

כפל וחילוק מספרים טבעיים ואפס בכיתות של תלמידים לקויי למידה: ידע מורים וחוללות עצמית שלהם

רחל פילו
איריס שרייבר



ד"ר רחל פילו

מרצה להוראת המתמטיקה, הוראה מותאמת במתמטיקה ומדריכה פדגוגית במכללת סמינר הקיבוצים. מרצה להוראת המתמטיקה במכללת תלפיות בחולון ובעלת ניסיון עשיר בהדרכת מורים. תחומי עניין עיקריים: ידע וחוללות עצמית של מורים ומתכשרים להוראה, התאמת מודלים מתמטיים לפתרון בעיות ותפיסת תפקיד המתמטיקה.

תקציר

מאמר זה מציג חלק ממחקר המתמקד בהוראת פעולות החשבון כפל וחילוק, שבו השתתפו 64 מורים המלמדים בכיתות של תלמידי לקויי למידה. במחקר נבדקו שני משתנים העשויים להשפיע על תהליך ההוראה-למידה: 1. ידע המורים הכולל ארבעה מרכיבי ידע שונים (ידע תוכן שגרת, ידע תוכן לא שגרת, ידע פדגוגי של תוכן והוראה וידע פדגוגי של תוכן ותלמידים). מרכיבי ידע אלה נקבעו על פי המסגרת התאורטית של דבורה בול ועמיתיה; 2. רמת החוללות העצמית (self-efficacy) של המורים במרכיבי ידע אלו.

במחקר נמצאו הבדלים ניכרים בין רמות הידע ובין רמות החוללות העצמית של המורים בארבעת מרכיבי הידע שנבדקו. רמת הידע הגבוהה ביותר ורמת החוללות העצמית הגבוהה ביותר של המורים נמצאו בידע תוכן שגרת. רמת הידע הנמוכה ביותר ורמת החוללות העצמית הנמוכה ביותר של המורים נמצאו בידע פדגוגי של תוכן ותלמידים. ממצאי המחקר עשויים להשפיע על הכשרה והדרכת מורים למתמטיקה בכיתות חינוך המיוחד המלמדים כפל וחילוק במספרים טבעיים.

מילות מפתח: ידע תוכני; ידע פדגוגי-תוכני; חוללות עצמית; חינוך מיוחד; כפל; חילוק.

מבוא

הוראת הכפל והחילוק במספרים טבעיים ואפס היא חלק מרכזי בתוכניות לימודים במתמטיקה בארץ ובעולם ונדונה בהרחבה בספרות המחקרית זה מספר עשורים. חוקרים רבים עסקו בדרכי הוראה מומלצות לפעולות הכפל והחילוק המסייעות להבנה, וממליצים על שימוש בחוקים ועקרונות מתמטיים ללימוד האלגוריתמים, יצירת קשר בין הפעולות, שימוש באמצעי המחשה ומשחקים, שימוש במודלים ושילוב של שאלות מילוליות מחיי יום-יום (Bakker et al., 2016; Boaler, 2015; Downton, 2013;)



ד"ר איריס שרייבר

ראש המסלול להכשרת מורים למתמטיקה באוניברסיטת בר-אילן, מרצה למתמטיקה ולהוראת מתמטיקה בסמינר הקיבוצים. כיהנה במגוון תפקידים במערכת החינוך, בין השאר כמנהלת בית ספר תיכון וכמדריכה מחוזית מטעם הפיקוח על הוראת המתמטיקה. תחומי מחקר עיקריים: שילוב תקשוב בהוראת מתמטיקה, ידע מורים, חוללות עצמית של מורים.

(Fuson, 2003; Jong & Magruder, 2014). כמו כן חוקרים עסקו בדרכי חשיבה של תלמידים ובשינויים שלהם, שמקורן שימוש שגוי בחוקים או אינטואיציות שגויות שהתגלו במהלך פתרון בעיות כפל וחילוק (Bainbridge, 1981; Fischbein, 1994; Radatz, 1997).

במחקר הנוכחי נבדקו שני משתנים העשויים להשפיע על איכות תהליך ההוראה-למידה בכלל והוראת כפל וחילוק בפרט:

משתנה אחד הוא הידע הנדרש להוראת מתמטיקה, אשר חוקרים רבים ניסו להגדיר את מרכיביו (Ball et al., 2008; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Shulman, 1986). טענה רווחת היא שלהוראה יעילה של מתמטיקה נדרש בין השאר ידע של תחום התוכן (למשל, הידע לפתור, ידע של מושגים, חוקים ואקסיומות) וידע פדגוגי-תוכני (למשל, דרכי ייצוג לבעיה, זיהוי תפיסות נכונות ושגויות של תלמידים). ידע מורים למתמטיקה נמצא משפיע על תהליכי ההוראה-למידה, על הישגי לומדים בכלל ועל הישגי לומדים בכיתות חינוך מיוחד בפרט (Brownell et al., 2010; Van-Ingel et al., 2016).

משתנה שני העשוי להשפיע על איכות תהליך ההוראה-למידה הוא חוללות עצמית הקשורה לתחום הרגש. חוללות עצמית היא אמונה של האדם ביכולתו לארגן ולבצע בהצלחה סדרת פעולות הדרושות לשם השגת תוצאה רצויה (Bandura, 1977, 1986). החוללות העצמית היא נתון חשוב בתפקוד המורה: מחקרים מראים שככל שהחוללות העצמית של המורה גבוהה יותר, כך משתפר תפקודו ותפקודם של תלמידיו (Skaalvik & Skaalvik, 2010).

למיטב ידיעתנו, טרם נערך מחקר המשלב בדיקת ידע מורים המלמדים כפל וחילוק בכיתות חינוך המיוחד עם תחושת החוללות העצמית שלהם בידיעה זו. לפיכך מטרת המחקר הנוכחי היא לבחון ידע של מורים בכיתות של תלמידים לקויי למידה בעניין ארבעה מרכיבים של ידע (ידע תוכן שגרת, ידע תוכן לא שגרת, ידע של תוכן והוראה וידע של תוכן ותלמידים) ולבדוק את רמת תחושת החוללות העצמית שלהם במרכיבי הידע למיניהם.

רקע תאורטי

לימודי כפל וחילוק (במספרים טבעיים ואפס) בבית הספר היסודי

אחת המטרות המרכזיות של הוראת מתמטיקה בבית הספר היסודי היא לפתח את הבנת מושג המספר בכלל והמספר הטבעי בפרט כבסיס לבנייה של מערכת המספרים כולה. על פי תוכנית הלימודים במתמטיקה לחינוך היסודי, הכפל והחילוק הם חלק ניכר מהוראת המספרים הטבעיים והפעולות בהם, וכוללים מספר מרכיבים: משמעות הפעולות, שליטה בעובדות הכפל והחילוק במסגרת לוח הכפל ולימוד האלגוריתמים המבוססים על המבנה העשרוני ועל חוקי פעולה. במהלך הוראת נושאים אלו עוסקים בפיתוח מיומנויות חישוב לצד עידוד תובנה מספרית המתבטאת בין השאר בשימוש והבנה של דרכי פתרון מגוונות ובגילוי פתיחות לדרכים חדשות (משרד החינוך, 2006). בקרב העוסקים בחינוך המתמטי ישנה הסכמה כי יש חשיבות גדולה לעסוק בכפל וחילוק במספרים טבעיים ואפס. כדי לבסס את ידע התלמידים בנושאים אלו יש לחזק תובנה מספרית ולהשתמש בעקרונות המבנה העשרוני, בחוקי פעולה לביצוע הפעולות, ביצירת קשרים בין הפעולות ובפתרון תרגילים בדרכים למיניהן. חוקרים רואים חשיבות רבה להצגת אלגוריתמים שונים לאותה פעולה כחלק מפיתוח רהיטות חישובית ולעידוד תלמידים ליצור אלגוריתמים חלופיים במהלך שימוש בהמשות

ובחוקי פעולה (תירוש, 1996; Fuson, 2003). כדי לבסס את משמעותיות הפעולות ולהעמיק את ההבנה בנושא חילוק, חוקרים ממליצים לשלב שאלות מילוליות, להשתמש במודלים במשימות מגוונות ולחזק את הקשר בין החילוק לכפל (Downton, 2013). גם בכיתות החינוך המיוחד הכפל והחילוק במספרים טבעיים ואפס משמשים חלק מרכזי בלימודי המתמטיקה. כדי לסייע למורים לענות על הצרכים הייחודיים של תלמידים הלומדים מתמטיקה במסגרות של החינוך המיוחד נכתב מסמך ובו ההתאמות הנדרשות לתוכנית הלימודים במתמטיקה של בית הספר היסודי (משרד החינוך, 2014). מסמך זה הוא ביטוי מעשי למגמה ההולכת ומתרחבת בעשרים האחרונים, למודעות לזכויותיהם של תלמידים עם צרכים מיוחדים מבחינה אקדמית, קוגניטיבית, חברתית ורגשית כדי לקדם אותם ולהכניס לחיים עתידיים כבוגרים המשתלבים בחברה ובקהילה. על פי מסמך זה, יש לעסוק בנושא פעולות הכפל והחילוק בביצוע חישובים שונים, בקשר בין הפעולות לייצוגים שונים, בפתרון שאלות מילוליות, בהיכרות עם חוקי פעולה הקשורים לתרגילי כפל וחילוק ובביצוע קשרים בין פעולות אלו.

חוקרים שעסקו בהוראת פעולות הכפל והחילוק בכיתות חינוך מיוחד הדגישו את החשיבות בביסוס משמעותיות הכפל והחילוק באמצעות שאלות מחיי יום-יום, שימוש במודלים להמחשת משמעותיות הפעולה (כגון ציר מספרים להדגמת משמעות הכפל כחיבור חוזר, שטח מלבן לייצוג חוק הפילוג המורחב בכפל), שימוש בחוקי חשבון, פיתוח תובנה מספרית ושימוש באמצעי המחשה ומשחקים (Bakker et al., 2016; Boaler, 2015; Cimen, 2014). מחקרים למיניהם אפיינו קשיים ושינויים של תלמידים בפתרון בעיות כפל וחילוק וגילו בין השאר שגיאות בשימוש בחוקים ובאלגוריתמים (Bainbridge, 1981; Radatz, 1997), שגיאות הנובעות מהכללת יתר או מאינטואיציות הקשורות לניסיון או לידע מתמטי קודם (Fischbein, 1994).

הידע הנדרש להוראת מתמטיקה בכלל ולהוראת נושאי הכפל והחילוק בפרט

בעשורים האחרונים עוסקים אנשי חינוך רבים בסוגיית הידע הנדרש להוראה ובהגדרת מרכיביו (Ball et al., 2008; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Shulman, 1986; Sullivan, 2011; Tchoshanov, 2011). אחת הטענות הרווחות היא שלהוראה יעילה של מתמטיקה נדרש בין השאר ידע של מה התלמיד יודע, מה הוא צריך ללמוד ומהן תפיסותיו הנכונות והשגויות. שולמן, אחד החוקרים המרכזיים שעסק בהגדרת הידע הנדרש להוראה (Shulman, 1986, 1987), טען כי הידע הנדרש למורים הוא שילוב של ידע תוכן עם ידע פדגוגי ויש בו שלושה מרכיבים: 1. ידע של תחום התוכן (subject matter knowledge) הנוגע למתמטיקה ויש בו מושגי יסוד, אקסיומות, הגדרות, חוקים ומשפטים; 2. ידע של תוכנית הלימודים (curricular knowledge) הכולל היכרות עם תוכנית הלימודים והנושאים השונים במתמטיקה הנלמדים לאורך השנים; 3. ידע פדגוגי-תוכני (pedagogical content knowledge) הכולל מרכיבים המקשרים בין ידע התוכן לפדגוגיה בנושא מתמטיקה ויש בו, למשל, דרכי הצגת רעיון מתמטי, אנלוגיות מתמטיות, דוגמאות, הדגמות והסברים מתמטיים, תפיסות נכונות ושגויות של תלמידים וידע של מה קל/קשה לתלמידים בתחומים ספציפיים במתמטיקה. תרומתו העיקרית של שולמן היא בהגדרת המושג ידע פדגוגי-תוכני שעורר עניין רב בקרב חוקרים רבים.

קבוצות חוקרים ובראשם דבורה בול (Ball & Bass, 2003; Ball et al.)

למתמטיקה בחינוך המיוחד נמצא כי איכות ההוראה של המורים בכיתות חינוך מיוחד קשורה בידע שלהם (התוכני והפדגוגי) בתחום הדעת, לצד הידע שלהם בהיבטים ספציפיים לחינוך מיוחד (Brownell et al., 2010; Van-Inger et al., 2016). כמו כן, נמצאו קשרים בין ההכשרה, ההדרכה, והפיקוח שקיבלו המורים לידע שלהם ולאיכות ההוראה בכיתה (Treahy & Gurganus, 2010).

עוד משתנה העשוי להשפיע על איכות תהליך ההוראה-למידה הוא חוללות עצמית הקשורה לתחום הרגש.

חוללות עצמית (self efficacy)

לפי בנדורה (Bandura, 1977, 1986) המונח חוללות עצמית הוא אמונה של האדם ביכולתו לארגן ולבצע בהצלחה סדרת פעולות הדרושות לשם השגת תוצאה רצויה המתווכת בין היכולת לביצוע. לשם ביצוע אפקטיבי של מטלה דרושים לאדם הן הכישורים המתאימים והן האמונה והביטחון ביכולתו להפעילם כנדרש. על פי בנדורה ועמיתיו (Bandura et al., 2003), חוללות עצמית משפיעה על התנהלותו של האדם ועל תפקודו. אנשים נוטים להימנע ממצבים שהם רואים אותם מאיימים וחורגים מיכולותיהם או מתחום הידע שלהם. לעומת זאת, הם פועלים בביטחון במצבים שלא נראים להם מאיימים. לרמת החוללות העצמית יש השפעה ישירה על הבחירה בדרכי פעולה ומכך גם נגזרים מידת המאמץ שהאדם ישיקע ומשך הזמן שישקיע בניסיון לבצע משימה מסוימת: ככל שרמת החוללות העצמית שלו גבוהה יותר כך יתמיד במאמץ ובעשייה. חוללות עצמית היא משתנה העשוי להשפיע על תהליך ההוראה-למידה כיוון שתפקוד המורה והתלמיד בכיתה יכולים להיות קשורים לרמת הביטחון של כל אחד מהם למלא את תפקידו בהצלחה (Dellinger et al., 2008). חוללות עצמית של מורה נוגעת לשני אספקטים: חוללות עצמית בהוראה בכלל, הנוגעת לאמונה שתהליך ההוראה-למידה בבית הספר יכול להשפיע על מאפייני הלמידה ועל הישגי תלמידים, וחוללות עצמית של מורים בהוראה שלהם בפרט, הנוגעת לאמונתם שההוראה שלהם יכולה להשפיע על הלמידה ועל הישגי תלמידיהם (Bandura, 1986). מורים עם חוללות עצמית נמוכה בהוראה בכלל או בהוראה בפרט לא משקיעים מאמץ ולא מתמידים כאשר הם מלמדים תלמידים מתקשים מתוך אמונה שהתלמידים אינם מסוגלים ללמוד או שלהם עצמם אין הכישורים או המשאבים ללמד אותם. חוללות עצמית נמצאה קשורה גם לרמת השחיקה של המורה: ככל שהחוללות העצמית נמצאה נמוכה יותר, כך עלתה רמת השחיקה ורמת הניתוק מהלומדים וחוסר אמונה ביכולותיהם. מורה שרמת החוללות העצמית שלו נמצאה גבוהה חש יותר סיפוק וגילה מעורבות בהכנת תוכניות לימוד אישיות לתלמידים, בשיתופי פעולה עם הורים ועם עמיתים (Brouwers & Tomic, 2000). בעניין חוללות עצמית של מורים במסגרות חינוך מיוחד, נמצא כי ככל שהחוללות העצמית של המורה גבוהה יותר, כך משתפר תפקודו בבניית שיעורים ובקידום תלמידים (Skaalvik & Skaalvik, 2010) וכי מורים בעלי חוללות עצמית גבוהה מאמינים יותר ביכולת התלמידים ומצליחים יותר לקדם הישגים ולתת מענה הולם לתלמידים עם צרכים מיוחדים (Tschannen-Moran & Barr, 2004).

חוללות עצמית היא משתנה הנבדק במיוחד בנושא מסוים. למיטב ידיעתנו לא נמצאו מחקרים שבדקו את רמת החוללות העצמית של מורי חינוך מיוחד בתחום הידע שלהם על הוראת כפל וחילוק של מספרים טבעיים.

ניסו להגדיר במדויק את המושג ידע פדגוגי-תוכני בנושא מתמטיקה והגדירו שני מרכיבים של ידע תוכני (ידע תוכן שגרתי וידע תוכן ייחודי) ושני מרכיבים של ידע פדגוגי-תוכני (ידע של תוכן ותלמידים וידע של תוכן והוראה):

ידע תוכני

1. ידע תוכן שגרתי (CCK-Common Content Knowledge) הוא סוג ידע מתמטי שנדרש גם למי שאינם מורים. למשל, ידע לפתור או לחשב והידע הנדרש לביצוע פתרון נכון של בעיות חשבוניות. במחקר הנוכחי, פתרון תרגילי כפל וחילוק על פי האלגוריתמים המקובלים.

2. ידע תוכן ייחודי (SCK-Specialized Content Knowledge) הוא ידע ומיומנות מתמטית ייחודיים להוראה. למשל, בחינת דרכי פתרון לא שגרתיות לבעיה ובניית ייצוגים שונים לאותה בעיה. במחקר הנוכחי, הצגת מספר דרכי פתרון לאותו תרגיל.

ידע פדגוגי-תוכני

1. ידע של תוכן והוראה (KCT-Knowledge of Content and Teaching) הוא שילוב ידע תחום התוכן עם הוראה. למשל, אילו דוגמאות מתאימות להצגת נושא, עם אילו דוגמאות להעמיק את התוכן הנלמד, הערכת יתרונות וחסרונות של משימות שונות והיכרות עם דרכי ייצוג שונות לבעיות. במחקר הנוכחי, הצגת מגוון דרכי הוראה והמחשה לפתרון תרגילי כפל וחילוק.

2. ידע של תוכן ותלמידים (KCS-Knowledge of Content and Students) הוא שילוב ידע של תחום התוכן והיכרות עם תלמידים. למשל, שגיאות נפוצות של תלמידים, היכרות עם סיבות הגיוניות לשגיאות תלמידים וזיהוי מה קל/קשה לאוכלוסייה מסוימת של לומדים. במחקר הנוכחי, הצגת שגיאות מתאימות של תלמידים בתרגילי כפל וחילוק ומקורן והצעות לדרכי תיווך והמחשה לטיפול בשגיאות אלו.

הספרות המחקרית מדגישה את חשיבות הידע המתמטי והפדגוגי של מורים בהוראת הכפל וחילוק. במחקר שבו השוו ידע מתמטי של תלמידים, נמצא כי לידע המורים ולדרך ההוראה הנגזרת מידע זה, יש קשר להישגי התלמידים. תלמידים הצליחו יותר כאשר למדו עם מורים בעלי ידע רחב יותר שלימדו הבנת משמעות האלגוריתמים ולא למידה טכנית בלבד (Ma, 1999). במחקר אחר נמצא כי כאשר המורה מציג יותר מדרך אחת ומצדיק מדוע כל אחת מהדרכים נכונה, התלמידים גילו ידע מעמיק, יצרו קשרים בין פעולות למושגים ודרכי הפתרון שלהם היו מגוונות יותר (Takker & Subramaniam, 2018). בדומה למה (Ma, 1999), מרקוביץ' (2000) התומכת בגישת הוראה קונסטרוקטיביסטית, טוענת ששליטה באלגוריתם של הכפל דורשת כמה מיומנויות: הבנת משמעות הפעולה, זכירה של עובדות הכפל, הבנת המבנה העשרוני של המספר וערך מקום הספרות והבנת חוק הפילוג. לטענתה, הלמידה אינה יכולה להיות יעילה אם היא נעשית באמצעות "העברה" של ידע מהמורה לתלמיד. התלמיד לומד רק כאשר הוא בונה בעצמו את הידע. לשם כך למורה נדרש ידע פדגוגי-תוכני רחב והיכרות רחבה עם המיומנויות השונות ומשמעותן. אהרוני (2004) וסלסקי (2003) מחזקים את הדעה כי יש חשיבות בהוראת האלגוריתם של החילוק באמצעות הבנה ומציינים כי יש ללמדו במשמעות של הפעולה, מבנה העשרוני ואומדן. גם בקרב חוקרים העוסקים בחינוך מתמטי בכיתות חינוך מיוחד יש הסכמה כי לידע המורים חשיבות לתהליכי הוראה-למידה. במחקרים שבדקו מרכיבי ידע של מורים

מטרות ושאלות המחקר

מטרת המחקר לבחון את הידע התוכני והפדגוגי ואת רמת תחושת החוללות העצמית של מורים המלמדים מתמטיקה בחינוך המיוחד בכיתות של תלמידים לקויי למידה בנושאים כפל וחילוק במספרים טבעיים ואפס. ממטרת המחקר נגזרו שאלותיו: 1. מהו הידע המתמטי-תוכני והפדגוגי-תוכני של קבוצת המורים הנחקרת; 2. מהי רמת תחושת החוללות העצמית לגבי הידע המתמטי-תוכני והפדגוגי-תוכני של קבוצת המורים הנחקרת.

תודולוגיה

אוכלוסיית המחקר

במחקר השתתפו 64 מורים לחינוך מיוחד בכיתות של תלמידים לקויי למידה המלמדים מתמטיקה בכלל ואת הנושאים כפל וחילוק במספרים טבעיים ואפס בפרט. כל המורים בעלי תואר ראשון בחינוך מיוחד, בעלי מגוון שנות ותק בהוראת מתמטיקה (כמחציתם ותיקים בהוראת מתמטיקה עם ותק של מעל 10 שנים, ומחציתם עם ותק נמוך יותר).

המורים באו ממסגרות הכשרה מגוונות: 29 מורים התמחו בהוראת מתמטיקה כחלק מההכשרה האקדמית שלהם, 19 מורים הוכשרו במסגרות הדרכה והשתלמויות שונות במהלך שנות עבודתם ו-16 מורים לא קיבלו הכשרה להוראת מתמטיקה.

כלי המחקר

המחקר כמותי ויש בו שני שאלונים שפותחו לצורך המחקר על פי מטרות המחקר: שאלון חוללות עצמית ושאלון ידע.

שאלון חוללות עצמית

השאלון לבדיקת רמת החוללות העצמית כלל 24 היגדים שדירגו המורים בסולם של 1 עד 5 על פי מידת הביטחון שלהם לבצע את הכתוב בהיגד (5 = בטוח מאוד, 1 = לא בטוח כלל). השאלון פותח ונבנה על פי מדריך בניית שאלוני חוללות עצמית תקפים של בנדורה (Bandura, 2006) ועל פי שאלון מסוגלות עצמית של פרידמן וקס (2000). ניסוח ההיגדים השונים נשען על מחקרים קודמים שבהם נעשתה בדיקת רמת חוללות עצמית עם שאלונים תקפים ומהימנים (Hackett & Betz, 1989; Tirosh et al., 2011), ומומחים להוראת מתמטיקה תיקפו את השאלון. נעשה מחקר מקדים על 12 מורים, נבדקה מהימנות והושגה רמת מהימנות מתקבלת על הדעת במבחן אלפא של קרונברך עם ערך גדול מ-0.7. דוגמאות להיגדים אפשר לראות בטבלה 1.

שאלון ידע

השאלון לבדיקת ידע שכלל 24 פריטים פתוחים, בדק את ידע המורים בארבעה מרכיבי ידע על פי התאוריה של דבורה בול ועמיתיה (Ball et al., 2008), ועל פי מחקרים קודמים (McCray & Chen, 2012), בהתאמה לנושא שנבדק במחקר זה: 1. לבדיקת ידע תוכן שגרתי ניתנו שאלות שבהן המורים נדרשו לפתור תרגילי כפל וחילוק (לוח הכפל, עשרות שלמות ומעבר ללוח הכפל); 2. לבדיקת ידע תוכן לא שגרתי ניתנו שאלות שבהן המורים נדרשו לפתור תרגיל בדרך אחרת או לאמוד תוצאת תרגיל מבלי לפתור; 3. לבדיקת ידע של תוכן והוראה ניתנו שאלות שבהן המורים נדרשו להציג דרך להוראה או להמחשת תרגיל; 4. לבדיקת ידע של תוכן ותלמידים ניתנו שאלות שבהן המורים נדרשו לתאר שגיאות אופייניות שתלמידים עושים בפתרון תרגיל או להסביר את הסיבות

לשגיאות אלו.

דוגמאות לפריטים אפשר לראות בטבלה 1. מומחים להוראת מתמטיקה תיקפו את השאלון, נעשה מחקר מקדים על 12 מורים, נבדקה מהימנות והושגה רמת מהימנות מתקבלת על הדעת במבחן אלפא של קרונברך עם ערך גדול מ-0.7.

לכל שאלה בשאלון הידע (ידע תוכני וידע פדגוגי-תוכני) הופיע היגד מתאים בשאלון החוללות העצמית.

טבלה 1: דוגמאות לפריטים מתאימים משני השאלונים

שאלון חוללות עצמית	שאלון הידע	
"מה מידת הביטחון שלך..."		
לפתור תרגילי כפל בעשרות שלמות	פתור 70x60	ידע תוכן שגרתי (CCK)
לפתור תרגילי חילוק מעבר ללוח הכפל	פתור 1407:7	
לאמוד תוצאות תרגילי חילוק מעבר ללוח הכפל	אמדו את תוצאות התרגיל 326:25	ידע תוכן לא שגרתי (SCK)
לפתור תרגילי כפל מעבר ללוח הכפל ביותר מדרך אחת	פתור את התרגיל 59x28 בדרך נוספת	
להורות תרגיל כפל במסגרת לוח הכפל	תארו את דרך ההוראה שלכם לתרגיל 6x7	ידע של תוכן והוראה (KCT)
לצפות שגיאות של תלמידים בפתרון תרגיל חילוק מעבר ללוח הכפל	אילו שגיאות יעשו תלמידים בפתרון התרגיל 1407:7	ידע של תוכן תלמידים (KCS)

מהלך המחקר

המדגם נאסף באמצעות פנייה אישית למורים למתמטיקה בבתי ספר שבהם יש כיתות חינוך מיוחד ללקויי למידה. נערכה פגישה עם המורים שהביעו הסכמה להשתתף במחקר והם מילאו את השאלונים בסדר הזה: ראשית, הם מילאו פריטים דמוגרפיים וותק בהוראת מתמטיקה והכשרה, לאחר מכן מילאו שאלון חוללות עצמית ולבסוף קיבלו את שאלון הידע. המורים לא ראו את שאלון הידע לפני שמילאו את שאלון החוללות העצמית כדי שמילוי רמת הביטחון לא יהיה מוטה ולא יושפע מידיעה או אי-ידיעה של שאלות ספציפיות בשאלון הידע. לא הייתה מגבלת זמן על מילוי השאלון ואולם אפשר לומר כי זמן מילוי השאלונים ארך לכל מורה במוצע כחצי שעה.

ממצאים

במחקר זה נבדקו הן מרכיבים מגוונים של ידע הנדרש להוראת כפל וחילוק במספרים טבעיים בכיתות חינוך מיוחד והן רמת החוללות העצמית של המורים על ידע זה. ברמת החוללות העצמית נמצא במחקר כי הזירוג הכללי של רמת הביטחון של המורים היה בינוני-גבוה, בין 3 ל-5. אולם רמת הביטחון במרכיבי הידע המגוונים לא הייתה אחידה ונמצאו הבדלים ברמת הביטחון שהעניקו המורים לידע שלהם במרכיבים האחרים. רמת הביטחון הגבוהה ביותר נמצאה בידע תוכן שגרתי ורמת הביטחון הנמוכה ביותר נמצאה בידע על תלמידים. בדומה נמצאו הבדלים בין ידע המורים במרכיבים המגוונים. רמת הידע הגבוהה ביותר נמצאה בידע תוכן שגרתי ורמת

בעניין ידע של תוכן והוראה (KCT) המורים התבקשו להציג דרך הוראה לתרגיל הכפל. מרבית המורים (81%) הציגו כדרך עיקרית וראשונה את האלגוריתם של הכפל המורחב או המקוצר, הנשען על חוק הפילוג, ו-25% מהמורים הציגו דרך אחרת. אלה הן דרכי ההוראה שהציגו המורים: 12 מורים לא הציגו דרך הוראה; 36 מורים הציגו רק את האלגוריתם; 12 מורים הציגו מהלכים מקדימים להמחשת האלגוריתם והצדקתו; מורה הציג להשתמש במשמעות הכפל כחיבור חוזר של מחוברים שווים; מורה אחד הציג להתחיל בהצגת חוק הפילוג מורחב ולקשרו לאלגוריתם; ושתי מורות הציגו להשתמש בייצוג גרפי, מלבן כפל המתואר באיור 2.

$50 \times 20 = 1000$	$50 \times 9 = 450$
$8 \times 20 = 160$	$8 \times 9 = 72$

כלומר: $58 \times 29 = 50 \times 20 + 50 \times 9 + 8 \times 20 + 8 \times 9$

איור 2: הוראת התרגיל 58×29 בעזרת מלבן הכפל

בעניין ידע של תוכן ותלמידים (KCS) המורים התבקשו להציג שגיאות נפוצות ולהסביר את הסיבות לשגיאות אלה. המורים עסקו בעיקר בשגיאות חישוביות הנובעות מחוסר שליטה בעובדות הכפל או חוסר שליטה באלגוריתם. כמו כן מורים ציינו קשיים כלליים ושגיאות הקשורים למבנה העשרוני, אך לא הסבירו אילו תפיסות שגויות הקשורות במבנה העשרוני גורמות לשגיאות אלו. רק מורה אחת ציינה אפשרות להכללת יתר מהאלגוריתם של החיבור. דוגמאות לשגיאות שהציגו המורים אפשר לראות באיור 3.

שגיאות הקשורות לערך המקום:	שגיאות הקשורות לאלגוריתם:
$29 \times 58 =$ $2 \times 5 + 9 \times 5 + 2 \times 8 + 9 \times 8 = 143$	
$\begin{array}{r} 29 \\ \times 58 \\ \hline 232 \\ + 145 \\ \hline 377 \end{array}$	$\begin{array}{r} 29 \\ \times 58 \\ \hline 1672 \\ + 1045 \\ \hline 2717 \end{array}$

איור 3: שגיאות אופייניות שהציגו המורים לתרגיל הכפל

דרכי ההתערבות לטיפול בשגיאות שהוצגו התמקדו בעיקר בשגיאות באלגוריתם, לדוגמה: "יש לטפל בסדר פעולות חשבון שמבצעים באלגוריתם". אמצעי ההמחשה העיקרי שצוין היה "טבלה העשרונית", כלומר אמצעי סימבולי המדגיש בעיקר את הפוזיציה. רק שלושה מורים ציינו שהשתמשו באמצעי המחשה כמותיים, כגון "לבני בסיס 10" המדגישים את ערכי הספרות במספר והיחס ביניהן.

נערכה בדיקת מובהקות בין ממצאי מרכיבי הידע המגוונים, ומבדיקה זו עולה כי יש הבדלים מובהקים בין סוגים שונים של ידע כמוצג בטבלה 3.

הידע החלקית ביותר נמצאה בידע על תלמידים. הממצאים שיוצגו להלן נוגעים לשני פריטים, 58×29 ו- $1407:7$, שניהם מעבר ללוח הכפל. על כל פריט נבדק ידע המורים והחוללות העצמית בארבעת מרכיבי הידע שהוזכרו לעיל.

ממצאי ידע על פעולת כפל

בשאלון הידע המורים נשאלו על תרגיל הכפל 58×29 ארבע שאלות שנועדו לבדוק ידע בארבעת מרכיביו (תוכן שגרתי, תוכן לא שגרתי, תוכן והוראה, תוכן ותלמידים). ממצאי השאלות מראים הבדלים ברמת הידע של המורים במרכיבים השונים על שאלה זו (טבלה 2).

טבלה 2: אחוז המשיבים נכון על שאלות הידע בתרגיל 58×29

שאלה	סוג שגרת שגרת	אחוז המשיבים נכון
פתור את התרגיל	תוכן שגרתי CCK	89%
פתור את התרגיל בדרך אחרת	תוכן לא שגרתי SCK	64%
הציגו שתי דרכים להוראת התרגיל	תוכן והוראה KCT	הציגו שתי דרכים 25%
		הציגו דרך אחת 56%
הציגו שתי שגיאות שיעשו תלמידים (לדעתכם) בפתרון התרגיל	תוכן ותלמידים KCS	הציגו שתי שגיאות 20%
		הציגו שגיאה אחת 55%

הממצאים בטבלה 2 מעידים כי יש הבדלים ברמת הידע של המורים בין מרכיבי הידע השונים. רמת הידע הגבוהה ביותר נמצאה בידע תוכן שגרתי ורמת הידע הנמוכה ביותר של תוכן ותלמידים. להלן מספר דוגמאות מייצגות לתשובותיהם של המורים שמדגימות ומחזקות את הממצאים.

בידע תוכן (שגרתי CCK ולא שגרתי SCK) המורים התבקשו לפתור את התרגיל ולאחר מכן לפתור אותו בדרך אחרת. מרבית המורים (89%) שפתרו את התרגיל נכון, הציגו כדרך פתרון ראשונה את דרך האלגוריתם של הכפל במאונך. חלק מן המורים (64%) פתרו נכון בדרך אחרת. דרכי פתרונות לדוגמה מוצגות באיור 1.

אלה הן דרכי הפתרון שהציגו המורים: 7 מורים – לא פתרו נכון; 57 מורים פתרו בדרך האלגוריתם; 38 מורים הציגו כדרך פתרון אחרת פילוג בחיבור; שני מורים הציגו פילוג בחיסור; מורה אחד הציג פתרון בעזרת טבלת שריג.

דרך א: אלגוריתם הכפל	דרך ב: פילוג בחיבור
$58 \times 29 = 50 \times 20 + 50 \times 9 + 8 \times 20 + 8 \times 9 = 1682$	
דרך ג: פילוג בחיסור	דרך ד: טבלת שריג
$58 \times 29 = 60 \times 30 - 2 \times 30 - 1 \times 60 + 1 \times 2 = 1800 - 118 = 1682$	

איור 1: דרכי פתרון שהציגו המורים לתרגיל הכפל 58×29

טבלה 3: מובהקות ההבדלים בין רמות ידע המורים במרכיבי הידע השונים לגבי כפל, מבחן T

תוכן ותלמידים	תוכן והוראה	תוכן לא שגרתי	תוכן שגרתי
תוכן שגרתי	-	-	-
תוכן לא שגרתי	-	-	-4.598***
תוכן והוראה	-	-10.564***	-7.823***
תוכן ותלמידים	-2.996**	-6.887***	-4.730***

** p<0.01, ***p<0.001

ממצאי ידע על פעולת החילוק

בשאלון הידע המורים נשאלו על תרגיל החילוק 1,407:7 ארבע שאלות שנועדו לבדוק ידע בארבעת מרכיביו (תוכן שגרתי, תוכן לא שגרתי, תוכן והוראה, תוכן ותלמידים). ממצאי השאלון מראים הבדלים ברמת הידע של המורים במרכיבים השונים על שאלה זו (טבלה 4).

טבלה 4: אחוז המשיבים נכון על שאלות הידע בתרגיל 1407:7

שאלה	סוג הידע שנבדק	אחוז המשיבים נכון
פתור את התרגיל	תוכן שגרתי CCK	94%
פתור את התרגיל בדרך אחרת	תוכן לא שגרתי SCK	61%
הציגו שתי דרכים להוראת התרגיל	תוכן והוראה KCT	25% הציגו שתי דרכים הציגו דרך אחת 53%
הציגו שתי שגיאות שיעשו תלמידים (לדעתכם) בפתרון התרגיל	תוכן ותלמידים KCS	6% הציגו שתי שגיאות הציגו שגיאה אחת 60%

בדומה לממצאי הידע בפעולת הכפל, אפשר לראות על פי טבלה 4 כי גם בפעולת החילוק רמת הידע של המורים שונה בין מרכיבי הידע המגוונים. רמת הידע הגבוהה ביותר נמצאה בידע תוכן שגרתי ורמת הידע הנמוכה ביותר בידע של תוכן ותלמידים. נדגים ממצאים אלו במספר דוגמאות מייצגות לתשובותיהם של המורים.

בעניין ידע תוכן (שגרתי CCK ולא שגרתי SCK) המורים התבקשו לפתור את תרגיל החילוק ולאחר מכן לפתור אותו בדרך אחרת. 94% מהמורים פתרו את התרגיל נכון בדרך האלגוריתם של חילוק ארוך. 61% מהמורים פתרו את התרגיל בדרך אחרת כאשר כולם הציגו דרך של שימוש בפילוג. דרכים אלה מודגמות באיור 4.

<p>1407:7 = 201 $\frac{1407}{7} = 201$ $(1400:7) + (7:7) = 201$</p>	<p>1407:7 = 201 $\frac{1407}{7} = 201$</p>
---	--

איור 4: דרכי פתרון לתרגיל החילוק 1,407:7

בין דרכי הפתרון שהוצגו נצפתה דרך אחת שגויה: פילוג שגוי של המחולק על פי המבנה העשרוני ויחס לכמות העשרות שבמספר 1407 כיחידות: "14 לחלק ל-7 שווה 2, אז 140 לחלק ל-7 שווה 20. יש עוד 7 אחד אז מוסיפים עוד אחד, ואז התוצאה היא 21". מורים אחרים ציינו כי שגיאה מסוג זה היא אחת השגיאות הנפוצות שתלמידים יכולים לבצע, ועל כך יורחב בהמשך בדיון על תוכן ותלמידים.

בעניין ידע של תוכן והוראה (KCT), בדומה לפעולת הכפל, 53% מהמורים הציגו דרך הוראה הנשענת בעיקר על טכניקה של אלגוריתם החילוק הארוך. 16 מורים הציגו דרך אחרת להוראה כאשר מתוכם 14 מורים הציגו ללמד בעזרת פילוג כפי שפתרו בעצמם (איור 4), ושני מורים הציגו הסברים קונספטואליים, ציינו את הקשר בין המבנה העשרוני לאלגוריתם והציגו מהלך הוראה מדורג המתחיל משימוש בחוק הפילוג ומשמעות החילוק לחלקים: "עלינו לחלק 1407 ל-7 קבוצות. 1400+7=1407 (אפשר להראות באמצעי המחשה במספרים קטנים מדוע נכון לעשות כך), נחלק תחילה את 1400 ל-7 ולאחר מכן את ה-7 שנשארו. 1400:7=200=201 <= 1=7:7".

בעניין ידע על תוכן ותלמידים (KCS), 60% מהמורים ציינו את השגיאה שהזכרה בעניין ידע תוכן, ובה יש קושי בהבנת המבנה העשרוני וקבלת תוצאה שגויה של 21 במקום 201. 4 מורים הציגו שגיאה נוספת הקשורה לאלגוריתם: החלפת מקום ספרות או 'דילוג' על שלב באלגוריתם וקבלת תוצאה שגויה של 102 או 210. בהצעת דרך התערבות לטיפול בשגיאות, שני מורים בלבד הציגו לאפשר לתלמידים לבחון ולבקר את תשובותיהם באמצעות אומדן או תרגיל כפל בטרם יטפלו בדרך הפתרון.

נערכה בדיקת מובהקות בין ממצאי מרכיבי הידע המגוונים, ומבדיקה זו עולה כי יש הבדלים מובהקים בין סוגים שונים של ידע כמוצג בטבלה 5.

טבלה 5: מובהקות ההבדלים בין רמות ידע המורים במרכיבי הידע השונים לגבי חילוק, מבחן T

תוכן ותלמידים	תוכן והוראה	תוכן לא שגרתי	תוכן שגרתי
תוכן שגרתי	-	-	-
תוכן לא שגרתי	-	-	-2.777**
תוכן והוראה	-	-9.150***	-7.175***
תוכן ותלמידים	-4.623**	-4.163***	-2.924**

p<0.01, * p<0.001

ממצאי חוללות עצמית

שאלת המחקר השנייה עוסקת ברמת תחושת החוללות העצמית של המורים על הידע שלהם. בטבלה 6 מוצג אחוז המורים שהצהירו על מידת הביטחון במסוגלות שלהם בסולם של 1-5 (כאשר 1 = חוסר ביטחון מוחלט ו-5 = ביטחון מלא) לבצע משימות הקשורות בארבעת סוגי הידע בכל אחת מהפעולות. בדומה לממצאי הידע (בהם נמצא שלמורים פחות ידע פדגוגי על הוראה ותלמידים מאשר ידע תוכני), גם ברמת הביטחון נמצא כי המורים בטוחים בידע הפדגוגי שלהם על הוראה ותלמידים פחות מאשר בידע התוכני שלהם.

טבלה 6: אחוז המורים שדירגו כל רמת ביטחון בעניין ידע על כפל, הממוצע וסטיית התקן

ההיגד	סוג הידע	5	4	3	2	1	ממוצע וסטיית תקן M(Sd)
"הקיפו מספר בין 1 ל-5 המציין את מידת הביטחון שלכם..."	תוכן שגרתי CCK	77	17	6	0	0	4.67 (0.61)
לפתור תרגילי כפל במספרים טבעיים ואפס מעבר ללוח הכפל	תוכן לא שגרתי SCK	73	9	14	2	2	4.51 (0.9)
לפתור תרגילי כפל במספרים טבעיים ואפס מעבר ללוח הכפל ביותר מדרך אחת	תוכן והוראה KCT	58	27	9	6	0	4.47 (1.3)
להורות את האלגוריתם של כפל טבעיים מעבר ללוח הכפל	תוכן ותלמידים KCS	27	41	25	4	3	3.85 (2.05)
לצפות מראש שגיאות תלמידים בתרגילי כפל מעבר ללוח הכפל							

בטבלה 8 אפשר לראות כי מרבית המורים דירגו את הביטחון שלהם ברמות 3-5 ברוב ההיגדים. בדומה לממצאי חוללות עצמית על כפל, בולטים גם כאן אותם ממצאים: פיזור הממצאים גדל יותר במרכיבי ידע פדגוגי מאשר במרכיבי ידע תוכני. מצד אחד אחוז המורים שדירגו רמת ביטחון 5 יורד במידה ניכרת כאשר מדובר במרכיבי ידע פדגוגי לעומת מרכיבי ידע תוכני ומצד אחר עולה אחוז המורים שאינם בטוחים בעצמם (ודירגו רמת ביטחון 1-2). נערכה בדיקת מובהקות של ממצאי החוללות על מרכיבי הידע השונים ומבדיקה זו עולה כי יש הבדלים מובהקים בין רמת הביטחון בסוגי הידע המגוונים בפעולת החילוק כמוצג בטבלה 9.

בטבלה 6 אפשר לראות כי רוב המורים דירגו את הביטחון שלהם ברמות 3-5 ברוב ההיגדים, ואולם פיזור הממצאים בעניין מרכיבי ידע פדגוגי (KCT, KCS) ממחיש כי בעוד בידע תוכן שגרתי רוב המורים דירגו את רמת הביטחון 4-5, הרי במרכיבי הידע הפדגוגי אחוז המורים שדירגו רמת ביטחון 5 יורד במידה ניכרת, וכן עולה אחוז המורים שאינם בטוחים בעצמם (דירגו את רמת הביטחון 1-2). בדיקת מובהקות של ממצאי החוללות על מרכיבי הידע השונים (טבלה 7) מעלה כי יש הבדלים מובהקים בין רמות הביטחון של המורים בסוגי הידע השונים.

טבלה 7: מובהקות ההבדלים בין רמות ביטחון המורים במרכיבי הידע השונים על כפל, מבחן T

טבלה 9: מובהקות ההבדלים בין רמות ביטחון המורים במרכיבי הידע השונים, מבחן T

תוכן ותלמידים	תוכן והוראה	תוכן לא שגרתי	תוכן שגרתי
–	–	–	–
–	–	–	–
–	–	–	–
–	-2.922**	-7.732***	-8.709***

תוכן ותלמידים	תוכן והוראה	תוכן לא שגרתי	תוכן שגרתי
–	–	–	–
–	–	–	–
–	–	–	–
–	-2.194**	-9.992***	-8.776***

* p<0.05, ** p<0.01, *** p<0.001

** p<0.01, *** p<0.001

ממצאי רמת החוללות העצמית של המורים באשר לתרגילי חילוק מעבר ללוח הכפל (טבלה 8) מעידים כי בדומה לממצאי הידע בפעולת החילוק ובדומה לממצאי החוללות בפעולת הכפל, המורים בטוחים בידע הפדגוגי שלהם על הוראה ותלמידים פחות מידע התוכן.

טבלה 8: אחוז המורים שדירגו כל רמת ביטחון תוך בחינת ידע על חילוק, הממוצע וסטיית התקן

ההיגד	סוג הידע	5	4	3	2	1	ממוצע וסטיית תקן M(Sd)
"הקיפו מספר בין 1 ל-5 המציין את מידת הביטחון שלכם..."	תוכן שגרתי CCK	64	19	12	5	0	4.43 (0.88)
לפתור תרגילי חילוק במספרים טבעיים ואפס מעבר ללוח הכפל	תוכן לא שגרתי SCK	58	19	16	6	1	4.27 (1.05)
לפתור תרגילי חילוק במספרים טבעיים ואפס מעבר ללוח הכפל ביותר מדרך אחת	תוכן והוראה KCT	48	33	9	8	2	4.17 (1.67)
להורות את האלגוריתם של חילוק טבעיים מעבר ללוח הכפל	תוכן ותלמידים KCS	30	36	23	8	3	3.82 (1.99)
לצפות מראש שגיאות תלמידים בתרגילי חילוק מעבר ללוח הכפל							

מחקר זה עסק בבדיקה של ארבעת מרכיבי ידע תוכני ופדגוגי-תוכני הנדרשים להוראת מתמטיקה כפי שהגדירו בול ועמיתיה (Ball et al., 2008) ובתחושת המסוגלות של המורים על ידע זה. המחקר התמקד במורים המלמדים כפל וחילוק במספרים טבעיים בכיתות של תלמידים לקויי למידה.

למחקר מספר ממצאים מהותיים שהבולט בהם הוא ההבדלים שנמצאו ברמת הידע של המורים על מרכיבי ידע מגוונים. רמת הידע הגבוהה ביותר נמצאה בשאלות של ידע תוכני שגרתית ורמת הידע הנמוכה ביותר נמצאה בשאלות של ידע פדגוגי של תוכן ותלמידים. כלומר הרוב המוחלט של מורים ידעו לפתור היטב את התרגילים בדרך אחת, אך כמה מהם התקשו למצוא דרך חלופית לפתרון אותו תרגיל. מרבית המורים לא הציגו דרכי הוראה שונות מהדרך האלגוריתית-טכנית, ללא הצדקה של האלגוריתמים על בסיס עקרונות וחוקים מתמטיים. כמו כן לא הוצגו כמעט המחשבות כחלק מדרך ההוראה, זאת על אף ההמלצות המופיעות בתוכנית הלימודים ובספרות המקצועית והמחקרית להוראה בדרכי פתרון מגוונות (Ma, 1999; Takker & Subramaniam, 2018). ייתכן שהידע החלקי של המורים נובע מהיעדר הכשרה מעמיקה בהוראת מתמטיקה בקרב חלק מן המורים. ממצא זה תומך בהמלצה לדרישת התמקצעות ממורים העוסקים בהוראת מתמטיקה לצד ליווי והדרכה לכלל מורי המתמטיקה ובפרט למורים בלי הכשרה מתאימה. המלצה זו תואמת ממצאים בספרות המחקרית המדגישים את החשיבות בהכשרה והדרכה (Treahy & Gurganus, 2010). פערי הידע בלטו במיוחד בידיע של תוכן ותלמידים, כמחצית מהמורים התקשו להצביע על שגיאות אופייניות של תלמידים ולציין את מקורן. ייתכן שהמורים מלמדים בכיתות לקויי למידה שבהן לתלמידים יש מאפיינים רבים ומגוונים וכמה מהשגיאות שהם עושים קשורות ללקות הלמידה שלהם ולא דווקא לקשיים ספציפיים במתמטיקה. סיבה נוספת יכולה להיות חוסר ניסיון בהוראה של חלק מהמורים שהשתתפו במחקר. מחצית ממשותפי המחקר הוגדרו מורים בעלי ותק של למטה מ-10 שנים, 19 מתוכם בעלי ותק של עד 5 שנים. ייתכן שהיעדר ניסיון מספיק עם תלמידים הביא לידי חוסר ידע על שגיאות של תלמידים. ממצא זה ממליץ לכלול ידע על תלמידים בהכשרת המורים כך שמורים ידעו מה קל/קשה לאוכלוסיות מסוימות, יכירו תפיסות ותפיסות שגויות של תלמידים ויכללו לתת מענה טוב יותר לתלמידיהם. כמו כן ממצא זה מחזק את ההמלצה שהוזכרה לעיל להדרכה וליווי של מורים בכיתות חינוך מיוחד, ובפרט של מורים חדשים.

פערי הידע שגילו המורים בעניין ידע תוכן לא שגרתית, ידע של תוכן והוראה וידע תוכן ותלמידים מעלים שאלה על איכות ההוראה של המורים וייתכן כי כמו במחקרים קודמים שבדקו את הקשר בין ידע מורים לאיכות ההוראה (Sullivan, 2011; Tchoshanov, 2011; Van-Inger et al., 2006), איכות ההוראה של משותפי המחקר איננה מיטבית.

עוד ממצא עוסק בהלימה ובחוסר ההלימה שהתגלו בין רמת הידע במרכיבי הידע המגוונים לתחושת הביטחון של המורים במרכיבי ידע אלו. נמצאה הלימה בין רמת הביטחון של המורים לרמת הידע שהפגינו בשניים ממרכיבי הידע: בידיע תוכן שגרתית נמצאה תחושת חוללות עצמית גבוהה, שתאמה לרמת הידע במרכיב זה, ובידיע תוכן ותלמידים נמצאה תחושת חוללות עצמית נמוכה, שתאמה גם לרמת הידע במרכיב זה. ממצאים אלה מחזקים ממצאים במחקרים שבדקו קשרים בין חוללות עצמית של מורים בחינוך המיוחד לקידום

תלמידיהם, שבהם נמצא קשר בין רמת החוללות לתפקודם של המורים ואמונותיהם על יכולתם לתת מענה הולם לתלמידיהם ולקדם את הישגיהם הלימודיים (Skaalvik & Skaalvik, 2010; Tschannen-Moran & Barr, 2004). בשני מרכיבי הידע האחרים, ידע תוכן לא שגרתית וידע תוכן והוראה, לא נמצאה הלימה בין רמת החוללות העצמית לרמת הידע. המורים גילו תחושת ביטחון גבוהה ביכולתם לפתור תרגילי כפל וחילוק ביותר מדרך אחת וביכולתם להורות תרגילים אלה, אולם בשאלון הידע הממצאים לא תאמו לתחושת ביטחון זו. אחוז המשיבים נכון על שאלות מסוגים אלו (הצעה לפתרון תרגיל בדרך אחרת, או הצגת דרך הוראה באמצעות המחשה) היו נמוכים במידה ניכרת. ממצאים אלו מעלים תהייה על יכולתם של המורים שהשתתפו במחקר לתת מענה ממוקד ולקדם את תלמידיהם בנושאים פעולות הכפל החילוק.

המחקר הנוכחי מוסיף על הקיים בספרות המחקרית בכמה היבטים: היבט אחד הוא הבדיקה בו בזמן הן של הידע והן של החוללות העצמית בכל אחד מארבעת מרכיבי הידע שפורטו לעיל; היבט שני הוא ביצוע המחקר בקרב אוכלוסיית מורים המלמדים מתמטיקה בכיתות חינוך מיוחד. מחקרים קודמים שבדקו ידע מורים בנושא כפל וחילוק נערכו בקרב מורים המלמדים בחינוך הרגיל.

המלצות והשלכות פדגוגיות

השלב הראשון בהוראה במסגרת החינוך המיוחד הוא אבחון ידע ממוקד וניתוחו הכולל זיהוי שגיאות של הלומד ומקורותיהן. ממצאי האבחון עשויים לשמש בסיס לבניית תוכנית עבודה אישית הממוקדת בטיפול בקשיים של הלומד ובמקור לשגיאותיו. היכולות של המורים ותחושת החוללות העצמית שלהם שנבדקו במחקר הנוכחי (להציג מגוון דרכי פתרון, זיהוי שגיאות ומתן הסבר למקורן ובניית תוכנית לטיפול בשגיאות האלה) משמשים תשתית ידע הכרחית להוראת מתמטיקה בחינוך המיוחד. לפיכך לממצאי המחקר עשויה להיות תרומה מהותית הן במישור התאורטי והן במישור היישומי. במישור התאורטי, תרומתו היא הרחבת תשתית הידע המחקרית על הידע המתמטי והפדגוגי ותחושת המסוגלות של מורי חינוך מיוחד המלמדים בשיעורי מתמטיקה את הנושאים כפל וחילוק בטבעיים ואפס. במישור היישומי, ממצאי המחקר עשויים לספק תשתית להבניית תוכניות התערבות ממוקדות להוראת מתמטיקה למורי החינוך המיוחד בהכשרת מורים ובהשתלמויות.


מגבלות המחקר והצעות למחקר המשך

ההשתתפות במחקר הייתה על בסיס התנדבותי ולא בהכרח מייצגת את הידע ורמת החוללות של כלל המורים המלמדים מתמטיקה בכיתות של תלמידים לקויי הלמידה. לפיכך אנו ממליצים להרחיב את היקף אוכלוסיית המחקר. נוסף על כך, אפשר לבדוק ידע וחוללות עצמית גם בקרב אוכלוסיות מורים אחרות, מורים המלמדים מתמטיקה בחינוך היסודי, ולהשוות ביניהן ברמת הידע ובתחושת החוללות העצמית. במחקר זה לא נבדק קשר בין ידע וחוללות עצמית של המורים ובין הישגי תלמידיהם ולכן אנו ממליצים לבדוק קשרים אלו במחקר המשך.

רשימת מקורות

- אהרוני, ר' (2004). אפשר גם אחרת: החילוק הארוך – כאבן בוחן לכמה עקרונות הוראה. **מספר חזק 2000**, 8, 47-42.
- זסלבסקי, א' (2003). החילוק הארוך כמשל. **מספר חזק 2000**, 6, 43-38.

- Cimen, O. A. (2014). How do children multiply: Reflection and prospective pedagogical Implications. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 159, 593-597. doi:10.1016/j.sbspro.2014.12.431
- Dellinger, A. B., Bobbett, J. J., Olivier, D. F., & Ellett, C. D. (2008). Measuring teachers' self-efficacy beliefs: Development and use of the TEBS-Self. *Teaching and Teacher Education*, 24(3), 751-766. doi:10.1016/j.tate.2007.02.010
- Downton, A. (2013). Making connections between multiplication and division. In V. Steinle, L. Ball, & C. Bordini (Eds.), *Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 242-249). Melbourne, Victoria, Australia: MERGA.
- Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straber, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231-245). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Fuson, K. C. (2003). Toward computational fluency in multidigit multiplication and division. *Teaching Children Mathematics*, 9(6), 300-305. doi:10.5951/TCM.9.6.0300
- Hackett, G., & Betz, N. E. (1989). An exploration of the mathematics self-efficacy/mathematics performance correspondence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 261-273.
- Jong, C., & Magruder, R. (2014). Beyond cookies: Understanding various division models. *Teaching Children Mathematics*, 20(6), 366-373.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- McCray, J. S., & Chen, J. Q. (2012). Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26(3), 291-307. doi:10.1080/02568543.2012.685123
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Radatz, H. (1979). [Error analysis in mathematics education](#). *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 163-172.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. doi:10.3102/0013189X015002004
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. doi:10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411
- Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2010). Teacher self-efficacy and teacher burnout: A study of relations. *Teacher and Teacher Education*, 26(4), 1059-1069. doi:10.1016/j.tate.2009.11.001
- מרקוביץ', צ' (2000). מה קורה כאשר מה שרואים ושומעים משם, זה לא מה שרואים ושומעים מכאן. **מספר חזק 2000**, 1, 5-8.
- משרד החינוך. (2006). [תכנית לימודים במתמטיקה: לכיתות א'-ו' בכל המגזרים](#). ירושלים: המחבר.
- משרד החינוך. (2014). [מסמך התאמת תכנית הלימודים: במתמטיקה של בית הספר היסודי: לתלמידי החינוך המיוחד](#). ירושלים: המחבר.
- פרידמן, י' וקס, א' (2000). [תחושת המסוגלות העצמית של המורה: המושג ומדידתו](#). ירושלים: מכון הנרייטה סאלד.
- תירוש, ד' (1996). [מתמטיקה: מחקר והוראה](#). תל-אביב: מכון מופ"ת.
- Bakker, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2016). Effect of mathematics computer games on special education students' multiplication reasoning ability. *British Journal of Educational Technology*, 47(4), 633-648. <https://doi.org/10.1111/bjet.12249>
- Bainbridge, R. (1981). To err is human: Towards a more positive approach to young children's mistakes in arithmetic. *Mathematics in school*, 10(5), 10-13.
- Ball, D. L., & Bass H. (2003). [Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching](#). In B. Davis & E. Simmt (Eds.), *Proceeding of the Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps G. C. (2008). Content knowledge for teaching - What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi:10.1177/0022487108324554
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological review*, 84(2), 191-215. doi:10.1037/0033-295X.84.2.191
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Bandura, A., Caprara, G. V., Barbaraneli, C., Gerbino, M., & Pastorelli, C. (2003). Role of affective self-regulatory efficacy in diverse spheres of psychosocial functioning. *Child Development*, 74(3), 769-782. doi:10.1111/1467-8624.00567
- Bandura, A. (2006). [Guide for constructing self-efficacy scales](#). In F. Pajares & T. Urdan (Eds.), *Self-efficacy beliefs of adolescents* (Vol. 5, pp. 307-337). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Boaler, J. (2015). [Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts](#). *YouCubed*, 1-28.
- Brouwers, A., & Tomic, W. (2000). A longitudinal study of teacher burnout and perceived self-efficacy in classroom management. *Teacher and Teaching Education*, 16(2), 239-253. doi:10.1016/S0742-051X(99)00057-8
- Brownell, M. T., Sindelar, P. T., Kiely, M. T., & Danielson, L. C. (2010). Special education teacher quality and preparation: Exposing foundations, constructing a new model. *Exceptional Children*, 76(3), 357-377. doi:10.1177/001440291007600307

- 
- Sullivan, P. (2011). Identifying and describing the knowledge needed by teachers of mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(3), 171-173. doi:10.1007/s10857-011-9188-6
- Takker, S., & Subramaniam, K. (2018). [Teacher knowledge and learning in-situ: A case study of the long division algorithm](#). *The Australian Journal of Teacher Education*, 43(3), 1-20.
- Tschannen-Moran, M., & Barr, M. (2004). Fostering student achievement: The relationship between collective teacher efficacy and student achievement. *Leadership and Policy in Schools*, 3(3), 189-207. doi:10.1080/15700760490503706
- Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164. doi:10.1007/s10649-010-9269-y
- Tirosh, D., Tsamir, P., Tabach, M., Levenson, E., & Barkai, R. (2011). Geometrical knowledge and geometrical self-efficacy among abused and neglected kindergarten children. *Scientia in Education*, 2(1), 23-36. doi:10.14712/18047106.52
- Treahy, D. L., & Gurganus, S. P. (2010). Models for special needs students. *Teaching Children Mathematics*, 16(8), 484-490.
- Van-Inger, S., Eskelson, S. L., & Allsopp, D. (2016). Evidence of the need to prepare prospective teacher to engage in mathematics consultations. *Mathematics Teacher Education and Development*, 18(2), 73-91.