

הערך המוסף של סביבת ויקי ביצירת הזדמנויות למידה לפרחי הוראה במתמטיקה: המקרה של בעיית אחוזים

ד"ר דורית כהן

מרצה בחוג למתמטיקה במרכז האקדמי ליונסקי-וינגייט. מחקרה מתמקדים בפיתוח הידע של פרחי הוראה ובהוראת ולמידת מתמטיקה בשילוב כלים דיגיטליים אינטראקטיביים. בעבר עבדה בצוות מתמטיקה במטח, המרכז לטכנולוגיה חינוכית, ופיתחה חומרי לימוד מודפסים ודיגיטליים לתלמידים והעבירה השתלמויות למורים.



הערך המוסף של סביבת ויקי ביצירת הזדמנויות למידה לפרחי הוראה במתמטיקה: המקרה של בעיית אחוזים

דורית כהן

תקציר

המחקר עסק בלמידה ובהוראה של פרחי ההוראה במתמטיקה בסביבת ויקי, בקורס של הכשרת מורים ללימודי תעודת הוראה במתמטיקה לבית הספר העל-יסודי. סביבת הוויקי, שהינה מערכת ניהול תוכן אינטרנטית המאפשרת למספר משתתפים ליצור ולערוך יחד את התוכן, נוספה על ההוראה הרגילה בקורס כדי לתת פתרון לדילמת ה"לומר" או "לא לומר", ונועדה לשמש סביבה המספקת הזדמנויות למידה והוראה נוספות. מטרת המחקר הייתה לזהות את הזדמנויות הלמידה וההוראה שמזמנת סביבה מסוג כזה ולבדוק את ההבדלים בין הלומדים מבחינת ניצול ההזדמנויות, ובתוך כך להציע פתרון לצורך המרצה בדרכים לקידום למידת הסטודנטים בהעברת סמכויות הלמידה אליהם. במאמר הנוכחי יוצג אחד משלושה רצפי ההוראה המגוונים שנחקרו במחקר הכולל. רצף ההוראה המתואר כאן עסק בבעיית האב והבן, בעיה מילולית בנושא אחוזים, שהסטודנטים התבקשו לפתור אותה בשתי גישות. דרישה זו עוררה המתמודדות שיצרה קונפליקט קוגניטיבי אצל רוב הסטודנטים. המחקר התנהל על פי המתודולוגיה של מחקר מעצב. לצורך זיהוי הערך המוסף של שילוב סביבת ויקי, נעשתה השוואה בין הלמידה בקורס בלי שילוב הסביבה ללמידה וההוראה בשילוב הסביבה ברצף ההוראה שעסק בבעיית האב והבן. נמצא כי התרומה העיקרית של סביבה זו בבעיית האב והבן היא בשלב השיתופי שנעשה בסוף רצף ההוראה, שלב שזימן הזדמנות לסיכום תהליך הפתרון ולסיכום מטרות תהליך ההוראה כולו. נמצא הבדל בין הלומדים בפעולות הגומלין עם הסביבה, הבדל העשוי להשפיע על מידת ניצול הזדמנויות אלה.

מילות מפתח: הכשרת מורים למתמטיקה; קונפליקט קוגניטיבי; ויקי; למידה שיתופית; אחוזים.

מבוא

מחקר זה בדק את דרך הלמידה של פרחי הוראה למתמטיקה בסביבת ויקי. אסקור להלן את התחומים הקשורים ללמידת פרחי ההוראה במתמטיקה, מתוך התמקדות בקורס המתואר כאן. אתאר את גישת ההוראה בקורס, את ממדי הידע הרלוונטיים לפרחי ההוראה שהמחקר עוסק בהם ואת

דרך ההתפתחותם. נוסף על כך אסקור את מאפייני הלמידה בסביבת ויקי, תוך בחינת למידה בקהילת שיח, שמזמנת הלמידה בסביבה. המסגרת התאורטית של המחקר המתואר כאן היא הבניה חברתית (קונסטרוקטיביזם חברתי) ומתוך כך בחינת הלמידה הייתה גם כלפי הפרט וגם כלפי עולם החברתי שהוא שייך אליו.

סקירת ספרות

רבים מהעוסקים בחינוך מתמטי סבורים שיש ללמד לפי הגישה ההבנייתית (קונסטרוקטיביסטית). לפי גישה זו תהליך בניית הידע הוא נסוג (רקורסיבי), אבני הבניין של ההבנה הן בעצמן תוצר של פעולות בנייה קודמות. צעד חשוב בתהליך הלמידה של פרחי הוראה הוא הבאתם לידי הבנה שהלמידה היא פעילה ונשענת על ידע שנבנה קודם (שטראוס ושילוני, 1997; von Glasersfeld, 1989). במחקרים על יישום גישת ההבנייתיות להוראה זיהו פעולות שהמורה עושה כדי לעזור לתלמידים לפתח הבנה מושגית (קונספטואלית) במתמטיקה (Lobato et al., 2005). פעולות אלה כוללות בחירת רצף של משימות מתמטיות עשירות (Lampert, 1990) והנחיית דיונים בכיתה מתוך יוזמה והנחיה של התפתחות נורמות סוציו-מתמטיות, כמו למשל הבנות נורמטיביות של מה שנחשב בכיתה שונה, יעיל או אלגנטי מבחינה מתמטית (Yackel & Cobb, 1996). לצד התמיכה בגישה ההבנייתית ובדרכי יישומה המתאימים להוראה, יש ביקורת חזקה על מודל ההעברה של הוראה, הנשען על ההנחה שהמתמטיקה מורכבת מאוסף של עובדות ותהליכים והמורה מתרכז בלומר לתלמידיו איך לעשות אותם תהליכים. היות ש"לומר" הוא מאפיין עיקרי של מודל ההעברה, ההתרחקות מהמודל הלא רצוי עשויה לגרום להימנעות מכל סוג של אמירה ולמעשה המורים נתקלים בדילמת "לומר" או "לא לומר".

כשהמורה מדבר, הוא בעצם מייצג את תחום הדעת, ומתוך כך הוא דומה לאדם שמוסר עדות בבית משפט. כדי שהתלמידים יאמינו במה שידוע בתחום הדעת, עליהם לעסוק ב"למידה חיה" ולא להיות מודרכים בתחום הדעת כצופים במוזאון (Bakhurst, 2020).

במחקר המתואר כאן המרצה מלמדת את פרחי ההוראה בגישת "לא לומר" (not telling) (Peled & Suzan, 2011b).

* מאמר זה הוא תוצר מתוך עבודת הדוקטור שנעשתה באוניברסיטת חיפה, בהנחייתה של ד"ר אירית פלד.

לפתרון בעיות. הרכיב השני הוא ידע אינטואיטיבי. לפי פישביין (Fischbein, 1984) זה סוג של ידע המתקבל מייד, בלי צורך בהצדקה כלשהי. להכרה המתקבלת באינטואיטיביות יש השפעה כפייתית על החשיבה שלנו. הידע האינטואיטיבי שלנו יכול להתאים לאמיתות הניתנות להצדקה, אך הוא גם יכול לסתור אותן, ולכן לאינטואיציות יכול להיות תפקיד המקל על תהליך ההוראה אך הן גם עלולות להיות מכשול. הרכיב השלישי הוא אמונות. במחקרים רבים נמצא שאמונות מורים משפיעות על העמדות והשיפוט שלהם ומהן נובעת התנהגותם בכיתה ושהבנת מבנה האמונות של מורים ופרחי הוראה הכרחית לשיפור ההכנה המקצועית שלהם והתמחותם. כדי לשנות התנהגות קודם צריך לשנות אמונה, כי הן המסנן שמשפיע על רכישת ידע חדש (Thompson, 1992).

בדרך כלל מורי מורים נותנים דעתם על כמה מאפיינים חשובים בסביבת הלמידה המיועדת ללמידת המורים: סביבת הלמידה של המורים אמורה לשקף את הפדגוגיה שמצפים שהמורים ילמדו לפיה; הסביבה צריכה לעודד רפלקציה של המורים בהוראה ובלמידה שלהם; הסביבה צריכה לאתגר את המורים במשימות עוצמתיות המשלבות נושאים מתמטיים ופדגוגיים (Leikin, 2004). היות שיש חשיבות רבה לתמוך במאמצי המורים להיות מודעים יותר לפעולותיהם, להבנתם ולנטיותיהם להיות מודעים יותר לפעולותיהם, להבנתם ולנטיותיהם (Shulman & Shulman, 2004), יש לעשות תהליך הכנה שיכוון את מערכת האמונות של המורים החדשים ויאפשר להם ליצור הזדמנויות עשירות יותר לתלמידיהם (Brendefur & Frykholm, 2000). אחת משיטות ההוראה והלמידה שעשויות להתאים לגישת ההוראה של המרצה בקורס הנחקר, היא למידה באמצעות יצירת קהילת לומדים. קהילת הלומדים עשויה לשמש סביבת למידה מתאימה ללמידת מורים ולעזור להם להיות מודעים לפעולותיהם. למידה באמצעות יצירת קהילת לומדים (FCL – Fostering a Community of Learners) זו שיטת למידה קוגניטיבית חברתית הנשענת על התאוריה של ויגוצקי (Vygotsky, 1978), שמטרתה לעודד פעילויות מטא-קוגניטיביות הכוללות רפלקציה ושיח בתחום התוכן. הלמידה נעשית בהפצת המומחיות של כל אחד מחברי הקהילה בין שאר חבריה. למידה כזו עשויה לעזור בהעברת סמכות הלמידה מהמורה לתלמיד ומתוך כך לתמוך בלמידה פעילה ומשמעותית (Brown & Campione, 1996). מודל למידה זה מסתמך על ארבעה עקרונות יסודיים ללמידה: למידה פעילה, רפלקציה, שיתופיות וקהילה.

רצף ההוראה המתואר כאן עוסק בבעיית האב והבן, בעיית אחוזים שהיא בעיה אלגברית השכיחה בספרי הלימוד.

האופן שהמרצה מיישמת את הגישה, מבטא את הפתרון האישי שלה לדילמת "לומר" או "לא לומר". גישת הוראה זו עשויה לתרום ליצירת תהליך למידה יעיל ומהנה יותר וליצירת רגעי "אהה" שבו הלומד מבין פתאום משהו חדש (Manizade et al., 2023).

במוקד מחקר זה נמצאים הסטודנטים, פרחי ההוראה למתמטיקה, הלומדים בקורס לקראת קבלת תעודת הוראה לבית הספר העל-יסודי. הקורס המתואר כאן עוסק בהיבטים פסיכולוגיים ודידקטיים של הוראת המתמטיקה ומטרתו לפתח בעיקר את ידע התוכן הפדגוגי של הסטודנטים, אך גם את הידע התוכן המתמטי ואת הידע הקוריקולרי (Shulman, 1986). בשנים האחרונות התפתח שדה מחקר רב של מחקרים על כישורי המורים הנדרשים, תוך בחינת הידע לסוגיו. כישורי המורים נחשבים מבנה רב-ממדי, שמורכבותו מציבה אתגרים גדולים למחקר. בעידן הדיגיטלי מורים יכולים ללמד את תלמידיהם גם בלי להיות איתם פיזית (Manizade et al., 2023). לייקין (Leikin, 2006) הציעה מודל תלת-ממדי של ידע מורים המציג קשרים בין ממדים מגוונים בתהליך פיתוח הידע של המורים, מודל היכול לשמש מסגרת תאורטית בעבור חקירת התפתחות ידע מורים. שניים מתוך ממדים אלה יפורטו להלן. האחד הוא ממד סוגי הידע ויש בו שלושה רכיבי ידע לפי ההבחנה של שולמן (Shulman, 1986): ידע תוכן (SMK – Subject Matter Knowledge), ידע תוכן פדגוגי (PCK – Pedagogical Content Knowledge) וידע קוריקולרי (CCK – Curriculum Content Knowledge). בול (Ball et al., 2008) הציעו חלוקה עדינה יותר של הידע המתמטי שהגדיר שולמן. אחד מרכיבי הידע שהציעו הוא ידע ייחודי למורים (SCK – Specialized Content Knowledge), כלומר הידע המתמטי והמיומנויות הייחודיים להוראה. הידע הייחודי למורים הוא ידע מתמטי שבדרך כלל דרוש רק למטרות הוראה, ומשתמשים בו למטרות, כמו הצגת רעיונות מתמטיים, מתן תשובה לתלמידים לשאלות "למה", מציאת דוגמה כדי להבהיר נושא מתמטי מסוים, זיהוי מה שמעורב בשימוש בייצוג מסוים, קישור נושא הנלמד לנושאים שנלמדו בעבר או שילמדו בעתיד, שינוי המשימות כך שיהיו קלות או קשות יותר ועוד. סוג ידע כזה יכול לעזור למורה "להיכנס לראש של התלמיד", שזו למעשה אחת ממטרות המרצה בקורס המתואר במחקר כאן, ועשוי לקרב את הנלמד בקורס להוראה בכיתה.

הממד השני במודל של לייקין (Leikin, 2006) הוא מצבי הידע הכולל שלושה רכיבים: ידע פורמלי (וידע אלגוריתמי), הנוגע לאקסיומות, להגדרות, למשפטים והוכחות, ואלה צריכים להיות רכיבים פעילים בתהליך של החשיבה המתמטית (Fischbein, 1984). הידע האלגוריתמי כולל הכרת תהליכים ומיומנויות הנחוצים



מטרת המחקר ושאלות המחקר

המטרה הכללית של המחקר היא לבדוק האם וכיצד לשימוש בסביבת ויקי יש ערך מוסף מבחינת יצירת הזדמנויות למידה לסטודנטים בקורס של הכשרת מורים למתמטיקה שגישת ההוראה בו היא "לא לומר". כלומר האם וכיצד מורת המורים הצליחה במקום לומר, ליצור מעורבות של הסטודנטים בלמידה בקורס ששולבה בו סביבת ויקי שנועדה לתמוך במעורבות זו.

מטרת המחקר נגזרה שאלות המחקר האלה:

1. אילו הזדמנויות למידה נוצרו בעבור הסטודנטים במהלך למידה בסביבת הוויקי?
2. אילו ההזדמנויות הוראה חדשות זומנו למורת המורים בשל השילוב סביבת הוויקי?

מתודולוגיה הליך המחקר

המחקר נעשה במהלך הוראה של שתי קבוצות של הקורס, מקצת השלבים נעשו בקורס רגיל והאחרים שולבו בסביבת הוויקי. סביבת הוויקי שימשה בעיקר להכנת שיעורי הבית, ושימשה המשך והרחבה של הלמידה שנעשתה בכיתה. רצף "בעיית האב והבן" בשתי הקבוצות שנחקרו כאן הושווה לרצף ההוראה שהיה בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012). איסוף הנתונים היה חלק בלתי נפרד מתהליך ההוראה: נעשו תצפיות על השיעורים, נאספו פתרונות של הסטודנטים למשימות שהם עשו בלי ויקי בכתב או בדפוס, פתרונות של הסטודנטים לשאלות שהופיעו באתר הוויקי נאספו אוטומטית במערכת ניהול הגרסאות וניתנו שאלוני עמדות (כלפי למידת מתמטיקה והוראתה וכלפי השימוש בוויקי). לאחר כל שלב נעשה ניתוח ראשוני בפגישה השבועית בין מורת המורים לחוקרת כדי לקבל החלטות על עיצוב השלב הבא ברצף ההוראה. באיטרציה השנייה של הקורס הביאו בחשבון גם את המסקנות הראשוניות של ממצאי הקבוצה הראשונה. בשתי קבוצות הקורס שנחקרו כאן, שימשו השלבים הראשונים במחקר (מלבד תפקידם בתהליך הלמידה) לאבחון הידע ההתחלתי של הלומדים. מהלך המחקר ברצף ההוראה "בעיית האב והבן" נשען על פתרון "בעיית האב והבן" בשתי דרכים, השלבים ברצף ההוראה שניתנו לכל קבוצה כללו התמודדות עם פתרון דיון כיתתי בהתנסות ורפלקציה כמו במחקר של סוזן (2012). עיצוב המשימות השתנה בהתאם לאפשרויות הוויקי ומתוך התאמה דינמית להתנהלות הקורס, נוספו עוד שלבים שעסקו בהתמודדות עם הפתרון ודיונים בין שלבים אלה כדי לתת לסטודנטים הזדמנות לפתור בעצמם את הקונפליקט הקוגניטיבי שנקלעו אליו.

בבעיה מוצג יחס בין משתנה המייצג את מחיר הכרטיס לילד ובין משתנה המייצג את הכרטיס למבוגר (May-er, 1981; Riley et al., 1983). הסטודנטים התבקשו לפתור את הבעיה בשתי דרכים אלגבריות, בכל אחת התבקשו לקבוע ערך אחר המתואר בבעיה במשתנה. ראו בהמשך את הבעיה ואת דרכי הפתרון. בממצאי המחקר על קורס בלי ויקי (סוזן, 2012) נמצא כי בהתנסות בבעיית אחוזים הדומה לזו, עם דרישה לפתרון בשתי דרכים, טמון פוטנציאל המאפשר לסטודנטים להתמודד עם פתרון הדורש להמיר את כיוון יחס הסדר המופיע בבעיה. התמודדות זו מזמנת הזדמנויות למידה בהכשרת מורים. במחקר על קורס בלי ויקי נמצא גם שרוב פרחי ההוראה לא הצליחו לפתור בעצמם את הקונפליקט הקוגניטיבי שנקלעו אליו לפני הדיון הכיתתי שדנו בו בפתרון. לפיכך מורת המורים החליטה לשלב בקורס המתואר במחקר כאן את סביבת הוויקי. סביבת ויקי שהיא סביבת אינטרנט שבה התוכן נוצר ונערך עם קבוצת משתתפים, היא בעלת פוטנציאל גבוה ליישום תהליכים של למידה שיתופית ומאפשרת רפלקציה בתהליכי הלמידה (קונג'ה, 2008; Ben-Zvi, 2007). סביבת הוויקי שנוספה על ההוראה הרגילה בקורס נועדה לשמש סביבה שתספק הזדמנויות למידה והוראה נוספות מתוך הוראה בגישת "לא לומר" (Peled & Suzan, 2011a, 2011b). יישום גישת הוראה זו בקורס היא ברוח הצעתם של חזן ובול (Chazan & Ball, 1999) שלא די לא לומר, אלא צריך להמליץ מה כן כדאי לומר לתלמידים. הם ממליצים למשל לומר דברים התורמים לדיונים בכיתה באופן שחוסר ההסכמה ישמש מקור ללמידה. הפעמים שהמורה בוחר לומר בהן מה שהוא רוצה, חיוניות מאוד לתהליך הלמידה וניתוחן עשוי לתרום להבנת תהליך הלמידה של התלמידים (Chesnais et al., 2022). לעיתים במקום לומר המורה יכול לנצל את ההזדמנויות שנוצרות בכיתה וליצור מצבים שבהם הוא לא מדבר אלא רק מנחה את הדיון. למשל במקום לענות על שאלה של תלמיד, הוא מבקש הסבר מהתלמידים בכיתה. עם זה יש מצבים שבהם יש צורך שהמורה יאמר, למשל בפעם שמתעורר דיון על מושג מסוים, חשוב שהמורה ידון בהגדרה המקובלת כדי ליישב את המחלוקת (Selling & Baldinger, 2016). לפיכך ההוראה בקורס הנחקר נעשתה בהעברת סמכויות למידה לפרחי ההוראה בקורס בזכות התהליכים הייחודיים שאפשר לעשות בסביבת ויקי. לפי גישת ההוראה בקורס, המורה והתלמידים הם קהילת שיה (Lampert, 1990). הלמידה נעשית מתוך דיון שהמרצה מכוון בשאלות מתאימות ובקבוצת הכלים המתמטיים שהוא מצייד את הסטודנטים (Boaler, 2003). ככל שהמרצה מספקת פחות תשובות ומספקת יותר שאלות והנחיות, כן יש הצלחה רבה יותר של גישת ההוראה בקורס.

1. תצפיות תצפית משתתפת (שקדי, 2003). תיעוד התצפיות על שיעורים בכיתה נעשה באמצעות:
 - צילום וידאו של השיעורים שעסקו בהם במשימות שנבחרו למחקר זה
 - תמלול צילומי הוידאו
 - הערות שכתבה החוקרת בזמן התצפיות בשיעור
2. פתרונות של הסטודנטים למשימות מגוונות (בכתב או בדפוס) – עבודות למיניהן שעשו הסטודנטים במהלך השיעורים ועבודות בית.
3. יומן מחקר – תועדו בו מהלך המחקר, פגישות עם מורת המורים, מחשבות, התלבטויות ותיעוד שיחות מזדמנות עם הסטודנטים.
4. דפי הוויקי מתוך אתר הוויקי שבו הסטודנטים ענו על סדרות של משימות.
5. שאלוני עמדות: א. כלפי למידת מתמטיקה; ב. על השימוש בוויקי בלמידה.

ניתוח ועיבוד של הנתונים

ניתוח הנתונים נעשה לפי הגישה האיכותנית, שמטרתו מתן משמעות, פרשנות והכללה לתופעה הנחקרת (גבתון, 2001). לפי גישה זו במחקר המתואר כאן, בתהליך ניתוח הנתונים פותחו שיטה ותכנון מוקדמים, אך נעשו שינויים במערך המחקר על סמך שאלות המחקר שהתעצבו על פי המידע שהגיע במהלך המחקר וכן מהתובנות שהן תוצאה של התפתחות תהליך הניתוח. במוקד מחקר זה עומד השיח המתנהל באתר הוויקי שהוא שיח מקוון. אחד ממאפייניו הוא היעדר שפת גוף והבעות פנים ומתוך זה המאמץ להשתמש בביטויים לשוניים רב יותר (ורדיי-ראט ואבני-שיין, 2010). בכל עריכה עברה יחידת ניתוח בסביבת הוויקי הגדרה וניתוח לפי ארבעת רכיבי השיח שהגדירה ספרד (Sfard, 2007) – מילים והשימוש בהן, מתווכים ויזואליים, נרטיבים מקובלים ורוטינות ובאמצעות קטגוריות אחרות שעלו במהלך הניתוח. נוסף על כך נותחו גם הנתונים שנאספו ממקורות אחרים בכלי המחקר, והם שימשו לבדיקת בחינת התרומה האפשרית של שילוב סדרות של משימות בשילוב סביבת ויקי, במסגרת הכשרת מורים.

לשם זיהוי הזדמנויות הלמידה וההוראה, הטקסטים והתמונות שנאספו אופיינו לפי ההזדמנויות שאותרו בשני שלבים:

- א. השוואה להזדמנויות הלמידה שזיהתה סוזן (2012), שבו נעשה מחקר דומה בלי שילוב ויקי להזדמנויות שנוצרו במחקר הנוכחי לצד שילוב סביבות ויקי.
- ב. התאמת ההזדמנויות שזיהתה סוזן (2012) למחקר הנוכחי והוספת הזדמנויות אחרות. בתהליך זה

בעיית האב והבן

המחיר שמשלם מבוגר עבור כניסה לפארק שעשועים נמוך ב-40% ממחיר כרטיס כניסה לילד. אב ובנו שהלכו יחד לפארק שילמו עבור הכרטיסים שרכשו סך של 128 ש"ח. כמה שילם האב עבור כרטיס הכניסה שלו לפארק?

פתרון בשתי גישות:

גישה א: פתרו את הבעיה בדרך אלגברית (עם משתנה x).

גישה ב: פתרו בדרך אלגברית שונה במעט, בחרו עתה את x כמשתנה שונה ממה שבחרתם קודם.

כאמור זו בעיית אחוזים שכיחה. הסטודנטים התבקשו לפתור בעיה זו באמצעות שתי בחירות שונות זו מזו של הערך המיוצג במשתנה x . בגישת הפתרון שבה x מייצג את מחיר הכרטיס לילד (המחיר הגבוה) הפתרון פשוט מאוד, מחיר כרטיס האב הוא $0.6x$, המשוואה המתאימה היא: $x + 0.6x = 128$ ונקבל שמחיר הכרטיס לילד הוא 80 ש"ח ומחיר כרטיס האב הוא 48 ש"ח. בגישת הפתרון השנייה, בדרך "הטבעית פחות", x מייצג את מחיר הכרטיס של האב (המחיר הנמוך), ומחיר הכרטיס של הבן הוא $\frac{x}{0.6}$, המשוואה המתאימה היא: $x + \frac{x}{0.6} = 128$ ונקבל כמו בגישת הפתרון הראשונה שמחיר כרטיס האב 48 ש"ח ומחיר כרטיס לילד 80 ש"ח. רוב הסטודנטים שהתמודדו עם גישת הפתרון השנייה טענו טענה שגויה שאפשר להפוך את יחס הסדר המבוטא באחוזים ולקבל שהביטוי המייצג את מחיר הכרטיס לבן הוא $1.4x$. הם קיבלו את המשוואה $2.4x = 128$ וקיבלו את הפתרון השגוי: האב ישלם $X = 53\frac{1}{3}$ והבן ישלם $74\frac{2}{3}$. היות שברור שלבעיה זו יש רק תשובה נכונה אחת, קבלת שתי תשובות הפגיעה את השוגים (מתגובותיהם בשיעור וגם מהתיאורים ברפלקציה המובאים בהמשך) ויצרה קונפליקט קוגניטיבי – מצב שבו נוצר עימות בין התפיסה הקיימת ובין המציאות. יצירת מצב כזה נחשבת לאסטרטגיית הוראה בעלת פוטנציאל לקידום שינויים ולצמיחת ידע. על פי תאוריית האיזון של פיאז'ה (Piaget, 1975/1985) (equilibration theory), הקונפליקט מפר את האיזון הקוגניטיבי שבו נמצא הלומד וגורם לו למוטיבציה להתפתח היות שהוא רוצה להישאר במצב מאוזן. ההזדמנות להתנסות בקבלת תשובה שגויה וההתנסות בתחושה של היווצרות קונפליקט קוגניטיבי זומנו בכיתה, בלי ויקי, לשתי קבוצות הקורס ושימשו גורם שהניע את המשך התהליך.

כלי המחקר

בשלב השונים של רצפי ההוראה נאספו הנתונים בכלי המחקר האלה:



שלב ב: דיון כיתתי – בשתי קבוצות הקורס נעשו דיונים כיתתיים בלי שילוב הסביבה, כמה מהדיונים היו דומים לאלה שנעשו בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012). נוסף על כך בקורס 2 נעשו גם דיונים לאחר כתיבת רפלקציה על הפעילות בסביבת הוויקי. בעת הדיונים שיתפו הסטודנטים בחוויות שלהם מהתנסות שלהם בפעילות.

שלב ג: המשך ההתמודדות – שלב זה נועד לתת לסטודנטים עוד הזדמנות לפתרון הקונפליקט בתמיכת הסביבה, ולהשתמש ביכולת לכתוב, לערוך ולהעיר לאחרים בסביבת ויקי. בקורס 1 הסטודנטים עשו שלב זה לבד בבית בסביבת הוויקי. בקורס 2 שלב זה כלל כמה תתי-שלבים, תחילה בכיתה ובהמשך בבית.

שלב ד: כתיבת רפלקציה – שלב זה כלל כמה תתי-שלבים שבהם הסטודנטים התבקשו לכתוב בבית, בסביבת ויקי, רפלקציה על התהליך שעברו בפתרון הבעיה. הרפלקציה כללה אזכור של החוויה האישית שחוו תוך בחינת ידע שרכשו בקורס. הסטודנטים התבקשו לסיים את כתיבת הרפלקציה יומיים לפני מועד השיעור כדי לאפשר לסטודנטים ולמורת המורים לקרוא אותה לפני השיעור.

שלב ה: משימה שיתופית – המשימה השיתופית נעשתה בסביבת ויקי וכללה כתיבת פתרון לבעיית האב ודיון במטרות הפעילות לדעתם. המשימה סיפקה הזדמנות לסכם סיכום שיתופי של תהליך ההוראה שעברו הסטודנטים ברצף ההוראה. בקורס 1 ניתנה משימה שיתופית אחת ואילו בקורס 2 המשימה השיתופית נעשתה בשני תתי-שלבים וביניהם דיון כיתתי.

הוגדרו קטגוריות הליכה לפי שלושה סוגי ידע: ידע מתמטי הכולל ידע ייחודי למורים (SCK) (Ball et al., 2008), ידע פדגוגי וידע טכנולוגי.

מתוך ניתוח הנתונים לאחר התצפיות, השאלונים, פתרונות הסטודנטים ודפי הוויקי אותרו מאפיינים ושינויים בידע הסטודנטים, היבטים ושינויים הקשורים ליכולת של פרחי ההוראה לשתף פעולה, מאפיינים ושינויים בתפקיד ובפעילויות של מורת המורים ומאפיינים של משימות שתרמו לשינויים שנמצאו ואיתור הזדמנויות למידה.

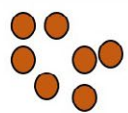
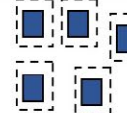
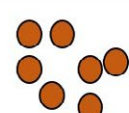
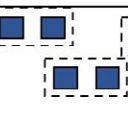
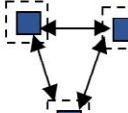
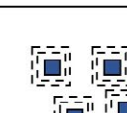
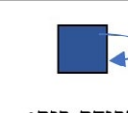
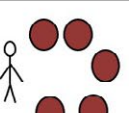
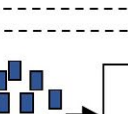
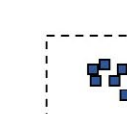
ממצאים

1. הזדמנויות למידה והוראה ברצף ההוראה "בעיית האב והבן"

במחקר כאן אותרו ההזדמנויות לפי שלושה סוגי ידע שתוארו קודם: ידע פדגוגי, ידע מתמטי וידע טכנולוגי. אותרו גם הזדמנויות הוראה של מורת המורים והן שויכו לידע פדגוגי. הזדמנויות ההוראה והלמידה אותרו בכל אחד משלבי רצף ההוראה שזוהו בקורסים. ההזדמנויות שאותרו כאן נוספו על **ארבע הקטגוריות** שאיתרה סוזן (2012): התנסות של הסטודנטים בחוויית למידה הדומה במאפיינה לחוויות שעוברים תלמידים; זיהוי ופיתוח של מודעות למאפייני בעיות המאפשרים ומקדמים למידה; פיתוח ידע מתמטי ופדגוגי בתחום התוכן שבו עוסקת הבעיה וחשיפה לאסטרטגיות המקדמות למידה מתוך הדגמת גילוי רגישות לצורכי הלומדים, לידע שלהם וליכולותיהם. הממצאים יוצגו על פי סוגי ידע שתוארו קודם לצד נתינת דוגמאות מחמשת שלבי הלמידה בשני הקורסים שנחקרו כאן.

לפני הצגת הממצאים על סוגי הידע, נציג את השלבים שזוהו בכל אחד משני הקורסים שנבדקו כדי להבהיר שההזדמנויות נוצרו בתהליך למידה רב-שלבי. שלבים אלה מוצגים בטבלה 1 לצורך השוואה בין מודל הלמידה ברצף ההוראה "בעיית האב והבן" בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012), למודל הלמידה בשתי קבוצות הקורס שנוספה בהן סביבת ויקי להוראה. להלן תיאור קצר של חמשת שלבי הלמידה:

שלב א: התמודדות ראשונית עם הבעיה – הרצף של בעיית האב והבן נעשה בקורס הראשון עם סביבת ויקי ובקורס השני בלי הסביבה. בזכות ניסיונה של מורת המורים עם רצף ההוראה "בעיית האב והבן" החלה מורת המורים את שלב א בהכנה לשלב זה ולרצף ההוראה כולו: "...אל תיבהלו במובן ההפוך, תקבלו בעיה שתהיה קלה, אני לא מחביאה סוד או טריק, בדרך השנייה אני מצפה שיעברו כמה מסרים".

טבלה 1: ייצוג מודל הלמידה ברצף ההוראה "בעיית האב והבן"				
השואה	קורס 2	קורס 1	קורס ללא ויקי (סוזן, 2012)	השלב
לאחר המסקנות מהניסוי נעשה שלב זה בקורס 2 בכיתה, כפי שנעשה בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012).	 עבודה אישית בכתב בכיתה	 עבודה אישית בוויקי	 עבודה אישית בכתב בכיתה	שלב א: התמודדות ראשונית עם הבעיה
בקורס 1 נעשה דיון כיתתי, כמו בקורס המקורי של סוזן שנעשה בלי שילוב סביבת ויקי. בקורס 2 נעשו כמה דיונים.	 דיון כיתתי	 דיון כיתתי	 דיון כיתתי	שלב ב: דיון כיתתי
בקורס בלי ויקי לא נעשה שלב זה. בקורס 1 נעשה שיפור הפתרון האישי, בלי משוב לעמיתים.	 עבודת בית בזוגות  עבודת בית: משוב לעמיתים בוויקי	 עבודת בית אישית בוויקי	---	שלב ג: המשך ההתמודדות
בקורס בלי ויקי נעשה רק שלב הרפלקציה בכתב, בלי קריאת תשובות העמיתים.	 עבודת בית: רפלקציה בוויקי	 עבודת בית: רפלקציה בוויקי	 רפלקציה בכיתה	שלב ד: כתיבת רפלקציה
בקורס בלי ויקי לא נעשה שלב זה. בקורס 1 היה רק שלב אחד במשימה השיתופית, ובקורס 2 היו שני שלבים ודיון ביניהם.	 שני שלבי עבודת בית שיתופית בוויקי וביניהם דיון	 עבודת בית שיתופית בוויקי	---	שלב ה: משימה שיתופית

בגישת "לא לומר" שלפיה אין אומרים לסטודנטים את התשובה הנכונה, אלא יוצרים קהילת שיח התומכת בתהליך של מציאת הפתרון. מניחות העריכות (באמצעות בדיקה של היסטוריית העריכות), צפייה בשיעורים והרפלקציה, ניכר שהסטודנטים התקשו למצוא בעצמם את הטעות, ורק כ-50% הצליחו למצוא בשלב זה את התשובה הנכונה.

1.א. הזדמנויות העוסקות בידע פדגוגי של הסטודנטים

התנסות הסטודנטים בניסיון לתקן את השגיאה והתנסות בלמידה בגישת "לא לומר"

בשלב א ברצף ההוראה של בעיית האב והבן ניסו הסטודנטים לתקן את השגיאה בכיתה לבד או עם עמיתים. בקורס 1 ניסיון התיקון נעשה בסביבת ויקי ואילו בקורס 2 פנים אל פנים. ניסיון זה סיפק הזדמנות ליישום למידה



התנסות של הסטודנטים בהפגנת רגישות ואמפתיה כלפי שגיאות ובחשיפה להתמודדות של אחרים

בקורס 2 הדיון (שלב ב) נעשה לאחר שהסטודנטים כבר כתבו על ההתנסות שלהם ברפלקציה בסביבת ויקי והייתה להם הזדמנות לקרוא על ההתנסות של עמיתים שלהם. תהליך זה של כתיבת רפלקציה מאפשר להבחין באופייה הכללי של החוויה, לראות את הדמיון בין התהליכים שחוו אלה ששגו ולהסיק שלכל הסטודנטים תהליך הפתרון לא היה קל, גם לאלה שלא שגו. למשל ס' 1 מקורס 1 שפתרה נכון תיארה את הקושי שחוותה במהלך הפתרון:

לא הבנתי בהתחלה מה הבעיה. פתרתי אותה ללא משתנה על ידי ערך משולש רגיל. אחר כך הבנתי שהכוונה הייתה להשתמש במשתנה. הצלחתי לפתור למרות שזה לא נראה לי הגיוני להגדיר זאת כך. כששוחחתי עם הסובבים אותי הבנתי שקיים בלבול אמיתי...

נוסף על כך לסטודנטים שלא טעו הייתה הזדמנות להיחשף לחוויות של אחרים בתהליך כזה ולהסיק ממנו מה התלמידים עשויים לחוות במצב דומה. מורת המורים בדיון סיכמה את החוויות:

מה שצפוי לקרות אכן קרה – בגלל שאנשים שונים עבור חוויות שונות כמובן היו כאן כאלה שהם יחסית מהר פתרו בשתי הדרכים [...] גם אלה אמרו שהפתרון השני היה קצת יותר קשה מהראשון, היו כאלה שאמרו שהפתרון השני היה מאוד קשה להם אבל בסך הכול בסופו של דבר פתרו, והיו כאלה שלאחר שהם פתרו אז הם ראו שלמעשה הם קיבלו פתרונות שונים ואז?

אחד הסטודנטים אמר שמתברר שטעה, ואז סטודנטים אחרים הצטרפו ואמרו שגם הם טעו. מורת המורים גילתה רגישות ואמפתיה כלפי תשובות הסטודנטים. בגילוי רגישות זו, מורת המורים זימנה לסטודנטים הזדמנות להקשיב לתחושות שעמיתים חוו בעת פתרון בעיה ולהבין כמה חשוב לגלות רגישות כלפי תחושות אלה:

אני בטוחה שאם היו נותנים לי את זה, הייתי נופלת [...] ולא כל כך היה לי טריוויאלי להגיע לפתרון הנכון, זאת אומרת, אין פה בושה בזה שאנחנו נפלנו [...] הכוח של הידע האינטואיטיבי הוא כל כך חזק שהוא משתלט עלינו גם כשיש לנו את הידע הפורמלי הרלוונטי החיוני לפעולת ההוראה.

ההתנסות גם תרמה להזדהות עם תלמידים בכיתה.

ס' 5 מקורס 1:

ככל שהעמקנו בדיון כך הבנתי את תחושת התלמידים בכיתה יותר, עד שכמעט נפלתי בעצמי לפח ולא

הצלחתי לשכנע את עצמי בנכונות הפתרון.

ס' 16 מקורס 2:

לכולנו אני חושבת (ותקנו אותי אם אני טועה) לקח שתיים שלוש דקות עד שעיצבנו מה המרצה ביקשה מאיתנו בעת שקיבלנו את חלק ב של המשימה, ואנחנו בוגרי חוגים ריאליים כבר. אם היינו שמים את עצמנו קצת בנעליו של התלמיד, גם לו אני חושבת שיהיה קשה השינוי הזה בסדר המשתנים.

סטודנטית שלא טעתה בפתרון בגישה ב תיארה את תרומת קריאת התשובות שנכתבו בסביבה ויקי להבנת הקשיים של אחרים:

בשיעור הראשון התחלנו להשתמש בוויקי. הייתה הזדמנות לקבל ולתת מידע [...] הייתה אווירה של ומשא ומתן [...] היה קשה לאחרים להפוך שתי הגדרות של אותו משתנה באותה בעיה, זה נראה שיעור מדהים שלא חשבתי עליו אף פעם ומעניין להיות בו. אני חושבת שהמרצה התכוונה בשיעור זה לצייר לנו תמונה של חשיבה עצמית [...] אחר כך לשלב את זה עם דעות אחרות או שיטות אחרות עם אחרים כלומר שהמתמטיקה זה לא רק קו ישר אלא איזשהו תהליך ספירלי ומתמשך וייתכן שיש בה טעויות וזה לא בושה אלא זה מאפשר לתקן ולהיעזר באחרים וללמד שיטות נכונות לחשיבה מתמטית.

היכרות עם ידע אינטואיטיבי לאחר קריאת תחושות של אחרים מההתנסות בקבלת תשובה שגויה

כאמור בקורס 2 מורת המורים דנה בכיתה בהשפעת האינטואיציה לאחר שלב הרפלקציה שנעשה בסביבת ויקי. כלומר לאחר שלסטודנטים כבר הייתה הזדמנות לעיין ברפלקציה של עמיתיהם, וגם אלו שלא טעו, יכלו להבין מה אפשר לחוש במצב כזה. למורת המורים הייתה הזדמנות להסביר מדוע עושים טעות אף שיש ידע פורמלי, תוך בחינת ההתנסות האישית של הסטודנטים וכיצד המורה יכול לעזור לתלמידיו להתמודד עם השפעת האינטואיציה.

מ"מ: מה המטרה שלי במשימת האב והבן לנוכח הדיון הזה שעשינו עכשיו?

ס': להראות שהולכים לפי אינטואיציה ונופלים כי זה לא תמיד נכון.

ס': לפעמים לא מספיק חזקים במשהו שלימדו.

מ"מ: אה... באמת? ז"א שאתם לא מספיק חזקים באחוזים וברפרנס (שלם ייחוס)?

מ"מ: זאת בדיוק המטרה שלי. בדיוק להילחם במה שאתה אמרת עכשיו. כי המטרה שלי היא להעביר

לתיאור התחושות וקריאת תחושות של אחרים, פתרון הקונפליקט ולבסוף יצירת תנאים להיווצרות קונפליקט זה בכיתה ודרך השימוש במיומנות הוראה זו בכיתה. סטודנטים ששגו בפתרון בגישה ב, כלומר פתרון בדרך "הפחות טבעית" שבה המשתנה מייצג את מחיר הכרטיס של האב, תיארו תהליך שהתחיל בקלות ובמפתיע הפך לקשה:

ס' 10 מקורס 1:

שבתחלה זה היה קל מדי ובשניות זה הפך למשהו קשה, והכנים את כולנו לקונפליקט קוגניטיבי, עד כמה השאלה יכולה להסתבך כשמסתכלים עליה בכיוון אחר!?

ס' 8 מקורס 1:

כשנתבקשנו לעשות את זה באופן הפוך שבו נתייחס לאב כאל השלם אז הייתה ההפתעה! התשובה הייתה שונה.

שלב ג אפשר לרוב הסטודנטים לפתור את הקונפליקט הקוגניטיבי. שלא כקורס בלי ויקי (סוזן, 2012), שבו יש רק שלב אחד של התמודדות, רק 10 מתוך 24 סטודנטים (41.7%) הצליחו לפתור את הקונפליקט. בקורס 2 הדרישה לכתוב פתרון המוסכם על שני בני הזוג סיפקה הזדמנות הן ללמד עמיתים הן ללמוד מהם ולהפעיל יחד תהליכי בקרה לבדיקת הפתרון. מורת המורים ביקשה מהסטודנטים להתחלק לזוגות באופן **ש אחד מבני הזוג קיבל שתי תשובות שונות זו מזו ולמעשה שגה והאחר פתר נכון**. חלוקה זו נעשתה כדי לזמן את מרב ההזדמנויות לסטודנטים: הן מבחינת אלה שלא פתרו ללמוד מעמיתים הן מצד אלה שפתרו להתנסות בהוראת עמיתים וכן ללמוד מהם היכן הקשיים. בפועל הסטודנטים התחלקו לזוגות לפי קשרים חברתיים ולא לפי ההנחיות: רק שניים מבין שבעת הזוגות התחלקו לפי ההנחיות ומתוך כך קיבלו את ההזדמנות שמורת המורים רצתה לתת להם: בן הזוג שפתר נכון בכתב הסביר לבן הזוג האחר את הפתרון, והם יצרו יחד פתרון משופר הדומה לזה של הפותר נכון. הסטודנטית היחידה מקורס 1 שלא הצליחה לפתור את הקונפליקט לפני השלב האחרון של המשימה השיתופית תיארה את הקושי שחוותה בתהליך:

השאלה הייתה לי ברורה בהתחלה, ואני אפילו חושבת שבחרתי בדרך "הבטוחה" [...] בחלקו השני של התרגיל שנתבקשנו לבצע את החישוב לפי הגדרת מחיר הכרטיס לאב כ-100%, התקשיתי להגיע לפתרון. כמו כן התקשיתי להבין את הסיבה. עדיין מתקשה.

לכם מסר. שהתלמידים שלכם עשויים ליפול גם על דבר שהם כן יודעים. בגלל הכוח העצום של הידע האינטואיטיבי, הוא משתלט עליך. הרבה פעמים גם בסיטואציה שיש לך את הידע הפורמלי. מכל מיני סיבות. [...] התפקיד שלנו כמורים לעזור לתלמידים להבין שזה טעות מה שעשיתי. ולהיות מסוגלת לעשות בקרה על מה שבאמת בניתי בהשפעת הידע האינטואיטיבי [...] אני יכולה לפנות לידע הפורמלי שלי [...] אם יש לי איזה פעמון אזהרה שאומר רגע כשהמחיר עולה והוא יורד, אני צריכה לדעת שיש שם איזושהי בעיה.

ברפלקציה אחרת שנעשתה אחרי דיון זה, הסטודנטים כבר השתמשו בידע הפדגוגי שרכשו על אינטואיציה ודנו בהתנסות האישית שלהם בהשתלטות שלה:

ס' 17 מקורס 2:

ציפינו לעבור באופן אינטואיטיבי מערכים של 1 ו-6.0 לערכים של 4.1 ו-1.

ס' 5 מקורס 1:

האינטואיציה כאן לא כל כך עוזרת וקל יותר להאמין ולשכנע את עצמנו שמחיר כרטיס הבן גבוה ב-40% ממחיר כרטיס האב.

הסטודנטים גם דנו באמפתיה שיש לגלות כלפי תלמידים הטועים בשל הקושי להילחם באינטואיציה.

ס' 5 מקורס 1:

למדתי שמה שברור לי לא כל כך ברור לתלמיד, גם לאחר שאנסה להסביר לו בכל כוחותיי ובכל דרך שנראית לי הגיונית. קשה מאוד "להילחם" בתחושה אינטואיטיבית, גם כשמגבים זאת בדוגמאות ועובדות מספריות. בנוסף למדתי שעליי לגלות אמפתיה רבה יותר במהלך השיעורים, וגם כשמבינים לא תמיד מבינים עד הסוף, ותמיד יכולה להיות דוגמה שתשבש את ביטחונו בחומר [...] הקושי שלנו כמורים להתמודד עם תשובות אינטואיטיביות של תלמידים שלעיתים לא נכונות מתמטית אך קשה לשכנע את התלמיד באי נכונותן. גם כאשר מנסים להדוף את הידע האינטואיטיבי, כנראה שבאמת הידע הפורמלי קשה ולא טריויאלי.

היכרות עם קונפליקט קוגניטיבי: תיאור תחושה של היווצרות קונפליקט זה, פתרון הקונפליקט בסביבת ויקי והוראה בכיתה בשילוב קונפליקט זה

הזדמנויות הוראה בהיכרות עם קונפליקט קוגניטיבי כללו רצף של הזדמנויות שהתחילו בהתנסות אישית, המשיכו



בסוף התהליך הסטודנטים כבר קישרו את המונח קונפליקט קוגניטיבי להוראה שלהם בכיתה ושהדרישה לפתור בדרכים מגוונות עשויה ליצור קונפליקט זה:

ס' 6 מקורס 1:

אילו המרצה לא ביקשה מאיתנו לפתור בדרך השנייה לא היינו עולים על הקושי של השאלה ואפילו לא הייתה מתעוררת ההתלבטות איך לבטא ולהסביר באופן מתמטי.

ס' 11 מקורס 1:

איך הסתכלות של תלמיד בצורה אחרת על הבעיה יכולה לסבך אותו. כמורים יש להיות מוכנים לכמה שיטות פתרון, לראות איך אפשר לבדוק את הפתרון על ידי דרך שנייה.

ס' 7 מקורס 1:

הבנת הטעות שנעשתה יכולה לפעמים להיות קשה יותר מאשר הניסיון למנוע אותה.

ס' 10 מקורס 1:

אני חושבת שכלי זה צריך ללמד את התלמידים שלנו בבית הספר על מנת לגרום להם לחשוב ולפתח דרכים שונות, אך חשוב לשים לב שקונפליקט כזה מחייב אותנו לתת להם הכוונה על מנת שלא יאבדו את הדרך להתקדם.

המשימה השיתופית בוויקי (שלב חמישי ואחרון ברצף ההוראה) סיפקה עוד הזדמנות להבין את מקור הטעות שעשו רבים מהסטודנטים בגישת הפתרון השנייה ולזמן הזדמנות לפתור את הקונפליקט הקוגניטיבי שנקלעו אליו. בסוף שלב הפתרון השיתופי כמה מהסטודנטים הוסיפו הסברים לדרך ההגעה לתשובה הנכונה, וכל הסטודנטים בשתי קבוצות הקורס הצליחו לפתור את הקונפליקט. הסטודנטית היחידה מקורס 1 שלא פתרה את הקונפליקט בשלב הקודם, הוסיפה פתרון לדף הפתרון האישי שלה מתוך הכתוב בפתרון השיתופי. שני הסטודנטים היחידים מקורס 2 שלפני שלב זה כתבו פתרון ה"עוקף" את הבעיה, הגדירו שמחיר הכרטיס של אב הוא $128-x$ והשתתפו בעריכה השיתופית שכללה שימוש מתאים בנעלמים ובמודל שטח.

התנסות של הסטודנטים בכתיבת הסבר, במתן משוב לעמיתים ובקבלת משוב

בקורס 1 הסטודנטים התבקשו להסביר בשיעור את פתרונם כדי לתת לסטודנטים האחרים הזדמנות להבין את פתרונם. בקורס 2 ההסבר נכתב בסביבת ויקי והסטודנטים התבקשו לכתוב משוב לעמיתיהם על ההסבר. דרישה זו סיפקה לסטודנטים הזדמנות להתנסות בהבנת תשובות

של אחרים, לנסות להיכנס ל"ראש" של הסטודנטים בדומה למצופה מהם בכיתה וכן להתנסות בכתיבת משוב. ההערות נגעו לדרך הפתרון, לדרך ההסבר או לחוסר בהסבר וכן התמקדות כללית בסגנון הפתרון. שמונה (מתוך 14) דנו בהסברים: ארבעה כתבו בכלליות שחסר הסבר וארבעה ציינו היכן חסר ההסבר. למשל: "איך הגעתם שמחיר הבן הוא $\frac{5}{3}$ ממחיר האב?" סטודנטית אחת החמיאה לסגנון ההסבר באומרה: "ס' 9 מקורס 2 הגיב כמו מורה מקצועי למתמטיקה, אז לדעתי הוא כבר ראוי לתואר". ההתנסות זימנה את ההבנה בצורך בהסבר מותאם לתלמידים: שני סטודנטים העירו הערות מנוגדות לאחת הקבוצות, הערות שסיפקו ידע על החשיבות במתן הסברים המותאמים לתלמידים. אחת הסטודנטיות כתבה שהפתרון ברור מאוד ומנגד ס' 8 מקורס 2 כתב: "איך הגעתם ל- $\frac{5}{3}x$? אני חושב שזה לא אינטואיטיבי להגיע למספר הזה ומי שלא מבין את הנושא, יתקשה להבין איך עשיתם את זה".

הסבר באמצעות ערך משולש: התשובה של ס' 5 מקורס 1, סטודנטית שהיא כבר בעלת ניסיון בהוראה, סיפקה לסטודנטים הזדמנות ללמוד כיצד להיעזר בהוראה בערך משולש למציאת קשר בין גדלים כשיטה שאפשר ללמד באמצעותה את התלמידים לפתור בעיות אחוזים. כתיבת ההסבר זימנה גם הזדמנות לשתף בקושי בכתיבת הסבר המובן לאחרים וזימן למעשה התנסות בהוראה. ס' 2 מקורס 1 דן בקושי בהסבר של פתרון שכתב עליו והסביר שאף על פי שהשאלה באחוזים הוא השתמש ביחס לפתרון הבעיה: "ניסיתי להסביר לשותפה שלי את הפתרון וזה היה מאוד קשה כי הדרך שאני בחרתי לפתרון הייתה מאוד שונה מזו שמשתמשים בבעיית אחוזים."

התנסות זו גם תרמה להבנת החשיבות במתן הסברים מגוונים לתלמידים:

ס' 1 מקורס 1:

ישנם תרגילים שאנחנו יודעים לפתור בדרך מסוימת, אך מאוד מתקשים לראות את הפתרון בדרך אחרת. ואני עושה הקבלה לתלמידים, שאני מסבירה להם תרגיל בצורה מסוימת, וייתכן שהם לא יבינו אותה, אך הסבר הפתרון בדרך אחרת אולי כן יהיה בהיר להם.

הבנה שיש קושי בהוראת נושא האחוז ובייחוד בזיהוי השלם:

ס' 2 מקורס 1:

הנושא של אחוזים הוא לא כזה פשוט כפי שזה נראה לנו כמורים למתמטיקה לעתיד.

ס' 5 מקורס 1:

כששוחחתי עם הסובבים אותי הבנתי שקיים בלבול אמיתי ולא ברור מדוע אם מחיר כרטיס האב נמוך ב-40% ממחיר כרטיס הבן, מדוע מחיר כרטיס הבן לא גבוה ב-40% ממחיר כרטיס האב.

1.1. ידע פדגוגי של מורת המורים

התנסות של מורת המורים בהשפעה של שילוב ויקי בשלב ההתמודדות הראשוני

בקורס 1 מורת המורים התנסתה בשילוב סביבת הוויקי בשלב ההתמודדות הראשוני. שילוב זה תרם להגדלת מספר המשיבים נכון ולמעשה גרם לזירוז פתרון הקונפליקט, אך מנע מלדעת את הפתרון הראשוני של הסטודנטים. לכאורה חמישה מתוך 12 הסטודנטים בקורס 1 פתרו נכון ולא חוו קונפליקט (41.6%), בעוד בקורס 2 ארבעה סטודנטים מתוך 14 (28.6%) פתרו נכון ובקורס של סוזן ארבעה מתוך 24 (16.67%). רק סטודנטית אחת מתוך 12 בקורס 1 תיקנה את פתרונה בעת עבודה בסביבה, לעומת 28.6% בקורס 2 ו-25% בקורס בלי ויקי (סוזן, 2012). סטודנטית זו כתבה פתרון הדומה לאחד מהפתרונות הנכונים שנכתבו בסביבה. בהמשך בשלב הרפלקציה התברר שרק שני סטודנטים בקורס 1 פתרו נכון מהתחלה (16.67%), בדומה לאחוז המשיבים נכון בקורס בלי ויקי. נוסף על כך בסביבת ויקי היו סטודנטים שלא צירפו פתרון אף שלפי הממצאים (מהתצפיות ומשלב הרפלקציה) הן שגו. ממצאים אלה מעידים שכדי לדעת מהו הפתרון הראשוני של הסטודנטים, כדאי לעשות את שלב ההתמודדות הראשוני בכתב יד ולא בסביבה הדיגיטלית.

התנסות של מורה המורים בניהול דיון מתוך בחינת תשובות הסטודנטים שנכתבו בסביבה

בעזרת אופי העבודה בסביבת ויקי למורת המורים ולסטודנטים הייתה הזדמנות לקרוא את הפתרונות של הסטודנטים ואת המשוב שלהם לפתרון ומתוך כך לנהל בכיתה דיון ממוקד וקצר לפיתוח הידע הנחוץ. למורת המורים הייתה הזדמנות לתכנן לפני השיעור באילו נושאים לדון, בלי צורך בתיאור הפתרון כולו שדנים בו כי לסטודנטים הייתה הזדמנות לקרוא את הפתרון לפני השיעור. שלושה מתוך הנושאים לדיון היו אלה: הכוונה לדרך פתרון הקשורה ליחסים, שימוש בטבלה בפתרון והגעה לביטוי המייצג את מחיר כרטיס הבן. להלן כמה דוגמאות לדיונים:

ס' 8 מקורס 2:

קצת נתקעתי עם הפתרון השני, ואז הסתכלתי על הקודם ואז ראיתי שמפה אני יודע ואז...

הוא הגדיר בדרך ב את המחיר שהאב ישלם כ- $x-128$, ופתרון זה למעשה "עוקף" את הבעיה כי אינה מגדירה את היחס בין המשתנים. מורת המורים ניצלה את ההזדמנות שס' 8 מקורס 2 תיאר את תהליך הפתרון להבהרת תהליך הפתרון הרצוי מבחינתה. את הפתרון הזה כתבו שני סטודנטים, שעד לדיון זה חשבו שפתרונם נכון, אך הם קיבלו בשתי הגישות את אותו הפתרון (שני סטודנטים אלה הם 2 מתוך 6 הסטודנטים שלא תיקנו את פתרונם בשלב א).

מ"מ:

כן אבל הפתרון שלך הוא לא הפתרון שרצינו, הפתרון עם $x-128$ הוא מה שאנחנו קוראים "לא חוכמה" [...] הכוונה הייתה להגיד עכשיו X זה האב [...] באיזושהי צורה אחרת למצוא את הבן, בדרך שקשורה ביחסים ביניהם. [...] וכאן יש גם את הקץ' למה אנחנו טעינו, שגם זה דבר שצריך לברר או בדיוק לשים עליו את האצבע איפה אתה בשאלה הזאת.

מחוסר הביקורת של הסטודנטים לפתרון זה, ואפילו הסכמה מכמה מהם שזה הפתרון הרצוי, למשל ס' 1 מקורס 2 כתב במשוב על תשובה זו: "פתרון טוב, ולא חשבתי עליו בכלל", מורת המורים הבינה שיש לדון עם כל הקבוצה מדוע פתרון זה "עוקף את הבעיה". למעשה לסטודנטים שעקפו את הבעיה לא הייתה הזדמנות לחוות קונפליקט קוגניטיבי, ולמורת המורים הייתה הזדמנות בדיון להבהיר זאת. דיון אחר עסק בדרך השימוש בטבלה לפתרון ובחשיבות שילוב הסבר למקור רכיבי הטבלה.

מ"מ:

הקבוצה הראשונה השתמשה בטבלה. אולי תנסו להשתמש בטבלה בשימוש קצת יותר מוצלח...

דיון אחר עסק בחשיבות ההסבר הקשור בהגעה לביטוי המייצג את מחיר הכרטיס של הבן שהיה $\frac{x}{0.6}$ בפתרון בגישה ב:

מ"מ:

וזה אומר שאתם יכולים גם להגדיר יותר מהסבר אחד, זאת אומרת אפשר את הקטע של ההסבר, את המעבר הקריטי הזה של החלקי 0.6 לכתוב בכמה דרכים. כי יכול להיות, יכול להיות שאתם גם יכולים להיתקל בפעמים שהסבר אחד לא מובן לו ודווקא הסבר אחר יהיה מובן יותר.

היה גם אזכור של קהל היעד, ס' 5 מקורס 2 הדגישה שההסברים שכתבו הם בשביל סטודנטים ומורת המורים הבהירה שההסברים צריכים להתאים לתלמידים בכיתה ח'.



בפעם השנייה התבקשנו לשנות את הגדרת המשתנים – x מחיר כרטיס כניסה לאב. סימנתי 1.4 כפול מחיר כרטיס כניסה לבן וכשפתרתי המשוואה קיבלתי פתרון שונה, כלומר שני פתרונות לבעיה אחת, וידעתי שיש משהו לא בסדר וידעתי שהגדרת המשתנים לא נכונים.

מורכבות נושא האחוז וזיהוי שלם הייחוס

כמה מהסטודנטים דנו במורכבות של פתרון בעיות בנושא האחוז: חלקם דנו במורכבות בזיהוי השלם והאחרים ניסחו את התפיסה השגויה בנושא האחוז:

ס' 6 מקורס 1:

והבנתי שעלייה באחוז שונה מירידה באחוז [...] הבעיה הייתה בקביעת החלק השלם...

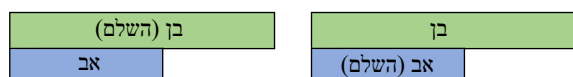
ס' 7 מקורס 1:

סימון מחיר הכרטיס לילד בתור $1.4x$ הוא שגוי מיסודו כיוון שיש לשמור על המסגרת של ה-100%

ס' 9 מקורס 2 דן ביתרון של פתרון באמצעות שני משתנים ובקשר שלו לחוסר הסימטריות בבעיה: "יפה ששמתם לב לכך שאפשר להשתמש במשתנה עזר שמקל על המעבר הלא סימטרי בין השאלות".

שימוש בייצוג ויזואלי לחשיפת מקור הטעות ולפתרון הקונפליקט

בשתי קבוצות הקורס הסטודנטים השתמשו ביחס אך לא נעזרו בייצוג ויזואלי לפתרון לפני התערבות הבאה. מורת המורים נתנה רמז כדי לחשוף את מקור הטעות שעשו ולעזור לסטודנטים לפתור את הקונפליקט שנקלעו אליו. **בקורס 1** מורת המורים נתנה רמז שלא קשור לתשובות הסטודנטים. היא שרטטה שני שרטוטים זהים (איור 1) וציינה שבכל אחד מהם אפשר להגדיר שלם אחר: באחד השרטוטים אפשר להגדיר שהבן הוא שלם ולבדוק בכמה האב קטן מהבן, ובשרטוט השני להפך. מורת המורים ציפתה שהם יעזרו ברמז בשלבים האחרים של הפתרון בסביבת הוויקי.



איור 1: רמז ויזואלי לפתרון בעיית האב והבן

בקורס 2 שהיו בו עוד שלבים בפתרון הבעיה וגם שולבו דיונים אחרים, מורת המורים עסקה בייצוג הוויזואלי בכמה דיונים. לאחר שלב ג ציינה מורת המורים שס' 14 מקורס 2 הצליח לפתור את הקונפליקט באמצעות יחס, אך חסר בפתרונו התייחסות לשלם הייחוס. בסיום דיון זה מורת המורים הציעה להיעזר בייצוגים ויזואליים, אך

הערכת ידע הסטודנטים לפי תשובות הסביבה

התשובות המגונות של הסטודנטים שימשו גם להערכת ידע הסטודנטים, ומתוך כך לעצב פעילויות אחרות. הסטודנטים כתבו בסביבה תשובות אישיות, שיתופיות וכן כתבו רפלקציה. הרפלקציה מזמנת למורת המורים מידע על התהליכים שחוו הסטודנטים והידע שרכשו. התשובות האישיות או השיתופיות והמשובים עליהן סיפקו למורת המורים מידע על הבנת הפתרונות המגוונים, מידע שנעזרה בו כאמור בניהול הדיון הכיתתי, אך גם בעיצוב פעילויות המשך. למשל ממתן ההסברים לדרך ההגעה לביטוי $\frac{5}{3}x$ אצל כמה מהסטודנטים וחסר בהסברים אצל אחרים, הסיקה מורת המורים שיש צורך להגיע להסבר מדויק יותר של דרך ההגעה לביטוי זה, וכך עוצבה המשימה השיתופית בשלב האחרון ברצף ההוראה בקורס.

הזדמנות להערכת ידע הסטודנטים לאחר עבודה שיתופית

כתיבת פתרון שיתופי (שלב חמישי ואחרון ברצף ההוראה) אפשרה למורת המורים לתת הזדמנות לסטודנטים לפתור את הקונפליקט בסביבה שיתופית והזדמנות להעריך את ידיעותיהם של הסטודנטים בתום רצף ההוראה. למשל, בשני הקורסים אפשר לראות הסברים השונים זה מזה בכמה משתנים שמשמשים בהם במהלך הפתרון. בקורס 2 הייתה גם הזדמנות להעריך את ידע הסטודנטים על השימוש במודל שטח לפתרון בעיית אחוזים, המתואר להלן בפסקה העוסקת בידע מתמטי.

2. הזדמנויות העוסקות בידע מתמטי

ניתוח דרכי הפתרון מעלה הזדמנויות הקשורות להעמקת ידע מתמטי בהוראה הקשור לבעיית אחוזים: שימוש במשתנה, משוואה, אחוז, ערך משולש, שימוש במשתנה עזר ושמירה על יחס. כשהפתרונות נכתבים בסביבה לסטודנטים יש הזדמנות לבחון את דרך השימוש של העמיתים שלהם במושגים מתמטיים ובשיטות מגוונות לפתרון. השימוש בערך משולש לפתרון בעיות באחוזים לא היה מוכר למקצת הסטודנטים, והסביבה סיפקה הזדמנות להיכרות עם שיטה זו. בשלב ב, שלב הדיון הכיתתי, אותרו הזדמנויות הקשורות לזיהוי בעיה שיש לה פתרון אחד ומתוך כך בקרה על הפתרון ושימוש בייצוג ויזואלי לפתרון בעיה.

בקרה על הפתרון

הסטודנטים עשו בקרה על הפתרון. היות שזו בעיה שלפי הנתונים יש לה רק פתרון אחד, קבלת שני פתרונות שונים זה מזה יצרה את התנאים ליצירת קונפליקט קוגניטיבי. הכתיבה בסביבה אפשרה לתאר תהליך ולעמוד על מקור הטעות – בעיה בהגדרת המשתנים. כך תיאר זאת אחד הסטודנטים, ס' 12 מקורס 1:

המייצג את מחיר כרטיס הבן, כשמחיר כרטיס האב הוא השלם המייצג ב־x.

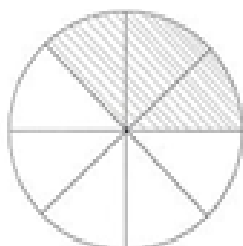
מציאת קשר בין משתנים באמצעות ייצוג של שטחים

ס' 8 מקורס 1 נעזרה במודל השטח כדי למצוא את הקשר בין המשתנים בשתי הגישות. בגישה ב, שה־x בה מייצג את מחיר כרטיס האב, היא שרטטה טבלה (איור 3), וסימנה בכל תא את אותו ערך. את ההסבר היא כתבה לאחר מכן, בשלב הרפלקציה. פתרון זה הוא הזדמנות שלא מומשה והסטודנטים בקורס 1 לא נעזרו בה לשימוש במודל השטח לפתרון בעיית אחוזים, שלא כמו בקורס 2 כפי שיתואר בהמשך בשלב ה.

בן	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
אב			1/3	1/3	1/3

איור 3: טבלה לייצוג מחיר הכרטיסים

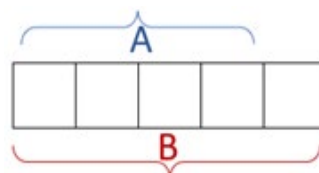
במהלך הפתרון השיתופי סיכמו הסטודנטים את הפתרונות שעשו. בסיכום הם קישרו בין מושגים מגוונים, דנו בפתרון באמצעות ערך משולש והשתמשו במודל עיגולים: בקורס 1 פתרו באמצעות יחס מתוך קישור לשיטת הפתרון ערך משולש, כך לפי ס' 5 מקורס 1: "יש לשמור על היחס [...] לכן גם לפי ערך משולש נקבל...". בקורס 2 על סיכום הפתרונות שכללו פתרון בשני משתנים ופתרון במשתנה אחד, נוספו הסברים שלא היו בשלבים הקודמים ונוסף הסבר בלי שימוש במשתנים. ס' 10 מקורס 2, אחת מהסטודנטיות שדנה בהבדל זה, כתבה: "ההסבר על ידי נעלם נוסף הוא טוב כדי להראות שיש עוד דרך לפתרון הבעיה אבל הפתרון הרצוי שמראה על הבנה הוא הפתרון עם נעלם אחד". בעת הפתרון השיתופי נוספו הסברים באמצעות מודלים מגוונים של גזרות עיגולים, בחלוקה לכל מיני גזרות וחישובי היחס בין שטחי הגזרות. בכמה מהמודלים הגזרות שייצגו את מחירי הבן והאב כיסו זו את זו ובאחרים לא. את האיור צירף ס' 14 מקורס 2 שהשתמש בהכוונה של מורת המורים בדיון הכיתתי לתת הסבר ויזואלי וכתב הסבר זה: "ביטוי סכום המחירים כשלם בעזרת שטח עיגול ונחלקו לפי סכום היחס בין המחירים שהינו 8 (5+3)".



איור 4: מודל עיגולים

בקורס 2 שהיו בו עוד שלבים בפתרון הבעיה וגם שולבו דיונים אחרים, מורת המורים עסקה בייצוג הוויזואלי בכמה דיונים. לאחר שלב ג ציינה מורת המורים שס' 14 מקורס 2 הצליח לפתור את הקונפליקט באמצעות יחס, אך חסר בפתרונה התייחסות לשלם הייחוס. בסיום דיון זה מורת המורים הציעה להיעזר בייצוגים ויזואליים, אך בלי רמז מוחשי להסבר הפתרון: "תנסו לראות אם אתם יכולים לתת הסבר ויזואלי לקשרים בין העניין הזה של להגדיל להקטין [...] אתם צריך לחשוב במונחים של מי השלם".

בקורס 2 הדיון שהמחיש את השימוש בייצוג ויזואלי בפתרון נעשה רק לאחר שמורת המורים נתנה לסטודנטים הזדמנות לפתור את הקונפליקט בעת משימה שיתופית. בפתרון השיתופי בקורס 2 (שלב ה), ס' 14 מקורס 2 נעזר בייצוג ויזואלי לפתרון – ייצוג של עיגולים שפחות מתאים כאן. כדי להבהיר את התועלת בשימוש בייצוג בכלל ובייחוד להבהיר שמודל שטח של מלבן מתאים יותר לפתרון בעיית האב והבן, מורת המורים נתנה בעיה אנלוגית לבעיית האב והבן וביקשה לפתור בייצוג ויזואלי: "אם B גדול מ-A ב-25%, בכמה A יהיה קטן מ-B?". בעת הדיון הסטודנטים הגיעו לייצוג ויזואלי של שטחי מלבנים (איור 2), אך הדיון לא התפתח להשוואה עם ייצוג העיגולים שנכתב בסביבה.



איור 2: שימוש בייצוג שטח מלבן למציאת הקשר באחוזים בין שני גדלים

סיוע בהבנת קשרים בין מושגים מתמטיים שונים זה מזה

פתרון בסביבת ויקי וכתובת משוב לעמיתים זימנו הזדמנויות להעמיק את הידע המתמטי ולקשר בין מושגים. הזדמנויות אלה התבטאו הן בפתרון עצמו שקישר בין מושגים מתמטיים, הן במגוון דרכי פתרון לאותה הבעיה שעסקו במושגים מגוונים. להלן דוגמאות:

קשר בין יחס לאחוזים

ס' 2 מקורס 1 הוסיף הסבר בציון אחוזים מדוע הביטוי המייצג את מחיר כרטיס הבן הוא $\frac{5}{3}x$, כאשר x מייצג את מחיר כרטיס שהאב ישלם. סטודנט זה סימן ב־a את המספר (באחוזים) שמתאים לכרטיס הבן, כאשר מחיר הכרטיס של האב הוא השלם, כלומר 100%. את הקשר בין האחוזים המייצגים את האב והבן כתב במשוואה $100 = \frac{5}{3}a$. פתרון המשוואה עזר לו למצוא את הביטוי

3. הזדמנויות העוסקות בידע טכנולוגי ובנורמות של כתיבה באתר

בשני הקורסים שנבדקו כאן, שילוב של סביבת ויקי יצר הזדמנויות העוסקות בידע טכנולוגי, וקשורות לדרכי הכתיבה באתר ויקי. הייחוד של סביבת הוויקי שהיא מאפשרת כתיבה שיתופית, ועם זה יש גם דפים שיש בהם כתיבה אישית. כדי לכתוב בסביבה יש להכיר דרכים טכניות מגוונות, כמפורט בהמשך. כדי לכתוב כתיבה שיתופית יש גם לקבוע כללים, נורמות, כיצד לערוך תשובות של אחרים. אזכור נורמות אלה היה גם במהלך השיעורים.

שילוב עצמים למיניהם בדף ויקי: רוב הסטודנטים הוסיפו לפתרון רק טקסט, ומעטים הוסיפו תוכן אחר. למשל ס' 14 מקורס 2 הוסיף איורים שסרק (למשל את איור 4). ס' 8 מקורס 2 שהכיר את דרך הכתיבה בסביבת ויקי לפני הקורס, הוסיף טקסט מתמטי בדרך המקובלת בוויקי, בשפת LaTeX. שפת LaTeX היא שפת סימונים מתמטיים שבה לכל סימן מתמטי יש פקודה, בשונה מהכתיבה ב־Word שבה מקלידים את הסימנים הרצויים. ברשת יש כלים מגוונים הממירים נוסחאות ל־LaTeX ואחד מהם הוצג לסטודנטים בקורס. אף שהוצע להשתמש בכלי ההמרה, עדיין היה קושי לכתוב ביטויים מתמטיים, בייחוד שברים, היות שהוא נבדל מהכתיבה המוכרת במעבדי התמלילים וכולל ביצוע של כמה שלבים.

שימוש בדפים לסוגיהם: בסביבת ויקי יש דפי תוכן, שכל משתמש יכול ליצור בעצמו, ולכל דף מצורף אוטומטית דף שיחה שנועד לצורך דיון על הכתוב בדף. נוסף על דפי התוכן לכל משתמש יש דף אישי, וגם לו, כמו לכל דף בסביבה, מצורף גם דף שיחה. דוגמה מוכרת לאתר המשתמש בוויקי היא אתר ויקיפדיה. בשלבים מסוימים הסטודנטים השתמשו בדפי השיחה לכתיבת הערות, באופן המקובל בסביבת ויקי. דרך זו עוזרת לנהל שיח על ההערות ומתוך כך לתרום לשיפור הפתרון. נוסף על כך החוקרת יצרה בסביבה דף מושגים וכתבה בו הסברים שונים, למשל, לערך משולש ולטבלת התאמה. פעולות אלה זימנו לסטודנטים הזדמנות להיעזר במונחים אלה בהסבר שלהם, להוסיף עליהם קישור במידה שהשתמשו בהם וכן הזדמנות להוסיף עוד מושגים. בפועל הסטודנטים לא ניצלו את ההזדמנות זו.

בשלב ד, שלב כתיבת הרפלקציה, כתבו הסטודנטים את הרפלקציה בדף המשתמש שלהם. כנהוג ברוב סביבות ויקי, דף זה הוא אישי ונועד לסייע בתקשורת בין חברי הקהילה. נוסף על הרפלקציה בדף זה כתבו הסטודנטים מידע על עצמם והוסיפו תמונות. בדף השיחה של דף המשתמש הייתה להם הזדמנות לשוחח עם חברי הקהילה

ולדון בנורמות הכתיבה בסביבה.

שימוש בכותרות: החוקרת הוסיפה במסמך כותרות כדי להדגיש את הפתרונות המגוונים לבעיה. בסביבת ויקי הוספת כותרות יוצרת תוכן עניינים אוטומטי. למשל בשלב האחרון ברצף ההוראה, בשלב המשימה השיתופית, נוספו כותרות כדי לעזור ליצור מסמך לכיד (קוהרנטי) שיסכם את התהליך כולו על פי תשובות הסטודנטים.

כתיבה אישית: בשלבים אחרים בקורסים היו משימות שכללו כתיבה אישית. למשל בשלב ההתמודדות הראשונית למדו הסטודנטים בקורס 1 ליצור דף בשביל הפתרון האישי שלהם. דף כזה מאפשר לכותב לכתוב פתרון אישי ולתקן לפי הצורך.

כתיבה שיתופית: הסביבה מאפשרת כתיבה שיתופית של כל הקבוצה, אך אפשר להנחות כי כמה מהדפים יכתבו בידי קבוצות קטנות יותר או כתיבה אישית. למשל, בשלב ג בקורס 2 התבקשו הסטודנטים לכתוב פתרון בזוגות, ואת המשובים לתת אישית. הסטודנטים עסקו בלמידה בסביבת ויקי ובתובנות שלהם לאחר משובים שקיבלו, למשל ס' 15 מקורס 2: "הערות חבריי והביקורות שכתבו עזרו לי להבין מה היה טוב ומה לא בעבודתנו ולחשוב איך לכתוב תשובות להבא". ניכר מהתשובות שהסטודנטים מבינים שהכתיבה בסביבה היא חלק מן תהליך הלמידה והם תיקנו את התשובות שכתבו בקורס. הכתיבה בסביבת ויקי יצרה הזדמנות לסכם את התהליך האישי, לפתור את הקונפליקט שתואר קודם ולסכם את התהליך כולו בשלב החמישי והאחרון שבו כל הסטודנטים בקורס התבקשו לכתוב משימה שיתופית בוויקי. עדויות לתרומת הכתיבה השיתופית אפשר לראות בהשתתפות בעריכת הפתרון השיתופי שכלל פירוט של הפתרון בדרך ב, פתרון המיישב את הקונפליקט בפתרון. עריכה משמעותית במיוחד הייתה של שני הסטודנטים היחידים מקורס 2, שלפני כתיבת הפתרון השיתופי עדיין לא יישבו את הקונפליקט (ראו פירוט בסוף הפסקה העוסקת בהיכרות עם קונפליקט קוגניטיבי). עריכה זו מבטאת את הסכמתם עם הפתרון שעשו. עדות אחרת לתרומה של הפתרון השיתופי אפשר לראות בפתרון של הסטודנטית היחידה מקורס 1 שלא הצליחה לפתור את הקונפליקט עד לשלב זה. אומנם היא לא תרמה לפתרון השיתופי, אך מניתוח העריכות נמצא כי ערכה את הפתרון האישי שלה באמצעות הפתרון השיתופי. עוד רכיב במשימה השיתופית היה כתיבת מטרות הפעילות. כתיבה זו שימשה סיכום של הידע הפדגוגי שנלמד מהמשימה. רבים מהסטודנטים תרמו לסיכום, כל אחד הוסיף מטרה אחת או שתיים, ויחד נוצר מסמך שכלל את כל המטרות של מורת המורים על פי הנלמד בכל הקורס. הסטודנטים התבקשו למיין את מטרות הפעילות

סיכום הזדמנויות למידה והוראה מרצף "בעיית האב והבן"

במחקר זה נמצא כי שילוב סביבת ויקי ברצף הוראה העוסק בבעיית אחוזים שכיחה, שניסוחה מחייב לפתור אותה בדרך "טבעית פחות", מזמן הזדמנויות למידה והוראה נוספות על אלה שזומנו ברצף הוראה בלי סביבת ויקי. טבלה 2 מסכמת את הזדמנויות הלמידה וההוראה שזומנו ברצף הוראה זה מתוך הדגשת ההזדמנויות המרכזיות שזומנו בשל שילוב סביבת הוויקי.

לסוגיהן: מטרות דידקטיות (למשל שימוש בקונפליקט קוגניטיבי), מטרות פסיכולוגיות (למשל השפעת כוחה של האינטואיציה) ומטרות חברתיות (התרומה של למידה בסביבה שיתופית).

נורמות כתיבה בסביבת ויקי: היו כמה סטודנטים שהגיבו על דרך הכתיבה של הפתרון השיתופי ובייחוד על חוסר ההפרדה בין תוכן להערות המקובל בוויקי, ולשם כך יש שני סוגים של דפים: דף תוכן ודף הערות. למשל ס' 15 מקורס 2: "לא ערכתי את הפתרון הזה משום שלא היה לי נעים למחוק דעות של אנשים, אבל לא הבנתי למה הוחלט להביא דעה בתוך דף הפתרונות. וגם הפתרון היה מבולגן מדי...".

טבלה 2: הזדמנויות למידה והוראה שזומנו בהשפעת סביבת ויקי ברצף "בעיית האב והבן"

הזדמנויות	השלב שבו זוהתה ההזדמנות				
	שלב א: התמודדות ראשונית עם פתרון הבעיה	שלב ב: דיון כיתתי (לאחר עריכות בוויקי)	שלב ג: המשך ההתמודדות בוויקי	שלב ד: כתיבת רפלקציה בוויקי	שלב ה: משימה שיתופית בוויקי
ידע פדגוגי של הלומד	התנסות של הסטודנטים בחוויית למידה הדומה במאפייניה לחוויית שחווים התלמידים	- התנסות בהפגנת רגישות ואמפתיה כלפי שגיאות היכרות עם השפעת האינטואיציה תוך בחינת התנסות שתיארו חברי הקהילה	- התנסות בפתרון הקונפליקט הקוגניטיבי בסביבת ויקי - התנסות במתן משוב ובקבלתו מחברי הקהילה - הצורך בהסבר והיכרות עם הסברים שיהיו מובנים לאחרים	- הזדמנות לתאר בכתב חוויות ולקרוא חוויות של אחרים - בחינת היבטים פדגוגיים מתוך התנסות האישית	- סיכום של תהליך הפתרון ומטרותיו בסביבה שיתופית - סיכום ההיבטים הפדגוגיים של רצף בעיית האב והבן - יחס אישי כלפי תלמיד היכרות עם למידה שיתופית
ידע פדגוגי של מורה המורים	התנסות בתהליך הוראה שבו הפתרון הראשוני נעשה בסביבה	התנסות בניהול דיון על פי תשובות הסטודנטים בסביבה	הערכת ידע של הסטודנטים לפי תשובות הסביבה	עיצוב המשך תהליך ההוראה לאחר קריאת הרפלקציה	התנסות בהערכת ידע הסטודנטים בסביבת שיתופית
ידע מתמטי	העמקת ידע בתחום המתמטי של בעיית אחוזים	חשיפת מקור הטעות בייצוג ויזואלי	העמקת הידע בקשר בין מושגים מתמטיים הנוגעים לנושא האחוז	תיאור תהליך פתרון של בעיית אחוזים תוך בחינת תהליך הבקרה	קישור בין מושגים, הצגת שיטות פתרון וייצוגים
ידע טכנולוגי ונורמות הקשורות לסביבה	עריכה בסביבת ויקי, בייחוד הוספת טקסט מתמטי	---	- התנסות בדרך של כתיבת הערות ותגובות עליהן בדרך המקובלת בסביבת ויקי. - שימוש בדף מושגים	שימוש בדף המשמש לכתיבת רפלקציה על תהליך הלמידה	היכרות עם כתיבה שיתופית: כתיבה בדפי תוכן, דפי הערות ונורמות לעריכת טקסטים של אחרים. היכרות עם דרכי עריכה מגוונות: כותרות, תמונות וטקסט מתמטי

דיון

במחקר קודם שנעשה על קורס זה בלי שילוב סביבת ויקי (סוזן, 2012) אותרו הזדמנויות למידה בעזרת שימוש במשימות פשוטות, שימוש בקונפליקט קוגניטיבי ועיגון ההתנסות בפתרון הבעיות בסדרה של משימות. במחקר המתואר כאן, סביבת הוויקי נוספה על ההוראה הרגילה בקורס כדי לתת פתרון לדילמת ה"לומר" או "לא לומר", מתוך זימון הזדמנויות למידה והוראה נוספות. הלמידה בסביבה זו נעשתה באמצעות שיח כתוב בין חברי הקהילה, הסטודנטים, מורה המורים והחוקרת, אך בעיקר בין הסטודנטים מתוך יישום של גישת ההוראה בקורס.

הממצאים מלמדים שלסביבת הוויקי יש את הפוטנציאל המתאים ליצור הזדמנויות למידה בכיתה, שבהן המורה לא יאמר ובמקום זה התלמידים יהיו מעורבים במצבי למידה מגוונים (Selling & Baldinger, 2016). נוסף על כך הזדמנויות ההוראה שנמצאו מלמדות על רגעי הוראה (MTT) שבהם המורה צריך לבחור דווקא לומר ומה יש צורך שיאמר (Chesnais et al., 2022). מסקירת מחקרים על אמונות והדעות של פרחי ההוראה למתמטיקה עם כניסת לתוכנית להכשרת מורים בעשרים שנה האחרונות (Manizade et al., 2023) עולה כי פרחי ההוראה מחזיקים בתחילת ההכשרה שלהם בעיקר בגישה של הוראה "מרוכזת במורה". נמצא גם שפרחי ההוראה בתחילת הכשרתם החזיקו בדעות צרות של אלגברה, פתרון בעיות וייצוגים מרובים. ממצאי המחקר הנוכחי עשויים לתת תשובה למחקרים אלה בטענה שהם מציעים גישת הוראה שעשויה הן לשנות את האמונות שלהם על אודות גישת ההוראה הרצויה להוראת מתמטיקה הן לצייד אותם בידע החסר להם, מתוך שילוב למידה בסביבה דיגיטלית, למשל סביבת ויקי. מסקירת מאמרים זו גם עולה כי לפרחי ההוראה חסר ידע על דרך השימוש בטכנולוגיה לתמיכה בלמידה. סביבת הוויקי המוצעת במחקר זה עשויה לשמש דוגמה לפוטנציאל בלמידה בסביבה שיתופית דיגיטלית ולגרום שהסטודנטים יעזרו בסביבה דומה כשהיו מורים. השימוש המוצע בטכנולוגיה כאן עשוי להפיג את החשש של באקהרסט (Bakhurst, 2020) שהטכנולוגיה תחליף את הקשר המיוחד בין מורה לתלמיד הנוצר בעת תהליך ההוראה פנים אל פנים. דרך השילוב של סביבת הוויקי המוצעת כאן והזדמנויות הלמידה וההוראה שאותרו, לא רק שלא יפגעו בקשר בין המורה לתלמידים, אלא יכולים לשפר ולהעצים קשר זה.

ממצאי המחקר מעידים על כמה המלצות לדרך שילוב סביבת הוויקי. את השלב ראשון ברצף ההוראה כדאי לעשות בכיתה בלי שילוב הסביבה, רצוי באופן אישי

בכתב, ולאחריו דיון שישמש הכנה לשלב הבא שיעשה בסביבה. בין השלבים שנעשים בסביבה, כדאי לעשות דיונים כיתתיים שכדאי לקשר אותם לתשובות שנכתבו בסביבה. עדיף שהמשימות בשילוב ויקי יישמשו שיעורי בית, כשהסטודנטים לא נפגשים פנים אל פנים. יישום של גישת ההוראה "לא לומר" מאפשר לקצר את הדיון בכיתה ומתוך כך מאפשר לזמן את ההזדמנויות הלמידה בסביבת הוויקי במקום במהלך השיעור. למשל הרפלקציה בסביבת ויקי תאפשר לשתף בחוויות שאינן מוגבלות בזמן ובמקום. כדי לענות על שאלות המחקר בנושא הזדמנויות הלמידה וההוראה שזומנו בשל שילוב סביבת הוויקי, אותרו הזדמנויות למידה בעבור הסטודנטים והזדמנויות הוראה למורת המורים. הנה עיקרם על פי שלושת סוגי הידע שנבדקו:

1. **הזדמנויות העוסקות בידע פדגוגי: (1) עבור הסטודנטים:** הזדמנויות הלמידה החדשות הקשורות בהתנסות אישית של הלומד: הזדמנות להבין כיצד אחרים חוו חוויות למידה, למידה מעמיתים, הוראת עמיתים ושיתוף עמיתים, היכרות והתנסות בלמידה בגישת "לא לומר". מודעות להיבטים פדגוגיים שנלמדו, היכרות עם אסטרטגיית הוראה המשתמשת בקונפליקט קוגניטיבי ופתרון הקונפליקט, היכרות עם ידע אינטואיטיבי; (2) **עבור מורה המורים:** הזדמנויות הוראה הקשורות בהתנסות בהוראה בקורס שבו נעשתה הוראה מעורבת. הזדמנויות להערכת ידע הסטודנטים ולעצב משימות על פי הערכה זו. ההזדמנויות נוצרו הודות לקריאת תשובות הסטודנטים בסביבה, וזומנו במתן משימות לסטודנטים – הן בשיעורי הבית שניתנו בסביבת ויקי והן במשימות בכיתה, שהושפעו מתשובות הסטודנטים שנכתבו בסביבה.

2. **הזדמנויות העוסקות בידע מתמטי:** בקרה על התשובה, חיזוק הקשר בין מושגים, חשיפה לפתרונות מגוונים וחשיפה לשימוש בייצוגים ויזואליים שונים זה מזה בעת הפתרון.

3. **הזדמנויות העוסקות בידע טכנולוגי ובנורמות כתיבה בסביבה:** היכרות עם הדרכים הטכניות של עריכה בסביבת ויקי (אישית ושיתופית), היכרות עם סוגי דפים (דף ערך, דף שיחה ודף משתמש), יצירת נורמות המאפשרות עריכה שיתופית ומעקב אחרי עריכות.

הצעות להמשך המחקר

מעניין לבדוק כיצד כלי בינה מלאכותית יוצרת (ChatGPT, Gemini, Claude ואחרים) יפתרו את בעיית האב והבן

- Ben-Zvi, D. (2007). Using wiki to promote collaborative learning in statistics education. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <https://doi.org/10.5070/T511000029>
- Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice – The case of the "dance of agency". *International group for the psychology of mathematics education*, 1, 3–16.
- Brown, A. L., & Campione, J. C. (1996). Psychological theory and the design of innovative learning environments: On procedures, principles, and systems. In L. Schauble & R. Glaser (Eds.), *Innovations in learning: New environments for education* (pp. 289–325). Lawrence Erlbaum Associates.
- Brendenfur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125–153. <https://doi.org/10.1023/A:1009947032694>
- Chazan, D., & Ball, D. (1999). Beyond being told not to tell. *For the Learning of Mathematics*, 19(2), 2–10.
- Chesnais, A., Horoks, J., Robert, A., & Rogalski, J. (2022). Teacher telling in the mathematics classroom: A microlevel study of the dynamics between general and contextualized knowledge. *McGill Journal of Education*, 57(2), 115–135.
- Fischbein, E. (1994). The interactions between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231–245). Kluwer Academic Publishers
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29–63.
- Leikin, R. (2004). The wholes that are greater than the sum of their parts: Employing cooperative learning in mathematics teachers' education. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 223–256. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.03.006>

בשתי הגישות כפי שהתבקשו הסטודנטים לעשות במחקר זה. האם הם ייקלעו לקונפליקט קוגניטיבי? ואם כלי הבינה המלאכותית לא ייקלע לקונפליקט, האם הוא יוכל לעזור לסטודנטים בפתרון הקונפליקט וליצור הזדמנויות למידה והוראה שאותו במחקר זה? ואולי ליצור הזדמנויות אחרות?

מבדיקה שעשיתי עם אחד הכלים בעת כתיבת מאמר זה, התברר שכלי ה-AI שבחרתי טעה בדיוק כמו רוב הסטודנטים. מעניין לציין שהכלי הבין בעצמו שטעה ולאחר שהבחין שקיבל בשתי הגישות תוצאות שונות זו מזו, הוא כתב זאת: "...לפי תנאי השאלה, הסכום (שהתקבל בגישה ב) לא מתקבל על הדעת, מה שגורם לנו לחשוב שהבעיה אולי לא הייתה מוצגת נכון בדרך השנייה. לכן הסכום הנכון הוא זה שהתקבל בגישה הראשונה: 48 ש"ח". בהנחה שכלי הבינה המלאכותית מתפתחים כל הזמן, כדאי להמשיך לבדוק את תשובות הכלים השונים ולמצוא דרכים לשימוש בהם לצורך למידה והוראה.

רשימת מקורות

- גבתון, ד' (2001). תיאוריה המעוגנת בשדה: משמעות תהליך ניתוח הנתונים ובניית התיאוריה במחקר איכותי. בתוך נ' צבר-בן יהושע (עורכת), **מסורות וזרמים במחקר האיכותי** (עמ' 195–227). דביר.
- ורדיראט, מ' ואבני-שיין, ח' (2010). קרבה וריחוק בשיח מקוון – ניתוח הטקסט מנקודת מבט סוציולינגוויסטית. בתוך ע' קופרברג (עורכת), **חקר הטקסט והשיח: ראשונות של שיטות מחקר** (עמ' 111–140). אוניברסיטת בן-גוריון בנגב.
- סוזן, ע' (2012). **בעיות פשוטות שגלומות בהן הזדמנויות למידה לפרחי הוראה למתמטיקה** [עבודת דוקטור]. אוניברסיטת חיפה.
- קונג'ה, מ' (2008). **מאפיינים של תהליכי למידה שיתופיים בחינוך הגבוה** [עבודת מוסמך]. אוניברסיטת חיפה.
- שטראוס, ס' ושילוני, ת' (1997). מודלים שיש למורים על שכלם ועל למידתם של ילדים. **חינוך החשיבה**, 12–11, 55–65.
- שקדי, א' (2003). **מילים המנסות לגעת: מחקר איכותני – תאוריה ויישום**. רמות – אוניברסיטת תל אביב.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bakhurst, D. (2020). Teaching, telling and technology. *Journal of Philosophy of Education*, 54(2), 305–318. <https://doi.org/10.1111/1467-9752.12414>

- ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematics thinking* (pp. 153–196). Academic Press.
- Selling, S. K., & Baldinger, E. E. (2016). Reasoning about telling in rehearsals of discussions: Considering what, when, and how to “tell”. In M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil, & J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 905–908). University of Arizona.
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 565–613. <https://doi.org/10.1080/10508400701525253>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. S., & Shulman, J. H. (2004). How and what teachers learn: A shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 36(2), 257–271. <https://doi.org/10.1080/0022027032000148298>
- Thompson, A. (1992). Teachers’ beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 127–146). MacMillan.
- von Glasersfeld, E. (1989). Constructivism in education. In T. Husen & N. Postlethwait (Eds.), *International encyclopedia of education* (pp. 162–163). Pergamon.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Socio-mathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.
- Leikin, R. (2006). Learning by teaching: The case of Sieve of Eratosthenes and one elementary school teacher. In R. Zazkis & S. Campbell (Eds.), *Number theory in mathematics education: perspectives and prospects* (pp. 115–140). Erlbaum.
- Lobato, J., Clarkes, D., & Ellis, A. B. (2005). Initiating and eliciting in teaching: A reformulation of telling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(2), 101–136
- Mayer, R. E. (1981). Frequency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories, and templates. *Instructional Science*, 10(2), 135–175. <https://doi.org/10.1007/BF00132515>
- Manizade, A., G., Buchholtz, N., & Beswick, K. (2023). The evolution of research on teaching mathematics: International perspectives in the digital era: Introduction. In A. G. Manizade, N. Buchholtz, & K. Beswick (Eds.), *The evolution of research on teaching mathematics: International perspectives in the digital era* (Vol. 22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-31193-2_1
- Peled, I., & Suzan, A. (2011a). Pedagogical, mathematical, and epistemological goals in designing cognitive conflict tasks for teacher education. In O. Zaslavsky & P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics* (Vol. 6, pp. 73–87). Springer.
- Peled, I., & Suzan, A. (2011b). Prospective teachers experiencing the power of intuitive knowledge involving percentage. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *Proceeding the mathematical knowledge needed for teaching in elementary schools* (pp. 267–275). International Symposium Elementary Maths Teaching. <https://semt.cz/proceedings/semt-11.pdf>
- Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development*. University of Chicago Press (Original work published in 1975).
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving