תובנה מספרית עושה את ההבדל[1]
חישוב מתוך תובנה מספרית אצל תלמידים מתקשים ולא מתקשים

מרים בן-יהודה
ורדה שרוני

ד"ר מרים בן-יהודה
מרצה בכמה מכללות, בהן מכללת שאנן, בנושאים הקשורים לליקויי למידה וקשיים במתמטיקה, דרכי הערכה והוראת מתמטיקה לתלמידים מתקשים.
עד שנת 2018 ראש התוכנית לתואר שני בליקויי למידה, דרכי הערכה והתערבות חינוכית, בעבר ראש החוג לחינוך מיוחד במכללה האקדמית בית ברל.

ד"ר ורדה שרוני
מומחית ללקויות למידה ופסיכולוגית. מרצה בכמה מכללות בנושאים הקשורים לליקויי למידה, דרכי הערכה והתערבות. בעבר הייתה ראש התוכנית לתואר שני בליקויי למידה, דרכי הערכה והתערבות חינוכית, ראש חוג לחינוך מיוחד וראש בית הספר לחינוך במכללה האקדמית בית ברל.

מבוא

פיתוח תובנה מספרית הוא יעד חשוב המודגש כיום בעת לימוד מתמטיקה בכיתות היסוד בארץ ובעולם. מערכת החינוך בארץ מדגישה שאין לעסוק בחישובים כדגש בלעדי, אלא להדגיש הבנה מושגית ותובנה מספרית. בתוכנית הלימודים נאמר שפיתוח תובנה מספרית הוא חלק מהתרבות המתמטית ויש לפתח תובנה מספרית המכוונת לתפיסה אינטואיטיבית ואיכותית של התחום הנלמד, זאת לצד פיתוח שליטה במיומנויות חישוב בעל פה ובכתב. תובנה מספרית מאפשרת לתלמידים לפעול בגמישות בעת טיפול במושגים מתמטיים ובעת בחירת דרכי הפתרון ולהבין אותם (נשר ואחרים, 2006). זוהי גם התפיסה הרעיונית המוצגת במסמך התאמת תוכנית הלימודים במתמטיקה לתלמידי החינוך המיוחד:

> אנו מאמינים שכל תלמיד, באשר הוא, זכאי ללמוד מתמטיקה על פי יכולותיו ולמרות קשייו. [...]חשוב לחשוף את התלמידים למגוון נושאים מתמטיים, לפתח בהם תובנות ומיומנויות בנושאים הנלמדים ולספק להם כלים שבעזרתם ישתמשו בהקשרים שונים של פתרון בעיות במתמטיקה[1] ובחיי היומיום. (מרק-זגדון ואחרים, 2014, עמ' 5)

לכן יש לשאוף שכל תלמיד ירכוש ידע ויפתח תובנה מספרית לצד מיומנות חישוב בסיסית ויש ללמד אותם בדרך זו. זוהי גם עמדת מעצבי החינוך המתמטי בעולם הגורסים שעל התלמיד לדעת לחשב בדרך מהירה ומדויקת ולהכיר את עובדות היסוד (בצירופי עובדות החיבור עד 18, כפל של מספרים חד-ספרתיים ופעולות חיסור וחילוק), ולהבין ששינון של עובדות יסוד אינו מספיק וצריך להנחות את התלמידים לעשות חישובים

1. המאמר עובד ותורגם על פי המאמר באנגלית:
Ben-Yehuda, M., & Sharoni, V. (2021). Number sense makes all the difference: Calculation using number sense by pupils with and without learning difficulties in Maths. Journal of Cognitive Education and Psychology, 20(1), 47-67. https://doi.org/10.1891/JCEP-D-20-00029
2. במאמר יש שימוש לחלופין במונחים 'חשבון' ו'מתמטיקה'.

מתוך תובנה מספרית (Baroody, 2006, 2016; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; National Council of Teachers of Mathematics, n.d.).

היעד של מאמר זה הוא להדגיש את החשיבות שיש להוראת מתמטיקה בדרך של תובנה מספרית לכל התלמידים, כולל תלמידים מתקשים. המחקר בוחן את דרכי החישוב של תלמידים מתקשים ושאינם מתקשים בכיתות ג'–ו', כאשר מזמנים להם תרגילי חישוב שהם יכולים לפעול בהם ביעילות ובגמישות ומתוך תובנה מספרית.

מאמר זה הוא המשך למאמר קודם (בן-יהודה בן-יהודה, שרוני ואלמוג, 2014), שפותח בו הכלי שהשתמשו במאמר זה.

תובנה מספרית, מהירות חישוב ודיוק והקשר ביניהם

עד סוף שנות השמונים, המשתנים של מהירות ודיוק נחשבו לקובעים אם תלמיד יודע לחשב או לא. תלמיד שלא ידע לשלוף במהירות את עובדות היסוד נחשב לנכשל. לכן הושם דגש בהוראה על אימון ושינון שיביאו לידי שליטה בעובדות היסוד ובנוהלי החישוב. שינוי ניכר במגמות החינוך המתמטי התרחש משנות התשעים ואילך כאשר התקבעו המונחים "תובנה מספרית" ו"גמישות חישובית" והתגבשה ההבנה שיש לפתח ולספק כלים שבעזרתם התלמידים ירכשו ידע בדרכי חישוב לצד תובנה מספרית. תחילה נבהיר את המושגים המוזכרים בקטע זה ואת האופן שהם קובעים את דרכי החישוב במתמטיקה אצל תלמידים מתקשים ולא מתקשים.

שליטה בחישוב עובדות יסוד מתרחשת כאשר מתקיימת פעולה של שליפה אוטומטית, מהירה ומדויקת של התשובה מתוך הזיכרון לטווח ארוך. נסביר את היכולת להגיע לשליטה מהירה בחישוב באמצעות הגישה הנוירופסיכולוגית הגורסת ששליפה מהירה ומדויקת של עובדות יסוד וביצוע נכון של שלבים פרוצדורליים, קשורים לארגון רשת נוירונים במוחו של הלומד המאפשר יצירת קשרים אסוציאטיביים בין פרטי מידע. כאשר הלומד נדרש לחשב במהירות הוא משתמש בקשרים אסוציאטיביים בין עובדות היסוד שנקלטו בעבר וכך מתאפשרת שליפה מיידית של התשובה מתוך הזיכרון לטווח ארוך (Dehaene, 1997; Rusconi et al., 2006). משערים שאצל לומדים מתקשים ואצל לומדים עם הפרעת למידה, חל שיבוש ברשת האסוציאציות ולכן מתעכב המהלך המהיר של החישוב. קשיים בזיכרון לטווח ארוך או קשיים בזיכרון עבודה משפיעים על העיכוב במהירות התגובה ועל הדיוק (Mabbott & Bisanz, 2008). יצירת קשרים בדרך אסוציאטיבית ומתוך הבנה היא אסטרטגיה המאפשרת ללומד לעקוף את הקשיים שהוא חווה בעת שליפת המידע החישובי מתוך זיכרון העבודה ולחשב נכון, גם אם לא במהירות. לדוגמה: כשתלמיד מתקשה לשלוף חישוב כגון 19+7 מהזיכרון, תסייע לו האסוציאציה של ידיעת עובדת היסוד 9+7 וההבנה שאפשר לפרק ולאחד מספרים (10+7+9 או לחלופין 20+7-1).

אצל הילד הצעיר דרכי החישוב הבסיסיות מתפתחות בהדרגה ממצב התנסותי-פרוצדורלי לשלב של שליטה הנשענת על זכירה, כאשר התובנה המספרית היא אבן דרך חשובה ביותר בהתפתחות יכולתו להגיע לשליטה בחישוב (Baroody, 2006; Kilpatrick et al., 2001). בשלב ראשון, הילד מתנסה במהלך שימוש באסטרטגיות מנייה של חפצים או באמצעות האצבעות, או בספירה מילולית. בשלב השני מתפתחות אסטרטגיות של חשיבה ושימוש בידע קיים מתוך הבנה, לדוגמה: שימוש בהסקה כדי לקבוע מבחינה לוגית את התשובה לצירוף לא ידוע (אם 2X6=12 אז 4X6=24). בשני השלבים הראשונים משתרשת ההבנה של העקרונות והתהליכים הקשורים במספרים והיא משמשת תשתית המאפשרת התפתחות של תובנה מספרית. בשלב השלישי, הלומד מגיע בהדרגה לחישוב יעיל, מהיר ומדויק ולשליפה של התשובות מתוך מגוון של עובדות המאוחסנות בזיכרון. אחסון בזיכרון שמתבצע מתוך קישור העובדות למשמעות מסייע בחישוב מנטלי אוטומטי (Dehaene, 1997; US Department of Education, 2008; Boaler, 2014; Baroody, 2016), אלא שלא כל הילדים מגיעים לשלב זה. תלמידים שיש להם קשיי למידה, נאלצים להשקיע מאמץ רב בחישוב חוזר ובניסיונות להישאר בקשב ולא מתמקדים בגילוי דפוסים חוזרים ובהבנה (Baroody, 2016).

על אף שהמושג תובנה מספרית מעסיק את החוקרים מאז סוף שנות השמונים ויש הסכמה על חשיבותו, אין הסכמה על הגדרתו ודרכי איתורו. החוקרים מדגישים שאומנם קשה להגדיר מהי תובנה מספרית אך קל לזהות אותה כשהיא מתרחשת (Berch, 2005; Butterworth, 2005; Greeno, 1991; Russell, 2000).

המועצה הלאומית של מורי המתמטיקה בארצות הברית (NCTM, 2000, p. 32) מדגישה שתובנה מספרית היא חשובה ביותר בלימוד מתמטיקה בכיתות יסוד, שכן היא מעניקה לתלמידים שלוש הבנות עיקריות שמאפשרות להם: א. להבין את מערכת המספרים ואת הדרכים לייצג מספרים; ב. להבין את משמעות הפעולות וכיצד הן קשורות זו לזו; ג. לחשב חישוב שוטף ולהשתמש באומדן. גם בתוכנית הלימודים בישראל (נשר ואחרים, 2006) מודגש רעיון התובנה המספרית המתבטא ב"ראייה אינטואיטיבית של מבנים מתמטיים ובקישורם לפעולות חשבון [...] ביכולת גיוס ידע וניסיון קודם על מנת לפתח אסטרטגיות פתרון שונות, בהבנת דרכי פתירה שונות ובגילוי פתיחות לדרכים חדשות" (נשר ואחרים, 2006, עמ' 11).

פוקנר וקיין (Faulkner & Cain, 2009) מציעים מודל לתיאור תובנה מספרית המדגיש את חשיבות האומדן ושפת המושגים המתמטיים (מושגי יסוד: גודל וכמות) ומתמקד בהבנה של המבנה העשרוני. חוקרים אחרים (Dehaene, 1997, 2001; Yang, 2005) מציינים מאפיינים דומים ואת החשיבות שבקיומה של סכמה של מבנים שהבסיס שלהם הוא ייצוגים מספריים מילוליים כמותיים וסימבוליים. מודל כזה מאפשר ללומד לשלוט בהערכת סדרי גודל, לזהות טעויות, לחשב בגמישות ובדרך מנטלית, לנוע בין כמויות במציאות לייצוגים המספריים שלהם ולייצג את אותו מספר בדרכים אחרות. יכולות אלה מאפשרות לאמוד כמויות ומספרים ולעשות פעולות חשבוניות בהם. ברץ' (Berch, 2005) סקר מאפיינים שקשורים לתובנה מספרית ואסף רשימה של שלושים מאפיינים בולטים של תובנה מספרית. לפי רשימה זו

המושג תובנה מספרית הוא מורכב וכולל מאפיינים הקשורים לאינטואיציה של האדם על אודות כמויות ומאפיינים הקשורים לידע של דרכי החישוב והמיומנות ביישומם. המשותף לכל המאפיינים הוא ההבנה שתובנה מספרית היא רכיב עיקרי ביכולת להבין את מבני הבסיס של האריתמטיקה הדרושה כדי לפתור בעיות מתמטיות ביעילות, בגמישות וביצירתיות ולהגיע להחלטות מתמטיות שימושיות המאפשרות לעשות פעולות ולעסוק במספרים מתוך הבנה.

עוד נושא שהספרות המחקרית עוסקת בו הוא מקורה של התובנה המספרית. נמצאו גישות מגוונות: גישה אחת גורסת שהמקור לתובנה מספרית הוא יכולת גנטית מולדת (Dehaene, 1997, 2001) וגישה שנייה גורסת שזו מיומנות נרכשת המתפתחת במהלך למידה והתנסות (Berch, 2005) או כתוצאה של למידה ישירה (Sayres & Andrews, 2015). דהאן (Dehaene, 1997, 2001) אומר שמבחינה אבולוציונית התפתחה תשתית מוחית המאפשרת פעילות מתמטית, גם בבני אדם וגם בבעלי חיים מסוימים. הוא מציג ראיות לכך שגם לבעלי חיים יש יכולת להבין ולבצע מניפולציות במספרים וגם לתינוקות בני 6–7 חודשים, ומביא מחקרים נוירופסיכולוגיים המציינים חסכים ביכולת זו אצל פגועי מוח. יש חוקרים (Greeno, 1991; Howden, 1989) הטוענים שתובנה מספרית היא מומחיות קוגניטיבית המתפתחת בהדרגתיות במהלך למידה, עיסוק במספרים והיכרות טובה איתם. אלה הסוברים שתובנה מספרית אינה יכולת ביולוגית ולא בהכרח תוצר של התנסות אינטואיטיבית ומפגש עם המספרים, תומכים בגישה של הוראה ישירה של תובנה מספרית ופיתוח של מיומנות זו אצל התלמידים (Sayres & Andrews, 2015).

מסקנות המחקרים הביאו לידי הבנה שלצד הדרישה להגיע לחישוב מהיר ומדויק יש לעודד תלמידים לפעול בדרך של תובנה מספרית, שכן בדרך זו הם מצליחים להתמודד טוב יותר עם מטלות החישוב (Baroody, 2006; Boaler, 2014; Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019). שילוב זה בין מהירות חישוב ותובנה מספרית מוצג במסמך הסטנדרטים הבין-לאומי להוראת המתמטיקה כרהיטות חישובית הכוללת "איזון וקישור בין הבנה מושגית ובקיאות חישובית, הבנה עמוקה של מושגים ושימוש גמיש וזמין בהם במגוון רחב של יישומים" (NCTM, 2000, p. 35). לכן כאשר תלמידים מחשבים מתוך תובנה מספרית בדרך גמישה ויעילה, מהירה ומדויקת, נאמר שהם מפגינים רהיטות חישובית (Boaler, 2014; Russell, 2000).

קשיים ברכישת תובנה מספרית ורהיטות חישוב

על פי תקציר דוח הוועדה המייעצת לענייני מתמטיקה של ארה"ב (US Department of Education, 2008) ילדים צריכים לשלוט בחיבור ובחיסור מספרים שלמים עד סוף כיתה ג', ואילו עד סוף כיתה ה' על התלמידים לשלוט בכל ארבע פעולות החשבון במספרים שלמים. בכיתה ו' מצופה שהילדים ישלטו בפעולות חשבון בשלמים ובשברים. ידע זה הוא חיוני להתפתחות של חשיבה מתמטית וליכולת חישוב ברמות גבוהות יותר (NCTM, 2000). גם בארץ הדרישות הן דומות. תוכנית הלימודים (נשר ואחרים, 2006) דורשת לפתח בקרב התלמידים יכולת חישוב בעל פה ובכתב עד לשליטה בעובדות היסוד ובאלגוריתמים החישוביים. בסוף כיתה ג' על התלמידים לדעת בעל פה את כל המכפלות בלוח הכפל. בפועל, מורים למתמטיקה ואנשי מקצוע העובדים עם תלמידים מעריכים שכ-20%–30% מהתלמידים, ואולי אף יותר, חווים קשיים בלימוד החשבון[2] (1). רובם אינם מצליחים להגיע לשליטה בדרכי חישוב בסיסיות. יש תלמידים החושבים שחישוב צריך להתבצע במהירות, דבר שיש בו קושי ומקור לפחדים וללחץ רב (Boaler, 2014; Remiraz et al., 2013).

אלה הם המאפיינים המרכזיים המצביעים על קיומו של קושי או לקות למידה במתמטיקה: טעויות רבות בביצוע החישוב בעל פה ובפרוצדורות[3] הפתרון בכתב; איטיות בהיזכרות ובשליפה של עובדות יסוד; קשיים במיומנויות השפה ושימוש בשפה מתמטית, וכן חוסר יכולת לייצג מידע בדרך סימבולית או לתת קוד מילולי כדי לאחסן מידע (ברוזה ובן-דוד קוליקנט, 2017; כץ ודרור, 2011; Geary, 2005). במסקנות ממבחני מיצ"ב שנערכו בארץ (משרד החינוך, 2010), עולה קושי רב אצל תלמידים בשאלות ובחישובים הדורשים מהתלמיד להשתמש בתובנה מספרית. נאמר בהן כי "תלמידים נאחזים בפתרון אלגוריתמי מורכב ואינם משתמשים באומדן או באסטרטגיה אחרת לייעול דרכי הפתרון" (עמ' 1). בוילר (Boaler, 2014) מצאה שתלמידים שאין להם תובנה מספרית ומשתמשים שימוש יתר בשינון עובדות, לעיתים קרובות נכשלים בהמשך הלמידה גם באלגברה.

התלונה הרווחת ביותר של הורים ושל מורים היא שהילדים "שוכחים מהר" את עובדות היסוד שלמדו ולא מצליחים ליצור מאגר של עובדות יסוד בזיכרון. תופעה זו נפוצה במיוחד אצל מתקשים בלמידה על רקע קשיים בתחום הזיכרון והשפה (Geary, 2003). הקושי מתבטא בעיקר בזיכרון העבודה (Working Memory) המאפשר ביצוע מניפולציות הדרושות לחישוב (Mabbott & Bisanz, 2008; Dehn, 2008; Bergman-Nutley & Klingberg, 2014). זיכרון עבודה חלש נמצא כמנבא קשיים אצל תלמידים מתקשים כבר בכיתה א' ומתבטא בביצוע איטי של חישוב. יש תלמידים הנשארים באסטרטגיות פשוטות של מנייה באמצעים מוחשיים, ובשל כך בזיכרון העבודה אין פניות קשב ליצירת אסוציאציות מתוך תובנה מספרית (מרק-זגדון, 2011). מחקרים אחרים עמדו על כך שקשר אסוציאטיבי חלש גורם לתלמידים מתקשים לחשב כל פעם מחדש בעזרת פרוצדורות לא יעילות הגוזלות זמן רב (Mabbott & Bisanz, 2008; דורפברגר ומלאכי, 2018). אולם כאשר מלווים את השינון בהבנה וביצירת קשרים, גדל מאגר הידע החישובי גם אצל תלמידים שהם איטיים בחישוב והאיטיות אף נעלמת בהמשך הלמידה (Gersten et al., 2005; Baroody,2006). כאשר מטלת החישוב ניתנת בכתב, פוחת העומס על זיכרון העבודה (Kyttälä at al., 2010). מחקר שנערך בכיתות ג'–ה' הראה כי בעת חישוב בכתב תלמידים הצליחו להשתמש באסטרטגיות מורכבות לעומת תרגילים זהים בעל פה וזאת בשל העומס הרב על זיכרון העבודה בעת חישוב בעל פה (Lucangeli et al., 2003). הקשיים בזיכרון גורמים גם לשליפה של מידע לא מדויק ולא רלוונטי, להסחות ולחוסר גמישות בעת החישוב (Baker et al., 2002).

2. במאמר יש שימוש לחלופין במונחים 'חשבון' ו'מתמטיקה'.
3. יש שימוש לחלופין במונחים 'נוהלי חישוב' ו'פרוצדורות חישוב'.

מערכת החינוך בארץ ובעולם מעודדת בשנים האחרונות הוראה בגישת התובנה המספרית כדרך לשיפור ההתמודדות של התלמידים עם משימות חישוב, שכן היא מפתחת גמישות ומפחיתה חשש. הילד לומד להתבונן בתהליכים שהוא פועל על פיהם, להצדיק את השימוש בהם ולהסביר אותם, לבקר את התוצאה ולזהות קשרים בין עובדות לחישובים. החוקרים מדגישים את החשיבות שבהקניית אסטרטגיות המעודדות שימוש בתובנה מספרית לתלמידים מתקשים וביניהם מתקשים שיש להם קשיים בזיכרון (Boaler, 2014; Mabbott & Bisanz, 2008; Zuhal, 2017).

מטרת מאמר זה היא להדגיש את החשיבות שיש להוראת מתמטיקה בדרך של תובנה מספרית לכל התלמידים ובעיקר למתקשים. המחקר בוחן את ההבדלים בין תלמידים מתקשים ולא מתקשים בכיתות ג'–ו' בעת ביצוע חישוב כאשר מוגשות להם מטלות המעודדות תובנה מספרית. היעד של מחקר זה הוא לבדוק אם גם תלמידים מתקשים יכולים לפתור תרגילים מתוך תובנה מספרית כאשר מלמדים אותם לבצע התבוננות פנימית בתהליכים שהם מבצעים ולהשתמש באסטרטגיות מתאימות.

השערות המחקר

א. בתרגילים המעודדים **תובנה מספרית**, תלמידים מתקשים יצליחו לפתור תרגילים בארבע פעולות חשבון במדויק בדומה לתלמידים לא מתקשים.

ב. יימצא הבדל בין תלמידים מתקשים ולא מתקשים **במשתנה מהירות החישוב** לטובת הלא מתקשים.

ג. יימצא הבדל בין חישוב בעל פה וחישוב בכתב אצל התלמידים המתקשים והלא מתקשים לטובת החישוב בכתב שיהיה **מהיר ומדויק יותר**, ושההבדל בין דרכי החישוב יהיה גדול יותר אצל התלמידים המתקשים.

שיטה

הליך

את המבדק שפיתחו החוקרות בן-יהודה, שרוני ואלמוג (2014) ומופיע בפרק "כלים", העבירו סטודנטיות ומורות שלמדו בקורסים בהוראה מותאמת במכללות שונות ברחבי הארץ. הנבדקים למדו בזרם הממלכתי, ממלכתי-דתי והחינוך החרדי. אוכלוסיית הנבדקים פרושה באזורים רבים בארץ, ובהם יש אוכלוסיות בעלות רמות סוציו-אקונומיות מגוונות ובמגזרים מגוונים של בתי ספר. החוקרות הדריכו את המורות המשתלמות כיצד להעביר את המבדק. המורות התבקשו להעבירו לתלמידים בכיתות רגילות (בטווח של כיתות ג' עד ו'). המורה בכיתה של התלמיד העריכה האם הוא נחשב תלמיד עם תפקוד תקין במתמטיקה – "תלמיד לא-מתקשה" או עם תפקוד לא-תקין – "תלמיד מתקשה".

תיאור המדגם

נתוני המדגם זהים לאלו של מחקר קודם שבו תוקף כלי האבחון (בן-יהודה ואחרות, 2014). המדגם הוא מדגם נוחות שבו השתתפו 179 תלמידים מגיל שבע ועשרה חודשים עד 12 ועשרה חודשים הלומדים בכיתות ג'–ו' בחינוך הרגיל. 122 תלמידים (68.2%) לומדים במסגרות בתי ספר ממלכתיים, 19 (10.6%) לומדים בבתי ספר ממלכתיים-דתיים, ו-38 תלמידים (21.2%) לומדים במסגרות של החינוך החרדי.

התלמידים לומדים בבתי ספר ב-30 יישובים בארץ על פי הפריסה הזו: 60% לומדים בבתי הספר במחוז מרכז, 23% לומדים בבתי הספר במחוז תל אביב, 7% במחוז דרום ו-10% במחוז ירושלים. כמה מהם מגיעים מיישובים שהסטטוס הסוציו-אקונומי של רוב האוכלוסייה הוא בינוני–נמוך ונמוך (למשל בני ברק, בית שמש, נתיבות, קריית גת, אשדוד, אשקלון, ערד) והאחרים מיישובים שהסטטוס הסוציו-אקונומי הוא בינוני ובינוני-גבוה (כפר סבא, רעננה, צורן–קדימה, קיבוץ רמת הכובש, תל אביב, הרצלייה, רמת השרון, ירושלים).

המורה העריכה את הישגיהם של ה"תלמידים המתקשים" במתמטיקה נמוכים במידה ניכרת מהממוצע הכיתתי. כמה מהם מקבלים סיוע מסל שילוב. שיעור התלמידים המתקשים הוא 30% בממוצע מכלל המדגם שזהו ההרכב השכיח בכיתה הטרוגנית.

התפלגות התלמידים על פי כיתות, מין ורמת התפקוד מופיעה בלוח מס' 1.

לוח מס' 1: התפלגות התלמידים על פי כיתה, מין ורמת התפקוד (במספרים ובאחוזים בסוגריים)[4].

	מין		רמת התפקוד		סה"כ
	בנים	בנות	מתקשים	לא מתקשים	
כיתה ג'	23 (46.9)	26 (53.1)	16 (32.7)	33 (67.3)	49 (27.4)
כיתה ד'	13 (38.2)	21 (61.8)	8 (23.5)	26 (76.5)	34 (19.0)
כיתה ה'	31 (50.0)	31 (50.0)	22 (35.5)	40 (64.5)	62 (34.6)
כיתה ו'	18 (52.9)	16 (47.1)	9 (26.5)	25 (73.5)	34 (19.0)
סה"כ	85 (47.5)	94 (52.5)	55 (30.7)	124 (69.3)	179 (100.0)

כלים

מבדק חישוב

את המבדק פיתחו ותיקפו שלוש חוקרות (בן-יהודה ואחרות, 2014). המבדק מורכב משני חלקים (נספח 1):

א. שלוש מטלות של פעולות חיבור וחיסור: המטלות כללו עשרה תרגילי חיבור וחיסור שהיה על הנבדק לפתור בשלוש דרכים (Modalities): בעל פה, בכתב ובאמצעות זיהוי תשובות נכונות או שגויות בסימון "נכון" או "לא נכון". בהתחלה התבקשו הנבדקים לחשב את התרגילים בעל פה ולאחר הפסקה של 20 דקות ניתנה אותה מטלה בכתב. לאחר 20 דקות נוספות ניתנו לנבדקים תרגילי הזיהוי. בהפסקות הזמן הייתה הסחה באמצעות שיחה על נושאים אחרים והעברת מטלות אחרות לא מתמטיות.

4. הלוח מופיע גם בתוך בן-יהודה ועמיתות (2014).

ב. **שלוש מטלות של פעולות כפל וחילוק:** המטלות כללו שנים עשר תרגילי כפל וחילוק שגם הנבדק היה צריך לפתור אותם בשלוש דרכים: בעל פה, בכתב ובאמצעות זיהוי תשובות נכונות או שגויות. דרך ההעברה היה זהה לזה של מטלות חיבור-חיסור.

מתן ציון: בעבור כל מטלה נבדק זמן ביצוע בשניות (משתנה 'מהירות החישוב') וציון מספר התשובות הנכונות (משתנה 'הדיוק').

המבדק נבנה על סמך דרישות תוכנית הלימודים בחשבון בבית הספר היסודי (2006) ועל יסוד תאוריות ומחקרים בנושאים הקשורים ליכולת חישוב ותובנה מספרית. הוא מופיע כחלק ממערכת אבחון בלתי-פורמלית "אח"ד מי יודע" (בן-יהודה ושרוני, 2009). המבדק נמצא תקף ומהימן (בן-יהודה ואחרות, 2014).

המבדק הורכב ברובו מקבוצות של שניים או שלושה תרגילים שיש ביניהם קשר המעודד שימוש בתובנה מספרית. לדוגמה: התרגיל 19+6 מופיע אחרי התרגיל 9+6, מה שמאפשר לפתור אותו באמצעות הפקה של מידע חדש על סמך פתרון קודם ומתוך שימוש בתובנה מספרית.

ניתוח הממצאים

עיבוד הממצאים נעשה במתודולוגיה משולבת:

א. ניתוח סטטיסטי-כמותי:

ב. א.1 בדיקת ההתפלגויות של משתני הדיוק והמהירות החישוב אצל תלמידים 'מתקשים' ואצל 'לא מתקשים'.

א.2. בדיקת אחוזי הביצוע של המטלות בכלל המדגם ובנפרד ל'תלמידים מתקשים' ול'תלמידים לא מתקשים'.

א.3. השוואה בין מתקשים ולא מתקשים (מבחני t).

ג. ניתוח איכותני: ניתוח ציטוטים נבחרים הלקוחים מהשיח של התלמידים.

ממצאים

ההשערה הראשונה הייתה שתלמידים מתקשים יצליחו לפתור נכון תרגילים המבוססים על תובנה מספרית, בדומה לתלמידים לא מתקשים. שערנו שהצגת תרגילים שיש ביניהם קשר, לדוגמה: 19+6;9+6 תאפשר לחשב במדויק תוך שימוש בתובנה מספרית.

ההשוואה בין ממוצעי הדיוק של תלמידים מתקשים ולא מתקשים נעשתה באמצעות מבחן two-tailed. הממצאים מופיעים בלוח מס' 2.

לוח מס' 2: הבדלים בין ביצועי התלמידים המתקשים והלא מתקשים בכל המטלות במשתנה הדיוק

המטלה	מתקשים (n=55) ממוצע (ס.ת)	לא מתקשים (n=124) ממוצע (ס.ת)	t	p-value	עוצמת האפקט Cohen's d
חיבור-חיסור בעל פה	7.96 (2.16)	9.42 (1.30)	4.64	0.00	1.09*
חיבור-חיסור בכתב	8.44 (2.21)	9.48 (1.44)	3.21	0.00	0.74**
זיהוי חיבור-חיסור	9.00 (1.50)	9.75 (1.01)	3.41	0.00	0.77
כפל-חילוק בעל פה	7.60 (3.53)	10.68 (2.49)	5.85	0.00	1.32*
כפל-חילוק בכתב	8.20 (3.55)	10.99 (2.34)	5.34	0.00	1.22*
זיהוי כפל-חילוק	9.54 (3.53)	11.41 (2.00)	3.66	0.00	0.87*

* עוצמת אפקט גבוהה, ** עוצמת אפקט בינונית

מן הממצאים עולה כי ההבדלים בין מתקשים ולא מתקשים במשתנה הדיוק, הם בעלי משמעות (p-value=0.00). בבדיקת עוצמת אפקט ההבדל על פי Cohen's d (Cohen, 1988) בין ממוצעי הדיוק של תלמידים מתקשים לממוצעי הדיוק של התלמידים הלא מתקשים, נמצא ש-4 מתוך 6 הבדלים היו בעלי עוצמת אפקט גבוהה (מ-0.8 ומעלה). בפעולות החיבור והחיסור רק הבדל אחד (במשימה בעל פה) היה בעל אפקט גבוה מאוד. ההבדלים בכל מטלות הכפל והחילוק היו בעלי עצמה גבוהה. בהשוואת ממוצעי הדיוק של שתי הקבוצות במטלות חיבור-חיסור בכתב ובזיהוי, נמצאה עוצמת אפקט בינונית (מ-0.5 עד 0.8). המשמעות היא שההבדלים בין מתקשים ולא מתקשים באים לידי ביטוי בעיקר בפעולות הכפל-חילוק. ההבדלים פחות מובהקים בפעולות החיבור-חיסור, למעט בחיבור-חיסור בעל פה.

על פי ממצאים אלה ההשערה הראשונה לא אוששה. ייתכן שאחת הסיבות לכך היא העובדה שההבדלים במשתנה הדיוק חושבו על כלל התרגילים, גם אלו שיש ביניהם קשר של תובנה מספרית וגם אלו שאין ביניהם קשר כזה, ולכן עוצמת האפקט היא גבוהה או בינונית.

עם זה התבוננות ממוקדת בממוצעים ובסטיות התקן מעלה כמה ממצאים חשובים. נמצא שבמשתנה הדיוק בכל המשימות, גם בחיבור-חיסור וגם בכפל-חילוק, הביצוע הממוצע של התלמידים המתקשים היה גבוה יחסית (לפחות 8 תרגילים מתוך 10 בחיבור-חיסור ולפחות 8 תרגילים מתוך 12 בכפל-חילוק), מה שמעיד על רמת תפקוד מעל הממוצע. ההבדלים בין התלמידים המתקשים והלא מתקשים באים לידי ביטוי בסטיות התקן הגדולות יותר בקבוצת המתקשים, במיוחד בכפל-חילוק, המעידות על שונות גבוהה בקרב קבוצה זו.

כדי להבין טוב יותר את מהות ההבדלים נעשה רישום של טווח הדיוק באחוזים בכל מטלה אצל כלל המדגם ובכל שכבת גיל על פי רמת התפקוד (מתקשים ולא מתקשים). הממצאים מוצגים בלוח מס' 3.

לוח מס' 3: טווח הדיוק בכל מטלה על פי כיתות אצל כלל המדגם ולפי רמת תפקוד (באחוזים)

המטלה	כלל המדגם n=179	כיתה ג' (n=49)		כיתה ד' (n=34)		כיתה ה' (n=62)		כיתה ו' (n=34)	
		לא מתקשים (n=33)	מתקשים (n=16)	לא מתקשים (n=26)	מתקשים (n=8)	לא מתקשים (n=40)	מתקשים (n=22)	לא מתקשים (n=25)	מתקשים (n=9)
חיבור-חיסור בעל פה	97–86	100–69	97–88	88–55	100–85	91–68	100–88	100–67	100–85
חיבור-חיסור בכתב	99–83	100–56	100–88	100–62	100–92	95–71	100–90	100–78	100–92
כפל-חילוק בעל פה	98–69	92–38	100–71	100–25	100–81	95–33	100–77	100–50	100–79
כפל-חילוק בכתב	99–72	100–54	100–81	100–37	100–81	95–32	100–82	100–62	100–87

התבוננות בלוח מראה שכלל התלמידים במדגם פתרו את התרגילים בדרך טובה (מעל 69% דיוק), וניכר שאין הבדל גדול באחוז הדיוק בין ביצוע בעל פה לביצוע בכתב גם במטלת חיבור-חיסור וגם במטלת כפל-חילוק. כמו כן אפשר לזהות שבמטלות חיבור-חיסור בכל הכיתות אחוזי הדיוק הנמוכים גבוהים מאחוזי הדיוק הנמוכים במטלות כפל וחילוק. כלומר בכל הכיתות ניכר דיוק רב בחישוב תרגילי חיבור-חיסור מאשר חישוב תרגילי כפל-חילוק הן בעל פה והן בכתב.

בהשוואת הדיוק המירבי בחישוב של קבוצת התלמידים המתקשים והלא מתקשים בכל שכבת גיל, אפשר לראות שאין הבדל ניכר בין מתקשים ללא מתקשים בכל הכיתות ובכל המטלות (בין 91% ל-100%), למעט המתקשים בכיתה ד' שבמטלת חיבור-חיסור בעל פה הגיעו לרמת דיוק מקסימלית של 88%. כלומר **גם תלמידים מתקשים מסוגלים להגיע לדיוק גבוה** (בין 88% ל-100%), **כמו התלמידים הלא מתקשים.**

יש לציין שאחוז הדיוק הנמוך אצל המתקשים יכול להיחשב רמת ביצוע טובה יחסית (בדרך כלל מעל 50% מהתרגילים חושבו נכון). בחישוב תרגילי חיבור וחיסור נעו אחוזי הדיוק הנמוך בין 56% ל-100%.

ממצאים אלה מבהירים את אופי ההבדלים שנמצאו בין מתקשים ולא מתקשים.

הממצא המראה אחוזי דיוק נמוכים יותר בכל המטלות אצל המתקשים בכיתה ד' לעומת אצל המתקשים בכיתה ג' דורש עיון. ייתכן שתלמידים בכיתה ג' מרבים להתאמן בעובדות יסוד בחיבור-חיסור, בעוד בכיתה ד' מתמקדים בחישוב במספרים גדולים ובמעבר לשברים וממעטים לתרגל חישוב של עובדות יסוד.

עיון בממצאים מעלה שהיו תלמידים שהתקשו מאוד בתרגילים מסוימים, כגון:

6X8; 32:4	בחישוב תרגיל כפל זה בעל פה, אחוז הדיוק היה נמוך אצל המתקשים (בין 33% דיוק בכיתה ד' ל-50% בכיתה ו'), כך גם בתרגיל בכתב (אחוז הדיוק הגבוה ביותר שהושג היה 69%). בעת חישוב תרגיל החילוק בעל פה אחוז הדיוק היה נמוך אצל התלמידים המתקשים (מ-25% דיוק בכיתה ד' עד ל-50% בכיתה ו'), ואולם בשלב מטלת הזיהוי גם התלמידים המתקשים זיהו נכון איזו תשובה נכונה ואיזו שגויה. ייתכן שהסיבה היא שהתלמידים המתקשים ידעו מה התשובה הנכונה ולכן זיהו אותה, אך היו כאלה שהתקשו לשלוף אותה בעל פה או בכתב. אצל תלמידים שאינם מתקשים לא מצאנו קושי בשליפת עובדה זו (טווח הדיוק הוא בין 96% ל-100%).
12:4	חיזוק לקושי של תלמידים מתקשים בעיקר בפעולת חילוק, נמצא בבדיקת תרגיל זה הנחשב לתרגיל קל ומוכר. אצל התלמידים המתקשים אחוזי הדיוק נעו בין 62% ל-88%, בעוד אצל התלמידים הלא מתקשים אחוזי הדיוק היו גבוהים בין 94% ל-100%.

בדיקת הביצוע בתרגילים ספציפיים שהיו בהם אחוזי דיוק גבוהים מאפשרת תובנות נוספות על הביצוע של התלמידים המתקשים והלא מתקשים במטלות למיניהן:

8+7; 15-8	בפתרון התרגיל 8+7 נמצא שאחוז הדיוק דומה אצל מתקשים ואצל לא מתקשים, והמתקשים אף הצליחו מעט מהלא מתקשים (למשל בכיתות ו' אחוז הדיוק אצל מתקשים היה 89% לעומת 84% אצל הלא מתקשים). בפתרון התרגיל 15-8 אחוז הדיוק היה דומה אצל המתקשים ואצל הלא מתקשים (לא מתקשים 92% ומתקשים 89%). ייתכן שגם התלמידים המתקשים, בדומה ללא מתקשים, זיהו נכון קשר של הפיכות.
19+6 ;9+6	הדרך שהתלמידים פתרו בה תרגילים אלה יכולה ללמד כי רק כמה מהתלמידים המתקשים זיהו את הקשר בין שני התרגילים האלה (תובנה מספרית), בעוד מרבית הלא מתקשים עשו זאת. בחישוב בעל פה בתרגיל 9+6 נמצאו הבדלים בין המתקשים ללא מתקשים בכל שכבות הגיל (טווח אחוזי הדיוק אצל המתקשים היה בין 69% ל-87% ואצל הלא מתקשים היה בין 88% ל-100%). פער זה לא השתנה בתרגיל 19+6 (טווח אחוזי הדיוק אצל המתקשים היה בין 63% ל-77% ואצל הלא מתקשים היה בין 85% ל97%-). בשיח שעשו התלמידים המתקשים בשלב הזיהוי, ועליו נרחיב בהמשך, ציינו רבים מהם שקיים קשר בין שני התרגילים. כלומר כאשר תלמידים מתקשים נדרשים לבצע חישוב באמצעות השוואה ויצירת קשר בין הביטויים החשבוניים, הם מצליחים לפתור את התרגילים.

על אף שההשערה הראשונה לא אומתה, הרי שאופי הפעילות בתרגילים שתוארו לעיל, מראה כי על אף ההבדל הסטטיסטי, גם תלמידים מתקשים יכולים להגיע לרמת דיוק דומה לזו של תלמידים לא מתקשים. ההבדל נגרם, בחלקו, בשל השונות הגדולה יותר אצל קבוצת המתקשים, ובחלקו בשל ההבדלים בערכי הדיוק הנמוכים.

ההשערה השנייה הייתה שיימצא הבדל בין תלמידים מתקשים ולא מתקשים **במשתנה מהירות החישוב.** בלוח מס' 4 מופיעים ממוצעי זמן חישוב התרגילים אצל תלמידים מתקשים ולא מתקשים.

מן הממצאים עולה שיש הבדלים מובהקים בין קבוצת המתקשים והלא מתקשים במהירות החישוב של כל המשימות בכל הדרכים. לתלמידים המתקשים נדרש זמן רב יותר במידה ניכרת לפתרון התרגילים מזה הנדרש מהתלמידים הלא מתקשים. עוצמת אפקט גבוהה נמצאה בשתי מטלות החיבור והחיסור (בעל פה, בכתב) ובכל מטלות הכפל-חילוק (בעל פה, בכתב, זיהוי).

הסתכלות מדוקדקת במשתנה מהירות החישוב מראה שבכל הפעולות (חיבור-חיסור, כפל-חילוק) ובשתי הדרכים (בעל פה ובכתב) ממוצעי זמני החישוב אצל המתקשים גבוהים מאלו של הלא מתקשים.

סטיות התקן (ס.ת.) אצל הלא מתקשים נעות בין 22.71 ל-52.49 בעוד אצל המתקשים הן נעות בין 44.15 ל-119.85, כלומר הן גם גבוהות יותר (אצל המתקשים) וגם מעידות על שונות רבה יותר בין הנבדקים, לעומת קבוצת הלא מתקשים. נתונים אלה מראים כי המתקשים אינם קבוצה הומוגנית לעומת הלא מתקשים שרמת ההומוגניות שלהם גבוהה יותר.

ישנה חשיבות מיוחדת לממצאים על אודות ממוצעים וסטיות התקן של כלל אוכלוסיית המדגם, שכן הם משקפים את המצב בכיתה הטרוגנית. זמני חישוב מעל כדקה בביצוע 10 תרגילי חיבור-חיסור בעל פה או בכתב ובביצוע 12 תרגילי כפל-חילוק בעל פה או בכתב, יכולים לשמש איתות למורה על קשיים בחישוב אצל תלמידיו. במחקר זה מצאנו שהממוצע לפתרון אוסף התרגילים במטלה הוא כ-68 שניות.

מניתוח מטלות הזיהוי עולה כי שיעור הדיוק היה גבוה כצפוי בכל הכיתות אצל המתקשים והלא מתקשים: בחיבור-חיסור 90–98 אחוזי הצלחה; בכפל-חילוק 91–99 אחוזי הצלחה; ולכן לא היה מקום להשוואה סטטיסטית. מהירות ביצוע מטלת הזיהוי, גם בחיבור-חיסור וגם בכפל-חילוק, הייתה גבוהה ולא שימשה גורם מבחין. מטלת הזיהוי אינה בודקת מיומנות של חישוב, אלא מיומנות של בקרה לצורך תיקון טעות. יש לזכור כי במחקר זה המוקד היה בהיבט של דיוק וזמן בחישוב. עם זה שיעור הדיוק הגבוה במטלות הזיהוי אצל המתקשים מחזק את

לוח מס' 4: זמן החישוב הממוצע בכל מטלה על פי רמת התפקוד

המטלה	מתקשים (n=55) ממוצע (ס.ת)	לא מתקשים (n=124) ממוצע (ס.ת)	t	p-value	עוצמת האפקט Cohen's d
חיבור-חיסור בעל פה	105.89 (46.06)	53.27 (22.71)	-8.06	0.00	1.99*
חיבור-חיסור בכתב	94.27 (52.71)	46.41 (29.62)	-6.30	0.00	1.51*
זיהוי חיבור-חיסור	86.55 (44.15)	55.45 (52.49)	-3.71	0.00	0.57**
כפל-חילוק בעל פה	138.69 (84.31)	67.29 (36.41)	-5.87	0.00	1.52*
כפל-חילוק בכתב	147.06 (105.78)	59.98 (44.35)	-5.67	0.00	1.49*
זיהוי כפל-חילוק	110.72 (119.85)	58.21 (41.29)	-2.93	0.00	0.82*

* עוצמת אפקט גבוהה, ** עוצמת אפקט בינונית

התפיסה שתלמידים מתקשים אכן יודעים לחשב את התרגילים אך מתקשים בשליפת הפתרון, בעיקר בדרכים בעל פה. למטלות הזיהוי הייתה חשיבות בחלק האיכותני של מחקר זה שבו הילד התבקש להסביר את התשובה שלו. מניתוח איכותני של השיח שניהלו התלמידים במהלך פתרון תרגילי הזיהוי, נבחין שכל התלמידים, המתקשים והלא מתקשים, הבחינו בקשר בין התרגילים שהוצגו להם.

אמירות מתוך השיח של התלמידים מעידות על הקשר בין דיוק בביצוע ובין זמן הביצוע ומדגימות שגם תלמידים מתקשים מחשבים מדויק כאשר ניתן להם זמן להפעלה של אסטרטגיות יעילות.

נציג כמה דוגמאות:

ענבל, תלמידה מתקשה, לומדת בכיתה ד' בבית ספר ממלכתי. הדוגמאות להלן לקוחות מהשיח שלה בזמן שפתרה את מטלת הזיהוי. הוצגו לפניה בעיות חישוב פתורות והיא התבקשה לזהות אם התשובות נכונות או שגויות ולומר את דעתה על הפתרונות המוצגים.

4X3=12; 4X6=14	ענבל: "הילד טעה. יש קשר. איך הוא לא רואה את זה שזה קשור?"
5X8=40; 6X8=41	ענבל: "אין היגיון במה שכתוב. זה לא נראה [נכון] ככה. 40 ועוד 1 זה שהוסיפו רק 1 וכאן צריך להוסיף עוד פעם אחת. כמה? 6?". מראיינת (מצביעה על התרגיל): ענבל: "שימי לב. 8. הייתי נותנת לו ציון טוב ואומרת לו שבפעם הבאה ישים לב למספרים"

ראוי לציין שזמן החישוב של ענבל במטלות הכפל היה ארוך מאוד (בעל פה 270 שניות ובכתב 260 שניות). בעת החישוב בעל פה היו לה שבע שגיאות והיא נעזרה באצבעות כדי לחשב, הייתה חסרת שקט, הרימה את קולה וחזרה ואמרה "עושים פעמים", "עושים פעם ועוד פעם". לעומת זאת בכתב היו לה רק שתי שגיאות. כלומר ענבל לא שולפת במהירות את עובדות היסוד בכפל, אך ניכר שהיא משתמשת באסטרטגיות חישוב הנשענות על הבנה. כאשר התרגילים רשומים לפניה היא מזהה קשר בין ביטויים חשבוניים ויודעת לשוחח עליהם.

נרי, תלמידה מתקשה, לומדת בכיתה ג'

;4X6=14 4X3=12	"לא יכול להיות 14. 6 ועוד 6 זה כבר 12, ואז 12 ועוד 12 זה 24".
12:4=2	"קשה לי להסביר. זה לא יכול להיות. זה לא נכון כי כפול 6 זה 12. זה [המ־ספר 4] מספר קטן. התלמיד מתבלבל וצריך ללמד אותו להסתכל".
13+6=17;3+6=9	"לא נכון. קשה להסביר. רואים ש 3+7=10 ואז 13+7=20 והורדתי 1 זה 19".

השיח של נרי מראה שגם תלמידים מתקשים מכירים אסטרטגיות שונות לחישוב ומשתמשים באומדן ("זה לא יכול להיות"), אם כי לעיתים מתקשים לחשב ברצף ובמדויק. מבחינים שנרי מכירה אסטרטגיות הנשענות על חוק הפילוג וכן על עקרון הפיצוי, אך השיח שלה מעיד על קושי לנהל את החישוב בעזרת זיכרון עבודה וכן על קושי ביישום ההבנה הטובה שלה.

דניאל, תלמיד מתקשה עם בעיות קשב וריכוז, לומד בכיתה ה' דניאל שוחח במהלך עשיית מטלות הזיהוי וענה לשאלת המאבחנת כיצד היה מציע ללמד את פותר התרגילים.

8+7=15; 7+8=14 15-8=6	"רק ראיתי שזה לא יכול להיות כי זה החילוף. וזה ההפך. זה צריך להיות אותו דבר. ואת זה הופכים וזה לא יכול להיות".
9+6=15 19+6=15 26-5=15	"לא הגיוני. זה קשור אחד בשני. את התלמיד הזה צריך ללמד הכול. הוא לא מבין מה קורה פה. זה קל כי רואים את הקשר. אם הוא לא רואה קשר אז יהיה לו קשה".

בעת ביצוע התרגילים במטלת חיבור-חיסור בכתב ענה דניאל נכון על התרגילים 6+19=25; 6+29=35 אך טעה כשפתר 25-6=21 ואמר: "ראיתי שזה חייב להיות 1 כי 6 פחות חמש שווה 1", כלומר על אף שמוכרת לו האסטרטגיה של חיפוש קשר של הפיכות, הוא לא יישם אותה בכל הפעמים. כאשר פתר את מטלת החישוב בעל פה אמר לעצמו בלחש "זה דומה" אך התקשה לשמור על קשר עם המטלה (אמר: "אוף, אוף, מה היה שם?"), הוא פתר במדויק את כל תרגילי החישוב בעל פה, אך זמן הביצוע היה ארוך (120 שניות).

חנוך, תלמיד עם לקויות למידה וקושי בשמירה על קשב, לומד בכיתה ג'

בשלב הזיהוי חנוך תיאר במהלך שיח שימוש באסטרטגיה של השוואה והסקה. אולם בשלב הראשון, כאשר נדרש לחשב בעל פה את התרגילים הוא חישב מדי פעם באצבעות ולא שם לב לקשר בין התרגילים השונים זה מזה. למשל: הוא חישב בעל פה את התרגיל 9+6 בספירת המשך, שם לב לקשר ל-19+6 ואמר "עושים ועוד 10", אך התחיל לחשב מההתחלה את התרגיל 29+6 בספירת המשך, כלומר התקשה להמשיך לנהל ברצף את מהלך הפתרון.

;9+6=15 19+6=15 25-6=15 ;29+6=35	"29 ועוד 6 זה הנכון כי זה כמו שחישב את 9+6=15 ורק היה צריך להוסיף עוד 20 אבל 19+6 זה ממש לא הגיוני. הילד בטח לא שם לב".

בדוגמאות אלה וברבות אחרות שלא הוצגו כאן, יש מקום להבחין שכאשר מזמנים לתלמידים מצבים המאפשרים להם להפעיל אסטרטגיה של השוואה הם מזהים את הקשר בין הביטויים החשבוניים ובונים ידע חדש על סמך הידע הקיים. כאשר לא מזמנים להם מצבים כאלה, הם מתחילים לחשב מחדש חישוב ארוך הגורר קשיים בניהול פרוצדורות החישוב.

בהשערה השלישית הנחנו שיימצא הבדל בין חישוב בעל פה וחישוב בכתב אצל התלמידים המתקשים והלא מתקשים לטובת החישוב בכתב שיהיה מהיר ומדויק יותר, ושההבדל בין דרכי החישוב יהיה גדול יותר אצל התלמידים המתקשים.

מחישוב הפערים בין ממוצעי הדיוק בלוח מס' 2 עולה שהפער בין חיבור-חיסור בעל פה לחיבור-חיסור בכתב אצל הלא מתקשים היה 0.06 לטובת ביצוע בכתב, בעוד אצל המתקשים היה 0.48. הפער בין כפל-חילוק בעל פה לחיבור-חיסור בכתב אצל הלא מתקשים היה 0.31 לטובת ביצוע בכתב, בעוד אצל המתקשים היה 0.60. הפער במשתנה הדיוק בין דרכי החישוב השונים זה מזה אצל המתקשים גבוה לעומת לא מתקשים.

בעניין מהירות החישוב (לוח 4) התמונה שונה במעט והפערים בין דרכי החישוב בקרב המתקשים והלא מתקשים אינם גדולים: הפער בין זמני החישוב של חיבור-חיסור בעל פה ובכתב אצל המתקשים הוא 11 שניות לטובת חישוב בכתב, ואצל הלא מתקשים הוא 7 שניות. בכפל-חילוק אצל המתקשים הפער הוא 9 שניות לטובת חישוב בעל פה ואצל הלא מתקשים הוא 8 שניות לטובת חישוב בכתב.

מכאן אפשר ללמוד שאכן יש הבדל בין דרכי החישוב, אך הוא בולט במשתנה הדיוק לעומת משתנה המהירות. מעניין שלחישוב תרגילי הכפל והחילוק בכתב נדרש למתקשים זמן רב מחישוב בעל פה, בעוד בכל שאר הפעולות נדרש לחישוב בעל פה זמן רב מאשר חישוב בכתב גם למתקשים וגם ללא מתקשים.

הסבר מתאים הוא ששליפת עובדות יסוד בעל פה דורשת משאבי זיכרון-עבודה מאשר כתב (Dehn, 2008; Mabbott & Bisanz, 2008) ולכן התלמידים התקשו יותר בעת חישוב בעל פה. בעת חישוב בכתב התלמידים יכלו לזהות בקלות מבחינה חזותית את הקשר בין התרגילים. יוצא מן הכלל היה אחוז הדיוק במטלת חיבור-חיסור בעל פה בכיתה ג' בכלל המדגם, שבו אחוז הדיוק הנמוך בעל פה (69%) היה גבוה מאשר בכתב (56%). ייתכן שבשל התרגול הרב בחישוב בעל פה בפעולות אלה בשלב למידה זה.

הדוגמאות להלן מעידות על ההבדלים בביצוע בכתב לעומת ביצוע בעל פה:

הילה, תלמידה מתקשה בכיתה ה', חישבה את תרגילי החיבור והחיסור בעל פה בזמן של 146 שניות (זמן ארוך מאוד לביצוע כל התרגילים במטלה). בעת החישוב בעל פה היא ביקשה לחזור כמה פעמים על התרגיל, השתמשה באסטרטגיה של מנייה באצבעות וחישבה כל תרגיל מההתחלה בלי להבחין בקשר בין תרגילים ומבלי ליישם את חוקי הפעולה (כגון בעת מצבי חילוף). עם זה בעת חישוב בכתב היא זיהתה קשר בין התרגילים, ופתרה את התרגיל מתוך יישום עקרון הפיצוי (אמרה: "אם 6 ועוד 9 [שווה 15] אז 19 ועוד 6 שווה 25"), וכן יישמה את חוק חילוף (7+8 ו-8+7).

כך גם אלמוג, תלמיד מתקשה הלומד בכיתה ה', העיד על עצמו: "הרבה יותר טוב לי לראות מה שכתוב. אני מבין אבל בורח לי כשזה לא כתוב". בכל זאת נמצא שהיה איטי יותר בפתרון בכתב (בעל פה 52 שניות ובכתב 95 שניות), ולא תמיד זיהה את הקשר בין התרגילים גם כאשר התרגילים היו רשומים בכתב. לדוגמה בעת חישוב בעל פה ובכתב פתר נכון את התרגיל 5X4 אך לא קישר לתרגילים 6X8 ו-5X8. לעומת זאת במטלת הזיהוי אמר שיש קשר בין התרגילים האלה ועל התרגיל 6X8=41 אמר "זה לא נכון כי מוסיפים עוד שמונה".

מערכות החינוך בארץ ובעולם מצפות שתלמידים בכיתה ג' ישלטו בחישוב עובדות יסוד בחיבור וחיסור במספרים שלמים (US Department of Education, 2008). ואכן, במחקר שלנו לא נמצא פער בין תלמידים מתקשים לתלמידים לא מתקשים בכיתה ג' בשני המשתנים של דיוק וזמן. אחוז הדיוק עולה במידה ניכרת ככל שעולה הגיל.

דיון ומסקנות

כמאבחנים, מורים וכחוקרים הנחשפים מדי יום ביומו לתלמידים מתקשים ולתלמידים עם ליקויי למידה במתמטיקה, חשוב לנו שהערכת הידע החישובי שלהם לא תישען אך ורק על משתנים של מהירות ודיוק בחישוב (ראו נתוני מבדק במאמר קודם – בן-יהודה ואחרות, 2014). עליה לכלול גם את חקירת דרכי החישוב של התלמידים, ניתוח השיח שלהם בשעה שהם מסבירים את החישוב וחשיפת המידה שהם משתמשים בה בתובנה מספרית. יש לבנות תוכניות התערבות לתלמידים מתקשים במתמטיקה על פי ממצאי הערכה המביאה בחשבון את כל המשתנים האלה.

מטרת מחקר זה היא ללמוד על הדרך שבה תלמידים מתקשים ולא מתקשים מבצעים חישוב של עובדות יסוד וחישובים פשוטים, כאשר המטלות המוצגות לפניהם מעודדות תובנה מספרית. לשם כך השתמשנו במבדק שכלל תרגילי חישוב בארבע פעולות חשבון בעל פה, בכתב ובמטלת זיהוי תשובות נכונות ושגויות. הוצגו לפני התלמידים תרגילים שאפשר ליישם בהם אסטרטגיות הנשענות על תובנה מספרית. התלמידים התבקשו בכמה מהמטלות להסביר את הדרך שבאמצעותה הם פתרו את התרגילים (בן-יהודה ואחרות, 2014).

השערת המחקר הראשונה הניחה שתלמידים מתקשים יצליחו לפתור במדויק תרגילים הנשענים על **תובנה מספרית** בדומה לתלמידים לא מתקשים. השערת המחקר השנייה הניחה שההבדל העיקרי בין תלמידים מתקשים ללא מתקשים בחישוב יהיה **במשתנה של מהירות** ביצוע התרגילים לטובת הלא מתקשים.

ההשערה הראשונה לא אומתה וההשערה השנייה אומתה. כצפוי ממצאי המחקר מראים שישנם הבדלים בין תלמידים מתקשים ללא מתקשים במשתנים של החישוב: דיוק ומהירות חישוב, באופן שתלמידים מתקשים מדייקים פחות והחישוב לוקח להם זמן ארוך יותר. ממצא זה ידוע וצפוי (Bryant et al., 2000). עם זה התבוננות ממוקדת בממוצעים ובסטיות התקן של משתנה הדיוק מראה שבכל המשימות, גם בחיבור-חיסור וגם בכפל-חילוק, הביצוע הממוצע של התלמידים המתקשים היה גבוה יחסית (לפחות 8 תרגילים מתוך 10 בחיבור-חיסור ולפחות 8 תרגילים מתוך 12 בכפל-חילוק), מה שמעיד על רמת תפקוד לפחות ממוצעת. נוסף על כך, בדיקת תהליך החישוב מראה שימוש בדרכי פתרון הנשענות על תובנה מספרית אצל התלמידים המתקשים כמו אצל התלמידים הלא מתקשים. אומנם יישום האסטרטגיות דורש מהתלמידים המתקשים זמן רב מאוד, אך הוא משפר את הביצוע שלהם. ממצא זה מראה שגם תלמידים מתקשים מצליחים לפתור נכון אם מקצים להם די זמן לשם שימוש באסטרטגיות הנשענות על תובנה מספרית. בולר (Boaler, 2014) מדווחת על ממצאים דומים.

עוד נמצא במחקר שיש תרגילים שרמת הדיוק בחישוב של התלמידים המתקשים דומה לזו של הלא מתקשים. היו תרגילים "קלים" שגם המתקשים דייקו בהם בכל מאת האחוזים (לדוגמה 4X5 ו-3X4). תרגילים אלה שימשו לתרגילי בסיס המאפשרים פתרון מתוך תובנה מספרית של תרגילים קשים יותר (לדוגמה 8X5 על בסיס התרגיל 4X5). ואכן, מניתוח השיח שהתלמידים ניהלו נמצא שהם היו ערים לקשר זה והשתמשו בו כאסטרטגיה לפתרון. לדוגמה: על פי השיח שהתלמידים ניהלו אפשר להבחין שבתרגילים 6+19; 6+9, הם ייעלו את החישוב באמצעות שימוש בתרגיל המוכר לפתרון תרגיל חדש, מה שמראה כי התלמידים השתמשו באסטרטגיה מתוך הבנה. תהליך זה של קישור עובדות מאפשר אחסון אקטיבי ויעיל בזיכרון המתפתח בבוא העת לשליטה בחישוב ומאפשר להשתמש בהם בחישובים מורכבים יותר (Baroody, 2006; Kilpatrick et al., 2001; 2016). ברודי (Baroody, 2006) ובולר (Boaler, 2014) מדגישים שעל המורים למתמטיקה להתמקד בתהליך זה ולחשוף את התלמידים לדפוסים החוזרים בעובדות היסוד (חוקי הפעולה) ולגילוי קשרים בין עובדות.

באשר לאיטיות בחישוב, לא מפתיע שממוצעי מהירות החישוב של התרגילים אצל התלמידים המתקשים היו נמוכים מאשר אצל הלא מתקשים, שכן יישום אסטרטגיות בחישוב דורש זמן. עם זה גם השונות במשתנה מהירות החישוב בקרב המתקשים הייתה גבוהה: היו כאלה שמהירות החישוב שלהם הייתה דומה לזו של הלא מתקשים, וכאלה שנדרש להם זמן רב יותר לחשב.

בהשערה השלישית הנחנו שיימצא הבדל בשתי דרכי החישוב (חישוב בעל פה וחישוב בכתב) גם אצל תלמידים מתקשים וגם אצל הלא מתקשים. מצאנו שבחישוב בכתב בארבע פעולות החשבון אצל התלמידים המתקשים והלא מתקשים ממוצעי הדיוק גבוהים מאשר בחישוב בעל פה. ההשערה מסתמכת על מודלים המסבירים שבעת פתרון תרגילים בעל פה יש הישענות רבה על זיכרון העבודה אצל תלמידים עם הפרעות בלמידה (Dehn, 2008; Mabbott & Bisanz, 2008; Kyttälä at al., 2010; Bergman-Nutley & Klingberg, 2014). זיכרון זה עשוי להיות חלש ולכן ביצוע התרגילים בעל פה קשה להם יותר. כאשר התרגיל מוצג חזותית יש פחות עומס על זיכרון העבודה ולכן הדיוק גבוה יותר וזמן הפתרון נמוך יותר (Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019). הצגת תרגילים בכתב מאפשרת לתלמידים לזהות ביתר קלות את הקשר בין הסמלים הגרפיים שבתרגילים, להשוות ולפעול מתוך תובנה מספרית ומתוך כך להגיע לתוצאה מדויקת יותר לעומת חישוב בעל פה. עדות לכך ניתנה בשיח של התלמידים שאמרו "רואים שזה קשור", "רואים שזה אותו הדבר".

לגבי התלמידים המתקשים מצאנו ממצא מעניין והוא שבחישוב חיבור וחיסור בכיתה ג' היה הדיוק בחישוב בעל פה טוב מהחישוב בכתב. אין לנו הסבר ברור לממצא זה אך ייתכן שהסיבה היא שמורים להוראה מותאמת בכיתות יסוד מרבים לתרגל תרגילי חיבור וחיסור, שכן הם רואים בהם ידע בסיסי הדרוש ללומד המתקשה לצורך למידת המשך. בגיל מאוחר (כיתות ה'-ו') פוחת השינון ופוחתת מיומנות החישוב בעל פה. עוד מצאנו במחקר זה שבחישוב תרגילי הכפל והחילוק בכתב נדרש למתקשים זמן רב מאשר חישוב בעל פה, בעוד בכל שאר הפעולות נדרש זמן רב יותר לחשב בעל פה לעומת חישוב בכתב גם למתקשים וגם ללא מתקשים.

הממצא החשוב ביותר במחקר זה הוא **שגם תלמידים מתקשים יכולים להצליח כאשר מעודדים אותם לחשב בדרך של תובנה מספרית.** תובנה מספרית מחזקת את היכולת שלהם לזכור עובדות מתמטיות ולחשב ביעילות ובגמישות. שיחה, הנמקה ורפלקציה על הסיבות לשימוש בשיטות מגוונות מפתחות את הזיכרון ואת ההבנה ומאפשרות ללומד לפעול מתוך תחושת שליטה (Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019). חשוב ללמד תלמידים שהישגיהם נמוכים להשתמש במספרים בגמישות ולפתח רהיטות חישובית ותובנה מספרית. מורים המדגישים שינון וחישוב מהיר של עובדות יסוד גורמים לתלמידים ללחץ ולחרדה ממקצוע המתמטיקה (Remiraz et al., 2013).

לממצאי מחקר זה יש כמה השפעות יישומיות חשובות:

א. נמצא שההבדל העיקרי בין תלמידים מתקשים לתלמידים לא מתקשים הוא במשתנה מהירות החישוב, וכאשר נותנים למתקשים די זמן כדי ליישם את אסטרטגיות החישוב מתוך תובנה מספרית הם מצליחים לפתור ברמה דומה לזו של הלא מתקשים, לפחות בחלק מהתרגילים. אם כך אפשר להסיק שבעת הערכת הידע שלהם יש לספק להם מטלות המאפשרות ליישם אסטרטגיות המסתמכות על תובנה מספרית ויש לתת להם די זמן כדי ליישם את התובנה המספרית שלהם.

ב. ראוי שמורים ומאבחנים לא יסתפקו בהסתכלות בתוצר החישוב בלבד אלא יבקשו מהתלמיד לתאר את הדרך שהוא פועל לפיה, את דרכי החשיבה שלו ואת האסטרטגיות שהוא משתמש בהן.

ג. ממוצעי זמן החישוב של כלל אוכלוסיית המדגם הלקוחים מכיתות הטרוגניות, מראים שהתלמידים פתרו 10 תרגילי חיבור וחיסור או 12 תרגילי כפל וחילוק, בזמן ממוצע של כ-68 שניות (למקבץ כולו). ממצא זה יכול לאותת למורה שכל מי שזמן החישוב שלו נמוך מממוצע זה במידה רבה עלול להיחשב מתקשה.

ד. מומלץ להגיש לתלמידים משימות המשלבות בין תרגילי חישוב בעל פה ובכתב, שכן החישוב בכתב לוקח פחות זמן.

ה. תוכניות התערבות ללימוד חישוב לתלמידים מתקשים צריכה לכלול שני מרכיבים מרכזיים: הוראה של אסטרטגיות המשתמשות בתובנה מספרית לצד אימון לשליפה מהירה של מידע חישובי.

ממצאי מחקר זה הם בסיס ראשוני לחקירה נוספת. במחקר זה התמקדנו בתרגילים שיש ביניהם קשר המאפשר יישום אסטרטגיות הנשענות על תובנה מספרית, ולא השווינו את הממצאים עם נתונים מתרגילים המוצגים במקרה ושאינם נשענים בהכרח על תובנה מספרית. יש מקום למחקר נוסף שירחיב את ההתבוננות בדרכי החישוב ויאפשר להשוות את מידת הדיוק ומהירות החישוב בתרגילים שיש ביניהם קשר הנשען על תובנה מספרית, לתרגילים המוצגים במקרה וללא קשר כזה. נוסף על כך, דרוש מחקר המשך שיוגדרו בו רמות קושי של התלמידים בדיוק רב על פי הישגים ולא רק על פי הערכות מורה.

רשימת מקורות

בן-יהודה, מ' ושרוני, ו' (2009). **אח"ד מי יודע?: אבחון חשבון דידקטי: ערכה לאבחון ואיתור קשיים בחשבון/מתמטיקה.** יסוד.

בן-יהודה, מ', שרוני, ו' ואלמוג, נ' (2014). פיתוח כלי לבדיקת המהירות והדיוק בחישוב המבוסס על תובנה מספרית בקרב תלמידים בכיתות ג'-ו'. **דפים, 58**, 224-197.

ברוזה, א' ובן-דוד קוליקנט, י' (2017). תהליכי למידה של תלמידים תת-משיגים במתמטיקה בסביבה עשירה בפיגומים ותיווך אינטנסיבי של מורה – חקר מקרה. **מספר חזק 2000, 28**, 29-14.

דורפברגר, ש' ומלאכי, ר' (2018). תרומתם של סוגי הוראה שונים לזכירת עובדות הכפל בקרב תלמידות יסוד בחינוך הממלכתי-דתי. **רב גוונים, 16**, 236-215.

כץ, ש' ודרור, ט' (2014). אמונות מחוללות פעולה – גם במתמטיקה. **שאנן, יט**, 219-195.

מרק-זגדון, נ' (2011). דיסקלקוליה התפתחותית: הגדרה, מאפיינים והשלכות דידקטיות. **מספר חזק 2000, 19**, 14-10.

נשר, פ', מאונטוויטן, מ', אוברמן, ג', אלברט, ג', וייס, ר', עמית, מ', פרידלנדר, א', קורן, מ', ראסלאן, א' ושטיינברג, ר' (2006). **תכנית הלימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים.** משרד החינוך, התרבות והספורט. https://meyda.education.gov.il/files/Tochniyot_Limudim/Math/Yesodi/mavo1.pdf

מרק-זגדון, נ', בן יהודה, מ', זילבר-מלמד, ע', מירון, ר', סגליס, ב', פיילכנפלד, ד' ותנעמי, י' (2014). **מסמך התאמת תכנית הלימודים במתמטיקה של בית הספר היסודי לתלמידי החינוך המיוחד.** אגף פרסומים, משרד החינוך. https://meyda.education.gov.il/files/Mazkirut_Pedagogit/matematika/mismach_hatamot.pdf

משרד החינוך. (2010). **מסקנות פדגוגיות ממבחן מיצ"ב במתמטיקה לכיתה ה' – תשס"ט.** https://cms.education.gov.il/NR/rdonlyres/ED8408A2-65F7-42F2-B297-3C840AE8D40D/127101/MaskanotPedagogiot1.

Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom analysis. *Early Childhood Education Journal*, *43*(4), 257-267.

Baker, S., Gersten, R., Flojo, J., Katz, R., Chard, D., & Clarke, B. (2002). *Preventing mathematics difficulties in young children: Focus on effective screening of early number sense delays* (Vol. 305). Technical Report, Pacific Institutes for Research.

Baroody, A. J. (2006). Why children have difficulties mastering the basic number combinations and how to help them. *Teaching Children Mathematics*, *13*(1), 22-31. https://www.kentuckymathematics.org/docs/eerti-BaroodyTCM2006.pdf

Baroody, A. J. (2016). Curricular approaches to connecting subtraction to addition and fostering fluency with basic differences in grade 1. *PNA, 10*(3), 161-190. http://dx.doi.org/10.30827/pna.v10i3.6087

Barrera-Mora, F., & Reyes-Rodriguez, A. (2019). Fostering middle school students number sense through contextualized tasks. *IEJEE, 12*(1), 75-86. https://www.iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/800/432

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense implications for children with Mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 333-339. https://doi.org/10.1177/00222194050380040901

Bergman-Nutley, S., & Klingberg, T. (2014). Effect of working memory training on working memory, arithmetic and following instructions. *Psychological Research, 78*(6), 869-877. https://doi.org/10.1007/s00426-014-0614-0

Boaler, J. (2014). Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts. *Youcubed*, 1-28. https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2017/09/Fluency-Without-Fear-1.28.15.pdf

Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities, 33*(2), 168-177. https://doi.org/10.1177/002221940003300205

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46*(1), 3-18. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Earlbaum Associates.

Dehn, M. J. (2008). *Working memory and academic learning: Assessment and intervention*. John Wiley & Sons, Inc.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.

Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & language, 16*(1), 16-36. https://doi.org/10.1111/1468-0017.00154

Faulkner, V. N., & Cain, C. (2009). The components of number sense: An instructional model for teachers. *Teaching Exceptional Children, 41*(5), 24-30. https://doi.org/10.1177/004005990904100503

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (n.d.). *CCSSM: Common core state standards for mathematics*. https://www.nctm.org/ccssm

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. https://www.rainierchristian.org/NCTM_principles-and-standards-for-school-mathematics.pdf

US Department of Education. (2008). *Foundations for success: The final report of the national mathematics advisory panel.* https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED500486.pdf

Remiraz, G., Gunderson, E., A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math anxiety, working memory and math achievement, in early elementary school. *Journal of Cognition and Development, 14*(2), 187-202. https://doi.org/10.1080/15248372.2012.664593

Rusconi, E., Priftis, K., Rusconi, M. L., & Umilta, C. (2006). Arithmetic priming from neglected numbers. *Cognitive Neuropsychology, 23*(2), 227-239. https://doi.org/10.1080/13594320500166381

Russell, S. J. (2000). Developing computational fluency with whole numbers. *Teaching Children Mathematics, 7*(3), 1-9. https://investigations.terc.edu/inv2/wp-content/uploads/2017/10/Developing-Computational-Fluency-with-Whole-Numbers-in-the-Elementary-Grades.pdf

Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th grade students in Taiwan. *Educational Studies, 31*(3), 317-333. https://doi.org/10.1080/03055690500236845

Zuhal, Y. (2017). Young children's number sense development: Age related complexity across cases of three children. *International Electronic Journal of Elementary Education, 9*(4), 891-902. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1146711.pdf

Geary, D. C. (2003). Learning disabilities in arithmetic: Problem-solving differences and cognitive deficits. In H. L. Swanson, K. R. Harris, & S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 199-212). The Guilford Press.

Geary, D. C. (2005). Role of cognitive theory in the study of learning disability in mathematics. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 305-307. https://doi.org/10.1177/00222194050380040401

Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, *47*(6), 1539-1552. https://doi.org/10.1037/a0025510

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 293-304. https://doi.org/10.1177/00222194050380040301

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-218. https://doi.org/10.2307/749074

Howden, H. (1989). Teaching number sense. *The Arithmetic Teacher, 36*(6), 6-11. https://doi.org/10.5951/AT.36.6.0006

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* National Academies Press.

Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamäki, J. (2010). Working memory resources in young children with mathematical difficulties. *Scandinavian Journal of Psychology*, *51*(1), https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.2009.00736.x 1-15

Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., Bendotti, M., Bonanomi, M., & Siegel, L. S. (2003). Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. *Educational Psychology, 23*(5), 507-520. https://doi.org/10.1080/0144341032000123769

Mabbott, D. J., & Bisanz, J. (2008). Computational skills, working memory, and conceptual knowledge in older children with mathematics learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 41*(1), 15-28. https://doi.org/10.1177/0022219407311003

נספח 4: תרגילי חיבור-חיסור המרכיבים את המבדק

חלק א: חישוב בעל פה	חלק ב: חישוב בכתב (לאחר כ-20 דקות או הסחות)	חלק ג: סימון נכון/לא נכון (לאחר כ-20 דקות או הסחות) הסבר בקול (זיהוי)
3+6=	3+6=	3+6=9
13+6=	13+6=	13+6=17
9+6=	9+6=	9+6=15
19+6=	19+6=	19+6=15
29+6=	29+6=	29+6=35
25-6=	25-6=	25-6=15
8+7=	8+7=	8+7=15
7+8=	7+8=	7+8=14
15-8=	15-8=	15-8=6
14-7=	14-7=	14-7=6
זמן________	זמן________	זמן________
מספר שגיאות______	מספר שגיאות______	מספר שגיאות______