

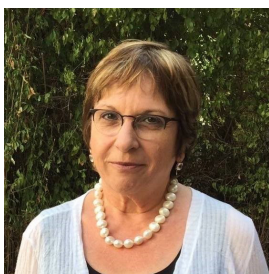
יחסי הגומלין בין דוגמאות מתמטיות, הגדרות והוכחות: ריאיון עם פרופסור אורית זסלבסקי

קרני שיר



ד"ר קרני שיר

מרצה במכללת שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
חוקרת בפרויקט "הבזקים" – הפקולטה למתמטיקה, הטכניון, חיפה.



פרופ' אורית זסלבסקי היא ראש התוכנית לחינוך מתמטי באוניברסיטת ניו יורק – NYU (New York University) משנת 2009. לפני כן במשך 22 שנה הייתה חברת סגל בפקולטה לחינוך למדע וטכנולוגיה בטכניון – מכון טכנולוגי לישראל, עד שפרשה לגמלאות.

רבים ממחקריה של אורית עוסקים ביצירת מצבי אי ודאות וספק ככלי לחקירה ולקידום ההבנה המתמטית של תלמידים, פרחי הוראה ומורים, וביחסי הגומלין בין דוגמאות מתמטיות, הגדרות והוכחות.

הציגה נקודות מעניינות מתוך נושאים אלה בהרצאת המליאה שנתנה בכנס השנתי של הקבוצה הבין-לאומית לפסיכולוגיה של החינוך המתמטי (PME) בשנת 2014, כנס שארגנה לפני 15 שנים והייתה יו"ר ועדת התוכנית שלו בעת שהתקיים בטכניון. עבודתה של אורית מונעת מהתפיסה שלדוגמאות יש תפקיד מכריע בביסוס והעמקה של הבנה מתמטית. היא הייתה שותפה פעילה בשני העשורים האחרונים לפיתוח התחום העוסק בתפקידן של דוגמאות בלמידה ובהוראה של מתמטיקה. היא יזמה והשתתפה בארגון של שתי סדנאות בין-לאומיות שהוזמנו אליהן חוקרים בעלי עניין בתחום – האחת באוקספורד (אנגליה) והשנייה בסיינה (איטליה).

מחקריה של אורית על דוגמאות עוסקים במגוון של היבטים, בהם מקומן של דוגמאות ואי דוגמאות בבניית מושגים והגדרות מתמטיים; תהליך הבנייה של דוגמאות ככלי לחידוד ההבנה המתמטית של הלומד מצד אחד, וככלי דיאגנוסטי השופך אור על ההבנה של הלומד, מצד אחר; השימוש של מורים בדוגמאות בשיעורי המתמטיקה, במהלך הבחנה בין דוגמאות מתוכננות לדוגמאות ספונטניות; תפקידן של

ספרי לימוד במתמטיקה לכיתות ז'–ט' לפי תוכנית הלימודים החדשה ("אפשר גם אחרת"), וספר דידקטי למורים למתמטיקה בתיכון ("ללמוד וללמד אנליזה").

תפיסת העולם שמנחה את אורית בעבודתה עם מורים ופרחי הוראה היא שללמוד וללמד מתמטיקה שזורים זה בזה, ושצריך ליצור מצבי למידה אותנטיים למורים שבאמצעותם יחוו תהליכים דומים לאלה שמצופה מהם ליצור עבור תלמידיהם. היא שמה דגש על פיתוח מושכל של משימות ייחודיות, ובפרט כאלה שמעוררות את הצורך לבחון מחדש דקויות מתמטיות שלעיתים קרובות לא מודעים להן. רבים ממחקריה צמחו מתוך עבודת ההוראה שלה.

שנות ילדותה של אורית

אורית נולדה בנר השמיני של חנוכה בקיבוץ חולתה שבצפון. ההורים שלה התלבטו איך לקרוא לה וחיפשו שם שקשור לחג. אחרי מחשבה ובעצתו של ידיד המשפחה, פטר מירום (הצלם הידוע שהלך לעולמו לא מזמן), הם החליטו לקרוא לה אורית, שם שאולי נפוץ מאוד היום אך לא היה מוכר באותה עת.

בשנתיים הראשונות לחייה גדלה אורית בבית הילדים בקיבוץ. הפעוטות חולקו שם לשישיות, ובילו זה לצד זה בכל שעות היממה (כמובן בנוסף על הלינה המשותפת). השנים היו השנים הראשונות להקמת המדינה, והתנאים בקיבוץ היו ספרטיים מאוד. למשל כאשר סבתה מניו-יורק הגיעה לביקור בארץ, היא נאלצה לחלוק מיטה זוגית עם הוריה של אורית. כאשר אורית הייתה בת שנתיים עזבה משפחתה את הקיבוץ ועברה לגור בירושלים, אך הביקורים התכופים בקיבוץ ואוסף החברים הרבים שם, הובילו לכך שעד היום היא רואה במקום את 'נוף ילדותה'.



המזח של קיבוץ חולתה // צילום: ארכיון קיבוץ חולתה באדיבות המועצה לשימור אתרי מורשת

אביה של אורית נולד בווינה ועלה לארץ בגיל 17, בסמוך לפלישת גרמניה לאוסטריה, והצטרף כחבר לקיבוץ חולתה. אימה עלתה מארה"ב לארץ כעבור עשר שנים, בעקבותיו. אביה שהיה מוזיקלי מאוד, ביקש לצאת ללמוד בקורס למנצחי מקהלות, אך לא קיבל אישור לכך מהקיבוץ, דבר שהביא לידי עזיבתם. לאחר מעבר המשפחה לירושלים, החליט להשלים תעודת בגרות וללמוד משפטים באוניברסיטה העברית בירושלים.

רקע מקצועי

בדומה לאביה, למדה אורית גם היא באוניברסיטה העברית. היא התלבטה בין לימודי מתמטיקה ללימודי משפטים, אך מכיוון שאביה היה משפטן החליטה לסלול דרך משלה ובחרה בלימודים לתואר ראשון במתמטיקה וסטטיסטיקה. במסגרת לימודי התואר למדה בין השאר אלגברה לינארית אצל פרופ' מיכאל משלר ולימדה בהשתלמות מתמטית למורים בבית

דוגמאות (ודוגמאות נגדיות) בתהליכי הוכחה והפרכה של טענות מתמטיות, לרבות הפוטנציאל של דוגמאות גנריות בהנגשה של הרעיונות המרכזיים בהוכחה. לאחרונה יזמה וערכה עם שותפיה לפרויקט מחקר רב-שנתי שמומן על ידי ה-NSF (The National Science Foundation), מהדורה מיוחדת של כתב העת JMB (Journal of Mathematical Behavior) בנושא "תפקידן של דוגמאות בלימוד והבנה של הוכחות" הנשען על ממצאי המחקר הנ"ל.

מחקריה המוקדמים של אורית התמקדו בהכשרה ובהתפתחות מקצועית של מורים למתמטיקה. היא הייתה חלוצה בחקר התפתחותם של מורי-מורים למתמטיקה, מנקודת מבט תאורטית ומעשית.

תרומתה לתחום זה כוללת בין השאר עריכה משותפת של ספר בהוצאת ספרינגר שכותרתו Constructing knowledge for teaching secondary mathematics: Tasks to enhance prospective and practicing teacher learning (בהיקף של שלושה גיליונות) של כתב העת JMTE (Journal of Mathematics Teacher Education) וכותרתו The Role and Nature of Mathematics - Related Tasks for Teacher Education.



אורית ניהלה פרויקטים רחבי יריעה בתחום החינוך המתמטי בארץ, הבולטים בהם: "מחר 98 – קידום החינוך המתמטי העל-יסודי באצבע הגליל" – פרויקט שהושפע מהרפורמות בחינוך המתמטי בעולם שצמחו בעקבות פרסום הסטנדרטים לחינוך מתמטי של ה-NCTM.

(National Council of Teachers of Mathematics). אחת היוזמות שקודמה בבתי הספר שהשתתפו בתוכנית הייתה הקמת "מעבדה מתמטית" בית ספרית ועריכת יריד מתמטי שנתי שבו תלמידים הציגו פרויקטים מתמטיים שעבדו עליהם. פרויקט נוסף שאורית עמדה בראשו היה "מיצוי ומצוינות במתמטיקה – טיפוח מצוינות בקרב תלמידי חטיבת הביניים", פרויקט חלוץ מטעם משרד החינוך שנועד לתת מענה לתלמידים בעלי עניין ויכולת להעמיק ולהעשיר את ידיעותיהם במתמטיקה מעבר לתוכנית הלימודים.

הפרויקט החל לפעול במספר קטן יחסית של בתי ספר, וכעבור שנים מספר הלך והתרחב עד שלבסוף משרד החינוך קיבל החלטה שחייבה את כל חטיבות הביניים בארץ להציע לתלמידים מוכשרים תוכנית לטיפוח מצוינות במתמטיקה והלימודים יהיו בזמן שעות ההוראה התקניות.

הפרויקט לטיפוח מצוינות עורר עניין בקרב משלחת מסין שביקרה בטכניון, ולאחר הביקור הוזמנה אורית לשאנטאו (סין) להציג את הפרויקט לאנשי חינוך בכירים ומורים מנוסים למתמטיקה ולהכיר את מערכת החינוך שלהם.

אורית גם זכתה במרכז של משרד החינוך לפיתוח סדרה של

הספר היסודי (א'–ח') לפי "תוכנית משלר" כדי להכין אותם למעבר לחטיבת הביניים (ז'–ט').

לקראת סיום התואר הראשון למדה אורית מספר קורסים לתעודת הוראה במתמטיקה. בעת לימודיה השתתפה בסדור לימודי בבית הספר עירוני ג' בחיפה, התרשמה מבית הספר ומזאב רוזנפלד, המנהל שעמד בראשו, ופנתה בבקשה ללמד בבית הספר. פרופ' נצה מובשוביץ-הדר שהייתה מרכזת לימודי המתמטיקה באותו זמן בבית הספר, המליצה לקבל אותה לעבודה. בשנה שאורית עבדה בבית הספר, נצה יצאה ללימודי הדוקטורט שלה בברקלי (לימים נצה תהיה המנחה של אורית בלימודי הדוקטורט שלה). מורה נוספת שהתחילה ללמד מתמטיקה בבית הספר בדיוק באותה השנה שבה אורית התחילה ללמד הייתה מיכל ירושלמי (כיום פרופ' מיכל ירושלמי). זכורה לאורית גם תלמידה צעירה ומוכשרת ששמה עטרה (כיום פרופ' עטרה שריקי) שלמדה אצלה מתמטיקה במסגרת תוכנית קולומביה.

עם סיום התואר הראשון במתמטיקה וסטטיסטיקה באוניברסיטה העברית בירושלים, עברה אורית לחיפה ולצד עבודתה כמורה למתמטיקה בעירוני ג', למדה בטכניון לתואר שני במתמטיקה, והשלימה את הקורסים הנדרשים לקבלת תעודת הוראה. היא למדה אצל פרופ' שמואל אביטל שהיה חבר סגל במחלקה להוראת המדעים בטכניון, והוא שכנע אותה לעבור מתואר שני במתמטיקה לתואר שני בחינוך מתמטי. כך היא החלה את לימודי התואר בהנחיית פרופ' שמואל אביטל, וכשהוא יצא לשבתון, המשיכה את הלימודים בהנחייתה של פרופ' נצה מובשוביץ-הדר.

בתחילת לימודי התואר השני עסקה אורית בסוגיה של התמודדות ילדים עם בעיות מנייה, אך לבסוף בחרה להתמקד ביישום רעיונותיה של נצה על הצמחה (בניגוד להצנחה) של רעיונות מתמטיים, ובהשראת שיעוריו של המרצה המצטיין המתמיד, פרופ' דוד צילג ז"ל, שצפתה בהם, פיתחה יחידת לימוד המבוססת על עיסוק בדוגמאות ופתרון בעיות המובילים באופן טבעי להוכחות של משפטים והבנה של הרעיונות המרכזיים באלגברה לינארית (למהנדסים), וערכה מחקר השוואתי בנושא זה. הנושא של התמודדות עם בעיות מנייה חזר והעסיק את אורית גם בהמשך דרכה וכיום היא מתמקדת בו במסגרת עבודתה באוניברסיטת ניו-יורק.

עם סיום התואר השני, התחילה אורית ללמד את תוכנית קולומביה לתלמידים מצטיינים במתמטיקה בתיכון של בית הספר הריאלי בחיפה. כאשר יצאה לשנת שבתון, חזרה שוב למחלקה להוראת המדעים בטכניון כדי להירשם לכמה קורסי השתלמות, אך הדברים התגלגלו כך שהיא נרשמה ללימודי דוקטורט, גם הם בהנחייתה של פרופ' נצה מובשוביץ-הדר. המחקר לדוקטורט עסק בהבנה של תלמידים את מושג הפונקציה הריבועית על ייצוגיה השונים, ובפרט, במכשלות הקונספטואליות הניצבות בפניהם.

לקראת סיום עבודת הדוקטורט של אורית, פרופ' אירית פלד שהייתה באותו הזמן פוסט-דוקטורנטית ב-LRDC (Learning Research & Development Center) בפיטסבורג, שמעה שפרופ' גיאה ליינהרדט מחפשת מועמד או מועמדת למשרת פוסט דוק בדיוק בתחום התמחותה של אורית

וקישרה בין השניים. אורית שמחה על ההזדמנות ונסעה לשם עם משפחתה. בעיני אורית, גולת הכותרת של עבודתה במסגרת הפוסט דוק הייתה כתיבת מאמר משותף עם גיאה ליינהרדט ומרי-קיי סטיין על פונקציות וגרפים, שהתפרסם ב-1990 בכתב העת RER (Review of Educational Research), מאמר שסלל את עתידה המקצועי. אורית מתארת את השנתיים האלה כשנתיים קסומות שבהן היא זכתה לעבוד ולשתף פעולה עם אנשים ידועים בתחום, כגון אד סילבר, מרי-קיי סטיין ועוד, אנשים הנמצאים בקדמת המחקר בחינוך המתמטי. באותה העת נחשפה לרפורמה בחינוך המתמטי בארה"ב שהתוו הסטנדרטים של ה-NCTM (שהתפרסמו לראשונה בשנת 1989), והתרשמה מהדגש שהושם על הבנה קונספטואלית ופתרון בעיות פתוחות ולא שגרתיות כולל בעיות חקר, כחלק אינטגרלי של הלמידה. לפיכך גמרה אומר לנסות להנחיל את רוח הסטנדרטים בארץ, ואכן, מטרה זו הנחתה אותה במסגרת עבודתה עם מורים ופרחי הוראה, וכן בפיתוח חומרי למידה והוראה במתמטיקה. בעקבות השנתיים האלה התגבש אצל אורית גם הרצון להמשיך לעסוק במחקר באקדמיה.

בסיום הפוסט דוק חזרה אורית לטכניון, שם עבדה במשך 22 שנים, כחברת סגל בפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה. במהלך שנים אלו הנחתה אורית 16 סטודנטיות לתארים גבוהים (בהן פרופ' רוזה לייקין, ד"ר גילה רון, ד"ר איריס זודיק, ד"ר רותי סגל ואפילו אותי...). אורית מספרת כי במסגרת עבודתה בטכניון, העבודה עם הדוקטורנטיות היתה החלק האהוב עליה ביותר, ברמה המקצועית והאישית כאחד. עם יציאתה לגמלאות מהטכניון עברה אורית לאוניברסיטת ניו-יורק, שם היא מכהנת כראש התוכנית לחינוך מתמטי מזה 12 שנים. היא מתכננת לפרוש מעבודתה בניו יורק במהלך השנה הקרובה ולחזור לארץ.

רקע אישי

שלושת ילדיה של אורית, אורן, גיא ונגה, נולדו בחיפה במהלך לימודיה של אורית לתואר שני ושלישי. כל מי שמכיר את אורית ולו במעט, יכול להעיד כי ילדיה ונכדיה הם האהבה הכי גדולה שלה, והיא מנסה לבלות איתם כמה שיותר.

בהיותה טיפוס שפתוח להצעות לא שגרתיות וחוויות חדשות, בהמשך לטיוליה במקומות אקזוטיים רבים בעולם, היא נענתה להזמנה וזכתה לטייל למעלה מחודש בהודו עם אחד הבנים שלה במהלך טיול התרמילאות שלו, ועמדה בגבורה בתנאי שהציב לה – טיול בהודו כמו תרמילאית אמיתית (כולל נסיעה במחלקה שנייה ברכבת, לינה בגסט-האוסים של תרמילאים ועוד).

אורית גאה לספר כי על אף שנראה שכל אחד משלושת ילדיה הלך לכיוון מקצועי אחר לגמרי, היא מרגישה שיש לה חיבור עמוק לעיסוק של כל אחד מהם. אורן שגר בברלין, עוסק בתחום ההוראה והוא מורה ליוגה ומורה של מורים ליוגה. גיא שגר עם בת זוגו ושני ילדיו במושב בארץ, בעל חברת הי-טק שעוסקת בלמידה מקוונת, ואילו פניה של נגה, שמסיימת פוסט דוק במדעי המוח ב-MIT וגרה עם בן זוגה בארצות הברית, גם הם למחקר וקריירה אקדמית.

אורית צרכנית תרבות נלהבת, ובשנים האחרונות שבהן היא מחלקת את זמנה בין ניו-יורק לארץ – היא נהנית הן מחיי התרבות העשירים של ניו-יורק, עם הצגות התיאטרון ומופעי המוסיקה המרהיבים, והן מחיי התרבות בארץ.

במחקריה ובעבודתה עם תלמידים, פרחי הוראה ומורים, תרמה אורית תרומה משמעותית לגוף הידע המחקרי והיישומי בתחום החינוך המתמטי, והיא מקווה להמשיך לתרום לחינוך המתמטי בארץ עם שובה מניו-יורק.

פרסומים נבחרים

- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Zaslavsky, O. (2005). Seizing the opportunity to create uncertainty in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 297-321. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-0606-5>
- Zaslavsky, O. (2019). There is more to examples than meets the eye: Thinking through and with examples. *Journal of Mathematical Behavior*, 53, 245-255. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.10.001>
- Zaslavsky, O., & Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher-educators: Growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(1), 5-32. <https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000009971.13834.e1>
- Zaslavsky, O., & Peled, I. (1996). Inhibiting factors in generating examples by mathematics teachers and student-teachers: The case of binary operation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(1), 67-78.
- Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.
- Zaslavsky, O., & Zodik, I. (2014). Example-generation as indicator and catalyst of mathematical and pedagogical understandings. In Y. Li, E. A. Silver, & S. Li (Eds.), *Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices* (pp. 525-546). Springer.