

תופעות מתמטיות בטבע ושילובן בהוראת המקצוע בתיכון מנקודת מבטם של מורים למתמטיקה

שירלי מידז'נסקי
דוד מלמד



ד"ר שירלי מידז'נסקי

מרצה בכירה בפקולטה ללימודים מתקדמים בתוכנית לתואר שני בהוראת מתמטיקה ומדעים ובתוכנית מוסמך בהוראה, המכללה האקדמית אורנים. בוגרת תואר ראשון ומסלול ישיר לדוקטורט מהטכניון. תחומי העניין שלה כוללים חינוך מדעי ומתמטי, חינוך מחוננים, הערכה, מטה-קוגניציה, מדעי המוח ולמידה, מחקרי פעולה והתפתחות מקצועית של מורים ומרחבי למידה חדשניים.

תקציר

המחקר עוסק בתפיסות מורים למתמטיקה כלפי תופעות מתמטיות בטבע ושילובן בהוראת המקצוע בתיכון. המתמטיקה נמצאת סביבנו כל הזמן, אך לרוב אין אנו מקשרים בינה לתופעה מסוימת בטבע. הוראה אינטגרטיבית המשלבת שני תחומי דעת או יותר מאפשרת חשיפה אותנטית למציאות הסובבת אותנו. למשל שילוב בין מתמטיקה למדעים מאפשר מתן הסבר לתופעות טבע מוכרות וכאלה שמוכרות פחות לתלמידים. עם זה הוראה זו אינה שכיחה בבתי הספר העל-יסודיים בישראל ומורים מתמקדים בהוראה מכוונת להצלחה בבחינות הבגרות. המחקר הנוכחי נערך בגישה האיכותנית וכלל ראיונות חצי מובנים עם 24 מורים למתמטיקה.

ממצאי המחקר מעידים כי מורים רואים במתמטיקה כלי להתמודדות בחיים ומכירים בחשיבותה של הוראה אינטגרטיבית בכלל ושל מתמטיקה ומדעים בפרט, אך ממעטים ללמד כך. כמה מהסיבות לכך קשורות להעדר ידע וקשר לנושאים הנדרשים לבחינת הבגרות במתמטיקה. מרבית המורים טענו שנדרש שינוי בתוכנית הלימודים במתמטיקה בתיכון וציינו בפרט כי תלמידי מתמטיקה ברמת שלוש יחידות לימוד זקוקים למתמטיקה יישומית.

מילות מפתח: הוראה אינטגרטיבית; חינוך מתמטי; תופעות מתמטיות בטבע.

מבוא

מאמר זה עוסק באפיון תפיסות מורים למתמטיקה בתיכון כלפי למידה אינטגרטיבית של מתמטיקה ומדעים ובפרט כלפי תופעות מתמטיות הקיימות בטבע ופוטנציאל שילובן בהוראת המקצוע. הספרות המחקרית והעיונית מלמדת כי מתמטיקה נדרשת בשביל ידע בסיסי ותפקוד בחיי היומיום החל מביצוע פעולות אריתמטיות פשוטות, חישוב אחוזים, קבלת הלוואות מהבנק או השקעות וכלה בקבלת החלטות מורכבות והיא מאפשרת פיתוח דימוי עצמי חיובי, חשיבה רציונלית ויכולת



מר דוד מלמד

מורה ורכז מתמטיקה, בעל ניסיון בחינוך מתמטי לאוכלוסייה הכללית ולחינוך המיוחד. בעל תואר שני בחינוך מתמטי מהמכללה האקדמית אורנים ובעל תואר ראשון בכלכלה וסטטיסטיקה מאוניברסיטת חיפה.

אלקטרומגנטיות) גם הן מסתמכות על מתמטיקה; מקסוול ציין כי הפיזיקה שבנויה על משוואות מתמטיות נמצאת בטבע או כפי שאריסטו טען, המתמטיקה היא קירוב טוב מאוד של הטבע. כדי להבין פיזיקה יש צורך בלימוד תחומים מספר במתמטיקה, כגון טריגונומטריה, וקטורים וגאומטריה (Retnawati et al., 2018). אחת מתופעות המתמטיות בטבע היא יחס הזהב שהוא קבוע. זהו מספר אי רציונלי המסומן באות ϕ על שם הפסל היווני המפורסם פידיאס, שחי במאה החמישית לפני הספירה ונחשב לגדול אומני העולם העתיק, והוא שווה בקירוב ל-1.618 (קוסטא, 1990). יחס זה מופיע בטבע, באומנות ובאדריכלות. הוא תואר בספרו של אוקלידס "יסודות" בשנת 300 לפנה"ס. אדריכלים רבים השתמשו ביחס זה כדי לתאר יופי, ואחד מהם היה לה קורבוזיה (1887–1965) השוויצרי. פאצ'ולי וליאונרדו דה וינצ'י השתמשו גם הם ביחס זה ביצירותיהם (Ghorbani, 2019). במתמטיקה יחס זה מחושב כיחס בין סכום בין שני גדלים לגדול ושווה ליחס בין הגדול לקטן, כלומר:

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0 \text{ או } \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi$$

$$\text{תוצאת המשוואה תיתן } \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ (Ghorbani, 2019).}$$

כמו כן ϕ הוא המספר היחיד שלאחר חיסור של המספר 1 נקבל את המספר ההופכי לו: $1/1.618 = 0.618 = 1.618 - 1$. זאת ועוד, אם נעלה בריבוע מספר זה, נקבל 2.618 שהוא המספר עצמו פלוס אחד (קוסטא, 1990). יחס זה נחשב פלאי מכיוון שגוף האדם בנוי כך, כלומר הדבר טמון באבולוציה. מידות הראש האנושי, יחסים חלקיים בתוך הפנים, וכן היחס בין הרוחב לגובה של העיניים והרוחב לגובה של האוזן – כולם קרובים ליחס הזהב (ארטשטיין, 2014). יש לציין כי יחס זה מופיע גם בטבע בקונכיית של חלזונות, אצטרובלים ובפרחים שהגרעינים שלהם מסודרים בספירלות פיבונאצ'י (נוריק, 2014). גאומטריה פרקטלית היא עוד תחום שבא לידי ביטוי בתופעות טבע מגוונות. זהו תחום במתמטיקה העוסק בחקר צורות לא סדירות. הצורה הגאומטרית מורכבת מעותקים מוקטנים של עצמה. הצורות נמצאות בצמחים, בבעלי חיים, בקווי חוף, בפתיית שלג, במערכת כלי הדם והריאות, בעננים ובעלים (Chen et al., 2018; Sorgo, 2010).

הוראה אינטגרטיבית

הוראה אינטגרטיבית היא גישה המשלבת כמה תחומי דעת ומתודולוגיות רבות ומאפשרת להציג רעיונות מרכזיים של נושא אחד או יותר (Osman et al., 2013; Beane, 1993). כדי לאפשר אינטגרציה בין מתמטיקה למדעים, למשל, עלינו להגדיר תכנים מדויקים של שני התחומים, לשלוט בידע תוכן רלוונטי, לתכנן הערכה מושכלת ורלוונטית של ביצועי התלמידים ולהיות מוכנים לשתף פעולה עם מורים מתחומי דעת מסוימים (Weinberg & McMeeking, 2017). יש הטוענים כי יש לחשוף תלמידים לאינטגרציה בין תחומי דעת החל מבית הספר היסודי (Margot & Kettler, 2019) וכלה בחינוך הגבוה (Weng, 2017). בספרות המחקרית ישנן עדויות להצלחת הלמידה בגישה זו, הן בבחינת הבניית ידע תוכן בקרב תלמידים, והן בפיתוח חשיבה מסדר גבוה

פתרון בעיות (ארטשטיין, 2014; גוטפרוינד ורוזנברג, 2012; Gravemeijer et al., 2017). נוסף על כך, מתמטיקה אינה פוסחת על תופעות ייחודיות כדוגמת יחס הזהב, סדרת פיבונאצ'י ופרקטלים (Chen et al., 2018; Ghorbani, 2019). כדי להכשיר את בוגרי מערכת החינוך להתמודדות עם דרישות של המאה העשרים ואחת, יש צורך בשינויים הנוגעים לתכנים ולאסטרטגיות הוראה (Hillmayr et al., 2020; NGSS Lead States, 2013). למשל, הוראה בגישה אינטגרטיבית שממוקדת בשילוב שני תחומי דעת (למשל מתמטיקה וביולוגיה) או יותר (Osman et al., 2013). הוראה זו מאפשרת לתלמידים להבנות ידע מתוך בחינת קשרים מגוונים ולטפח יכולת חקר מדעי, חשיבה יצירתית, יכולת פתרון בעיות וחשיבה ביקורתית (Osman et al., 2013; Ríordáin et al., 2016; Satterthwait, 2019; Weinberg & McMeeking, 2017). נמצא כי מורים נמנעים מהוראה אינטגרטיבית בשל העדר ידע תוכן מעמיק ונרחב דיו בתחומי הדעת המגוונים ובשל הדרישה מהם ללמד על פי תוכנית לימודים קיימת. בשל מיעוט מחקרים העוסקים בתחום, עלה הצורך באפיון תפיסות של מורים למתמטיקה בתיכון כלפי תופעות מתמטיות בטבע והוראה אינטגרטיבית בכלל ובישראל בפרט.

סקירת ספרות

חשיבותה של המתמטיקה ותופעות מתמטיות בטבע

עוד בימי קדם נבנו מבנים שהסתמכו על יחסי סימטריה, פרופורציה והרמוניה (למשל הקולוסיאום, חומת אנדריאנוס והפנתיאון). לגאומטריה נודע מקום בלתי נפרד מאריתמטיקה, מוזיקה ואסטרונומיה, וגם מבנים של פלאי העולם והארכיטקטורה הפרסית (Hejazi, 2005). המתמטיקה נמצאת בכל מקום וסובבת אותנו בכל תחום שיש. היא מסבירה תופעות טבע מסוימות, כמו טמפרטורה, מהירות של רוחות ושינויים במזג האוויר (Soldatenko & Yusupov, 2021). בכימיה, למשל, אפשר להבין מבנה של מולקולות באמצעות גאומטריה. בכלכלה אפשר לחשב על פי נגזרת הכנסה מייצור מוצר כלשהו או מציאת כמות ייצור מינימלי על פי מחיר מוצע (Weng, 2017). עלינו להבין כחברה כי המתמטיקה מיושמת בתחומים רבים, בהם הכלכלה, המדע והחקלאות, והיא בעלת תפקיד קריטי בהתפתחותה של כל מדינה (Garegae, 2016). בדרך כלל אפשר לומר שהבסיס של המתמטיקה נמצא בטבע. עוד בזמנים קדומים החברה האנושית השתמשה במתמטיקה כדי לחזות תופעות שמימיות. הפיתגוראים האמינו שהטבע מושתת על מספרים שלמים וחישבו שיקוף של מספרים אלה במבנה העולם (קוסטא, 1990). ארטשטיין (2014) מזכיר בספרו את ניוטון, תלס ומקסוול: ניוטון פיתח את המתמטיקה החדשה לתיאור הטבע, וגילה שבנפילה חופשית של עצם מסוים ההתקדמות במיקום פרופורציונית לריבוע הזמן שעבר. כמו כן הוא גילה שההפרשים בין המרחקים שהעצם עובר בין שני רווחי זמן שווים ועוקבים מתקדמים כמו המספרים האי-זוגיים: 3, 5, 7... וזה מוכח מהשוויון $n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1$. הוא גילה שגוף הנזרק בהקבלה לכדור הארץ מסלולו בצורת פרבולה; תלס חישב את גובה הפירמידה ממרכז הפירמידה והזווית שבה נראה ראש הפירמידה (דמיון משולשים). תכונות חומרים (למשל, חשמל ומגנטיות) ותופעות פיזיקליות (למשל

כלי המחקר

במהלך המחקר בוצעו ראיונות חצי מובנים שארכו בין שעה לשעה וחצי, ומטרתם הייתה לבחון את תפיסות מורי המתמטיקה כלפי תופעות מתמטיות בטבע והוראה אינטגרטיבית בין מתמטיקה למדעים והאם וכיצד הדבר בא לידי ביטוי בבית הספר שהם מלמדים בו. המורים שרואיינו הביעו מוכנות להשתתף במחקר, והיו מוכנים לחשוף את דעתם על הנושא הנחקר, לשקף תהליכים שחוו ולשתף מניסיונם בנעשה בתחום הנחקר (Spradley, 1979).

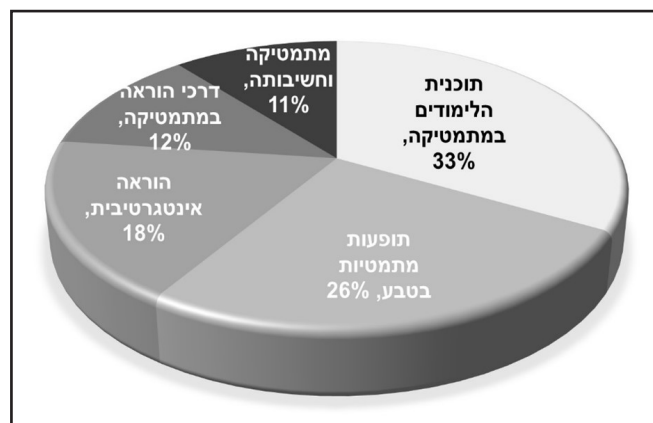
הראיונות נערכו בתיאום מראש עם המורים ובסביבה הנוחה להם והם תומללו במלואם. מדריך הראיון נמצא בנספח.

דרך ניתוח הנתונים

ניתוח הנתונים כלל איתור קטגוריות ראשונות והגדרתן, עיצוב קטגוריות והגדרת מאפיינים לכל קטגוריה, זיכוכ המאפיינים ועיצוב מערכת הקטגוריות הסופית באמצעות עיבוי כמות הנתונים בכל קטגוריה (גבתון, 2001; Creswell & Poth, 2018). נעשתה חזרה למרואיינים שהסכימו לכך (N=12) והם הביעו את דעתם על חלוקת הקטגוריות ועל משמעויות שהוצגו לפניהם. חוץ ממרואיין אחד, כל המורים הסכימו עם הממצאים שהוצגו לפניהם. נוסף על כך, שני החוקרים דנו בממצאים שעלו וההסכמה ביניהם הייתה מלאה, למעט שיום של אחת הקטגוריות. על כן כותרת אחת שונתה לשביעות רצון החוקרים.

ממצאים

ניתוח הנתונים העלה חמש תמות מרכזיות (להלן תרשים 1). מספר ההיגדים הכולל שנותח עמד על 3486. ניכר כי מרבית ההיגדים נגעו לתוכנית הלימודים במתמטיקה ולתופעות מתמטיות בטבע. הממצאים יוצגו על פי שכיחות הופעתם מגבוהה לנמוכה.



תרשים 1: התפלגות ההיגדים לפי תמות מרכזיות

תוכנית הלימודים במתמטיקה

33% מכלל ההיגדים כללו אזכורים של המורים בעניין תוכנית הלימודים במתמטיקה. ניכרת אי שביעות רצון מתוכנית הלימודים וקיים רצון לשנותה בכל רמות הלימוד, כפי שאפשר לראות בדבריהם:

הייתי הולכת על הקטע הפרקטי. מה שבאמת יעזור להם [לתלמידים] בחיים ומורידה את הקטעים שאחרי שבוע הם ישכחו. הייתי מלמדת דברים שיותר מדברים אליהם כדי לעניין אותם (YM).

ויכולות חקר (Gao et al., 2020; Karppinen et al., 2013; Osman et al., 2013). מתמטיקה, למשל, יכולה לסייע בהבנת תהליכים בגנטיקה ומאפשרת העמקת ידע תוכן וידע פרוצדורלי בקרב תלמידים (Satterthwait, 2019). במחקרו של חן ועמיתיו (Chen et al., 2018) נמצא כי גאומטריה פרקטלית משנה את הדרך שבה תלמידים חושבים על גאומטריה ובפועל מסייעת לתלמידים להבין תופעות טבע שהגאומטריה האוקלידית אינה מאפשרת. ממצאים דומים עלו גם במחקרו של סורגו (Sorgo, 2010) שבו מורים לימדו את נושא מערכת הדם והריאות והתמקדו בפרקטלים. עם זה על אף יתרונותיה של הוראה אינטגרטיבית, עדיין היא אינה נפוצה בבתי הספר. במחקרם של וינברג ומקמקינג (Weinberg & Mcmeeking, 2017), המורים למתמטיקה ולמדעים הגדירו אחרת את ההוראה האינטגרטיבית בין מתמטיקה למדעים. המורים למתמטיקה הזכירו בעיקר מושגים מתמטיים והמורים למדעים הזכירו תופעות מדעיות. נוסף על כך, מורים ציינו כי ישנם אתגרים לא מעטים בהוראה זו נוסף על הידיעה כי הם עשויים לסטות לחלוטין מתוכנית הלימודים הנדרשת והישגי התלמידים בבחינות הבגרות עשויים להיפגע מכך. ניכר כי אין קונצנזוס בדבר הצורך בהוראה בגישה אינטגרטיבית וישנן בעיות הנוגעות להעדר תכנון הוראה קוהרנטי של רצף הוראה, מחסור במשאבים ושיתוף פעולה מועט עד חסר בין מורים מתחומי דעת רבים (Retnawati et al., 2018).

שאלת המחקר

מהן תפיסות מורים למתמטיקה בתיכון כלפי הוראה אינטגרטיבית של מתמטיקה ומדעים וכלפי תופעות מתמטיות בטבע ושילובן בהוראת המקצוע?

מתודולוגיה

גישת המחקר היא פנומנולוגית. גישה זו מאפשרת לחוקר לפרש ולגלות את המשמעויות, התפיסות והפרשנויות שיש לפרטים של תופעה או מונח כלשהו (Creswell & Poth, 2018). מטרת המחקר הנוכחי לחשוף לעומק תפיסות של מורים ומשמעויות של הוראה אינטגרטיבית של מתמטיקה ומדעית ותופעות מתמטיות בטבע ובחינת שילובן בהוראת המקצוע בתיכון. משתתפי המחקר כללו 24 מורים (חמישה עשר מורים ותשע מורות) למתמטיקה המלמדים בכיתות י"ב מכמה בתי ספר בצפון הארץ. כל המשתתפים היו בעלי תואר ראשון (למעלה מ-80% היו בעלי תואר בחינוך מתמטי) ושליש מהמורים היו גם בעלי תואר שני בחינוך מתמטי. המורים נבחרו במדגם נוחות על פי קרבה גאוגרפית לחוקר השני שביצע את הראיונות, לזמינות שלהם ולנכונותם להשתתף במחקר (Ilker et al., 2016). הוותק בהוראת המתמטיקה עמד על ממוצע של 12 שנים. למרבית המורים היה ניסיון בהוראת מתמטיקה ברמות של שלוש וארבע יחידות לימוד (N=18), לחמישה מורים היה ניסיון גם בהוראת חמש יחידות לימוד ולמורה אחד היה ניסיון בהוראת שלוש יחידות לימוד בלבד. כל מרואיין קיבל קוד על פי האות הראשונה של שמו והאות הראשונה של שם משפחתו. במהלך ביצוע המחקר נשמרו כללי האתיקה המחקרית ובכלל זה הסכמה מדעת של משתתפי המחקר, תקשורת עקבית בין החוקרים למשתתפי המחקר ושמירה על חיסיון מלא של פרטי המורים ובתי הספר (דושניק וצבר-בן יהושע, 2016).

המתמטיקה. לא אוסף של חוקים ושיטות אלא תופעות ודברים שעוטפים אותם מכל צד (MD).

על אף ההיגדים לעיל, עלה כי מעטים מהמורים אכן הציגו לתלמידיהם תופעות מתמטיות בטבע בשיעורים עצמם. כמה מהם טענו שהדבר מתאים לגיל חטיבת הביניים, וגם אין זה חלק מתוכנית הלימודים ואף הדבר עשוי לסבך את התלמידים:

אני חושב שפעילויות כאלו של יחס הזהב וסדרת פיבונאצ'י מתאימות להעשרה של חטיבת ביניים. בבגרות אין סדרת פיבונאצ'י ויחס הזהב ולכן אני חושב שאין מקום לשלב את זה (SS).

אני פחות חושפת לכך כדי לא לסבך אותם [את התלמידים] יותר. בעיקר בגלל הלחץ של הבגרות. את מעט הזמן שנשאר, אני רוצה להקדיש ללמידה ופחות לדברים שהם מסביב (TM).

נוסף על השאלות בעניין תפיסות כלפי תופעות מתמטיות בטבע ולשילוב נושא זה בהוראה, הוצגו למורים ארבעה סרטונים המתארים קשרים בין מתמטיקה למדעים והמורים התבקשו לחוות את דעתם ולציין האם היו משלבים זאת בהוראתם ומדוע. בסרטון הראשון (הטבע במספרים) מתוארים סדרת פיבונאצ'י בטבע, יחס הזהב וצורות גאומטריות ותכונותיהן. בסרטון השני (יופי בשלושה ממדים) מתוארים שלושה מסכים בו בזמן: במסך אחד תופעה מדעית, במסך אחר תיאור התופעה באמצעות גרף או תרשים ובמסך השלישי רשומה הנוסחה המתמטית שלה. בסרטון השלישי (ארס קוביקה) הגאומטריה מתוארת באומנות וריבוע הקסם. בסרטון הרביעי (הסוד המתמטי של משולש פסקל) מתוארת ההגדרה של משולש פסקל, מבנהו ושימושו במתמטיקה. הממצאים מעידים כי תגובות המורים היו מגוונות. אומנם כל המורים התלהבו מהסרטונים, אך טענו כי השימוש העיקרי בהם הוא בעבור העשרת הידע, כפי שמופיע כאן:

הסרטונים יכולים להשתלב כהעשרה וכאמצעי מוטיבציה ללמידת מתמטיקה. להראות שהמתמטיקה נמצאת בכל דבר, אבל כדי להבין את הסודות שלה צריך לצלול לתוכה (IK).

בין המרואיינים היו מורים שטענו כי אין מקום להציג סרטונים לתלמידים, בפרט לתלמידי שלוש יחידות לימוד ואף לא לתלמידי הרמות הגבוהות בגלל הצורך להתמקד בנושאים הנדרשים לבחינת הבגרות:

סרטונים אלו אולי מתאימים לתלמידים ברמה גבוהה. לתלמידי שלוש יחידות לימוד – זה לא יזיז להם, הם לומדים רק בשביל הציגון (IR).

לא יודעת אם הייתי עושה שימוש בסרטונים. בוודאי לא קבוע. אני חושבת שזו רמה גבוהה מדי לתלמידים שלי כרגע, אבל גם לכיתות ברמה גבוהה יותר לא, כי צריך להתמקד איתם בנושאי בחינת הבגרות ופחות להתפזר (TM).

מתוך הראיונות עלה כי כמה מהמורים אכן מכירים תופעות מתמטיות בטבע, אך רובם רואים בהן אמצעי העשרה בלבד ולא נושאים שיש ללמד בקביעות.

אני יכול להרחיב מעבר לתוכנית הלימודים, אבל בעיקר עם תלמידי חמש יחידות לימוד. עם אלו של ארבע, הרבה פחות. מה שקיים בתוכנית הלימודים לא כולל ידע מספיק יישומי שנדרש לחיים, גם לא בחמש יחידות (DM).

בשלוש יחידות הייתי מוריד את הנושא של אנליזה, כל הדברים התאורטיים של סדרה חשבונית, סדרה הנדסית ומתמקד בחישובים פיננסיים וכלכליים, בעיות אחוזים, שימושים כמו חישוב ריביות ותשואות (IK).

מורים עסקו גם בתכנים הקיימים בבחינות הבגרות ובשינויים הנדרשים בהן:

לרמה של שלוש יחידות הייתי משנה את האיזון בין שני השאלונים 802 ו-803. לעשות בגרות אחת שהיא קלה והשנייה שהיא קשה, זה בעייתי (MS).

מקצת מהמורים אף הזכירו את תוכנית הלימודים של חטיבת הביניים ואת השפעתה על תלמידי התיכון:

התוכנית של החטיבה לקויה! היא אינה מחוברת לשטח. למשל חוסר ידע בטכניקה אלגברית... עוד דוגמה, מלמדים אותם משפט דמיון עוד לפני שהם יודעים מה הבסיס למשפט דמיון (AS).

תופעות מתמטיות בטבע

תמה זו כללה 26% מכלל ההיגדים. ניכר שמרבית המורים עסקו בתופעות טבע מגוונות, כגון טמפרטורה, צורות גאומטריות בטבע, סדרת פיבונאצ'י בפרחים ובדבורים, גלי ים, גלים חשמליים, קונסטלציה של כוכבים, התפלגות נורמלית וחקיקי קפלר:

מספרי פיבונאצ'י שמתבטאים גם בפרחים, גם בכורות של דבורים, גם בכל מיני דברים שמסתדרים בצורה כזו. אפשר לתאר גלים בים, אפשר לתאר גל חשמלי כסינוס של פונקציה (IK).

אפשר לדבר על קונסטלציה של כוכבים, גדילה של פרח, מבנה של אדמה (AS).

יש הרבה דברים של סטטיסטיקה והסתברות. התפלגות נורמלית, יש הרבה תופעות בטבע שמתפלגות כמו התפלגות נורמלית. אם אנחנו לוקחים תינוקות, משקל לידה, גבהים, משקלים של אנשים, סדרות פיבונאצ'י (ZR).

מרבית ההיגדים העידו על תפיסה חיובית בעניין היתרונות בשילוב תופעות מתמטיות בטבע בהוראה בכיתה. מורים ציינו כי בדרך זו המתמטיקה מוחשית והדבר מניע למידה ואף מציג את היופי של המתמטיקה:

זה מפתח מוטיבציה, מאפשר להבין באופן מוחשי את העולם מסביב. סקרנות ודברים חיוביים, לראות יופי בתבניות וסימטריות (AS).

הרבה פעמים מתמטיקה נתפסת כנושא תלוש, משפט מפתח מתלמידים הוא, למשל, אני לא יכול ללכת עם זה לקנות בסופר, והמשמעות של המשפט הזה שהמתמטיקה תלושה מהמציאות, לא קשורה אליהם. לתלמידים חשוב שהנושאים שהם לומדים יהיו קשורים לחיי היומיום עד כמה שניתן. היכן שאפשר, צריך לנצל זאת. התפלגות נורמלית, אני מדבר על גבהים של ילדים, באנליזה, אני מדבר על תאוצות ועל מהירויות, פשוט ממחיש להם את

במהלך הריאיון התבקשו מורים לתאר מהי הוראה אינטגרטיבית לתפיסתם. 18% מכלל ההיגדים שנותחו נכללו בתמה זו. ניכר כי רוב המורים צידדו בהוראה זו. מרבית ההיגדים בתמה זו הראו יתרונות בלמידה על פי גישה זו. היכולת לחבר בין תחומי דעת, להניע למידה, לשפר הבנה של תהליך מסוים, להרחיב אופקים היו בין הנושאים שצינו המורים.

לדעתי, זה מעולה כי אז זה מתקשר להם, התנ"ך עם המתמטיקה. יש הרי שילובים מאוד מעניינים. זה נותן להם עניין פתאום בשיעור (MK).

אני חושב שזה מגדיל את ההבנה של התלמידים לגבי המשמעות של המקצועות, לגבי האינטגרציה בין כל הדיסציפלינות השונות, וזה מראה ששום דבר לא תלוש. אני אומנם לא בקיא בפיזיקה ולא בכימיה. אבל כן, אני משלב בין מתמטיקה לכלכלה, בין מתמטיקה לאדריכלות (IK).

אני בעד הוראה אינטגרטיבית כי מתמטיקה ומדעים קשורים זה בזה. כך אפשר להבין חוקים פיזיקליים וחוקים שונים בעזרת המתמטיקה. המתמטיקה נמצאת בכל מקום וכך התלמיד יבין לא רק מספרים יבשים אלא גם את המשמעות מאחורי המספרים (TK).

לגמרי חשוב! מתמטיקה וכימיה, מתמטיקה וביולוגיה, אני מלמד פיזיקה משולב עם מתמטיקה באופן טבעי. זה מפתח את החשיבה הגבוהה שלהם. הם מבינים הרבה יותר טוב תופעות בפיזיקה בעזרת המתמטיקה (DM).

עוד מורים צידדו בהוראה אינטגרטיבית, אך הסתייגו ממנה:

אני יכול להבין את הרציונל, לתת להם לראות את הדברים בהיבט כולל ולהרחיב להם את התמונה. מצד שני, צריך להיות מאוד זהירים עם השילוב הזה כי ברגע שאתה מתמקצע בתחום אחד אתה לומד אותו לעומק. ברגע שאתה מרחיב את היריעה להמון תחומים, אתה בעצם מלמד פחות לעומק בכל נושא. הייתי משתמש בזה במידה זעירה. אני חושב שאם היה לכל תחום דעת את המורה שלו זה היה הרבה יותר יעיל וטוב (SS).

מורה אחר ציין כי הוא מתנגד להוראה זו משום שהיא תיטול זמן יקר מהזמן הכולל של השיעור:

אני נגד. השיעור עצמו זה 45 דקות. מתוכו בפועל זה אולי 35 דקות. עד שנכנסים ועד שמוציאים את הספרים ועד שמקריאים שמות, זה מקזז את זה לחצי שעה. אז בחצי שעה הזו לעשות רבע שעה רבע שעה זה לדעתי תפסת מרובה לא תפסת (YM).

מתוך הממצאים עולה כי מרבית המורים מצדדים בהוראה אינטגרטיבית. עם זה רובם אינם מיישמים זאת בשגרת הוראתם. הסיבות לכך מגוונות וכוללות בין השאר העדר ידע בכמה תחומי דעת, הקצאת שעות, הצורך להתמקד בלמידה לשם הצלחה בבחינת הבגרות והעובדה שנושאים אלו אינם נכללים בתוכנית הלימודים על פי משרד החינוך.

דרכי הוראה במתמטיקה

כדי להבין האם קיים שילוב או בחינת תופעות מתמטיות בטבע בשגרת ההוראה בבית הספר, לחוקרים היה חשוב להבין מהן דרכי ההוראה שהמורים משתמשים בהן. תמה זו כללה 12% מכלל ההיגדים שנותחו. על פי הממצאים ניכר כי הוראה פרונטלית תופסת את מרבית זמן השיעור של המורים, אך יש

גם שילוב של עבודות בקבוצות, למידת עמיתים ולמידה בסיוע ספרים דיגיטליים. מורים ציינו גם כי הם משתמשים בסרטונים, במצגות ובתוכנת Classroom. מורים ציינו כי בעבור שלוש יחידות לימוד, דרכי ההוראה הן בעיקר פרונטליות, בעוד בקרב תלמידי חמש יחידות לימוד הם מיישמים דרכי הוראה מגוונות, כפי שאפשר לראות בדבריהם:

מתמטיקה צריך לתרגל ולתרגל. נכון, אני מלמד הרבה פרונטלי, כי כך אני מסביר להם ומדגים להם כיצד אני חושב. זה מרבית השיעור, היתר זה זמן תרגול אם בבית ואם בשיעור (SM).

אני משתמש בעזרים טכנולוגיים רבים, ספר דיגיטלי שמאפשר לראות את התרגילים בכיתה, סרטונים. שיעורי בית וירטואליים מאפשרים לתלמיד לענות על השאלות ולקבל תשובות, כמו מבחן במחשב שנותן לך תוצאות מיידיות אם יצא להם טוב או לא יצא להם טוב (IM).

בחמש יחידות אני משלב אמצעים מגוונים. אם זו למידת עמיתים, חזקים עוזרים לחלשים, או נותנים משוב לפתרון יפה של בעיה, יש לי גם מצגות בנושאים שונים (DM).

ניכר כי מורים מתמקדים בהוראה פרונטלית ודגש מושם בתרגול של התלמידים. ברמות לימוד הגבוהות של המתמטיקה נראה שמורים משתמשים במגוון דרכי הוראה ומשלבם גם טכנולוגיה.

חמתמטיקה וחשיבותה

תמה זו כללה 11% מכלל ההיגדים שנותחו. ניכר כי מורים מכירים בחשיבותה של המתמטיקה. הם רואים בה דרך חשיבה וכלי להתמודדות בחיים בתחומים מגוונים ומעטים מציינים כי מתמטיקה מאפשרת הבנת תהליכים במדע ותופעות מסוימות הנעשות בטבע. מרבית המורים שרואיינו ציינו כי בלי מתמטיקה אין תעודת בגרות והדבר עשוי להשפיע על עתיד חי התלמידים, כפי שעולה מתוך העדויות להלן:

מתמטיקה זו צורת חשיבה בהינתן סט של חוקים וכללים, צורת חשיבה שמאפשרת לפתור בעיה במסגרת חוקים וכללים מסוימים (IK).

בלי מתמטיקה קשה להסתדר. שאלות על משכנתא וריבית משתנה. מה יותר כדאי, מה פחות כדאי, כמה כסף אתה צריך לשלם, אחוזים – אם זה בסופר, אם זה על קוטג', חלב, דברים כאלה (TM).

אני מסביר לתלמידים, בשביל בגרות אתם צריכים מתמטיקה. גם אם לא תלכו להשכלה גבוהה ותלכו להיות עובדים בחברת פלאפון או ללמוד קורס של חצי שנה או פקידות רפואית, כל דבר כזה מבקשים תעודת בגרות. בשביל בגרות, מתמטיקה היא מקצוע נדרש. בלעדיה, אין תעודת בגרות! (YM).

מתמטיקה מסבירה תופעות שונות בטבע סביבנו, גם מזג אוויר ותחזיות שונות, גם שעון ביולוגי, גם מבנים שקיימים בצמחים ובעלי חיים, זה קודם כל החשיבות שלה. היא בכל דבר. זה לא רק מקצוע לבגרות, אבל בגרות היא דבר חשוב בחברה המערבית שלנו (SM).

מתוך הממצאים בתמה זו עולה כי מרבית האזכורים נוגעים לחשיבותה של המתמטיקה כרכיב מרכזי להצלחה בבחינות הבגרות וכפתח להשכלה גבוהה וביטחון כלכלי בעתיד. מעטים

- Hejazi, M. (2005). Geometry in nature and Persian architecture. *Building and Environment*, 40(10), 1413-1427. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2004.11.007>
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 153, <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>
- Ilker, E., Sulaiman, A. M., & Rukayya S. A. (2016). Comparison of convenience sampling and purposive sampling. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 5(1), 1-4. <https://doi.org/10.11648/j.ajtas.20160501.11>
- Karppinen, S., Kallunki, V., Kairayuori, S., Komulainen, K., & Sintonen, S. (2013). Interdisciplinary integration in teacher education. In K. Tirri & E. Kuusisto (Eds.), *Interaction in Educational Domains* (pp. 147-158). Sense.
- Margot, K. C., & Kettler, T., (2019). Teacher's perception of STEM integration and education: A systematic literature review. *International journal of STEM education*, 6(2). <https://doi.org/10.1186/s40594-018-0151-2>
- NGSS Lead States. (2013). *Next generation science standards: For states, by states*. The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/18290>
- Osman, K., Hiong, L. C., & Vebrianto, R. (2013). 21st Century biology: An interdisciplinary approach of biology, technology, engineering, and mathematics education. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 102, 188-194. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.732>
- Retnawati, H., Arlinwibowo, J., Wulandari, N. F., & Pradani, R. G. (2018). Teacher's difficulties and strategies in Physics teaching and learning that applying mathematics. *Journal of Baltic science education*, 17(1), 120-135 <https://doi.org/10.33225/jbse/18.17.120>
- Riordáin, M. N., Johnston, J., & Walshe, G. (2016). Making mathematics and science integration happen: Key aspects of practice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(2), 233-255. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1078001>
- Roehrig, G. H., Dare, E. A., Ring-Whaleen, E., & Wieselmann, J. R. (2021). Understanding coherence and integration in integrated STEM curriculum. *International Journal of STEM Education*, 8(1), Article 2. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00259-8>
- נוריק, י' (2014). מספרי פיבונצ'י ויחס הזהב. מכון דוידסון: הזרוע החינוכית של מכון ויצמן למדע.
- קוסטא, מ' (1990). חתך הזהב, חותם שלמה ומגן-דוד: נושא בין-תחומי. ספריית פועלים.
- Beane, J. A. (1993). Problems and possibilities for an integrative curriculum. *Middle School Journal*, 25(1), 18-23. <https://doi.org/10.1080/00940771.1993.11495181>
- Berlin, D. F., & White, A. L. (2012). A longitudinal look at attitudes and perceptions related to the integration of mathematics, science, and technology education. *School Science and Mathematics*, 112(1), 20-30. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00111.x>
- Chen, S., Herrom, S., Ding, J., & Mohn, R. (2018). Assessing United States and Chinese secondary mathematics teacher's interest in fractal geometry. *Journal of Mathematics Education*, 11(2), 17-34.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). Sage.
- Firat, E. A. (2020). Science, technology, engineering and mathematics integration: Science teacher's perceptions and beliefs. *Science Education International*, 31(1), 104-116.
- Gao, X., Li, P., Shen, J., & Sun, H. (2020). Reviewing assessment of students learning in interdisciplinary STEM education. *International Journal of STEM Education*, 7(24), 1-14. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00225-4>
- Garegae, K. G. (2016). Teacher's professed beliefs about the nature of mathematics, its teaching and learning: Inconsistencies among data from different instruments. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 30, 1-18.
- Ghorbani, H. (2019). Golden ratio: The mathematical of beauty. *Mathematics Interdisciplinary Research*, 4, 1-10. https://mir.kashanu.ac.ir/article_89245_88a-0b4ec55611686fc0f56aa2bd983dd.pdf
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F. L., & Ohtani, M. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *International Journal of Science and Mathematical Education*, 15(2), 105-123. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6>
- Hargreaves, A., & Ainscow, M. (2015). The top and bottom of leadership and change. *Phi Delta Kappan*, 97(3), 42-48. <https://doi.org/10.1177/0031721715614828>

נספח

מדריך ראיון חצי מובנה*

1. שלום רב, ספרי לי על עצמך?
2. מה תפקידך במערכת החינוך? שנות הוותק בחינוך? שנות הוותק בהוראת המתמטיקה? אילו תפקידים את ממלאת בבית הספר שבו את מלמדת?
3. אילו כיתות את מלמדת ובאילו רמות?
4. מהי מתמטיקה בעיניך? מהי חשיבותה לתפיסתך?
5. בשיעורים שלך, האם את מציגה את המתמטיקה לתלמידיך? אם כן, כיצד? אשמח לדוגמאות
6. כיצד לדעתך תלמידיך תופסים את המתמטיקה? אשמח לדוגמאות
7. ישנם תלמידים שנוהגים לשאול את המורה: "למה אני צריך ללמוד מתמטיקה?" האם נתקלת בכך? אם כן, מהי תשובתך בדרך כלל ומדוע?
8. מה דעתך על תכנית הלימודים במתמטיקה לבית הספר התיכון? מדוע?
9. האם היית משנה את תוכנית הלימודים? מדוע? אשמח לדוגמאות ספציפיות במידה שהמענה חיובי.
10. באילו שיטות הוראה את עורכת שימוש? אשמח לדוגמאות
11. מהי לדעתך שיטת ההוראה היעילה ביותר? מדוע?
12. מהי הוראה אינטגרטיבית? מה דעתך עליה? מדוע?
13. מהי תפיסתך לגבי הוראה אינטגרטיבית של מתמטיקה ומדעים?
14. האם את משלבת בין מתמטיקה ופיזיקה, בין מתמטיקה לביוגיה, בין מתמטיקה לכימיה? אם כן, כיצד? אם לא, מדוע לא?
15. האם את חושבת שצריך להיות מומחה בתחום התוכן על מנת ללמד בצורה אינטגרטיבית? מדוע?
16. האם את מכירה תופעות מתמטיות בטבע? אם כן, אשמח לדוגמאות
17. האם את משלבת בהוראתך תופעות מתמטיות בטבע, כמו יחס הזהב או סדרת פיבונצ'י? אם כן, כיצד? אם לא, מדוע לא?
18. האם לדעתך תופעות מתמטיות בטבע יכולות לפתח את החשיבה של התלמידים? האם הם מסתכלים על המתמטיקה בצורה אחרת? מדוע?
19. צפי בסרטון הבא, איך סרטון זה יכול להשתלב בשיעורי המתמטיקה אם בכלל? מדוע?
<https://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA&feature=youtu.be>
20. צפי בסדרת הסרטונים הבאים, האם לדעתך אפשר לעשות בהם שימוש בהוראה בכיתה? מדוע?
<https://www.eol.co.il/articles/567#>

* נוסח הראיון כתוב בלשון נקבה, אך מיועד לשני המינים.

- Satterthwait, D. (2019). Making biology count: integrating mathematics into the teaching of inheritance. *Journal of Biological Education*, 53(1), 92-97. <https://doi.org/10.1080/00219266.2018.1427613>
- Soldatenko, S., & Yusupov, R. (2021). An optimal control perspective on weather and climate modification. *Mathematics*, 9(4), Article 305. <https://doi.org/10.3390/math9040305>
- Sorgo, A. (2010). Connecting biology and mathematics: First prepare the teachers. *CBE: Life Sciences Education* 9(3), 196-200. <https://doi.org/10.1187/cbe.10-03-0014>
- Spradley, J. P. (1979). *The ethnographic interview*. Holt, Rinehart and Winston.
- Weinberg, A. E., & McMeeking, L. B. S. (2017). Toward meaningful interdisciplinary education: High school teacher's views of mathematics and science integration. *School Science and Mathematics*, 117(5), 204-213. <https://doi.org/10.1111/ssm.12224>
- Weng, T. S. (2017). The importance of Mathematics and Science education in the context of digital technology on industrial innovation. *Research Journal of Applied Science, Engineering and Technology*, 14(11), 418-426. <http://dx.doi.org/10.19026/rjaset.14.5142>