבניות רגשיות אלו מקדמות את מטרותיו האישיות (Carmel & Paul, 2015).

חיזוק החוסן החינוכי חשוב במיוחד במצבי משבר. חוקרים מדגישים את ההשפעה של משברים לאומיים,

על אף הקשיים והעיכובים. כדי לחזק חוסן חינוכי של סטודנטים, חשוב שמרצים באקדמיה יהיו מודעים לתפקידם הכפול. מצד אחד הם מרצים בתחום דעת מסוים ותפקידם ללמד ולהיצמד לתוכנית הלימודים הקיימת על אף המשבר, ומצד אחר תפקידם לשמש חונכים לסטודנטים הנמצאים במשבר, לספק להם הכוונה רגשית ומקצועית ולחזק את החוסן החינוכי שלהם. מתוך אימוץ שני תפקידים אלו הופכים המרצים למורים-מנטורים (mentor-teachers) או כפי שטבע פרופ' אבי לוי, נשיא האקדמית שאנן – מורנטורים (לוי, 2024, 2022). שלא כחונך שאינו מחויב להוראה, מושג המורנטור מדגיש את תפקידו הכפול של המרצה.

סקירת ספרות

מקצת מהספרות העוסקת בחונכות באקדמיה מתמקדת במודלים שבהם החונך הוא חבר סגל מנוסה, ואילו החניך הוא חבר סגל בראשית דרכו. מחקרים אלה עומדים על תרומתה של החונכות לשני הצדדים המעורבים בתהליך – הן לחונך הן לחניך (Viator, 2001). על פי ויאטור (Viator, 2001), כאשר מיישמים את עקרונות החונכות על יחסי מרצים וסטודנטים באקדמיה, אפשר לראות כי גם החונך וגם החניך מרגישים שהמוסד האקדמי מעריך אותם, משקיע בהם ומאפשר את תהליך החונכות. מצד אחד החונכים מרגישים שהסטודנטים, עמיתיהם לעבודה והממונים עליהם מעריכים אותם בזכות הידע והניסיון שלהם, ומצד אחר תהליך החניכה מאפשר לחניכים להרגיש שלמוסד האקדמי אכפת מהם והוא מוכן להשקיע בעתידם. יש בכוחה של החונכות להצית מחדש את התלהבותם של סטודנטים מאוכזבים ומתוסכלים וכן להעלות את רמת ההערכה העצמית ואת רמת הביטחון העצמי של הסגל והצוות האקדמי.

החונכות מספקת מקום בטוח בשביל לפרוק תסכולים המאפשרים לסטודנטים לדון בתקריות המשפיעות על חייהם המקצועיים. יתרה מזו, היא מעניקה סיוע פסיכוסוציאלי במרחב האקדמי המסייע לחניכים להתמודד התמודדות יעילה יותר עם עמימות ועימותים תפקודיים וסביבתיים שנחשבים בעיני החניכים ממדים של אי-ודאות (Viator, 2001). חונכות עשויה גם לעודד סטודנטים לנהל את סביבת הלימודים המשתנה ולגבור על אתגרים העלולים להשפיע לרעה על ההערכה העצמית ועל ההישגים שלהם אם אינם מנוהלים כראוי. תהליך החונכות הוא אפוא כלי התפתחותי העשוי לספק יתרונות בכלל ההיבטים בחיי המוסד האקדמי.

תוכניות חונכות הקשורות להוראה ולימוד של המתמטיקה מתנהלות זה שנים בעולם כולו. ככל

כמו מלחמות ומגפות וגם משברים אישיים הנובעים משינויים דמוגרפיים למשל הגירה או אירועים משפחתיים פתאומיים, על למידה בכלל ועל לימוד מתמטיקה בפרט. מגפת הקורונה, למשל, עוררה חרדה בקרב תלמידים בשל הפרעות ממושכות בלמידה, והביאה לידי פערים חינוכיים ואי-שוויון לימודי (Blaskó et al., 2022). תופעות דומות מתרחשות גם בעת מלחמה. לדוגמה, מחקר על תלמידים באוקראינה מאז פרוץ המלחמה בשנת 2022 מצא שרבים מהם חוו רמות גבוהות של חרדה, אי-שקט ודיכאון, הפוגעים בתהליכי למידה יעילים (Meshko et al., 2023).

במחקר שבחן את ההשפעות של משברים אישיים, כגון אובדן פתאומי של בן משפחה או שינויים דמוגרפיים, נמצאו השפעות דומות על הביצועים האקדמיים (Oosterhoff et al., 2018). נראה כי רמות החרדה המוגברות הקשורות למשברים אלו הן גורם עיקרי התורם לקשיים בלמידה (Spielberger, 1966). חרדה היא תגובה רגשית על איום נחוה או דאגה מפני תרחישים היפותטיים פוטנציאליים. זה יכול להתבטא בקשיים קוגניטיביים, אישיים ורגשיים ועלול להיות מלווה בתחושות של חוסר יכולת, חוסר אונים, ירידה במוטיבציה, חוסר שליטה, בדידות, קשיי הסתגלות, דאגה ואיום (McReynolds, 1976). קשיים אלו מועצמים במיוחד בלימודי המתמטיקה, שבהם אי-רציפות בלימודים פוגעת בהבנת החומר הנלמד ובהישגים ואף עלולה לעורר חרדה מתמטית (Barroso et al., 2021).

המשבר הלאומי בישראל בימי מלחמת חרבות הברזל המתמשכת הדגיש את הצורך הדחוף בשימור מורים עתידיים למתמטיקה באקדמיה, והפך את החוסן החינוכי של מורים למתמטיקה לעתיד לעניין מדאיג, בייחוד בשל המחסור במורים למתמטיקה ובסטודנטים לחינוך מתמטי. כדי לחדש את לימודיהם האקדמיים לאחר השירות הצבאי בזמן מלחמה, מורים עתידיים למתמטיקה צריכים להסתגל מחדש לסביבה החינוכית, להתגבר על הלחצים הכרוכים בלמידה ולהצליח בלימודים על אף נוכחותם של אתגרים או גורמי סיכון מהותיים, מתוך אימוץ אסטרטגיות התמודדות יעילות.

בקרב מורים עתידיים למתמטיקה, הפערים הנכפים עליהם בלמידה עשויים להקשות על יישום מיומנויות והבנה מתמטיות, לפגוע בהישגים הלימודיים ואף לעורר חרדה ממתמטיקה (השוו, Dos Santos Carmo et al., 2019). נוסף על חרדות הקשורות לתוצאות המלחמה. חוסן חינוכי מפותח יכול למנוע מסטודנטים אלו לנטוש את לימודיהם ולחזק את המוטיבציה שלהם להצליח

2. כיצד מקדמת חשיפת ההיבטים הרגשיים את יכולת התמודדות של החניך עם חזרתו ללימודים?

מתודולוגיה

חקר מקרה הוא מתודולוגיה אידיאלית כאשר יש צורך בחקירה הוליסטית ומעמיקה (Feagin et al., 1991). מתודולוגיית חקר מקרה שימשה במחקרים מגוונים, במיוחד בתחום הסוציולוגיה, אך משמשת בשנים האחרונות יותר ויותר גם בחקר בתחום ההוראה. חוקרים כמו יין (Yin, 1994), סטייק (Stake, 1995) וגם אחרים בעלי ניסיון רחב במתודולוגיה זו, פיתחו נהלים נוקשים הנוגעים למתודולוגיה של חקר מקרה, שנועדו להציג פרטים מנקודת המבט של המשתתפים באמצעות ריבוי מקורות לנתונים (טריאנגולציה). יין (Yin, 1993) זיהה כמה סוגים מסוימים של חקר מקרה, ובהם חקר מקרה תיאורי. ברוח זו מחקר זה מבקש לתאר את השינויים במודעות העצמית הרגשית של סטודנט המשתתף בחניכה לאחר חזרתו ללימודי חינוך מתמטי משירות מילואים פעיל.

ההקשר המחקרי

ההקשר של מחקר זה הוא מלחמת חרבות הברזל שפרצה ב-7 באוקטובר 2023, ועקב כך שנת הלימודים במוסדות ההשכלה הגבוהה הרבים בישראל החלה לאחר יותר מחודש. בתחילה התחדשה הלמידה מרחוק, ולאחר מכן עברה למפגשים פנים אל פנים בכמה מהמוסדות. על אף הסכסוך המתמשך והמשך השירות הצבאי הפעיל של כמה מהסטודנטים, בסופו של דבר חידשו המוסדות להשכלה גבוהה את הלימודים הרגילים. לסטודנטים שחזרו בהמשך משירות מילואים הוצעו התאמות, כמו יכולת להתעדכן בשיעורים באמצעות הרצאות מוקלטות ובקורסים מסוימים קיבלו ציון עובר או פטור. עם זאת סטודנטים רבים שחזרו משירות מילואים פעיל היו מתוסכלים מההיקף של ההרצאות וחומרי הקורסים המוקלטים. אף שמרצים ניסו למקד אותם ולעזור להם להדביק את הקצב, כמה מהסטודנטים לא שיתפו פעולה או לא היו פנויים רגשית לקבל את העזרה שהוצעה להם. חקר מקרה זה צמח מתוך האתגרים ומנגנוני ההתמודדות הייחודיים שחוו ועדיין חווים סטודנטים אלו, מתוך ניסיון להבין טוב יותר באיזה אופן החונכות יכולה לעזור לסטודנטים לפתח את המודעות העצמית הרגשית שלהם בזמן משבר.

משתתף המחקר

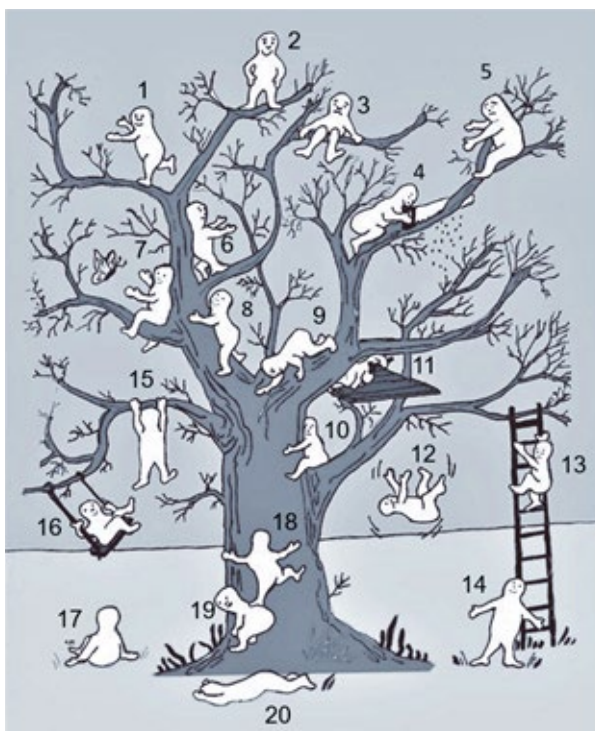
נושא מחקר זה הוא מעוז (שם בדוי), סטודנט לחינוך מתמטי בן 24. מעוז הוא גם אב טרי לתינוק שנולד במהלך המלחמה. מעוז החל את לימודיו בחינוך מתמטי שנתיים לפני פרוץ מלחמת חרבות הברזל. המלחמה

שהמעורבות של החונכים בחינוך המתמטי מתעצמת, כך האחריות של החונכים לפתח את הפרקטיקות של פרחי הוראה למתמטיקה הולכת וגדלה (Sinclair, 1997). כך, למשל, בחנו גולר וצ'ליק (Güler & Çelik, 2022) כיצד אפשר לתמוך במורים מתחילים למתמטיקה באמצעות חניכה מקוונת בזמן מגפת הקורונה. מתוך הממצאים שלהם עולה כי החניכה שיפרה במידה ניכרת את כישורי ניתוח השיעורים של מורים אלו. יתרונות החניכה בלטו גם בקרב סטודנטים להוראת המתמטיקה במחקר של לארוס ועמיתיו (Larose et al., 2011). הם בחנו את ההשפעה של תוכנית חונכות אקדמית בקרב 150 סטודנטים ומטרתה הייתה למנוע נשירה של סטודנטים במתמטיקה, מדעים וטכנולוגיה מלימודיהם. בסיום התוכנית הראו החניכים שיעורי הצלחה, מוטיבציה והתמדה גבוהים יותר מאלו של 157 סטודנטים בקבוצת ביקורת שלא השתתפה בתהליך החניכה.

אחד היעדים המרכזיים של חניכה ואימון הוא לשפר את השינוי ההתנהגותי של החניך באמצעות הגברת המודעות העצמית הרגשית שלו (Bozer et al., 2014). תפקיד החניכה הוא לעזור לחניך במעבר ממצב רגשי אחד למצב רגשי אחר ומתוך כך לקרב אותו למטרה מוצהרת מראש. כדי לעשות זאת, על החונך לעודד מודעות עצמית רגשית אצל החניך ולעזור לו לנתב את רגשותיו להגשמת מטרותיו (Hudson, 2009). מודעות עצמית רגשית היא היבט קריטי של אינטליגנציה רגשית, כפי שהגדיר אותה גולמן (Goleman, 2005), והיא כרוכה בזיהוי ובהבנה של הרגשות של האדם עצמו ושל ההשפעות שיש לרגשות אלה על הביצועים שלו. מודעות זו היא נכס בעל ערך לחוסן החינוכי, שכן היא מאפשרת לאדם להבין את רגשותיו וכיצד הם משפיעים על השגת מטרותיו. מודעות רגשית גם עוזרת ליישב את הדימוי העצמי של האדם עם מציאות גדולה יותר המסתמכת על האופן שאחרים רואים אותו, מטפחת ביטחון עצמי ריאליסטי באמצעות הכרה בחוזקות ובמגבלות האישיות. יתרה מזו, מודעות עצמית רגשית מבהירה ערכים אישיים ומספקת תחושת מטרה המסייעת בקבלת בחירות החלטיות יותר (Goleman, 2005).

מטרת מחקר זה היא לחקור את תהליך חניכה באמצעות חקר מקרה של סטודנט ששב ללימודי החינוך המתמטי לאחר שירות מילואים פעיל במלחמת חרבות הברזל. שאלות המחקר הן אלה:

1. כיצד מקדם תהליך החניכה את המודעות העצמית הרגשית של החניך?



איור 1: פעילות עץ הרגשות
(Prusak, 2020, p. 70)

בעץ הרגשות, לבחור דמות שהם מזדהים עימה, להסביר בכתב יד את בחירתם ולתאר את רגשותיהם. פעילות עץ הרגשות שימשה חלק ראשון של הסדנה שהועברה למשתתף.

סדנת "התכתבות עם הפרופסור"

כדי להקל על השיח הרגשי, תחילה התבקש המשתתף בסדנה "התכתבות עם הפרופסור" לבחור דמויות על עץ הרגשות בשלוש נקודות זמן אלה – בחירה בדיעבד, בחירה עכשווית ובחירה עתידית, להסביר את בחירתו ולתאר את רגשותיו בכתב יד, כפי שהוסבר לעיל.

בהמשך הסדנה התבקש המשתתף לצייר פרופסור (או פרופסורית) דמיוני חכם וטוב לב שיכול לעזור לו להתמודד עם האתגרים הקשורים לחזרתו ללימודי החינוך המתמטי. הבקשה לצייר את דמותו של הפרופסור נועדה לאפשר לסטודנט להתקרב לדמות שהוא כותב אליה, ומתוך כך לחזק את אמונו בפרופסור, וליצור ביניהם מעין יחסי קרבה כדי שהסטודנט יוכל להתבטא בכתובה גלויה ופתוחה. הציור של דמות פרופסור 'אישי' משמש למעשה בתפקיד של מטפורה חזותית (visual metaphor), כלי המוכר בתחום הפסיכותרפיה העצמית (Serig, 2006). לאחר שצייר את הפרופסור, התבקש המשתתף לתאר לפרופסור את הקשיים העיקריים והסיבות לקשיים אלו בעת חזרתו ללימודי החינוך המתמטי בכתב שכתוב בכתב ידו. פסיכולוגים

קטעה את לימודיו הסדירים כשנקרא לשירות מילואים פעיל בלי הגבלת זמן. עם חזרתו של מעוז ללימודים הוא נתקל בקשיים רגשיים, קוגניטיביים ואישיים בלתי צפויים. המלחמה השפיעה במידה ניכרת על יכולתו של מעוז להתמקד בלימודיו, ולכן נרתמנו לעזור ולהקל עליו. מעוז היה שותף פעיל לקבלת העזרה ולפיכך שימש שותף מתאים לחקר מקרה שביקשנו לעשות, בשל היותו בעל אישיות פתוחה ויכולת מילולית טובה.

כלי המחקר

המחקר הנוכחי השתמש במקורות רבים לאיסוף ראיות: מסמכים שנאספו במהלך סדנת "התכתבות עם הפרופסור" (תגובות על פעילות עץ הרגשות, מכתבים שנכתבו לפרופסור, מכתבי תשובה בשם הפרופסור ושאלונים רפלקטיביים) וראיונות חצי מובנים. סדנת "התכתבות עם הפרופסור" נבנתה על פי כלי שפיתחה אנה פרוסק והוא מתואר בספר שלה (Prusak, 2020). סדנה זו והכלים הנלווים לה הותאמו במיוחד להקשר המחקרי ולהצעתו של יין (Yin, 1994) להשתמש בכמה מקורות לראיות כדרך להבטיח את תוקף המחקר (טריאנגולציה).

עץ הרגשות (Blob Tree)

עץ הרגשות הוא כלי ויזואלי-חזותי שנועד לסייע בזיהוי, ביטוי ועיבוד רגשות באמצעות מתן ייצוג חזותי של תרחישים ורגשות מגוונים ולעזור למשתתפים לבטא ולהתחבר לרגשותיהם מבלי להכניס להם מילים לפה (ראו איור 1). הכלי מסתמך על דימוי של עץ, המסמל במחקר זה את לימודי החינוך המתמטי באקדמיה, כאשר הדמויות שעל העץ מייצגות מקשת רחבה של חוויות רגשיות. המשתמש יכול לבחור את הדמות על העץ שהוא מזדהה עימה, ולהמחיש את מצבו הרגשי מתוך תחושה פנימית. כלי זה ודומים לו נפוצים בשימוש בתחומי החינוך, הפסיכולוגיה והייעוץ, ומשמשים להעצמת המודעות הרגשית והשיח הרגשי ולפיתוח אינטליגנציה רגשית בקרב ילדים ומבוגרים כאחד.

פרוסק (Prusak, 2020, p. 70) פיתחה גרסה מיוחדת של עץ הרגשות, המותאמת לכלי "התכתבות עם הפרופסור". לצורך מחקר זה עבר הכלי התאמה נוספת כאשר הסטודנטים המשתתפים התבקשו לבחור דמויות מעץ הרגשות בשלוש נקודות זמן אלה: (א) בחירה בדיעבד – שיקוף של רגשותיהם כאשר חזרו תחילה ללימודי החינוך המתמטי לאחר שירות המילואים; (ב) בחירה עכשווית – רגשותיהם הנוכחיים לאחר שחידשו את שגרת לימודי החינוך המתמטי זה זמן מה; (ג) בחירה עתידית – הרגשות שהם שואפים לחוש בעתיד בלימודי החינוך המתמטי שלהם. בכל נקודה הוזמנו הסטודנטים להתבונן



בדרך כלל ייתכן שכתובת המכתב הראשון (לנמען דמיוני) מאפשרת לכותב לתאר את הבעיה ולחקור אותה, וכתובת מכתב התשובה מאפשרת לכותב לחשוב על פתרונות ועל דרכי התמודדות עם הבעיה, מתוך גיוס הידע והמיומנויות האישיות שלו וגילוי כוחות פנימיים חבויים (Kutuzova, 2009).

כמו בחלק הראשון התבקש המשתתף למלא משוב רפלקטיבי לאחר שכתב מכתב תשובה בשם הפרופסור. נוסף על כך התבקש המשתתף לציין את התרומה של כתיבת כל אחד מהמכתבים ליכולת שלו להתמודד עם הקשיים שתוארו ואת הדברים שלמד על עצמו.

עוד מידע על הכלי "התכתבות עם הפרופסור", על הבסיס התאורטי, על המבנה ועל המתודיקה ליישומו באוכלוסיות מגוונות נמצא בתוך מאמריהן של פרוסק (Prusak, 2020) ופרוסק ושריקי (Prusak & Shriki, 2017, 2023).

ראיונות

במחקר זה השתמשנו בראיונות חצי מובנים ככלי משלים להבהרת ממצאים שעלו מסדנת "התכתבות עם הפרופסור" ולתוספות מידע רלוונטיות. ראיונות אלו אפשרו לנו להבין לעומק את עולמו של המשתתף, להבהיר נקודות שעלו במהלך "התכתבות עם הפרופסור", ולספק הקשר נוסף לפרשנות הנתונים. בראיונות נבחנו אותן נקודות בזמן שעלו במהלך הסדנה "התכתבות עם הפרופסור". המבנה של הראיונות שעסקו ברקע של המשתתף, בחזרתו מן המילואים ללימודי החינוך המתמטי, במצב העכשווי שהוא נמצא בו ובשאיפותיו וציפיותיו לעתיד, חיזק את ניתוח הממצאים ונתן עוד נקודת מבט. הראיונות תומללו במלואם מיד לאחר עריכתם.

הליך המחקר

הליך המחקר כלל שלושה שלבים מרכזיים במפגש החניכה, שנועדו להבין לעומק את המודעות הרגשית העצמית ואת דרכי ההתמודדות עם האתגרים שעלו עם החזרה ללימודי חינוך מתמטי. בשלב הראשון התקיים מפגש חניכה של שעה וחצי עד שעתיים, שבו נעשו שתי פעילויות עיקריות: עץ הרגשות וסדנת "התכתבות עם הפרופסור". בשלב השני והשלישי נעשו שני ראיונות חצי מובנים בהפרש של שישה חודשים, וכל אחד מהם נמשך בין חצי שעה לשעה.

השילוב בין מפגש חניכה לראיונות אישיים יצר תמונה מקיפה יותר של חוויית המשתתף, אפשר להשוות בין היבטים סובייקטיביים מסוימים וחיזק את המסקנות באמצעות נקודות מבט מגוונות (טריאנגולציה).

ומומחים העוסקים בפרקטיקות כתיבה טוענים שכתובה בכתב יד יעילה יותר מהקלדה במחשב מבחינת ההשפעה שלה על יכולת הכותב להיכנס למצב רגשי המאפשר לו להתבטא לעומק (Kutuzova, 2009; Progovoff, 1992). בספרות העוסקת בכתיבת 'מכתב לעצמי' (Gray, 1992) עולה החשיבות של הפניית המכתב לנמענים דמיוניים כאשר מדובר בקושי אישי של הכותב עצמו. לכאורה היה אפשר לבחור במורה כלשהו למתמטיקה כנמען הדמיוני, ואולם סברנו שיתכן שתלמידים שהתאכזבו בעבר מסיוע של המורה שלהם יעשו השלכה של תחושות האכזבה שחוו, ובשל כך לא יצליחו להעלות את קשייהם על הכתב. פרופסור נחשב לדמות סמכותית ובעלת מומחיות בתחום, אך מכיוון שאין לו השפעה ישירה על הנעשה בבית הספר, סברנו שתלמידים יוכלו לסמוך עליו מבחינה מקצועית ולפנות אליו בפתיחות מבלי לחשוש מחשיפה אישית לפני מישהו מוכר. יתרה מזו, בעת כתיבת מכתב התשובה, יתבקשו התלמידים להיכנס לנעליה של דמות שבעיניהם מסוגלת לתת עצות מועילות להתמודדות עם קשיים (Kudrina, 2009).

בסיום חלק זה התבקש המשתתף לענות על שאלון רפלקטיבי שמטרתו לאפשר לו להבין את תרומתו של המכתב לפרופסור באיתור העצמי של קשיים וסיבות לקשיים הקשורים לחזרתו ללימודי חינוך מתמטי ובניתוח הרגשות שמתלווים לקשיים אלו. בהשקפה התרבותית וההיסטורית של ויגוצקי (Vygotsky, 1997), רפלקציה בכתב והמודעות עצמית הנובעת ממנה משמשות מנגנון חשוב בעל השפעות רבות על התפתחות האישיות. בזכות מנגנון זה הפרט יכול להבין, לנתח ולהכיר את עצמו; להיפטר מהפחדים שלו; ללמוד לבטא את עצמו ואת רגשותיו ביתר התאמה; לגלות את הפוטנציאל הפנימי שלו; לפתח יחסים חיוביים עם אנשים אחרים; ולראות את עצמו באור חיובי (Prusak, 2018). בעת שימוש בכלי "התכתבות עם הפרופסור", שאלונים רפלקטיביים בכתב נועדו לסייע לפרט ליצור קשר עם עצמו, להגביר את הביטחון שלו בתהליך הלמידה, לגלות משאב נסתר בעצמו וליצור דימוי עצמי חיובי ולטפח מסוגלות עצמית (Prusak, 2016; Prusak, 2018; Prusak, 2019).

בחלק השני התבקש המשתתף לקרוא שוב את המכתב שכתב לפרופסור ואז לכתוב מכתב תשובה לעצמו בשם הפרופסור שבו הוא ממליץ לעצמו דרכים שיש לנקוט כדי להתמודד עם כל אחד מהקשיים שהוא תיאר במכתב לפרופסור.

לדעת גריי (Gray, 1992), כתיבת מכתב תשובה בשם הנמען משפיעה על הכותב יותר מכתובת מכתב לנמען.

ניתוח הנתונים

איסוף וניתוח של הנתונים היו שזורים זה בזה בכל תהליך המחקר כולו (Charmaz, 2006). בוצע מחקר איכותני על סמך מתודולוגיית מחקר איכותנית (Corbin & Strauss, 2015) וניתוח תוכן נושאי איכותני (Clarke et al., 2015). בפרט חיפשנו בטקסט ביטויים לרגש ושינויים החלים בביטויים אלו ברבות זמן. בתום הסדנה "התכתבות עם הפרופסור" הוספנו את הנתונים שהתקבלו מתשובות לשאלונים ומתמלולי הראיונות, כל אחד בזמנו.

ממצאים

בתהליך הליווי אפשר לזהות נקודות ציון מרכזיות המעידות על תרומת הכלים ששימשו לפיתוח המודעות הרגשית של מעוז.

שלב 1: זיהוי ושיום של הרגשות בשלוש נקודות זמן מסוימות

עץ הרגשות אפשר למעוז לשקף לעצמו ולחונכיו את מצבו הרגשי בשלוש נקודות זמן אלה: בעבר – עם חזרתו מהמילואים ללימודי החינוך המתמטי, בזמן המפגש ובמבט לעתיד. הדמות שבחר כדי לייצג את תחושותיו עם שובו ללימודי החינוך המתמטי במכללה היא דמות מספר 12, המתארת אדם ב"נפילה חופשית", כאשר ידיו ורגליו נשמטות מאחיזתן בעץ. חוויית הניתוק והאובדן שחש כללה גם פגיעה במוטיבציה ובתחושת המשמעות שהייתה לו בעבר. מבחינה אקדמית, חוסר העניין בלימודים לא נבע רק ממגבלת זמן, אלא גם מתחושת חוסר ערך. אלה הן כמה מהתבטאויותיו:

...מרגיש "מעופף" במצב של נפילה חופשית, שמשוה מושך אותי למטה [...] אני מפחד, אני מבולבל, ואין לי כוחות "לעוף" למעלה, להתאפס על עצמי או "לטפס" על העץ... (מעוז, עץ הרגשות, שלב 1)

...הרגשתי ש"איבדתי את הצפון", שהבסיס הערכי-מוסרי שלי, שאמונות הבסיס שלי לגבי ישראל, הציונות, היכולת שלי להגן על עצמי, הביטחון האישי שלי ושל קרובי – כל אלו קיבלו פרספקטיבה אחרת [...] שינוי משמעותי בסדר העדיפויות שלי – הרגשתי ניהיליזם, חוסר משמעות, חוסר ערך, פחד, חוסר מוטיבציה. טרם חזרתי לתפקד מבחינה לימודית בצורה תקינה... (מעוז, עץ הרגשות, שלב 1)

כאשר התבקש לבחור דמות המייצגת את תחושותיו בהווה, הוא בחר בדמות מספר 17:

...מצד אחד כבר לא בנפילה חופשית, כן "על הקרקע", אבל עדיין דמות שהיא "outsider", מחוץ למסגרת,

ללא קשר לעץ או אינטראקציה עימו, מסתכל לכיוון אחר. מרגיש שהדברים מחלחלים, עברתי את הנפילה של לחזור הביתה אבל אני עדיין אבוד, בודד ביכולת ההתמודדות שלי, outsider מבחינה חברתית ומרגיש מנותק רגשית מהדברים היסודיים והבסיסיים שסביבם היו חיי עד עתה... (מעוז, עץ הרגשות, שלב 2)

מעוז מזהה את תהליך ההתמודדות, אך מדווח על ניכור חברתי ואישי עמוק. התחושה שהאתגרים שחווה במתמטיקה אינם נפרדים מהקשיים האחרים בחייו מעידה על כך שהוא עדיין חווה את החזרה לשגרה כמקשה אחת, בלי הבחנה בין ההיבטים האישיים, האקדמיים והחברתיים.

כאשר התבקש לבחור דמות המשקפת את התחושה שהוא שואף להגיע אליה, בחר בדמות מספר 14:

...דמות שהיא על הקרקע, לא תלויה או קשורה לעץ, אך שמחה, נראית מאושרת ושלמה. אני מרגיש שלא אוכל להיות המעוז המקפץ על העץ של פעם. לא יודע אם אני עדיין מרגיש את הרצון לחזור אל העץ. אבל רוצה לקום, להתאפס, לשמוח ולמצוא את נקודות השמחה והעוצמה שלי במקום שאליו הגעתי (הקרקע)... (מעוז, עץ הרגשות, שלב 3)

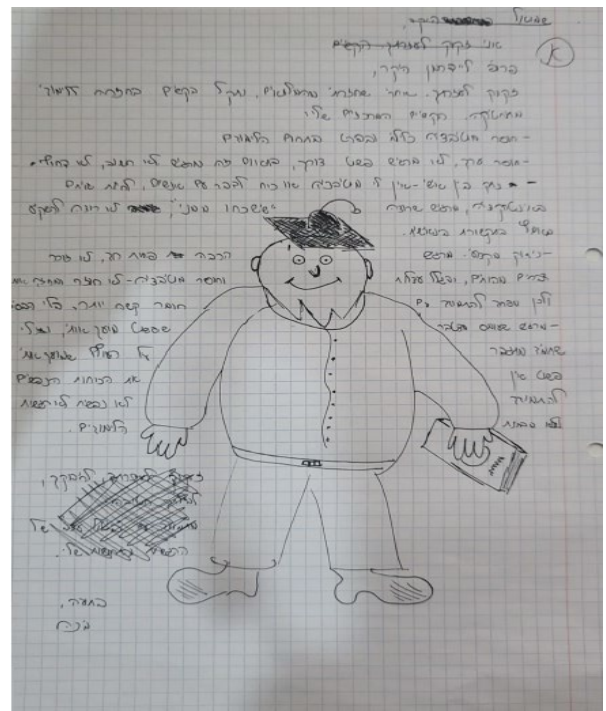
מעוז יודע שהוא לא יוכל לחזור להיות מי שהיה, ולכן אינו שואף לשחזר את העבר אלא למצוא משמעות מחודשת בקרקע היציבה החדשה שהגיע אליה. יש בו רצון "להתאפס" ולהתמקד בחיובי, אך עדיין הוא מתמודד עם ספקות וחששות באשר ליכולתו להגשים זאת בפועל.

נראה כי עץ הרגשות שימש בעבור מעוז כלי חזותי שאפשר לו לבטא את רגשותיו, ובעזרתו הוא זיהה לראשונה שהקושי שלו אינו רק בתחום לימודי, אלא קשור גם להתמודדות רגשית רחבה יותר. מעוז הבין שהאתגר שהוא חווה אינו מתמקד רק בלימודי מתמטיקה, אלא משקף גם היבטים נפשיים, קיומיים וחברתיים. תובנה זו מסמנת את השלב הראשון בתהליך של שיום רגשות, שהוא שלב הכרחי בפיתוח מודעות רגשית.

החלוקה לשלוש נקודות זמן – חזרה מהמילואים, ההווה והעתיד – מאפשרת למעוז לצאת מהתמקדות בהווה ולהתחיל לפתח נקודת מבט רחבה יותר על מצבו. היכולת להתבונן במצבו בעבר, בהווה ובעתיד עשויה לסייע לו, לפחות במידה מסוימת, להבחין בתנועות שבמצבו, להבין שהתמודדותו אינה קפואה או קבועה, ואולי אף לחזק את תחושת המסוגלות שלו להתמודד עם האתגרים שהוא נתקל בהם.

שלב 2: ניסוח הקשיים באמצעות כתיבת מכתב לפרופסור

בשלב זה מעוז מתבקש לצייר דמות של פרופסור (או פרופסורית) באוניברסיטה שיש לו אמון ביכולת שלו לעזור לו להתמודד עם קשייו. לאחר שצייר את הדמות (איור 2), התבקש מעוז לכתוב מכתב לפרופסור ולתאר את הקשיים המרכזיים שהוא חווה אותם. כמו כן הוא התבקש לנסות להבין ולהסביר לפרופסור את המקור או את הסיבה לקשיים שתיאר.



איור 2: דמות הפרופסור כפי שצייר מעוז

להלן מכתבו של מעוז אל הפרופסור:

פרופ' איצ'רמן היקר,

אני צוקק לעצרתך. אחרי שדברתי להוראותי, נתקל בקשיים בהצגה אלימוזי המתמטיקה. הקשיים המרכזיים שלי: לרשיב עולם מצטבר שפשוט מועך אותי, חוסר מוטריציה כאלית ובפרט בתחום הילמוזים. חוסר ערך, לא לרשיב פשוט צורק, פתאום זה לרשיב אי לא חשבו, לא בחוד. נתקל בין אישי - אין לי מוטריציה או כוח אבר עם אנשים, להיות איתם באינטראקציה, לרשיב שרצה "שילכדו למניין", לא רוצה להשקיע מאלף בתקשורת בין אישית. ניתוק למקצועי: לרשיב הרבה פחות חזק, לא צובר דברים מהותיים, ובאלו עצמות וחוסר מוטריציה, לא חוצר ולחצק [יש קובצ] ואכן מפחד להתחלצ עם חומר קשה יותר, בלי הבסיס. לרשיב עולם מצטבר שפשוט מועך אותי [...] פשוט אין את החומות הפשוטים להתחלצ, לא רגשית ולא נפשית ולא למחית הילמוזים. בתורה, למעז.

כתיבת המכתב לפרופסור משמשת כלי נוסף על עץ הרגשות שמטרתו להעמיק את תהליך ההתבוננות של מעוז במצבו, אך היא עושה זאת בדרך אחרת. בעוד עץ הרגשות מאפשר ביטוי רגשי בלתי מילולי באמצעות בחירה בדימויים חזותיים, כתיבת המכתב מחייבת את מעוז לנסח ולהמשיג את תחושותיו במילים. המעבר מהייצוג החזותי, כמו עץ הרגשות וציור הפרופסור, לייצוג טקסטואלי באמצעות המכתב לפרופסור, היה עשוי לסייע למעוז להבין את עצמו היטב ולהגדיר את הקשיים שלו במודעות ובבהירות רבה יותר.

המכתב לפרופסור משמש תוספת לעץ הרגשות בזאת שהוא מעביר את מעוז מתיאור רגשי אינטואיטיבי לניסוח מילולי ומובנה יותר של קשייו. תהליך הכתיבה דורש ממנו לא רק לזהות את רגשותיו, אלא גם לברר לעצמו מה עומד מאחוריהם וכיצד הם משפיעים על תחומים מסוימים בחייו.

במכתב הוא מתבקש לפנות לדמות של פרופסור – דמות בעלת סמכות ויכולת לסייע – מה שמכניס לתהליך ממד של פנייה לעזרה. זהו צעד שעשוי להיות מהותי בתהליך החניכה, משום שהוא דורש ממעוז להבין שהקשיים שהוא חווה אינם רק עניין פנימי, אלא נושא שאפשר וכדאי לשתף בו גורם חיצוני העשוי לסייע.

הכתיבה למישהו חיצוני מחייבת את מעוז לארגן את מחשבותיו ולהפוך את החוויה הרגשית שלו לתהליך חשיבתי שאפשר להסביר ולהעביר לאחרים. ייתכן שמבנה זה מכריח אותו לנסח את מצבו בבהירות, ומתוך כך מאפשר לו להתבונן בו מנקודת מבט מעט מרוחקת – צעד שעשוי לתרום לפיתוח רפלקציה ולהגביר את המודעות הרגשית שלו.

שלב 3: מטא-רפלקציה על כתיבת מכתב לפרופסור

מעוז התבקש לדרג את מידת הסכמתו עם ארבעת ההיגדים האלה (בסולם בין 1 ל-5), ולנמק את בחירתו:

1. כתיבת המכתב סייעה לי לזהות את הקשיים העיקריים שיש לי בלימודי החינוך המתמטי אחרי חזרתי למכללה.
2. מעוז ענה: דירוג 3 – "... מרגיש שהזיהויים הם כלליים ולא דווקא מדויקים לחזרתי ספציפית ללימודי המתמטיקה במכללה [...]" זה כאילו רק מקרה פרטי של הכשל המערכתי שאותו אני חווה..."
2. כתיבת המכתב סייעה לי להבין כיצד להתמודד עם הקשיים העיקריים שיש לי בלימודי מתמטיקה אחרי חזרתי למכללה.

מדויקים לחזרתי ספציפית ללימודי המתמטיקה במכללה [...] זה כאילו רק מקרה פרטי של הכשל המערכתי שאותו אני חווה..."

מעוז מזהה כי הכתיבה שימשה בעבורו כלי לביטוי עצמי, אך היא לא העניקה לו תחושת הקלה או כיוון ברור להתמודדות עם המציאות האקדמית. במקום זאת היא הדגישה בעבורו את תחושת חוסר האמונה ביכולתו להמשיך בלימודיו בהצלחה.

בדרך כלל שלב הרפלקציה הזה מחזק אצל מעוז את ההבנה שהתהליך הרגשי שהוא עובר מורכב ודורש זמן. אף על פי שהתאכזב שהמכתב עצמו לא הניב תובנות מעשיות מיידיות, הוא מתחיל להבין שהכתיבה היא שלב בתוך תהליך רחב יותר של התמודדות עם המשבר שהוא נמצא בו.

המטא-רפלקציה של מעוז אינה מתמצה בתיאור הרגשות שלו בלבד, אלא הוא גם בוחן את ההשפעה של הרפלקציה עצמה עליו. המטא-רפלקציה כאן היא למעשה שלב חשוב בהתפתחות המודעות הרגשית – מעוז לא רק חווה רגשות, אלא גם מתחיל להבין שההתמודדות עם הרגשות היא רכיב עיקרי בתהליך הפתרון, גם אם הפתרון עצמו עדיין לא ברור לעין: "...ייתכן ולטווח הארוך הניתוח, ההבנה והדברים שתיארתי יאפשרו לי להתגבר ולהוביל שינוי והחלמה כלשהי, אולי צריך לתת עוד זמן [...] אני צריך עוד זמן, עוד מקום, עוד מרחב, עוד אוויר לנשימה..."

שלב 4: קבלת נקודת מבט חיצונית - כתיבת מכתב תשובה בשם הפרופסור

מעוז מתבקש לקרוא את המכתב שכתב לעצמו בשם הפרופסור ולחשוב עליו. לאחר מכן עליו לכתוב בכתב ידו מכתב תשובה מפורט לעצמו בשם הפרופסור, שבו הוא מציע למעוז המלצות והנחיות בנוגע לדרכי פעולה שכדאי לו לאמץ כדי להתמודד עם הקשיים שתיאר במכתבו.

להלן המכתב שכתב מעוז בשם הפרופסור:

למעוז היקר,

קוד אווירי, תנשום, יש לך זמן, יש לך מקום, יש לך לוחם תלמיד.
תשתמש בהם. תוותר על חלק מהדברים, ובשאר – תדגדג
בסביבה ובקריבים לך. "תחפש את הרפסוד" – תלמד לאל
לאל את האלמנטים הסובייקטיביות שלך, להם האמיתיות, החשוב
בשבילך. ותלמד שוב את האהבה לקום ולעלות.
למרות שאני פרופסור מלומד, חשוב לי להבהיר לך שההנחיות
הנפשיות שלך, אתה, מלפניך ואחריה – הם מספר אחד
למחשבתך, ולא החופש האקדמי, קרס או יצא ספציפי למחשבתך
33-ליין. אתה היקר. תתרכז ותתאקדק בקי, גם אם זה אומר

מעוז ענה: דירוג 1 – "... הדברים שנכתבו נאמרו על ידי לאנשים שחשבת שיוכלו לעזור לי. אני לא מצליח להגיע לתובנות מעשיות ולקדם את זה בצורה מעשית בלימודי המתמטיקה..."

3. כתיבת המכתב השפיעה באופן חיובי על היחס שלי ללימודי מתמטיקה אחרי חזרתי למכללה.

מעוז ענה: דירוג 2 – "... המכתב הוא הבל פה שלי. מעשית התחושה שאני חווה אחריה היא תחושה לא נעימה וחוסר אמונה בעצמי וביכולת שלי לסיים את שנה"ל ואת לימודי בהצלחה. זה מעולם לא קרה לי בעוצמות האלה..."

4. כתיבת המכתב תתרום, לדעתי, להצלחה שלי בלימודי מתמטיקה אחרי חזרתי למכללה.

מעוז ענה: דירוג 3 – "...ייתכן ולטווח הארוך הניתוח, ההבנה והדברים שתיארתי יאפשרו לי להתגבר ולהוביל שינוי והחלמה כלשהי, אולי צריך לתת עוד זמן..."

עוד שאלות שהוצגו למעוז:

1. מה הרגשת כשתיארת לפרופסור את הקשיים העיקריים שלך הקשורים ללימודי המתמטיקה אחרי חזרתך למכללה?

מעוז ענה: "...תחושה/רגש שלילי, פחד, חוסר אמונה עצמית, לחץ, אובדן שליטה בחיים, בלבול ובושה [מפנה באמצעות חץ לשאלה 2 בחלק הקודם]..."

2. מה למדת על עצמך מכתיבת המכתב לפרופסור ומתן תשובה לשאלה הקודמת?

מעוז ענה: "...החוויה במילואים הייתה מאוד עוצמתית, שטרם התגברתי על מכשולים מסוימים ושאני בשיכון חושים ובלבול [...] שאני צריך עוד זמן, עוד מקום, עוד מרחב, עוד אוויר לנשימה..."

נכון להדגיש שעצם העלאת השאלות בעניין תהליך הכתיבה הוא כלי שמעודד את החניך לרפלקציה ולהגברת המודעות העצמית.

מתוך ההתבוננות בתהליך כתיבת המכתב, מעוז מבין כי הקשיים שהוא חווה אינם מצמצמים ללימודי המתמטיקה בלבד, אלא מעידים על בעיה רחבה יותר. הוא מזהה שהלימודים הם רק רכיב אחד במערך רחב של אתגרים, אך לא בהכרח מצליח להגדיר במדויק כיצד הם משתלבים בתמונה הכוללת. תחושת הבלבול והעומס הרגשי עדיין מקשה עליו לגבש תובנות מעשיות על דרכי ההתמודדות, והוא חש כי אין בידיו פתרונות ברורים לשיפור מצבו האקדמי. "...מרגיש שהזיהויים הם כלליים ולא דווקא



לשנות הרגלים, כיוונים, מנהלים ויציבות" לאלה שהיו אף ב-6.10.
אלו הם חיי האדם, הכרכים בשנינויים, בתהפוכות, בנפילות, אף
אין זו עוצמת האדם אלא ומהתאוצה כשקל, אלא עוצמתו היא
אקום ואלכט אחרי נפילה.

אנחנו אבידק, אלוהית, אנחנו גאים בק. אנחנו מנהלים אותך
ולנסים להבין אותך. אין כאן אלא שייצור, ובלה שקשר אליו אתן
יז וכתף אתהליך ההחלטה שלך, החזרה לשפיות ולאהר לכן גם
אלימות.

למדיק וכאן בשליך,
פרופ' אייזנמן.

יש מקום לטעון כי המעבר מעץ הרגשות למכתב
לפרופסור, ולאחר מכן למכתב התשובה בשמו של
הפרופסור, מציין תהליך הדרגתי של חונכות עצמית, שבו
מעוז מתבקש לנוע בין נקודות מבט שונות זו מזו – תחילה
מתוך חווייתו האישית, אחר כך מתוך צורך להמשיג את
הקשיים, ולבסוף מתוך עמדה חיצונית יותר, המספקת
תמיכה והכוונה לעצמו. תהליך זה היה יכול לשמש לו
מודל לחשיבה רפלקטיבית רחבה יותר, אך נראה כי
יישום המסקנות עדיין נשאר תהליך פתוח ותלוי במידת
יכולתו לעבד את החוויה ברבות זמן.

במכתב המקורי לפרופסור תיאר מעוז את חווייתו מתוך
נקודת מבט פנימית, ממקום של מצוקה, בלבול ותחושת
אובדן כיוון. לעומת זאת במכתב התשובה הוא התבקש
להיכנס לנעליה של דמות חיצונית ותומכת, מה שאפשר
לו להתבונן בעצמו מהצד ולנסח את קשייו באופן שמעניק
להם תוקף אך גם מנסה לספק מסגרת לפתרון. המעבר
הזה מדגיש את הפער בין תחושת הייאוש ליכולת להציע
לעצמו עזרה – תהליך שמדמה חונכות רגשית.

המכתב משקף קול פנימי תומך שמעוז מייצר בשביל עצמו,
אך מתוך מרחק רגשי מסוים. כאשר הוא כותב לעצמו
דברים כמו "...יש לך זמן, יש לך מקום, יש לך מרחב
תמרון...", הוא למעשה מספק תחושת ביטחון שאינה
מובנת מאליה במצבו. זהו מהלך שמדמה אינטראקציה
מנטורית, שבה החונך (כאן דמות הפרופסור) אינו פותר
את הבעיה בשביל החניך אלא מסייע לו להמשיג את
הקושי ולהכיר במשאבים העומדים לרשותו.

במהלך הכתיבה אפשר לראות שמעוז ממסגר מחדש את
המשבר שהוא חווה, ורואה בו שלב בהתפתחות האישית
שלו ולא רק ביטוי לכישלון. הוא כותב לעצמו: "...אלו
הם חיי האדם, הכרכים בשינויים, בתהפוכות, בנפילות,
אך אין זו עוצמת האדם ללכת ולהתמיד כשקל, אלא
עוצמתו היא לקום וללכת אחרי נפילה...". מתוך השפה

הזו המכתב מחזק נרטיב של צמיחה והתמודדות במקום
נרטיב של תקיעות או חוסר מסוגלות. מעוז מדגיש במכתב
כי "...הבריאות הנפשית שלך, אתה, משפחתך ואוהביך –
הם מספר אחד מבחינתך, ולא החוג למתמטיקה, קורס או
יעד ספציפי מבחינת דדליין...".

זוהי הכרה בעובדה שההתמודדות שלו אינה רק אקדמית
אלא עמוקה הרבה יותר. מעוז מבין שהלימודים אינם
יכולים להיות במרכז ההתמודדות אם לא יוסדרו קודם
גורמים נפשיים ומשפחתיים. תהליך זה מראה כיצד
החונכות העצמית, שהכלי "התכתבות עם הפרופסור"
משרה, מאפשרת לו להגדיר מחדש את סדרי העדיפויות
במקום להיות לכוד בתחושה של כישלון.

תשובתו של "פרופ' ליידרמן" אינה מספקת פתרונות
קונקרטיים ללימודי המתמטיקה, אך היא מאפשרת גישה
תומכת ונגישה להמשך תהליך העיבוד. עצם הדבר שמעוז
כותב דברים כמו "...אנחנו לצייד, לטובתך, אנחנו גאים
בך..." מראה שהוא מזהה את הצורך בקשר תומך, גם אם
זה קשר פנימי שהוא מייצר בשביל עצמו. זהו שלב חשוב
בחונכות, שבו החניך מתחיל לפתח קול פנימי המסוגל
לתמוך בעצמו גם בהיעדר גורם חיצוני.

שלב 5: מטא-רפלקציה על כתיבת מכתב הפרופסור

מעוז התבקש לדרג את מידת הסכמתו עם ארבעת ההיגדים
האלה (בסולם בין 1 ל-5), ולנמק את בחירתו:

1. כתיבת המכתב סייעה לי לזהות את הקשיים העיקריים
שיש לי בלימודי מתמטיקה אחרי חזרתי למכללה.
מעוז ענה: דירוג 4 – "...לא דווקא באופן קונקרטי,
אלא להתייחס למכלול הרחב יותר, 'שורש הבעיה',
'mother of all bombs' (קשיים)..."
2. כתיבת המכתב סייעה לי להבין כיצד להתמודד עם
הקשיים העיקריים שיש לי בלימודי מתמטיקה אחרי
חזרתי למכללה.
מעוז ענה: דירוג 4 – "... מתן התייחסות לאותו
מכלול ברמת מה נדרש לעשות הכוין אותי, גם
אם ההכוונה כללית יחסית, לדרך הכללית שעלולה
לתרום לפתרון המצב ולהתגברות על הקשיים..."
3. כתיבת המכתב השפיעה באופן חיובי על היחס שלי
ללימודי מתמטיקה אחרי חזרתי למכללה.
מעוז ענה: דירוג 2 – "...השפעה על תחושות
המסוגלות שלי להתמודדות כללית, שחלק ממנה היא
מתן לגיטימציה לחוסר המוטיבציה אותה אני חווה
כלפי לימודי המתמטיקה במכללה בעת הזו..."

עם הקשיים, ציין מעוז כי הוא אומנם לא קיבל הנחיות קונקרטיות, אך כן הצליח לשרטט לעצמו כיוון כללי לפתרון: "...הכווין אותי, גם אם ההכוונה כללית יחסית, לדרך הכללית שעלולה לתרום לפתרון המצב ולהתגברות על הקשיים...". זהו מאפיין מובהק של למידה רפלקטיבית באמצעות חניכה – לא קבלת פתרונות מיידיים, אלא פיתוח כיוון חשיבתי עצמאי שעשוי להביא לידי שינוי בהמשך.

בהשוואה לכתיבת המכתב הראשון, שבו ביטא מעוז תחושת חוסר אונים, כעת הוא זיהה הבדל מהותי בגישתו כלפי עצמו. כשהוא נדרש להשוות בין המכתב לפרופסור ובין המכתב בשמו של הפרופסור, הוא תיאר שינוי ברור: "...אמפתיה מול זעם/ביטול עצמי, אמונה למול חוסר אמונה, ריכוז מאמצים ופערי מוטיבציה למול מתן מרחב, נשימה, אווירה, מיקוד ב'עיקר' ובחנינה של משמעויות חדשות כנגד אלה שניזוקו ונפגעו..."

המשפט הזה חושף תהליך של שינוי פנימי מהותי: מעוז עובר ממצב שבו הוא שופט את עצמו בחומרה ובכעס למצב שבו הוא מסוגל להעניק לעצמו לגיטימציה, חמלה ומרחב לעיבוד רגשי. זהו שלב קריטי בכל תהליך חניכה רגשית.

המטא־רפלקציה אינה מסתכמת בזיהוי הקשיים והפתרונות המתאימים, אלא גם מחדדת את הקשר בין אמפתיה עצמית לתחושת מסוגלות. כאשר נשאל מעוז מה הרגיש בעת כתיבת המכתב השני, תשובתו הראתה שינוי מהותי בתחושתו: "...תשובה חיובית יותר, תחושה של תמיכה, חום, הבנה והכלת המצב, חמלה לעומת הביטול האיש, תחושת חיבוק...". מתוך כך אפשר לראות כיצד תהליך החניכה הפך מתהליך של זיהוי קשיים לתהליך של תמיכה פנימית ושיקום רגשי. הוא התחיל להפנים שתחושת כישלון אינה סוף פסוק, אלא שלב בדרך לשינוי.

בתשובה לשאלה מה למד על עצמו, ציין מעוז כי היכולת להסתכל בסיטואציה מהצד סייעה לו בהתמודדות: "...היכולת לייצג, להתבונן בסיטואציה שלך מהצד, בייחוד כדמות מקצועית שעלולה להיות מוקד לשאלות ותחושות כאלה, מאפשרת התמודדות אישית, רגשית וקוגניטיבית ואולי אף תסייע בתחושה ובאפשרות למציאת פתרונות..."

במילים אחרות, עצם ההתנסות בדיאלוג פנימי שבו הוא גם החניך וגם החונך סייע לו לפתח כלים לחשיבה עצמאית ולהתמודדות עתידית.

שלב 6: ריאיון רפלקטיבי לאחר כמה ימים

לאחר כמה ימים מהתהליך, דיווח מעוז על שינוי בתחושתו, והדגיש כי הכתיבה וההתבוננות במכתב מהפרופסור העניקו לו עוד כלי להתמודדות: "...אני

4. כתיבת המכתב תתרום, לדעתי, להצלחה שלי בלימודי מתמטיקה אחרי חזרתי למכללה.

מעוז ענה: דירוג 3 – "...לא בטוח. ייתכן וכן וייתכן ולא, השאלה כיצד ישפיע אותו 'גרעין', 'שורש' הבעיה, לאורך זמן..."

עוד שאלות שהוצגו למעוז:

1. מה הרגשת כשתיארת לפרופסור את הקשיים העיקריים שלך הקשורים ללימודי המתמטיקה אחרי חזרתך למכללה?

מעוז ענה: "...תשובה חיובית יותר, תחושה של תמיכה, חום, הבנה והכלת המצב, חמלה לעומת הביטול האיש, תחושת חיבוק..."

2. מה למדת על עצמך כתוצאה מכתיבת המכתב לפרופסור וממתן תשובה לשאלה הקודמת?

מעוז ענה: "...היכולת לייצג, להתבונן בסיטואציה שלך מהצד, בייחוד כדמות מקצועית שעלולה להיות מוקד לשאלות ותחושות כאלה, מאפשרת התמודדות אישית, רגשית וקוגניטיבית ואולי אף תסייע בתחושה ובאפשרות למציאת פתרונות..."

3. מה היו, מבחינתך, ההבדלים העיקריים בין כתיבת המכתב לפרופסור לבין כתיבת המכתב בשמו של הפרופסור?

מעוז ענה: "...אמפתיה מול זעם/ביטול עצמי, אמונה למול חוסר אמונה, ריכוז מאמצים ופערי מוטיבציה למול מתן מרחב, נשימה אווירה, מיקוד ב'עיקר' ובחנינה של משמעויות חדשות כנגד אלה שניזוקו ונפגעו..."

מטא־רפלקציה על כתיבת מכתב התשובה מהפרופסור היא עוד שלב בחניכה, שמעמיק את עיבוד החוויה הרגשית והקוגניטיבית של מעוז. בשלב זה הוא לא רק מתבונן בעצמו מהצד, אלא גם מעריך את תהליך ההתבוננות העצמית שעבר ומגבש הבנות חדשות על משמעות החניכה הרגשית.

מעוז זיהה כי כתיבת המכתב לא רק סייעה לו לזהות את הקשיים המסוימים בלימודי המתמטיקה, אלא גם עזרה לו לחשוב על השורש של בעיותיו (mother of all bombs) ברמה רחבה יותר. כלומר התהליך הפך מממוקד מטלה לממוקד מהות: "...לא דווקא באופן קונקרטי, אלא להתייחס למכלול הרחב יותר...". הדבר מעיד על העמקה במודעות הרגשית שלו – הוא מתחיל לראות כיצד הקשיים שלו בלימודים קשורים למכלול רגשי ונפשי רחב יותר, שאינו מנותק משאר תחומי חייו. כאשר נשאל האם המכתב סייע לו להבין כיצד להתמודד



חושב שמה שאז [במהלך הסדנה] עשינו נתן לי כלי מסוים לא רק להתמודדות שלי עכשיו..."

מעוז זיהה את הקשר בין יכולתו האישית כמורה וכאדם לתהליך שעבר: "...גם בתור מורה וגם בתור בן אדם, אני יודע לייצץ, אני יודע להכווין [...] אז להסתכל בפרספקטיבה מהצד ולייצץ לעצמי היה דווקא מאוד מאוד מעניין..."

כאן מתנהל שלב מתקדם בתהליך החונכות, שבו מעוז מתחיל להפנים את הפרקטיקה הרפלקטיבית כחלק מהזהות המקצועית והאישית שלו. הוא מבין שהיכולת להדריך אחרים עשויה להיות מיושמת גם כלפיו, והוא בוחן את משמעות העזרה מתוך הקשר אישי ולא רק תאורטי.

מעוז ציין כי אחד האלמנטים החשובים ביותר שחווה היה תחושת הקשר האישי עם המנחות, מה שמדגיש את החשיבות של נוכחות אמפתית בתהליך חניכה וליווי: "... זה רק מדגים את הקשר האישי, את ההשפעה של הקשר הבאמת אישי הזה על העזרה. זה סופר משמעותי. גם התמיכה האישית..."

כשהתבקש מעוז להסביר כיצד התחושות השתנו, הוא תיאר את ההבדל בין שלב הכתיבה הראשונית ובין הרגע שבו הוא ענה לעצמו במכתב של הפרופסור: "...בפגישה עצמה התחושה כשאני כתבתי והתחושה כשהגבתי לעצמי הייתה מאוד שונה [...] כשאתה נכנס לדמות וכשאתה מסתכל מהצד זה שונה..."

כאן אפשר לזהות את התרומה של אימוץ תפקיד חיצוני בתוך תהליך החניכה: ברגע שמעוז "נכנס לדמות" של הפרופסור וכתב לעצמו מכתב תמיכה, חל שינוי באופן שהוא חווה את רגשותיו. תהליך זה יוצר דיאלוג פנימי, שבו הוא לא רק מתמודד עם קושי אלא גם משמש לעצמו חונך.

מעוז מודה כי בעבר ניסה לשמור על נקודת מבט אובייקטיבית במצבי משבר, אך הכלי שניתן לו בסדנה היה בעל השפעה אחרת ועמוקה יותר: "זה כלי מדהים האמת [...] זה נתן לי פרספקטיבה מסוימת. אולי ברגעי משבר אני אוכל לשלוף את זה מתישהו". המשפט הזה חושף הפנמה הדרגתית של הפרקטיקה הרפלקטיבית – מעוז לא רק מזהה שהכלי עבד בשבילו, אלא גם מתחיל לשקול את השימוש בו בעתיד במצבי משבר אחרים.

מעוז מתאר כיצד למד בצבא להתמקד בחיובי גם במצבי קושי, ואולם הוא מזהה כי אף שהצליח להשתמש בגישה זו גם אחרי המלחמה, היא לא תמיד פתרה לו את הקושי הרגשי:

...אני חושב שהשתמשתי בצורה אחרת בכלי הזה. אני תמיד מנסה להסתכל על דברים כמה שיותר בצורה אובייקטיבית, חוץ ממה שאני מרגיש. ז"א גם כשרע לי, גם כשהייתה המלחמה, אמרתי: OK, אני בריא, אני שלם, יש לי בבית אישה שמחכה לי, יש לי תינוק בדרך, הצלחתי לקנות דירה, אני בסדר בלימודים, אני מסתדר טוב עם חברים. זאת אומרת ידעתי להגיד את הדברים האלה גם כשהיה רע. ואגב זה אחד הדברים שלמדתי דווקא כשהייתי בצה"ל. כשאתה מגיע לנקודות משבר ושפל, אם יש דברים שאתה לא יכול לשנות, אז תשנה את הגישה שלך אליהם. כשאתה בבית ספר אתה יכול להבריז, לא לגשת, אתה יכול לעשות אלף ואחד דברים. בצבא אין את זה. במיוחד אם אתה משרת בשריון או משהו כזה. שם אין משחקים. אם אתה עושה משהו אז אתה משלם. אם אתה עושה א' אתה מקבל ב'. שם אין התחשבות אם אני עצוב או שמח. ואתה לומד שאין ברירה. גם כשקשה, זה המצב ונעבור אותו בהצלחה. אבל עדיין גם הכלי שהשתמשתי בו [הסתכלות אובייקטיבית והודיה על מה שיש] לא פתר לי את התחושות. פה [בסדנת הפרופ'] ספציפית גם התחושה השתנתה. בחיים לא עשיתי את זה. חשבתי על זה. זה היה יותר תרגיל מחשבתי [ללא כתיבה], אבל בסדנה, כשכתבתי את זה, וכתבתי הרבה יחסית וגם נכנסתי לזה, ומיקדו אותי מה כן ומה לא, זה כן פתאום התחבר לי [...] זה שינה את התחושה. גם השתמשתי פתאום בכל מיני דברים שאמרו לי אנשים שאני מעריך אבל לא יישמתי את זה באמת, אבל הדהדתי [במכתב] את מה שאני יודע שהוא נכון. זה עשה לי טוב..."

כאן ניכר הבדל בין מנגנוני התמודדות קוגניטיביים ובין חוויה רגשית עמוקה יותר, שהתאפשרה באמצעות המכתב מהפרופסור. הוא מסביר כי בסדנה חווה חיבור רגשי חדש שלא חווה בעבר: "...בסדנה, כשכתבתי את זה, וכתבתי הרבה יחסית וגם נכנסתי לזה, ומיקדו אותי מה כן ומה לא, זה כן פתאום התחבר לי [...] זה שינה את התחושה...". זוהי נקודת מפנה רגשית – מעוז חווה חיבור מהותי בין מילים לרגש, והחל לתת תוקף אמיתי יותר למה שהוא מרגיש ולתהליך הפנימי שהוא עובר אותו.

שלב 7: שיחה מחודשת וחזרה לעץ הרגשות לאחר חצי שנה

כעבור חצי שנה נעשתה שיחה מחודשת. לאחר התחושה שמעוז נמצא במצב נפשי לא טוב וחווה קשיים גם בלימודים, יזמנו שיחה נוספת. בשיחה זו הרגיש מעוז בנוח לשתף בקשיים שהוא מתמודד עימם, בייחוד בהתנהלות שלו עם

עבודה, משפחה, לימודים ומילואים.

בשלב מסוים חזרנו לעץ הרגשות, שאותו זכר מהפגישה הראשונה.

ביקשנו ממנו שוב, הפעם בעל פה ומתוך נקודת מבט מרוחקת של נובמבר 2024 (למעלה משנה אחרי הפעם הראשונה), לבחור דמות שמשקפת את תחושותיו כששב מהמילואים ללימודי המתמטיקה בשנה השנייה. מעוז בחר שוב בדמות מספר 12 הנמצאת בנפילה חופשית. הוא הסביר את בחירתו:

...לא היה לי במה להיאחז מבחינת הלימודים, מצב מאוד מאוד קשה, זה היה טעון מבחינה רגשית בבית. במשפחה, עם אשתי. במיוחד גם האירוע של הילד. נוצרה איזושהי דינמיקה שאני בא והולך במשך חצי שנה. חזרתי ניהיליסט, כי כשאתה עושה מה שאתה עושה שם, ואני באמת גם לוחם, אז יצא לי גם להילחם ולראות אנשים שנפגעים ואויב שאנחנו משמידים ומשימות שאנחנו מבצעים. זה מרגיש לך כמו משהו גדול אפילו מהחיים שלך ואז במה אתה מתעסק? בלהוריד את הזבל? או בלריב כל היום על זה שלא הורדת את הזבל? או בללכת לקניות ולהגיד ששכחת להביא משהו ואז כועסים עליך? זה פשוט מרגיש חסר טעם. התחושה שלי היא שאנחנו משפיעים על ההיסטוריה במילואים. ואז כאילו הסמינריון במתמטיקה, הקורסים, לשלוח, למי אכפת מזה בכלל? אם כבר להיאחז במשהו זה המשפחה, כי הרגשתי שאם לא אעשה משהו אז תתפרק לי המשפחה. הנפילה החופשית הייתה גם בלימודים וגם בחיים עצמם, הכול ביחד. הרגשתי שאני מגיע לבית הספר, ואני עומד מול כיתה, ופיזית אני יכול ללמד אבל רגשית אני לא יכול ללמד. סבלתי, הרגשתי שאני לא באירוע...

כדי לתאר את תחושותיו בהווה בחר מעוז בדמות 17, כפי שעשה גם בסדנה באותה שאלה. הוא מסביר את בחירתו:

...הוא לא קשור לעץ, מסתכל לכיוון אחר. אם העץ זה המכללה והלימודים והאירוע הזה, אז אני לא מרגיש שאני בתוך האירוע. אני איפה שהוא ליד, מסתכל לכיוון אחר. זה עדיין נוכח, עדיין קיים אבל אני לא משתתף באירוע באופן פעיל. זה מבחירה, כן. על פניו אני אמור ללכת לשיעורים בסמינריון או לפחות לכתוב משהו, זה לא שאני נפלטתי מהמערכת, אבל אני פשוט לא עושה כלום [...] עכשיו הראש חוזר למקום, אני כן מרגיש מעוז, אני יודע איך היום שלי נראה, לאט לאט חוזרות השאיפות, המחשבות, המשמעות גם מהדברים הקטנים ומהחיבור, מהמשפחה ומהעבודה, אבל מבחינת לימודים אני עדיין לא שם. אני כבר על הרצפה, אני יושב, אני לא עף באוויר או נופל או חושב שאני אמות, אבל אני מסתכל

לכיוון אחר ולא מחובר לאירוע. מבין את החשיבות של הלימודים אבל יודע שגם אם אדחה אותם בעוד שנה לא יקרה כלום...

בתשובה לשאלה "איפה היית רוצה להיות מבחינת לימודי המתמטיקה במכללה?" בחר מעוז בדמות מספר 18:

...כי זה משהו שעולה חזרה על העץ, זה משהו שהוא בתהליך של טיפוס, לחבור לאירוע, להיות מחובר, להתקדם, לעלות הלאה. נראה לי שזה משהו שהייתי רוצה, במיוחד מהפוזיציה של 17, שבכלל לא מסתכל לכיוון של העץ. 18 לא למעלה אבל מתחיל לטפס. הייתי רוצה להיות למעלה. אבל אני קודם כול מאמין מאוד במשפט שהחלק הכי קשה של הריצה זה לצאת לרוץ. ברגע שהתחלת לרוץ סיכוי טוב שתסיים. לא בהכרח. אפשר גם להיכנע, אבל עדיין יש סיכוי שתעשה משהו. ואני רוצה לאו דווקא לסיים את הלימודים ולהיות 2 או 3 אלא להתחיל להיכנס לאירוע. בראש, ברגש, בחיבור, בהבנה ובשאיפה לסיים את האירוע...

הבחירה מחדש מדגישה כיצד הוא רואה את התקדמותו הרגשית והאקדמית וכיצד הוא ממשיך לגבש תובנות על תהליך השיקום האישי והלימודי שלו. בחירתו של מעוז שוב בדמות מספר 12 כדי לייצג את תחושותיו בעת חזרתו מהשירות למכללה מדגישה כי תחושת חוסר האחידה והמשבר הרגשי נשארו בעלי משמעות גם לאחר זמן: "...לא היה לי במה להיאחז מבחינת הלימודים, מצב מאוד מאוד קשה, זה היה טעון מבחינה רגשית בבית [...] חזרתי ניהיליסט...".

בחירה זו מחזקת את התובנה שהתהליך שעבר לא פתר לחלוטין את תחושת המשבר, אלא יצר מודעות עמוקה יותר לחוויותיו. בבחירת הדמות המייצגת את מצבו הנוכחי, מעוז עובר מדמות 12 (נפילה חופשית) לדמות 17 (דמות שאינה קשורה לעץ ומסתכלת בכלל לכיוון אחר): "...אם העץ זה המכללה והלימודים והאירוע הזה, אז אני לא מרגיש שאני בתוך האירוע [...] אני איפה שהוא ליד, מסתכל לכיוון אחר".

בחירה זו משקפת מעבר מהרגשת משבר חריפה להכרה במצב של ניתוק ובחירה מודעת לא להשתתף בלימודים. יש כאן התקדמות בתהליך החניכה, שכן מעוז לא רק מזהה את הקושי, אלא גם מצליח למקם את עצמו בהשוואה אליו. הוא אינו רואה בעצמו מי שנמצא בנפילה או במצוקה חריפה כמו בעבר, אלא מי שנמצא "לצד" האירוע, מתבונן בו מהחוץ. כאשר נשאל לאן היה רוצה להגיע, בחר מעוז בדמות 18 – דמות שמתחילה לטפס חזרה על העץ: "זה משהו שהוא בתהליך של טיפוס, לחבור לאירוע, להיות מחובר, להתקדם, לעלות הלאה [...] אני קודם כל מאמין מאוד במשפט שהחלק הכי קשה של הריצה זה לצאת לרוץ..."



(Prusak, 2020) אפשר למעוז לעבור תהליך רפלקטיבי על תחושותיו ועל ההתמודדות עם קשייו. השימוש בכלי זה בתהליך החניכה אפשר לסטודנט לעבור מגישה של חוסר אונים לגישה של מסוגלות. זאת באמצעות הכרה הדרגתית בשלב שהוא נמצא בו ויצירת מסלול התקדמות ברור.

מתוך הממצאים עולה כי המשבר הרגשי שחווה מעוז לא היה מנותק מהחוויה האקדמית שלו, אלא היה בלתי נפרד ממנה. תהליך החניכה סייע לו להבין שהקשיים האקדמיים בלימודי המתמטיקה אינם רק תוצאה של מחסור בזמן או בכישורים, אלא נובעים גם מהשפעות רגשיות עמוקות שייתכן שקשורות בחוויותיו במלחמה. ממצא דומה נמצא במחקרים הקשורים בתפקוד אקדמי בעיתות משבר (Blaskó et al., 2022; Meshko et al., 2023; Oosterhoff et al., 2018). נוסף על כך ממצאים אלו עשויים לספק הסבר לממצאיהם של לרוס ועמיתיו (Larose et al., 2011) שמצאו כי תהליך חניכה תרם למניעת נשירה של סטודנטים בתחום ה-STEM. תהליך החניכה של מעוז באמצעות מפגשים עם מורנטור אפשר לו להתחיל ולחזק תהליך של פיתוח מודעות עצמית רגשית. תהליך זה תרם להעצמת המודעות העצמית שלו, ונתן לו לראשונה תחושה שיש בו היכולת לשמש מורנטור בשביל עצמו.

המודעות הרגשית המתפתחת בתהליך החניכה עם המורנטור אפשרה לסטודנט לפתח אסטרטגיות התמודדות חדשות עם אתגרים שלא הכיר קודם לכן. אפשר למנות בהן את האסטרטגיות המרכזיות האלה:

- **פיתוח קול פנימי תומך:** באמצעות מכתב התשובה שהסטודנט כתב לעצמו בשם הפרופסור, הוא הצליח לנסח בשביל עצמו מסר מכיל ותומך: "...אנחנו לצידיך, לטובתך, אנחנו גאים בך...". זוהי התפתחות של ממש בנושא תחושות הבדידות והניכור שביטא קודם.
- **מסגור מחדש של המשבר:** הניסוח "...אלו הם חיי האדם, הכרוכים בשינויים, בתפוקות, בנפילות..." מעיד על יכולת לראות במשבר חלק מתהליך התפתחותי רחב יותר ולא רק כישלון אישי.
- **גיבוש אסטרטגיות מעשיות:** ההמלצה "...תוותר על חלק מהדברים, ובשאר – תיעזר בסביבה ובקרובים לך..." מעידה על התפתחות ביכולת לתכנן צעדים מעשיים להתמודדות. יציאה זו ממצב של חוסר אונים עולה בקנה אחד עם התאוריה של זליגמן (Seligman, 1972) שחשוב לעשות צעד ראשון מעשי לעבר המטרה.

כאן יש נקודת מפנה חשובה: בעוד בשלב הקודם מעוז לא ראה ערך בהשתתפות האקדמית, כעת הוא מזהה שהשלב הראשון הוא להיכנס מחדש לתהליך – לאו דווקא כדי לסיים את הלימודים, אלא כדי להתחיל להיות מעורב. עדיין הוא לא מציב לעצמו מטרות סופיות (כגון להיות ב"פסגת העץ"), אך הוא מזהה שהכניסה לתהליך עצמו חשובה בעבורו.

דין ומסקנות

חקר המקרה של מעוז מראה כיצד חניכה על פי משנת המורנטור עשויה ליצור שינוי במודעות הרגשית אצל סטודנט לחינוך מתמטי החוזר ממילואים ומתוך כך לכוון אותו לדרכים להתמודדות עצמית. ממצאים אלו נוספים על השערתם של כרמל ופאול בעניין התרומה שיש לתהליכי חניכה על פיתוח מודעות רגשית (Carmel & Paul, 2015).

נוסף על כך מתוך ממצאי המחקר עולה שהשימוש בכלים חזותיים ובכתיבה עצמית אפשר למעוז לזהות, לעבד ולהביע את רגשותיו בשלבים המגוונים של החזרה ללימודים לאחר המילואים ולהציע כל מיני דרכים להתמודדות עם הקשיים שנתקל בהם. בשלב הראשון זיהה מעוז את מצבו הרגשי המבטא תחושות אובדן האחיזה, חוסר משמעות וניהיליזם. הרגשות שדיווח עליהם מעוז מעידים על חוסר אונים מוחלט (Seligman, 1972) ועל היעדר יכולת לפרק את חוויותיו לרכיביה ולהתמודד עם תוצאותיה בשיטתיות. תהליך החניכה אפשר למעוז לשיים ולהמשיג את רגשותיו ולתת להם ביטוי מילולי, ומתוך כך הוא עבר משלב של חוויה רגשית גולמית לשלב של הבנה קוגניטיבית ומודעת יותר של רגשותיו. היכולת של מעוז להגדיר את מצבו בעבר, בהווה ובעתיד אפשרה לו לראות את הדינמיות של רגשותיו. המעבר מתחושה של משבר מוחלט למודעות של מציאות מורכבת מעיד על שינוי בתהליכי החשיבה וההתבוננות העצמית שלו. תהליך החניכה יצר בעבורו מרחב לשיקוף ולבחינת רגשותיו, דבר שהביא לידי העמקת ההבנה של מצבו הרגשי ולא רק לזיהוי תחושותיו. דבר זה תואם את השקפתו של ויאטור (Viator, 2001) על תרומתו של תהליך החונכות לסיוע פסיכוסוציאלי באקדמיה ולהתמודדות יעילה של חניכים עם קונפליקטים תפקודיים.

אחד מהשלבים המרכזיים בהגברת המודעות העצמית הרגשית הוא היכולת לראות את העתיד ולזהות צעדים יזומים שיכולים להביא לידי שינוי. מעוז לא רק הכיר בקשיים הרגשיים שהתמודד עימם, אלא גם הגדיר לעצמו מטרה ריאלית: חזרה הדרגתית למעורבות בלימודי חינוך מתמטי. הכלי "התכתבות עם הפרופסור"

למלחמת חרבות הברזל. עם זאת התיאור המפורט של הקשר ושל התהליך מאפשר לקוראים להכליל הכללה אנליטית, כלומר לזהות עקרונות שאפשר ליישם אותם במצבים דומים. חשוב לזכור כי מטרת חקר מקרה אינה לייצג אוכלוסייה, אלא להעמיק את ההבנה של תהליך ייחודי – וכאן התפתחות מודעות עצמית רגשית לאחר חניכה מורנטורית. חשוב להביא בחשבון שבמוד הסטודנטים מצליחים לזהות ולתאר את קשייהם, הם לעיתים מתקשים לתרגם את התובנות האלה לפעולות מעשיות בלי תמיכה נוספת. למורנטור תפקיד חשוב במתן תמיכה זו. לפיכך חשוב לכלול את תהליך החונכות בתכנון תוכניות תמיכה עתידיות לסטודנטים הנמצאים בזמני משבר.

רשימת מקורות

לוי, א' (2022, 31 באוגוסט). תפקיד ה'מורנטור' לדעת להדליק את הניצוץ שבכל תלמיד. ערוץ 7. <https://www.il.co.inn.news/637577>
לוי, א' (2024, 16 במאי). זה לא מורה, זה מורנטור. ערוץ 7. <https://www.il.co.inn.news/637577>

- Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. *Psychological Bulletin*, 147(2), Article 134. <https://doi.org/10.1037/bul0000307>
- Blaskó, Z., Costa, P. D., & Schnepf, S. V. (2022). Learning losses and educational inequalities in Europe: Mapping the potential consequences of the COVID-19 crisis. *Journal of European Social Policy*, 32(4), 361–375. <https://doi.org/10.1177/09589287221091687>
- Bozer, G., Sarros, J. C., & Santora, J. C. (2014). Academic background and credibility in executive coaching effectiveness. *Personnel Review*, 43(6), 881–889. <https://doi.org/10.1108/PR-10-2013-0171>
- Carmel, R. G., & Paul, M. W. (2015). Mentoring and coaching in academia: Reflections on a mentoring/coaching relationship. *Policy Futures in Education*, 13(4), 479–491. <https://doi.org/10.1177/1478210315578562>

בממצאי המחקר יש דוגמה כיצד כניסה לנעליה של דמות דמיונית (כתיבת מכתב תשובה מהפרופסור) מאפשרת לסטודנט לפתח אסטרטגיות התמודדות חדשות (Gray, 1992). המעבר מכתבת המכתב לפרופסור לכתיבת התשובה בשם הפרופסור מדגים תהליך של חונכות עצמית, שבו הסטודנט מפתח יכולת להתבונן במצבו מנקודת מבט תומכת. תהליך זה מאפשר לו לא רק לזהות את קשייו, אלא גם להציע לעצמו דרכי התמודדות עם קשייו בכוחות עצמו. חשוב לציין כי המכתב אינו מספק פתרונות מסוימים לקשיים האקדמיים, אלא מתמקד בבניית תשתית רגשית להתמודדות. זוהי הבנה חשובה שלפיה ההתמודדות עם הקשיים האקדמיים אינה יכולה להתנהל בנפרד מהתמודדות עם ההיבטים הרגשיים והנפשיים של המשבר. מתוך תהליך זה הסטודנט נהיה מורנטור של עצמו.

מתוך כך הממצאים מדגישים את החשיבות של שילוב כלים רפלקטיביים ותהליכי החניכה באקדמיה, בייחוד במצבי משבר. היכולת לנוע בין נקודות מבט שונות זו מזו – מהחווייה האישית הישירה ועד למעמד עקיף של תומך עצמי – שימשה בעבור מעוז רכיב חיוני בפיתוח מודעות עצמית ויכולת התמודדות עם המשבר שחווייה. תהליך החניכה שלו אף מדגים את החשיבות של ליווי מקצועי של מרצה בשלב החזרה ללימודים האקדמיים.

את המתודולוגיה המחקרית שיושמה כאן אפשר ליישם בקרב מרצים אחרים באקדמיה ולשלב תהליכי חניכה אישיים במהלך ההוראה. השימוש בכלים רפלקטיביים בחניכה יאפשר לסטודנטים לזהות ולהמשיג רגשות מורכבים, לחזק את תחושת המסוגלות האישית והאקדמית, לבסס דיאלוג פנימי תומך ולחזק את החוסן החינוכי שלהם.

מחקר זה אינו חף ממגבלות. ראשית, עצם הבקשה הישירה מהסטודנט לחשוף את רגשותיו משמשת מגבלה, שכן תגובתו עוברת באמצעות סינון תודעתו. גם כאשר הסטודנט מודע היטב לרגשותיו, ייתכן שיבחר שלא לחשוף אותם במלואם לפני המרצות שלו (Ekman et al., 1985; Rosenberg & Ekman, 1994). עם זאת נראה בבירור שתהליך החניכה עזר למעוז לפתח את המודעות הרגשית שלו ולקדם את היכולת שלו להתגבר על הקשיים שנקלע אליהם.

נוסף על כך כמו כל חקר מקרה תיאורי, גם מחקר זה מוגבל ביכולתו להכליל את הממצאים מלבד הקשר הייחודי של הסטודנט שנחקר – מעוז. ממצאים אלה עשויים שלא להתאים ליישום כללי בשל מאפייניו האישיים, אופיו השיתופי והפתוח, נסיבות חייו הייחודיות והקשר שלו

- Kudrina, A. V. (2009). Methods of art-therapy in practice of psychological counseling. *PsyAnima, Dubna Psychological Journal*, 3. (in Russian) <http://www.psyanima.su/journal/2009/3/2009n3a5/2009n3a5.pdf>
- Kutuzova, D. (2009). Keeping a diary of structured method I. Progoff. *Moscow Psychotherapeutic Journal*, 1, 126–140. (in Russian).
- Larose, S., Cyrenne, D., Garceau, O., Harvey, M., Guay, F., Godin, F., Tarabulsky, G. M., & Deschênes, C. (2011). Academic mentoring and dropout prevention for students in math, science and technology. *Mentoring & Tutoring: Partnership in Learning*, 19(4), 419–439. <https://doi.org/10.1080/13611267.2011.622078>
- McReynolds, P. (1976). *Assimilation and anxiety*. In M. Zuckerman & C. D. Spielberger (Eds.), *Emotions and anxiety: New concepts, methods, and applications* (pp. 35–86). Erlbaum.
- Meshko, H. M., Meshko, O. I., & Habrusieva, N. V. (2023). The Impact of the war in Ukraine on the emotional well-being of students in the learning process. *Journal of Intellectual Disability-Diagnosis and Treatment*, 11(1), 55–65. <https://doi.org/10.6000/2292-2598.2023.11.01.7>
- Oosterhoff, B., Kaplow, J. B., & Layne, C. M. (2018). Links between bereavement due to sudden death and academic functioning: Results from a nationally representative sample of adolescents. *School Psychology Quarterly*, 33(3), 372–380. <https://doi.org/10.1037/spq0000254>
- Progoff, I. (1992). *At a journal workshop: Writing to access the power of unconscious and evoke creative ability*. Penguin Putnam.
- Prusak, A. (2016). "Dear Professor, I need your advice": Correspondence with an imaginary Professor as a tool for students to uncover and manage their learning difficulties. In G. G. Kravtsov (Ed.), *XVII L. S. Vygotsky international readings "Cultural-historical psychology: From scientific revolution to transformation of social practices"* (Vol. 1, pp. 239–246). Russian Psychological Society (RPS).
- Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. Sage publications.
- Clarke, V., Braun, V., & Hayfield, N. (2015). Thematic analysis. In J. A. Smith (Ed.), *Qualitative psychology: A practical guide to research methods* (pp. 222–248). Sage publications.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2015). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (4th ed.). Sage publications.
- Dos Santos Carmo, J., Gris, G., & Dos Santos Palombarini, L. (2019). *Mathematics anxiety: Definition, prevention, reversal strategies and school setting inclusion*. In D. Kollosche, R. Marcone, M. Knigge, M. Penteado, & O. Skovsmose (Eds.), *Inclusive mathematics education: State-of-the-art research from Brazil and Germany* (403–418). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11518-0_24
- Ekman, P., Friesen, W. V., & Simons, R. C. (1985). Is the startle reaction an emotion? *Journal of Personality and Social Psychology*, 49(5), 1416–1426. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.49.5.1416>
- Feagin, J., Orum, A., & Sjöberg, G. (Eds.). (1991). *A case for case study*. University of North Carolina Press.
- Goleman, D. (2005). *Daniel Goleman on emotional intelligence*. The George Luca Educational Foundation.
- Gray, J. (1992). *Men are from Mars, women are from Venus: A practical guide for improving communication and getting what you want in your relationships*. Harper Collins Publishers.
- Güler, M., & Çelik, D. (2022). Supporting novice mathematics teachers: The impact of e-mentoring on lesson analysis skills. *Teaching and Teacher Education*, 113, Article 103658. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2022.103658>
- Hudson, P. (2009). Mentoring preservice teachers in primary mathematics. *International Journal of Learning*, 16(4), 119–132. <https://doi.org/10.18848/1447-9494/CGP/v16i04/46207>

- Serig, D. (2006). A conceptual structure of visual metaphor. *Studies in Art Education*, 47(3), 229–247. <https://doi.org/10.1080/00393541.2006.11650084>
- Sinclair, C. (1997). Redefining the role of the university lecturer in school-based teacher education. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 25(3), 309–324. <https://doi.org/10.1080/1359866970250307>
- Spielberger, C. D. (1966). The effects of anxiety on complex learning and academic achievement. In C. D. Spielberger (Ed.), *Anxiety and behavior* (pp. 361–398). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-1-4832-3131-0.50019-6>
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage Publications.
- Viator, R. E. (2001). The relevance of transformational leadership to non-traditional accounting services: Information systems assurance and business consulting. *Journal of Information Service*, 15(2), 99–125. <https://doi.org/10.2308/jis.2001.15.2.99>
- Vygotsky, L. (1997). *Educational psychology*. St. Lucie Press.
- Yin, R. (1993). *Applications of case study research*. Sage Publishing.
- Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Sage Publishing.
- Prusak, A. (2018). "Correspondence with the Professor": A didactic reflective tool for self-help in identifying and overcoming scholastic difficulties, and forming a new positive self-image. In L. A. Tsvetkova, I. N. Volkova, & A. V. Miklaeva (Eds.), *The international science conference "Herzen readings: The psychological research in education"* (pp. 254–266). The Pedagogical University of Saint-Petersburg; The Institution of Psychology.
- Prusak, A. (2019). Promoting student self-awareness in the learning process by means of "correspondence with the Professor" – A didactic reflective tool for self-help. Symposium "Psychology of consciousness and self-consciousness". In *XVI European Congress of Psychology – ECP 2019* (p. 294). Lomonosov Moscow State University Publishing House.
- Prusak, A. (2020). *Duet with yourself. How to turn in to the melody of success. Become your own Professor! Exclusive method of self-development and self-help introduced. Practical step-by-step guideline is offered* [In Russian]. RMEDIA.
- Prusak, A., & Shriki, A. (2017). "Corresponding with the Professor": A didactic tool for fostering students' ability to identify scholastic difficulties and ways of coping with them. *Creative Education*, 8, 1702–1719. <https://doi.org/10.4236/ce.2017.810116>
- Prusak, A., & Shriki, A. (2023). "Correspondence with the Professor": A didactic-pedagogical tool that allows listening to student voice. *Creative Education*, 14(7), 1379–1410. <https://doi.org/10.4236/ce.2023.147088>
- Rosenberg, E. L., & Ekman, P. (1994). Coherence between expressive and experiential systems in emotion. *Cognition & Emotion*, 8(3), 201–229. <https://doi.org/10.1080/02699939408408938>
- Seligman, M. E. P. (1972). Learned helplessness. *Annual Review of Medicine*, 23, 407–412. <https://doi.org/10.1146/annurev.me.23.020172.002203>



Improvising within a Lesson Study process: Israeli teachers' perspectives

Galit Nagari-Haddif, Ronnie Karsenty and Abraham Arcavi

Abstract

Lesson Study is a process of meticulous and collaborative lesson planning, spanning from a detailed definition of the lesson's objectives and overall structure to specific aspects such as anticipating student responses and designing teacher actions according to various scenarios. In contrast, improvisation is perceived as an entirely opposite process, fundamentally involving spontaneous responses to unforeseen circumstances. This paper presents a study that examines the tension between planning and improvisation in lessons developed within Lesson Study teacher communities in Israel. As background to the study, we review the phenomenon of improvisation across different fields and its cultural and social foundations. Then, through case studies, we explore four patterns of improvisation that emerged and analyze the relationship between improvisation and planning within each such pattern. Additionally, we examine expert teachers' perceptions of improvisation and planning in the context of teacher-student interactions during lessons planned through the Lesson Study process. Finally, we discuss potential implications of improvisation for the ways in which teachers in Israel engage with and implement Lesson Study.

Keywords: improvisation; planning; lesson study; professional development of mathematics teachers; professional learning communities.

Enhancing mathematical verbal problem-solving and production through fostering self-regulated learning in elementary school students

Inbal Koloshi-Minsker

Abstract

This study examines how fostering self-regulated learning, through an integrated model based on two theoretical frameworks—Self-Regulated Learning (SRL) to enhance cognitive and metacognitive orientation, and Self-Determination Theory (SDT) to support motivational-emotional orientation—can improve students' ability to solve mathematical verbal problems and facilitate their transfer from problem-solving to problem-production.

The research involved 383 third- and fifth-grade students from three public elementary schools with similar nurturing indices. Each school implemented a distinct intervention program designed according to the principles of self-regulated learning: (1) SRL-based intervention, (2) SDT-based intervention, and (3) a combined SRL+SDT intervention.

Findings indicate that students who participated in interventions integrating both cognitive/metacognitive (SRL) and motivational-emotional (SDT) components (SRL+SDT), or in the SRL-only program, showed significant improvement in problem-solving and successfully transferred their skills to problem production. In contrast, students exposed only to SDT-based intervention exhibited a decline in problem-solving performance but nonetheless demonstrated improved ability to transition to problem production. Additionally, fifth-grade students were found to generate more quantitatively structured and mathematically complex problems compared to third-grade students. This study's model and intervention programs offer valuable insights for mathematics educators, providing structured and integrated self-regulated learning strategies to enhance students' problem-solving abilities and support their progression toward mathematical problem production.

Keywords: mathematical verbal problems; Self-Regulated Learning (SRL); self-determination theory (SDT); elementary school students; problem solving; problem production.



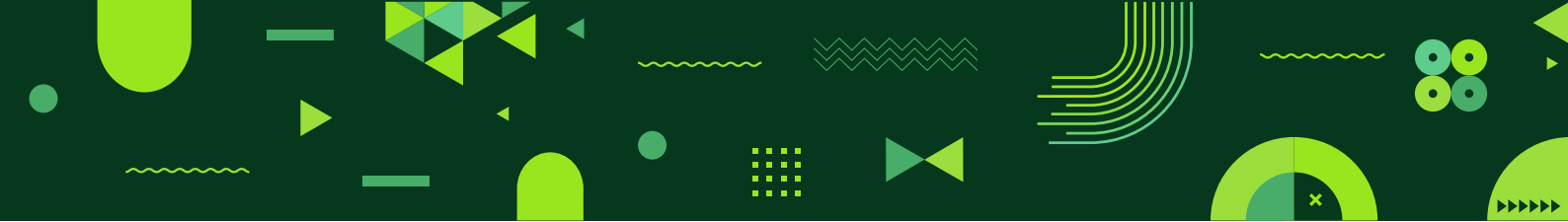
Opportunities and challenges reflected in the teaching and learning of mathematics on WhatsApp on the background of the national project Bagroup

Ruti Segal and Yaniv Biton

Abstract

In the current study, we examined teachers' perspectives on the learning and teaching opportunities that can be created through WhatsApp as a social network to help students prepare for mathematics matriculation exams within the Bagroup project. The project was launched by the Ministry of Education and the Center for Educational Technology three months before the matriculation exam to serve as an additional environment for mathematics learning. The study involved 24 mathematics teachers who guided the learning processes in WhatsApp groups, each containing approximately 100 students. They implemented blended learning that included both synchronous and asynchronous instruction, presented mathematical problems to solve, and provided solutions to problems that students found difficult. Using quantitative and qualitative research tools, the teachers' perspectives on learning and teaching opportunities that emerged alongside challenges were analyzed. The mixed-method research approach enabled a comprehensive understanding of the reasons behind teachers' attitudes toward learning and teaching via social networks in the Bagroup project. Quantitative and qualitative data were collected through three tools: a questionnaire including Likert-type closed questions and open-ended questions, semi-structured interviews, and observations in four WhatsApp groups conducted over a three-month period. Factor analysis revealed three categories of the Bagroup environment: factors contributing to the emotional needs of the learner, factors promoting learning, and factors inhibiting learning. The findings of the current study may influence learning and teaching opportunities in social networks and distance teaching.

Keywords: social networks; communication; social-emotional learning; mathematics teachers' knowledge; secondary school mathematics teaching.



The contribution of collaborative learning to mathematical problem solving among students learning to teach mathematics

Tsurit Elitzur

Abstract

Working in a collaborative group setting, and its contribution to dealing with complex mathematical problems, has been of interest to the research world in recent years, and is increasingly penetrating mathematics curricula as part of 21st century skills.

The following article is a summary of extensive research I conducted, which examined the contribution of collaborative learning to complex mathematical problem solving among students learning to teach mathematics.

As part of the study, two separate classes were compared, who studied the same course on 'Mathematical Problem Solving Strategies'. In one class, a great deal of emphasis was placed on collaborative learning, with problems being solved in small collaborative groups. In the second class, the class was conducted without this emphasis, and the students solved the problems individually. The analysis of the findings in the two classes made it possible to examine whether there were differences between the two groups, and whether collaborative learning contributed to the students' skills in solving mathematical problems.

The main findings were based on a comparison between the pre-test that all students took at the beginning of the course, compared to the post-test at the end. The tests tested the students' mathematical skills and their argumentative skills in solving problems. The findings showed that both courses started from a similar starting point, and in both courses there was an improvement in both mathematical skills and problem solving skills. However, in the course which emphasized cooperative learning, the improvement in both indicators was significantly greater.

.and teaching opportunities in social networks and distance teaching

Keywords: cooperative learning; problem-solving strategies; mathematical argumentation; problem-solving skills.



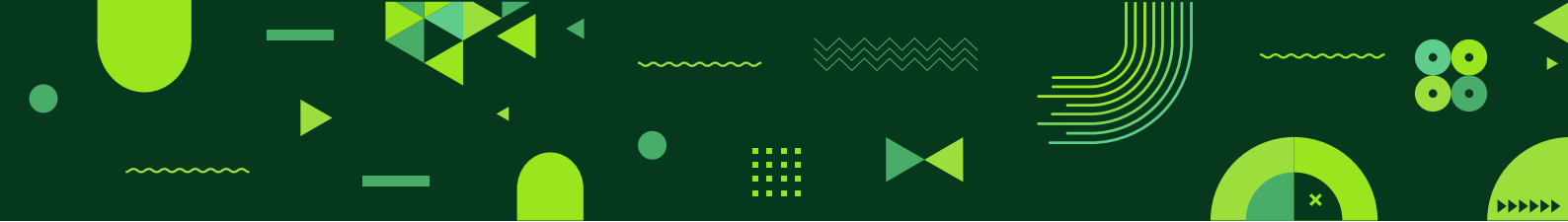
Professional identity exploration of mathematics teachers through body mapping: Perspectives of mathematics education students

Ariel Levin

Abstract

The present study's premise lies in the significance of examining mathematics teachers' professional identity as perceived by students in the field as part of their professional preparation. This exploration of professional identity was conducted, for the first time, using body mapping methodology combined with interviews. This tool provides participants with a means to communicate and express ideas, meanings, and emotions, while offering opportunities to explore and realize professional identities related to teacher education. The examined components of professional identity included the intrapersonal component—how teachers view themselves, and the interpersonal component—how society views both the teacher and the profession. The findings reveal aspects characterizing the profession, such as the development of creative thinking, establishing order and boundaries, and the importance of investment; characteristics of mathematics teachers as accepting and containing while maintaining boundaries; and society's perception of mathematics as a challenging and important discipline. The study's contribution to teacher education lies in providing students with opportunities to develop reflective processes in teaching in general and mathematics in particular, concerning their identity as teachers.

Keywords: professional identity; mathematics teacher education; body mapping.



Misconceptions of relational symbols among pre-service teachers for early childhood and grades 1–2

Dina Hassidov and Bat Sheva Ilany

Abstract

This study examined the understanding and use of the mathematical relational symbols ($<$, $>$, $=$) among 158 pre-service teachers for early childhood (pre-primary) and Grades 1–2. Participants included prospective kindergarten and early primary school teachers, some of whom had completed a dedicated course on the topic, while others had not. The research employed a mixed-methods design, combining quantitative and qualitative approaches through a 25-item questionnaire and semi-structured interviews. The analysis focused on the “quantity” dimension and compared three groups: Grade 1–2 pre-service teachers who had studied the topic, Grade 1–2 pre-service teachers who had not, and pre-primary pre-service teachers.

Findings indicate varied, and often incorrect, uses of relational symbols, with a tendency to rely on visual features or everyday contexts (e.g., number of items, size, shape) rather than their formal mathematical meaning. A statistically significant advantage was found among those who had studied the topic, who demonstrated higher rates of correct answers and consistent mathematical reasoning. Among those without prior instruction, three main categories of misconceptions emerged: (1) the belief that relational symbols refer to any visual attribute rather than solely to numerical value; (2) interpreting graphical objects as numbers; (3) using contradictory relational symbols for the same pair of numbers.

The discussion highlights the necessity of systematic training for early childhood educators in the language and rules of mathematical representation, as well as the development of activities that generate cognitive conflict to promote the distinction between everyday and formal mathematical uses of relational symbols. The results underscore the importance of strengthening formal symbol comprehension during teacher preparation to prevent the transmission of misconceptions to future learners

Keywords: early childhood mathematics education; relational symbols; misconceptions; teacher education; symbolic thinking.



The added value of a Wiki environment in creating learning opportunities for prospective mathematics teachers : The case of a percentage problem

Dorit Cohen

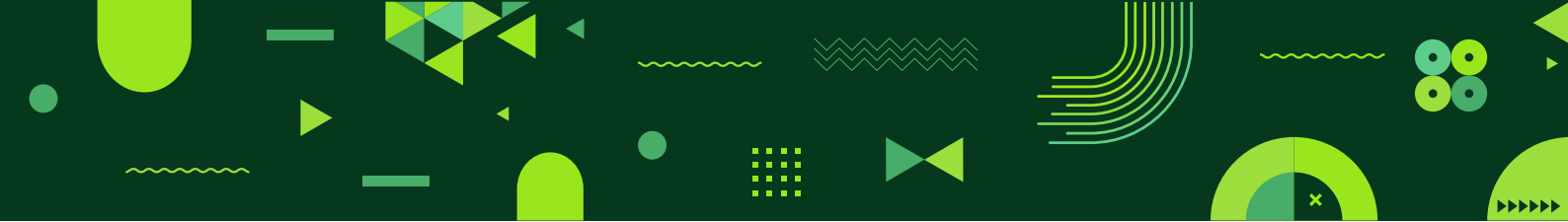
Abstract

The study focused on the learning and teaching of pre-service mathematics teachers in a wiki-based environment during a teacher training course as part of a mathematics teaching certificate program for secondary education. The wiki environment was integrated into the regular course instruction in an attempt to address the "telling/not-telling" dilemma and was intended to provide additional learning and teaching opportunities. The aim of the study was to identify the learning and teaching opportunities afforded by such an environment and to examine differences among learners in terms of their utilization of these opportunities. This, in turn, aimed to offer solutions for the instructor in promoting student learning while transferring learning responsibilities to them.

The present article presents one of the three different teaching sequences examined in the broader study. The teaching sequence described here focused on the "Father and Son Problem," a word problem involving percentages that students were required to solve using two different approaches, thereby creating a cognitive conflict. The study followed the methodology of design-based research. To identify the added value of integrating the wiki environment, a comparison was made between learning in the course without the environment and learning and teaching with the environment in the teaching sequence focused on the "Father and Son Problem."

The findings indicate that the main contribution of this environment to the "Father and Son Problem" was in the collaborative phase that took place at the end of the teaching sequence. This phase provided an opportunity to summarize the problem-solving process and the overall teaching objectives. Differences were found among learners in their interactions with the environment, which may affect the extent to which they utilized these opportunities.

Keywords: Mathematics teacher training; cognitive conflict; wiki; collaborative learning; percentages.



Clinical simulations with actors in a mathematics teacher training course, and their impact on participants' knowledge and self-efficacy

Iris Schreiber

Abstract

This article describes part of a study that integrates simulation workshops with actors in a mathematics teacher training course. This article presents the findings of interviews with six mathematics teaching students who participated in this process. The findings of the interviews shed light on the process that the students went through in the workshops and the impact that these workshops have on the student's knowledge: what knowledge component is expressed in the workshops, do students feel that they have acquired knowledge during the workshops, and whether this workshop affects their sense of self-efficacy. Findings on knowledge indicate that specific knowledge components are not expressed in simulation (whether by choice or due to lack of knowledge) and that the students feel they are acquiring knowledge in the workshops. Findings on the student's sense of self-efficacy in their knowledge indicate that the process does not increase the degree of self-efficacy for some of them and may even undermine it.

Keywords: pedagogical-content knowledge; self-efficacy; simulation.



Mentoring in times of crisis: Fostering emotional awareness to strengthen the educational resilience of preservice mathematics teachers

Galit Nagari Hadif, Mirela Widder, Ilana Waisman and Anna Prusak

Abstract

Academics play a dual role in educating and nurturing the educational resilience of their students. On one hand, they are subject-matter lecturers whose role is to teach and follow course syllabi. On the other hand, they serve as mentors to students in crisis, providing emotional and professional guidance and fostering their educational resilience. Embracing these dual roles, lecturers become mentor-teachers—or, as coined by Prof. Avi Levy, President of the Shaanan Academic Religious College, morentors (a portmanteau of “moreh” [teacher] and “mentor”).

Strengthening educational resilience is particularly vital in times of national crisis, such as the ongoing “Iron Swords” war. The national crisis in Israel has further emphasized the urgent need to retain potential mathematics teachers in academia, making the educational resilience of future math teachers a pressing concern—especially given the existing shortage of both qualified teachers and teacher candidates in the field of mathematics.

Emotional self-awareness is known to influence individuals’ ability to pursue their goals and therefore plays a critical role in promoting educational resilience. Mentorship can contribute to the development of emotional self-awareness and support the coping processes of students returning to mathematics education studies after active military reserve service.

This article presents a case study that explores the emotional journey of a preservice mathematics teacher who returned to his academic studies during the Iron Swords war, following a period of active reserve duty. The study focuses specifically on changes in the student’s emotional awareness, as reflected in his spoken accounts during a workshop and follow-up interviews. The findings demonstrate how a mentoring process can foster emotional transformation in the mentee and help support a more positive and resilient mindset.

Keywords: mentoring; morentor; emotional self-awareness; educational resilience; the emotion tree (blobtree); “correspondence with the Professor”