

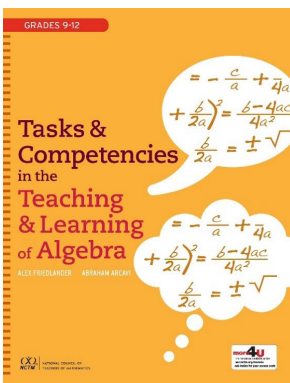
# המלצה על ספרם של אלכס פרידלנדר ואברהם הרכבי

## יניב ביטון



### ד"ר יניב ביטון

ראש תחום מתמטיקה במרכז לטכנולוגיה חינוכית (מטח), תל אביב.  
בוגר הטכניון במחלקה לחינוך, מדע וטכנולוגיה.  
מרצה לחינוך מתמטי בשאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.  
עוסק בהערכה ומדידה בחינוך מתמטי!



הספר "משימות וכשרים בהוראה ולמידת האלגברה" מיועד למורים, מרכזים ומדריכים בית-ספריים, סגלי הוראה של מוסדות להכשרת מורים, סטודנטים להוראה ובעלי תפקידים אחרים בתחום הוראת המתמטיקה בחטיבות העל-יסודיות.

הספר עוסק בנושאים ובמושגים מרכזיים הכלולים בתוכנית הלימודים למתמטיקה בכיתות ז'-י"ב, מתוך הדגשה והדגמה של סוגי פעילויות וכישורי חשיבה הנדרשים ללמידה משמעותית של האלגברה. הספר כתוב באנגלית, אך אפשר להשתמש בפעילויות לתלמיד בכיתות תלמידים, בקורסים לסטודנטים ובהשתלמויות מורים.

המחברים – ד"ר אלכס פרידלנדר ופרופ' אברהם הרכבי – הם חברי סגל במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע. תחומי העבודה והעניין העיקריים שלהם קשורים לפיתוח חומרי למידה, מחקר, הכשרת מורים ופרקטיות נהוגות בשיעורי מתמטיקה בחטיבת ביניים.

הספר Tasks and competencies in the teaching and learning of algebra יצא לאור ב-2017, בהוצאת האיגוד האמריקאי למורים למתמטיקה, NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), לאחר שהכותבים התבקשו להרחיב את מאמרם (Friedlander & Arcavi, 2012). הספר מציע פירוט רב של תהליכי חשיבה כדי לאפשר לתלמידים להבין וליישם פרוצדורות ומושגים הקשורים לאלגברה.

אלה הם הכשרים המתוארים והמודגמים בספר:

- הבנה ויישום מושגים
- תפיסה מבנית
- חשיבה מסתעפת
- בניית מודל והבנת משמעות הפתרון המתמטי שלו
- מעבר בין ייצוגים
- חשיבה הפוכה
- יצירת דוגמאות
- בקרה על פתרונות עצמיים או על פתרונות נתונים
- הכללה
- הנמקה, הצדקה והוכחה

כשרים אלה מודגמים באמצעות 48 משימות מוכנות לשכפול ולהעברה בכיתה. המשימות מקובצות בארבעה פרקים (12 משימות בכל פרק): ביטויים אלגבריים, משוואות, פונקציות ומשימות אינטגרטיביות. כל משימה כוללת:

- פעילות לתלמיד שסעיפה מדורגים לפי רמת מורכבות
  - תיאור מטרות ורעיונות עיקריים שבפעילות
  - הנחיות להפעלה, פתרונות מתאימים של המשימות ודוגמאות לפתרונות צפויים של תלמידים
  - ניתוח של הכשרים שהפעילות מזמנת ומטפחת
- בהמשך מובאים קטעים נבחרים משתי פעילויות לתלמיד (מהפרקים ביטויים אלגבריים ומשימות אינטגרטיביות).

פעילות הראשונה (איור 1) נועדה לשמש מבוא או סיכום לנושא של נוסחאות הכפל המקוצר, ומראה כי התוצאות המתקבלות בנוסחאות אלה הן מקרים פרטיים השייכים לקבוצה רחבה יותר של תוצאות אפשריות. הכשרים הנדרשים בפעילות זאת הם הבנה ויישום מושגים (מכפלות של שני בינומים מסוגים אחרים), חשיבה הפוכה (בניית תרגילים מתאימים לתוצאות שהאפיון שלהן נקבע מראש), יצירת דוגמאות וחשיבה מסתעפת (מציאת דרך אחת או דרכים רבות בשביל תוצאה מבוקשת) ובקרה על פתרונות עצמיים (בדיקת פתרונות על סמך ביצוע תרגילים שבנו הפותרים).

הפעילות השנייה (איור 2) היא משימה אינטגרטיבית המשלבת תחומים מספר: אלגברה (בניית ביטויים אלגבריים, שרטוט גרפים וחקירת פונקציות), גאומטריה (דמיון משולשים), ואף יכולה לשמש "זריעה מוקדמת" של מושגים בחשבון דיפרנציאלי (הקשר בין מושג האינטגרל שיילמד בעתיד ובין ביטויים אלגבריים, גרפים ושטחים). הכשרים הנדרשים בפעילות זאת הם הבנה ויישום מושגים (ראו לעיל), בניית מודלים (מעבר מסיטואציה גאומטרית אל ייצוגם האלגברי והגרפי), חשיבה הפוכה (מציאת השטח המתאים לערך נתון של משתנה, במקום בכיוון הנפוץ יותר של מעבר מערך נתון של המשתנה אל השטח המתאים) והנמקה (מציאת הסבר לתוצאה המפתיעה בסעיף האחרון של הפעילות).

**Part 3**

In this part, we explore the function that represents the variation of the shaded area, as shown in the figure below.

6. Write an algebraic expression for a function  $h(x)$  that represents the area of the shaded trapezoid for increasing values of  $x$ .  
Define the domain and the range of the area function  $h(x)$ , and sketch its graph.

7. Dylan claimed that the area function  $h(x)$  is decreasing. Do you agree? Explain.

8. Find the value of  $x$  for which the area of the shaded inner trapezoid is half the area of that of the large triangle.

9. Show in a geometrical and an algebraic way that  $f(x) = g(x) + h(x)$ .

איור 2: חוקרים את פונקציית השטח שמשמאל לקטע אנכי שנע משמאל לימין במשולש ישר זווית

לסיום, ספרם של ד"ר אלכס פרידלנדר ופרופ' אברהם הרכבי מצטיין בעושר של פעילויות ובמסגרת מושגית שנועדה לכסות מגוון רחב של תהליכי חשיבה כדי לאפשר לתלמידים להבין וליישם הן את הפרוצדורות והן את המושגים הקשורים לאלגברה ולשלב ביניהם.

ממליץ בחום!

### רשימת מקורות

Friedlander, A., & Arcavi, A. (2012). Practicing algebraic skills: A conceptual approach. *Mathematics Teacher*, 105(8), 608-614. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.105.8.0608>

Friedlander, A., & Arcavi, A. (2017). *Tasks and competencies in the teaching and learning of algebra*. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

### Products of Two Binomials

#### Step 1

Predict: How many addends will appear in the expansion of this product:

$$(a + b) \cdot (c + d)$$

Expand the product and check your prediction.

#### Step 2

Consider the following template for this product:

$$(\square \circ \square) \cdot (\square \circ \square)$$

Replace each  $\square$  with one of the variables  $a, b, c, d$ , and replace each  $\circ$  with the sign of either plus or minus, so that the simplified expansion will have the required number of terms.

Variables or operations can be repeated.

- The simplified expansion has four terms.
- The simplified expansion has three terms.
- The simplified expansion has two terms.
- The simplified expansion has one term.
- The simplified expansion will cancel out to zero.

איור 1: בניית מכפלות של שני בינומים