

שינויים בידע של סטודנטיות להוראת המתמטיקה במהלך יצירת קורס מוק בנושא יחס ופרופורציה

ענת קלמר
עינב קיסר



ד"ר ענת קלמר

מרצה באקדמית גליל מערבי ובמכללת אורנים.
תחומי מחקר עיקריים: התפתחות ההבנה המתמטית
באמצעות המחשה ויזואלית של מושגים ופעולות
ושילוב כלים ממוחשבים בהתמודדות עם פתרון בעיות
מתמטיות.

תקציר

מאמר זה מתאר שינויים בידע של סטודנטיות להוראת המתמטיקה
בבית ספר יסודי במהלך יצירת קורס מוק בנושא יחס ופרופורציה.

בסמינריון במכללה בצפון הארץ למדו 29 סטודנטיות את נושא
היחס והפרופורציה באמצעות יצירת קורס מוק המשלב כלים
ממוחשבים דינמיים. היחידות בקורס המוק נבנו בקבוצות שיתופיות,
מתוך ניסיון להתמודד ולתת מענה לקשיים בהבנת המושגים ותפיסות
שגויות של תלמידים אבל גם של סטודנטים להוראת המתמטיקה.
הקורס שהסטודנטיות בנו מציע שבע יחידות הוראה, כאשר כל
יחידה נפתחה בדילמה, המשיכה בפיתוח תובנה לצד שילוב כלים
ממוחשבים והסתיימה בשאלות הערכה. התהליך כלל שיתוף של
יחידות והערכת עמיתים בפיתוח הקורס.

מילות מפתח: ידע מורה; יחס ופרופורציה; טכנולוגיות ממוחשבות;
קורס מוק (MOOC); הערכה.



ד"ר עינב קיסר

מרצה במכללת אורנים ובאקדמית גליל מערבי.
בוגרת החוג לחינוך מתמטי באוניברסיטת חיפה.
תחומי מחקר עיקריים: דידיקטיקה של המתמטיקה
בסביבות טכנולוגיות, תכנות משחקים ותהליכי הוראה
של בעיות מתמטיות (מסוג בעיות מידול).

הקדמה

חוקרים רבים דנים בהכשרה של מורים למתמטיקה ובסוגי הידע
הנדרשים להוראת התחום (Leikin, 2006; Ball, Thames, &
Phelps, 2008; Ball, Ben-Peretz, & Cohen, 2014; Fischbein,
1994). בעידן הטכנולוגי הרשתות רוויות בחומרי הוראה ולמידה,
במגוון כלים ממוחשבים דינמיים, בסרטונים ובאפליקציות. המורה
צריך לדעת להתנהל בין כל ההיצע ולכוון את דרך ההוראה שלו על
פי דרישות תוכנית הלימודים והתייחסות לתלמיד בעידן הטכנולוגי.
המציאות הדינמית והצמיחה המואצת של המידע הנגיש הופכת את
השיתופיות, הן בפן של הבניית הידע הן בפן של הערכתו, להכרחית.
במאמר זה נתאר השתנות של ידע תוכן מתמטי במשולב עם ידע
תוכן פדגוגי וידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי, באופן שיאפשר למורים
לרכוש מיומנויות וכישורים הנדרשים להוראת המתמטיקה, הכוללים
השיבה ביקורתית, פתרון בעיות, אוריינות מידע, התמחות בסוגי ידע

פדגוגי. ידע זה מציע דרך לבנות גשר בין העולם האקדמי של הידע הדיסציפלינרי ועולם ההתנסות של ההוראה. ידע זה כולל:

1. **שילוב בין הידע המתמטי לידע על התלמידים (KCS – Knowledge of Content and Student)** – ידע זה דורש אינטראקציה בין הבנת התחום המתמטי הספציפי והיכרות עם התלמידים וחשיבתם המתמטית. בתחום ידע זה על המורה להעריך את חשיבת התלמידים, לנתח את המשימות תוך בחינת הלבטים, הקשיים והטעויות הנפוצות. המורה צריך לצפות מראש את תשובות התלמידים ולהעריך את רמת הקושי של המשימות שהוא מזמן לכיתתו. כמו כן עליו להעריך אילו משימות יעוררו עניין ומוטיבציה בקרב תלמידיו.

2. **שילוב בין הידע המתמטי להוראה (KCT – Knowledge of Content and Teaching)** – ידע מתמטי הנדרש לעבודתו של מורה למתמטיקה כאשר ההתמקדות היא בהוראה. כלומר כל מה שהמורה חייב לעשות כדי לתמוך בלמידה של התלמידים. ידע זה משפיע על תכנון רצף ההוראה, שלפיו יש בחירה במשימות פתיחה ומשימות העמקה בחומר הנלמד, הערכת היתרונות והחסרונות של הייצוגים הוויזואליים המסייעים בהוראה והיכרות עם השיטות והפרוצדורות להוראת הנושא. כל אחת מהמשימות האלה דורשת אינטראקציה בין ידע מתמטי לידע פדגוגי שמשפיע על למידת התלמידים. ידע מסוג זה משפיע על השיח בדיון הכיתתי שבמהלכו למורה יש כלים להחליט מתי לעצור ולהסביר שוב את הנלמד, מתי לנצל הזדמנויות שעולות בכיתה כדי להבהיר היבטים מתמטיים מסוימים, מתי לשאול שאלות חדשות ולהציע משימות חדשות להמשך הלמידה.

3. **ידע קוריקולרי (KCC – Knowledge of Curriculum)** – ידע על נושאי הלימוד בכל הכיתות, מבנה הספירלי של תוכנית הלימודים, ספרי הלימוד הקיימים בתחום הדעת, מודלים מוחשיים ועזרים טכנולוגיים להוראת התכנים.

מישרה וקוהלר (Mishra & Koehler, 2006) עוסקים בסוג ידע נוסף של מורה הפועל בסביבה טכנולוגית – **ידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי (TPCK – Technological Pedagogical Content Knowledge)**. המאפיינים שבאו לידי ביטוי בתאוריה זו והודגשו בסביבת המוק נוגעים לייצוג מושגים בטכניקות פדגוגיות המשתמשות בטכנולוגיה בדרך הבנייתית.

למידה שיתופית והערכת עמיתים

היבט אחר הנוגע לידע בסביבת קורס מוק, עוסק בתהליכים של שיתופיות בלמידה ובהערכה. יש חשיבות רבה בחינוך להבניה שיתופית של ידע ולהערכת עמיתים את הידע הנבנה ואף על פי כן משלבים זאת באקדמיה מעט מדי (Zevenbergen, 2001). באמצעות למידה שיתופית והערכת עמיתים הלומדים מקבלים עצמאות בהובלת הלמידה שלהם ומפתחים מיומנויות חשיבה ברמות גבוהות (Black & Wiliam, 1998; Topping, 1996, 1998). הערכת עמיתים מחזקת כישורים של עבודת צוות מעצם השיח שנוצר בין נותן ומקבל המשוב (Marcoulides & Simkin, 1991; Riley, 1995). באמצעות הלומדים מפתחים תובנות על עצמם כמו יכולת להעריך סוגים של ידע מתחום ההתמחות שלהם.

נתאר את התפתחות ידע התוכן בנושא יחס ופרופורציה ששימש בסיס לבניית קורס המוק במחקר זה.

מגוונים והערכת עמיתים (Rotherham & Willingham, 2009). נראה כיצד התנסות בבניית קורס מוק, בעבודה שיתופית והערכת עמיתים קידמה את ההתמקצעות בתחום הידע המתמטי וברכישת כלים פדגוגיים וטכנולוגיים להוראה.

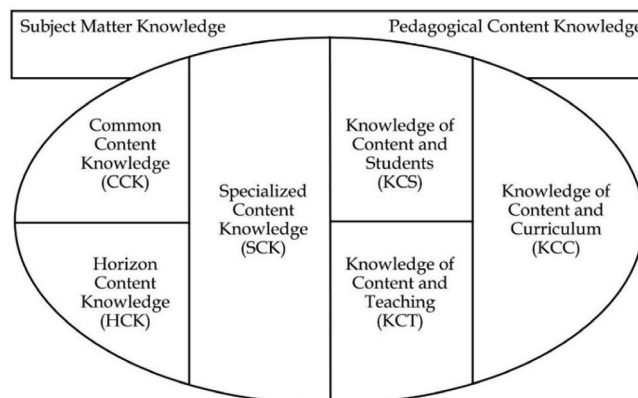
לאחר סקירת סוגי הידע הנדרשים להוראה והתמקדות בהבנת תחום התוכן של יחס ופרופורציה, נתאר את יחידות ההוראה בקורס המוק, הרציונל לבנייתן והטכנולוגיה הממוחשבת ששולבה בהן. בפרק הממצאים נשיב על שאלת המחקר שבאה לבדוק השתנות בידע תוכן פדגוגי וידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי של סטודנטיות להוראה במהלך בניית קורס מוק העוסק ביחס ופרופורציה.

רקע תאורטי

סוגי ידע של מורים

שולמן הציע מודל תאורטי מקיף להתפתחות ידע של מורים (Shulman, 1987). מודל זה המדגיש את תחום התוכן הפדגוגי הורחב ונבדק במחקרים רבים. באחד מהם פותחה תאוריה המתמקדת בידע של מורים למתמטיקה (Ball et al., 2008). תאוריה זו מחלקת את הידע הדרוש למורים למתמטיקה לשניים: ידע תוכני (Subject matter knowledge) שהוא מתמטי בלבד וידע פדגוגי (Pedagogical content knowledge) שמערב ידע מתמטי עם ידע אחר, כגון ידע על תלמידים, ידע על דרכי הוראה וידע על תוכנית הלימודים (איור 1).

Domains of Mathematical Knowledge for Teachers



איור 1: תחומי ידע מתמטי להוראה (Ball et al., 2008)

על פי התאוריה של בול ועמיתיה (Ball et al., 2008), ידע תוכן מתמטי כולל:

1. **ידע תוכן כללי (CCK – Common Content Knowledge)** – ידע וכישורים מתמטיים הבאים לידי ביטוי במסגרות שונות מחוץ להוראה. ידע זה הוא בסיסי ולא ייחודי למורים.
 2. **ידע תוכן ייחודי להוראה (SCK – Specialized Content Knowledge)** – ידע זה נדרש להוראת המתמטיקה כדי לאתר דפוסים שגויים בחשיבה של התלמידים, הערכת גישות מתמטיות, בחירה ושימוש בייצוגים מוחשיים להוראה וכדומה. הידע של המורה כולל דרכים לפיתוח אלגוריתמים לפעולות חשבוניות, הרחבת רעיונות, קשרים ועקרונות מתמטיים שונים.
 3. **ידע מתמטי מתקדם (HCK – Horizon Content Knowledge)** – ידע מתמטי שאינו כלול בתוכנית הלימודים, יש בו ראיית הקשרים מתמטיים במבט רחב יותר.
- לפי מודל זה, החלק השני של ידע הדרוש למורים, הוא ידע תוכן

חשיבה פרופורציונלית עוסקת ביחסים מתמטיים שהם כפליים מטבעם. הגדרת פרופורציה מבחינה טכנית היא שוויון של שני יחסים. היחס הוא מנה המתקבלת בעזרת פעולת החילוק בין שני מספרים, גדלים, כמויות או ביטויים. למשל, בהינתן המספרים n_1 ו- n_2 היחס ביניהם מוגדר $n_1:n_2$. פרופורציה עוסקת בהשוואה בין יחסים. כלומר הקשר הכפלי שיוצר את היחס הראשון נשמר ושווה לקשר הכפלי, היוצר את היחס השני. בהינתן שני יחסים, היחסים יהיו שווים או בעלי אותה פרופורציה, כאשר $n_1:n_2 = n_3:n_4$ (בן-חיים, קרת ואילני, 2006; Ben-Chaim et al., 2012). במונחים של בול ועמיתיה (Ball et al., 2008) מדובר כאן בידע תוכן כללי (CCK – Common Content Knowledge).

חשוב שמורים ידעו לשלב בין הידע המתמטי לידע על התלמידים (KCS – Knowledge of Content and Student). בשלבים הראשונים להתפתחות מושג היחס, התלמידים נוטים לתת הסברים איכותיים ולא כמותיים לקשרים בין ממדים. בשלב זה חשוב לפתח אצלם את החוש לפרופורציה. השימוש בבעיות מילוליות ללא מספרים מאפשר לתלמידים לבחון את הקשרים הבסיסיים בין המשתנים במצבי פרופורציה בדרך לא פורמלית. חשיפת התלמידים למצבי פרופורציה ללא מספרים הכרחית כדי לסייע להם לפתח חוש לפרופורציה (Billings, 2001). בשלב הבא, התלמידים עוברים להתייחסות כמותית ורואים את הקשרים בין הממדים כאדיטיביים ביסודם. בהדרגה הם מבחינים בקשרים הכפליים, תחילה של מספרים שלמים ובהמשך בכל יחס (בן-דוד, קרת ואילני, 2006). סוקניק (1992) דנה במחקרה בטעויות של תלמידים הנובעות משימוש באסטרטגיה חיבורית בבעיות יחס, במקום באסטרטגיה כפלית. לטענתה, הם נוטים לחבר או לכפול לפי נוחות המספרים המופיעים בבעיה. אחת המסקנות ממחקרה וגם ממחקרו של ורניו (Vergnaud, 1988) היא ש"יש להדגיש את המבנה הכפלי הקבוע העומד בבסיס כל בעיות היחס, ללא קשר למספרים המסוימים המופיעים בהן" (סוקניק, 1992, עמ' 130).

הקשיים המלווים את תפיסת מושגי היחס והפרופורציה מעלים את הצורך לאתר או לבנות כלים שיתמכו בתהליכים העומדים מאחורי הבנת המושגים. הכלים יכולים להיות מודלים קונקרטיים או טבלאות פורמליות, כמו כל דבר אחר (אלגוריתמים, למשל) שיעזור לתלמיד לפשט ולהבין. האנלוגיות שיקשרו בין הייצוג למושג היחס צריכות לאפשר לתלמיד לחבר מושגים חדשים עם מצבים מוכרים ולפתח גמישות בתפיסת המושג (English, 1997).

עיקרון נוסף להוראת המושגים המודגש בתוכנית הלימודים במתמטיקה (משרד החינוך, 2006) הוא עיקרון המציאות, שלפיו יש לקשר את הנושאים הנלמדים לחיי היום-יום. הוראת המתמטיקה בהקשר מציאותי עוזרת לתלמידים ללמוד תוכן מתמטי בעל משמעות שישמש גשר בין העולם המופשט של המתמטיקה ובין העולם שמחוץ לכיתה (Boaler, 1994).

ידע של מורים על מושגי יחס ופרופורציה

הספרות המחקרית העוסקת בידע של מורים למתמטיקה ברובה אינה מתמקדת בידע תוכן בזיקה להוראה (KCT) של יחס ופרופורציה למרות חשיבות הנושא והקשיים של המורים ללמד אותו ושל התלמידים ללמוד אותו (Ben-Chaim, Keret, & Ilany, 2012; Lamon, 2007).

מחקר שנעשה באינדונזיה (Ekawati, Lin, & Yang) מדווח על כלי

מחקרי שפותח לאבחון ידע תוכן מתמטי להוראה של יחס ופרופורציה בקרב מורים למתמטיקה בבתי ספר יסודיים. המחקר מצא שמורים מצליחים יותר בבעיות פרופורציה עם ערך חסר לעומת בעיות השוואה שנשאלת בהן שאלה על שוויון בין היחסים. 271 המורים שנבדקו במחקר זה, התמודדו עם בעיות הנעלם באמצעות כפל באלכסון בלי שהבינו בהכרח את משמעות היחס. המורים במחקר השתמשו באסטרטגיה חיבורית שגויה כאשר היו מעורבים מספרים "לא נוחים" לחישוב היחס.

בעבודה שנעשתה בישראל ובדקה ידע של מורים בבתי ספר יסודיים, נמצאה הכללת יתר של "איסור" השימוש בפעולת חיבור בבעיות יחס ופרופורציה. למורים לא היה ברור שיחס המתקיים בין שתי קבוצות בכמות השלמה ממשיך להתקיים בקבוצות חלקיות מתוכה (Klemer & Peled, 1998). המורים שילבו בכיתותיהם דרכי הוראה מגוונות: משיטות מובנות ועד ללמידה מחיי היום-יום, אבל בהבנת נושא היחס נצפה קושי אצל כולם. במהלך 7 סדנאות בנות 90 דקות כל אחת נחקר נושא היחס ומשמעותיותו. נותחו תשובות של תלמידים ואסטרטגיות שהשתמשו בהן בפתרון שאלות יחס ובהמשך הוצגה למורים הבעיה הזו:

קבוצה יש 32 בנות ו-52 בנים. מה היחס בין מספר הבנות למספר הבנים? האם ניתן לחלק את הקבוצה הכוללת לקבוצות שוות קטנות, כך שבכל אחת מהקבוצות הקטנות יתקיים אותו יחס?

בחלק הראשון של השאלה היה ברור למורים שצמצום מספר הבנים והבנות יניב את היחס המבוקש. החלק השני כלל לא היה ברור למורים וכולם שגו. למורים לא היה ברור שיחס המתקיים בכמות הגדולה ממשיך להתקיים בקבוצות חלקיות מתוכה. לאחר ניתוח הבעיה והסקת מסקנה שאפשר לחלק את הקבוצה הכוללת לקבוצות קטנות יותר השומרות על אותו יחס המתקיים בקבוצה הכוללת, הוצגה למורים בעיה אנלוגית ועדיין נמצא כי תובנה זו לא הוטמעה. לאחר דיונים, התמודדות עם בעיות וניתוחן נוכחו המורים בתפיסות השגויות שהחזיקו בהן. יש לציין שלמרות התפיסות השגויות הם ידעו להשתמש באלגוריתמים המקובלים לפתרון בעיות יחס, על פי תוכנית הלימודים (Klemer & Peled, 1998). המסקנות צריכות להתמקד בנקודות הקושי שנמצאו אצל המורים ובדרך הטיפול בתפיסת מושג היחס בקרב התלמידים. תהליכים אלו באו לידי ביטוי במחקר הנוכחי כאשר סטודנטים להוראת המתמטיקה פיתחו קורס מוק למורים למתמטיקה.

מטרת המחקר

מטרת המחקר הייתה לבדוק השתנות ידע תוכן, ידע תוכן פדגוגי וידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי של סטודנטיות להוראת מתמטיקה במהלך בניית קורס מוק העוסק ביחס ופרופורציה.

אוכלוסייה

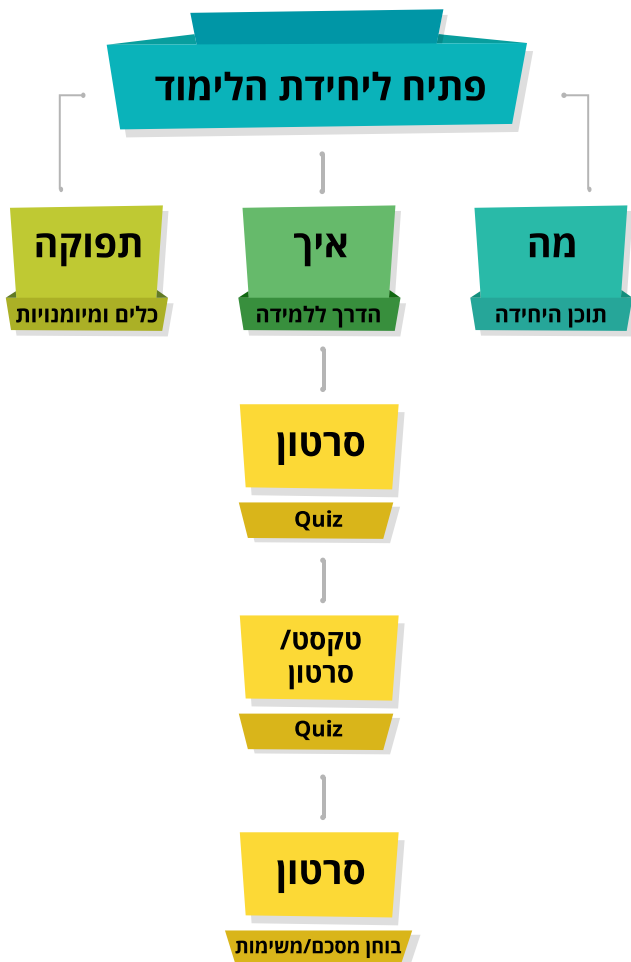
במחקר השתתפו 29 סטודנטיות שפיתחו קורס מוק בסמינריון "מחקרים בחינוך המתמטי". הסטודנטיות היו פרחי הוראה בשנה הרביעית ללימודיהן לתואר ולימדו באותו זמן מתמטיקה בבתי ספר יסודיים. הכיתה חולקה לשבע קבוצות, כאשר בכל אחת מהן היו 4-5 סטודנטיות.

מהלך המחקר

החלק הראשון של הסמינריון היה בעיקרו תאורטי, ובו הסטודנטיות נחשפו לסקירה ספרותית על התפתחות של מושגי יחס ופרופורציה, שלבים וקשיים בהוראה ולמידה של הנושא, מודלים מוחשיים

ופרופורציה. השאלון הוצג לסטודנטיות בשיעור השני, לפני שלב הלמידה התאורטית. כל סטודנטית השיבה על השאלון, השאלונים נאספו ונבדקו והתקיים דיון כיתתי על התשובות של הסטודנטיות במשך שיעור כפול.

2. **תכנון וכתובת יחידת ההוראה:** מבנה היחידות בקורס המוגן היה אחיד ומפורט (איור 2). הפתיח מציג את תוכן היחידה, הדרך שבה היא תועבר והמיומנויות הנרכשות. שלושת החלקים האלה משלבים סרטונים/טקסטים המעלים דילמות המאפשרות חקר בכלים ממוחשבים דינמיים. כל אחד מהחלקים מסתיים במשימת הערכה (Quiz).



איור 2: מבנה יחידת הוראה בקורס המוגן

יחידת ההוראה המפורטת של כל קבוצה עודכנה שלוש פעמים במהלך החלק היישומי, לאחר הצגת היחידה או התנסות בה והערכת עמיתים (נספח 1).

3. מחוונים להערכת עמיתים: הערכת עמיתים התקיימה בשלושה שלבים לאורך הפקת קורס המוגן. המשובים שימשו את הקבוצות בביצוע שינויים ביחידות שלהן (נספח 2).

שלב א': הערכת עמיתים על פי הצגה ראשונית של היחידה של כל קבוצה במליאת הכיתה. הסטודנטיות נתנו משוב ספונטני ליחידות.

שלב ב': הערכת עמיתים על פי הצגה חוזרת של היחידות. הערכה לכל אחת מהיחידות התבססה על מחוון מובנה. הסטודנטיות בחרו באילו קריטריונים להתמקד מתוך המחוון, בבואן למשב את היחידה המוצגת.

שלב ג': הערכת עמיתים בוצעה על פי הצגה חוזרת של היחידות והתנסות אישית של כל אחת מהסטודנטיות בשתיים מהן. שתי היחידות שהעריכו בכתב במהלך מענה על כל הקריטריונים המפורטים במחוון, כללו את היחידה

להוראה, קישור הנושא לידע פורמלי קודם, קישור למציאות ורלוונטיות ללומד. נעשו דיונים בכיתה והועלו בעיות מתמטיות בנושא יחס ופרופורציה כדי לבסס את למידת תחום התוכן ולהכיר בקשיים בלמידה והוראה של הנושא. בהוראת מבנים של קורסי מוגן, הסטודנטיות התנסו בלמידת קורסי מוגן בהוראת המתמטיקה וקראו מאמרים בתחום (לדוגמה מאמרים של ברק, ותד, בר-שגב והאיך, 2014).

החלק השני של הסמינריון היה מעשי, ובו הסטודנטיות התבקשו לתכנן תשתית לקורס מוגן בנושא יחס ופרופורציה עבור מורים למתמטיקה. כל אחת משבע הקבוצות בכיתה בחרה נושא שתמקד בו ובחנה כלים ממוחשבים דינמיים היכולים לסייע בכניית יחידות התוכן. אלה הן יחידות התוכן שבנו את קורס המוגן: 1. חוש ליחס ופרופורציה; 2. בניית מחרוזות במהלך שמירה על דגם חוזר; 3. שמירה על גוון בערבוב צבעים; 4. קבלת החלטה על הקנייה הכדאית ביותר; 5. שינוי מתכונים לצד שמירה על הטעם; 6. קנה מידה; 7. יחס כשבר פשוט.

כל יחידה נפתחה בדילמה, שאלות להבניית היחידה המשלבות שימוש בכלים ממוחשבים ושאלות הערכה. נסביר את יחידות ההוראה מתוך התמקדות במטרות שהציבו הקבוצות בפיתוחן.

יחידות ההוראה

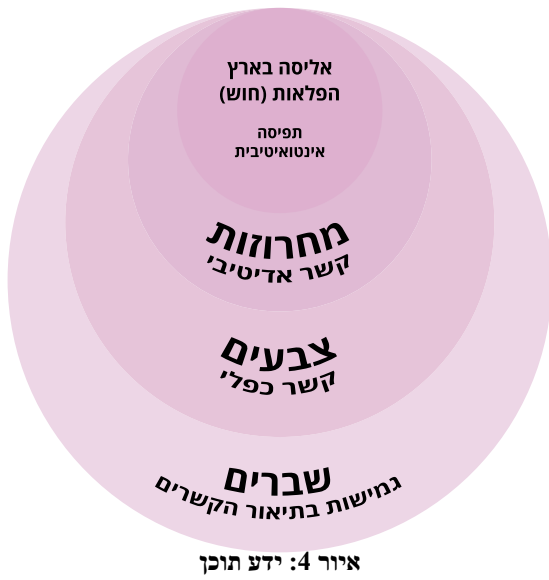
יחידת ההוראה הראשונה העוסקת בחוש לפרופורציה, עוצבה בהשראה של אגדת הילדים "אליסה בארץ הפלאות". הפעילויות ביחידה כוללות מצבים המקדמים את יכולת התלמידים לדון בכמויות ובקשרים השונים ביניהן במצבים של פרופורציה. מטרת היחידה הייתה לעודד תלמידים לפתח חוש לפרופורציה, ועל כן נוסחו בעיות שאינן מתבססות על חישובים מתוך כוונה לטפח בשלבים הראשונים את ההבנה המושגית על פני פיתוח כישורים פרוצדורליים. יחידת ההוראה השנייה התבססה על התפתחות הידע האינטואיטיבי והחלה הבנייה פורמלית של מושגי היחס והפרופורציה במודל של מחרוזות. באמצעות מודל זה המטרה הייתה ליצור קשרים בין הדגם הבסיסי של המחרוזות למחרוזת השלמה, לצד השוואה בין שתי מחרוזות על פי כמות המחרוזים מכל צבע בכל אחת מהן. יחידת ההוראה השלישית עסקה בערבוב צבעים וחידדה את התובנה שהחלה להיבנות ביחידה קודמת של בניית מחרוזות על הקשר הכפלי כשומר על פרופורציה. התווסף חקר של משתנים רציפים לעומת המשתנים הבדידים שאפיינו את מודל המחרוזות. החקר ביחידה זו הביא לידי תובנה שקשרים חיבוריים בין צבעים לאו דווקא שומרים על אותו גוון, כלומר לאו דווקא שומרים על פרופורציה. שתי היחידות הבאות, הרביעית והחמישית, עוסקות במצבים מחיי היום-יום. ביחידות אלו העוסקות במצבים של קנייה ומכירה ובהתאמת מתכונים לסועדים, המטרה הייתה להפעיל את הפרוצדורה המתמטית לצד שיקולי דעת אחרים בקבלת החלטות על הפתרון. יחידת ההוראה השישית מרחיבה את העיסוק במודל היחס והפרופורציה בחיי היום-יום ועוסקת בקנה מידה. היחידה השביעית, המסיימת את הקורס, עוסקת בשברים פשוטים כמתארים יחסים, ללא הקשר סיפורי. בהתבסס על הבניית המודל הפורמלי של יחס ופרופורציה ביחידות הראשונות, המטרה הייתה להראות כי אפשר לשמור על פרופורציה גם בחיבור מונים ומכנים של שברים שקולים.

כלי החקר

1. **שאלון לאבחון ידע מקדים** של סטודנטיות בנושא יחס ופרופורציה (שאלון מקדים). בפתיחת הקורס הסטודנטיות השיבו על שאלון כדי לבדוק את הידע המקדים שלהן בנושא יחס

הקודמת והעוקבת לזו שקבוצתן בנתה.

איור 3 מתאר מודל של הפקת המוגן מתוך הדגשת תהליכים שיתופיים והערכת עמיתים.



איור 4: ידע תוכן



איור 5: ידע תוכן פדגוגי

השתנות סוגי הידע בקבוצות העבודה:

1. ידע תוכן - הבנת משמעות היחס והפרופורציה

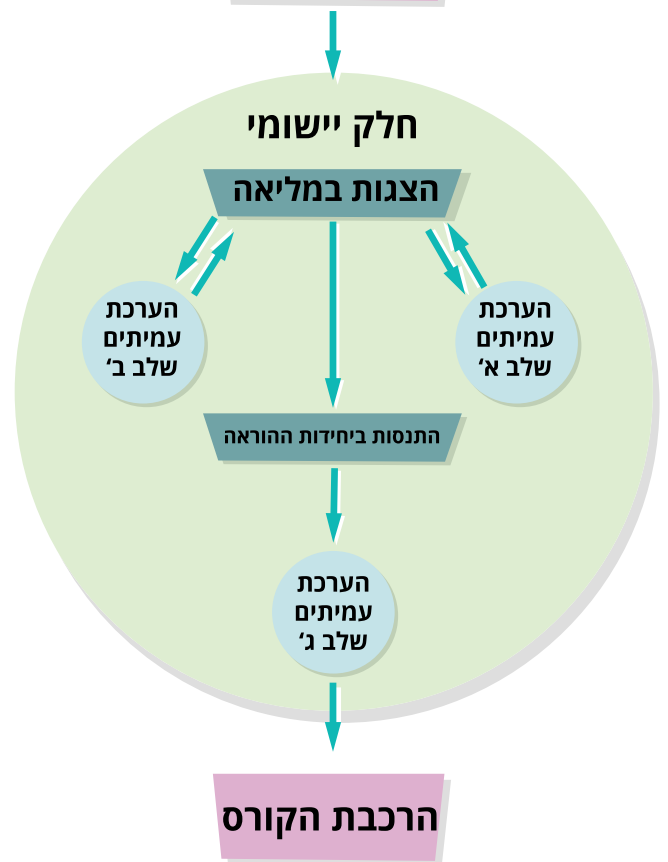
בסעיף זה נתמקד בתפיסה שגויה שעלתה בשאלון המקדים, שבו בדקנו את הידע של הסטודנטיות בנושא יחס ופרופורציה. בהמשך נראה כיצד הקבוצות נתנו מענה לקושי זה בפיתוח יחידות המוגן.

בחלק התאורטי של הסמינריון, הסטודנטיות התמודדו עם הבעיה הזו:

קניתי מוצרים בסך כולל של 900 ש"ח. המוצרים נקנו משתי מחלקות שונות באותה חנות. היחס בין הוצאותי בשתי המחלקות הוא 2:7. אילו אפשרויות עומדות בפניי, אם אני רוצה לשלם את הסכום בשלושה תשלומים (לא בהכרח שווים) ואם לשתי המחלקות אני צריכה לשלם בנפרד (באותו מספר תשלומים, תוך שמירה על אותו יחס)? סכומי התשלומים צריכים להיות ללא אגורות.

בבדיקת התשובות של הסטודנטיות לא זיהינו קושי במענה לשאלה זו, מלבד שלוש סטודנטיות שתשובתן לא הייתה נכונה. הבדלים נמצאו בדרכי הפתרון: בדיקת יחס בין מחלקות או בדיקת יחס בין התשלומים. כלומר הסתכלות אופקית ושמירה על קשר של "פי 3.5" בין מחלקות (באותה שורה) או הסתכלות אנכית והכפלת שני הערכים של שתי המחלקות על פי אותו מספר (בטור). בשני המקרים זה דאגו לשמור על הסכום הנתון בכל מחלקה (איור 6).

חלק תאורטי



איור 3: מודל הפקת קורס מוגן

בשלבם של הערכת עמיתים ביצעו החוקרות תצפיות. תועדו רשמים ומשובים שנתנו הקבוצות ונאספו יחידות ההוראה שהוצגו בכל שלב. ניתוח הגרסאות של יחידות ההוראה בכל קבוצה היה על סמך סוגי הידע האלה: ידע תוכן, ידע תוכן פדגוגי (Ball et al., 2008) וידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי (Mishra, & Koehler, 2006). ניתוח של סוגי הידע בשלוש נקודות זמן שונות אפשר לחוקרות להשוות את השתנותם בכל קבוצה במהלך בניית קורס המוגן.

ממצאים ודיון

בפרק זה ננתח את סוגי הידע שבאו לידי ביטוי בתכנון יחידות ההוראה: 1. ידע תוכן - הבנת משמעות היחס והפרופורציה; 2. ידע תוכן פדגוגי - בחינת שיקולים מציאותיים; 3. ידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי - בחירת כלים ממוחשבים דינמיים.

איורים 4 ו-5 מציגים תיאור סכמתי של התפתחות ידע התוכן (איור 4) והתפתחות ידע התוכן הפדגוגי (איור 5) שנרחיב עליהם בסעיפים האלה:

שילוב המחשב – לוח כפל אינטראקטיבי

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

סמנו שני תאים בטור כלשהו בלוח הכפל, שייצגו שבר. למשל, $\frac{24}{40}$. סמנו בצבע אחר, מספר תאים בטורה של מונה השבר, שסכומם יהיה שווה למונה. ראו דוגמה: $24=3+6+15$. האם סכום המכנים יהיו שווה למכנה השבר? נסו דוגמאות אחרות. האם זה תמיד כך? מדוע! הסבירו בעזרת דגמים חוזרים של דסקיות.

איור 7: פעילות בלוח הכפל

בבחינת השתנות ידע התוכן נוכל לסכם שהחשיפה של הקבוצות ליחידות הנוספות במהלך שיתופן במליאה, הביאה לידי בחינה מחודשת של מטרות כל יחידה ותרומתה למכלול הקורס. כך, לדוגמה, קבוצת הצבעים הרחיבה את התכנים למשתנים רציפים ולא רק משתנים בדידים שהציגה קבוצת המחרוזות. יותר מכך, השתנות ידע התוכן היה מהותי בקבוצת השברים לאחר שהן זיהו הזדמנות להרחיב את מטרות היחידה ולאפשר התמודדות עם תפיסות שגויות שהן חוו בתחילת הקורס.

2. ידע תוכן פדגוגי - התמקדות בהיבט המציאותי

הנושאים שבחרו הסטודנטיות לפתח ביחידות הלימוד כללו בחינת היבטים שונים של מושגי היחס והפרופורציה בחיי היום-יום. החל מפיתוח חוש לפרופורציה בעת שימוש בסיפור מעולם הילדים, שילוב מצבים הכוללים הקשר מחיי היום-יום וכלה בהערכה של הסיטואציה במציאות ובחינתה. התהליך של בניית היחידות כלל השיפות חוזרות ליחידות השונות והערכת עמיתים כדי לעמוד על הייחודיות והתרומה לרצף המוק.

קבוצת החוש (יחידה 2 בקורס המוק), שילבה שאלות ברוח הסיפור של אליסה בארץ הפלאות מתוך מטרה שהתלמידים ינתחו את המשתנים המשפיעים על היחסים בסיטואציות למיניהן. דוגמה לשאלה מתוך היחידה:

אליסה טעמה מהתה וקראה: "מה עשית? התה שלי מרו" עצר הכובען ואמר: "אוי אליסה, לך הכנתי את קנקן התה המתוק ביותר. היכן הוא נמצא? את כל הקנקנים מילאתי עד הסוף במים אבל בקנקן הלבן שמתני 5 כפיות סוכר, בקנקן הוורוד שמתני 5 כפיות סוכר ואילו בקנקן הירוק שמתני 3 כפיות סוכר". אליסה אמרה: "אבל הקנקן הירוק והקנקן הוורוד שווים בגודלם ואילו הקנקן הלבן יותר גדול משניהם".

הקבוצות של המחרוזות והצבעים (יחידות 2-3 בקורס המוק), שילבו שאלות עם הקשר מציאותי, כמו שמירה על יחסים בין צבעים לקבלת גוון רצוי לצביעת חדר.

קבוצות הקנייה והמתכונים (יחידות 4-5 בקורס המוק) הרחיבו את התוכן המציאותי כך שלאחר חישוב היחס בשאלות מחיי היום-יום, הפותר נדרש לבחון את התשובה בהקשר למציאות. דוגמה לשאלה מיחידה זו:

בזמן שרוני ואמה ערכו קניות הן הבחינו בשני מארזים של עוגיות מאפינס: מארז קטן המכיל 12 עוגיות ב-34 ש"ח, מארז גדול המכיל 29 עוגיות ב-87 ש"ח. אמא: "ניקח את המארז הקטן הוא משתלם ביותר". רוני: "אני חושבת שעבור הכיתה שלי המארז הגדול משתלם יותר".

מחלקה א ש"ח 200	מחלקה ב ש"ח 700	תשלום	מחלקה א ש"ח 200	מחלקה ב ש"ח 700	תשלום
20	70	1	50	175	1
100	350	2	70	245	2
80	280	3	80	280	3

איור 6: פתרון בעיית הקנייה בתשלומים

בדיון שהתקיים בשיעור העוקב, שיתפו הסטודנטיות באסטרטגיות שלהן. בהמשך התבקשו להסתכל על אחת החלוקות שלהן ונשאלו:

האם אפשר לעשות שינויים ולהיות בטוחים שהיחסים יישמרו? לדוגמה, אם נוציא 2 ש"ח מתשלום כלשהו ממחלקה א' ו-7 ש"ח מאותו מספר תשלום ממחלקה ב' ונעביר אותם לתשלום אחר, האם היחס בין המחלקות בכל תשלום יישמר?

27 סטודנטיות השיבו שהיחס לא יישמר במצב של חיבור וחיסור, מלבד שתי סטודנטיות שבדקו במחשבון וראו שהיחס אכן נשמר. כשהתבקשו להסביר האם זה מקרי או מתקיים גם במקרים אחרים הן לא הצליחו לענות על כך בוודאות.

בהמשך הדיון הגיעו הסטודנטיות למסקנה כי הסיטואציה מתארת מצב של כפל כחיבור חוזר, ולכן כל עוד אנחנו מוסיפים או מחסרים כפולות של היחס הבסיסי, נשמור על היחס הקיים בתשלומים לשתי המחלקות. בשלב זה הבחנו שלסטודנטיות לא היה ברור מדוע פעולות חיבוריות שומרות על היחס והאם זה תמיד נכון. ממצא זהה דווח במחקר קודם (Klemer & Peled, 1998) שבו נמצאה הכללת יתר של "איסור" השימוש בפעולת חיבור בבעיות יחס ופרופורציה. העמקה בקשרים החיבוריים והכפליים של מושגי היחס והפרופורציה, באה לידי ביטוי בתכנון חוזר של יחידות ההוראה בשתי קבוצות (צבעים ושברים). נציג ממצאים המתארים את השתנות ידע התוכן בקבוצות אלה.

קבוצת המחרוזות (יחידה 2 בקורס המוק) פתחה בהבניה פורמלית של מושגי היחס והפרופורציה באמצעות מציאת דגמים חוזרים כדי להביא להבחנה בקשרים חיבוריים בין הדגם הבסיסי של המחרוזות ובין המחרוזות כולה. קבוצת הצבעים (יחידה 3 בקורס המוק) שמה לעצמה מטרה להדגיש את הקשר הכפלי כשומר על פרופורציה. התנסות ברצף המשימות ביחידה מאפשרת לגלות כי קשרים חיבוריים בין הצבעים לא בהכרח שומרים על הגוון, כלומר על היחס. השוואה בין תכנון הסבב השני והשלישי של יחידת ההוראה בקבוצת הצבעים הראתה שהסטודנטיות הוסיפה שאלות ויישמונים כדי להרחיב את ההתנסות בשאלות עם משתנים רציפים (כמויות רציפות של צבע) ולא רק במשתנים בדידים (כמות קופסאות צבע) שנחשפו אליה בהערכת העמיתים הראשונה.

יחידת הוראה העוסקת בשבר הפשוט כיהס (יחידה 7 בקורס המוק) הראתה שוויון יחסים באמצעות לוח הכפל. לדוגמה $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ כפי שאפשר לראות באיור 7, בשורות 1 ו-3 בעמודות 2 ו-4 בהתאמה.

לאחר שהקבוצה נחשפה ליחידת המחרוזות וליחידת הצבעים, טענו הסטודנטיות שהן לא מחדשות דבר ביחידה שלהן על פני יחידות קודמות, מלבד מציאת יחסים בלוח הכפל. בהמשך, הקבוצה זיהתה הזדמנות לשבור את התפיסה השגויה על איסור חיבור וחיסור כאשר עוסקים ביחס ופרופורציה. הן הראו שאפשר לשמור על פרופורציה גם בחיבור יחסים בלוח כפל, כלומר חיבור מונים ומכנים של שברים השווים ביניהם מניב שבר חדש המתאר את אותו יחס בין מונה למכנה. שינוי זה מתבטא בסבב השלישי של תיקון יחידת ההוראה. בשלב זה הן הוסיפו דילמה דומה לזו שהתמודדו איתה בשאלון הידע המקדים ושילבו משימות חקר בלוח הכפל לגילוי מצבים שיש בהם קשרים חיבוריים אפשריים (איור 7).

קבוצת המחרוזות וקבוצת המתכונים (יחידות 2 ו-5 בקורס המוקד) בנו משימות חקר בעזרת יישומונים. קבוצת המחרוזות הוסיפה שאלות של יחס לבנייה ביישומון על פי סיפור המסגרת שהוצג ביחידה. ההנחיה שלהן הייתה לעקוב אחר רצף המשימות ולהתעלם מהתרגול המובנה שהוא חלק מהיישומון. היה מעניין לראות בשלב ב' של הערכת עמיתים לאחר הצגת היחידות כיצד קבוצת המחרוזות ייעצה לקבוצת המתכונים לשנות את השימוש ביישומון כמתרגל ידע בסוף היחידה, ליישומון המאפשר הבניית ידע בגוף היחידה. לפיכך קבוצת המתכונים הצליחה להגמיש את החשיבה שלה על שילוב היישומון ביחידה. אם בהתחלה היה להן ברור שיש להשתמש בשאלות מובנות ביישומון, או לשלב יישומונים למטרות של תרגול בלבד, הרי שעל פי המשובים שהתקבלו בהערכת עמיתים הן שינו את סוג השאלות ושילבו את היישומון ללא התרגול המובנה שלו. קבוצת המתכונים תיארה את השתנות הידע הפדגוגי-טכנולוגי שלה:

מצאנו שלושה יישומונים שיכולים להתאים ליחידה. מתוך השלושה שני יישומונים אפשרו תרגול יחס במתכונים ויישומון שלישי בעל פוטנציאל לבניית תובנה. שני היישומונים מוקמו בסוף היחידה כהצעה לתרגול והיישומון בעל הפוטנציאל לבניית תובנות שולב בהבניית היחידה. על מנת שהיישומון יתאים ליחידתנו ויעודד הפקת תובנות שרצינו להוביל, ערכנו שינוי שבא לידי ביטוי בהשמטת התרגול ביישומון.

דוגמה נוספת באה לידי ביטוי בקבוצת הצבעים (יחידה 3 בקורס המוקד). לאחר הצגת היחידות בשלב ב' של הערכת עמיתים, הקבוצה הוסיפה לתכנון היחידה שמאפשר חקר במצבי יחס שבהם המשתנים רציפים (כמויות רציפות של צבע) ולא רק במצבים בדידים (שפורפרות בדידות של צבעים). כפי שקיים בקבוצת המחרוזות (איורים 8-10).



איור 8: בניית מחרוזות (אתר "10 אצבעות")



איור 9: ערבוב צבעים עם שפורפרות בדידות (אתר "אופק")

השוואת המחירים בין המארזים מובילה לכך שעוגיית מאפינס במארז הקטן זולה יותר מהמארז הגדול. בחינת הפתרון בהיבט מציאותי הביאה לידי פתרון שאיננו חד-משמעי והתבסס על הכמות הנדרשת כפי שמוצג בטבלה זו:

מספר תלמידים בכיתה	מארז קטן	מארז גדול
24-20	2 מארזים 62 ₪	1 מארז 87 ₪
29-25	3 מארזים 93 ₪	1 מארז 87 ₪
36-30	3 מארזים 93 ₪	2 מארזים 174 ש"ח
41-37	1 מארז גדול + 1 מארז קטן 118 ₪	

איור 7: הקנייה הכדאית ביותר

בחינת התשובה במציאות (כמו מספר התלמידים בכיתה) לא הייתה חלק מהמטרות שהציבה קבוצת הקנייה בתכנון היחידה בסבב הראשון. בשלב הערכת עמיתים (בשלב ב') שתי קבוצות אחרות טענו ששאלות הדורשות חישוב עלויות למוצר בודד בתוך מארז מופיעות בספרי לימוד. קבוצת הקנייה והמכירה עסקה במשוב זה בתכנון האחרון של יחידת ההוראה, כאשר הוסיפה שאלות שנדרש בהן לחשב עלויות לקנייה המשתלמת ביותר אך גם לבחון אותה על פי הצרכים של הקונה.

3. ידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי

אפשר להבחין בשלוש רמות בהתפתחות ידע תוכן פדגוגי-טכנולוגי במהלך בניית קורס המוקד.

רמה 4: הבחנה בין כלים מחושבים

הקבוצות איתרו משחקים, סרטונים, תוכנות ויישומונים על פי הידע האינטואיטיבי שלהן על תרומת המחשב ללמידה.

ברמה זו, הקבוצות ניתחו את היתרונות והמגבלות של הכלים הממוחשבים כדי לבחון ולבחור את אלו המתאימים לרצף היחידה והמקדמים את מטרותיה: חלק מהתוכנות והיישומונים הציגו משוב לשמירה על פרופורציה, לדוגמה ביחידה של הצבעים היה אפשר לערבב כמויות של צבעים כדי להגיע לגוון הרצוי. הגוון שהתקבל שימש בקרה לשמירה על היחס. לעומתם היו יישומונים שהמחישו סיטואציה אך לא נתנו משוב. לדוגמה ייצוג מחרוזות וייצוג מצרכים להכנת מתכונים.

רמה 2: שילוב כלים מחושבים כתרגול

ברמה שנייה, הקבוצות שילבו את היישומונים שנראו להן מתאימים למטרות היחידה. תהליך זה בא לידי ביטוי בסבב הראשון של תכנון היחידות שכלל יישומונים לתרגול הנלמד ביחידה, אך לא ככלי לחקר ופתרון הבעיות המוצגות בה. 5 מתוך 7 הקבוצות שילבו יישומונים לתרגול התכנים רק בסוף היחידה. שתי קבוצות לא שילבו יישומונים בשלב זה.

רמה 3: שינוי/הוספה של כלים מחושבים על פי הערכת עמיתים

תכנון יחידות ההוראה בשלושה סבבים באמצעות קבלת משובים בתהליך של הערכת עמיתים והתנסות ביחידות של הקבוצות האחרות, הביא לידי חשיבה מחדש על שילוב כלים דינמיים ממוחשבים. ברמה זו, שולבו הכלים הממוחשבים לא רק כתרגול אלא הם הותאמו באמצעות שינוי השאלות כדי שיוכלו לשמש חלק אינטגרלי מהיחידה עצמה.

בלוח הכפל, ושחיבור "מונים" וחיבור "מכנים" של שברים שקולים מניב אותו יחס. שני רעיונות מקבילים שנצפו בקבוצת המחרוזות ובקבוצת השברים, הביאו לידי רכישת תובנות מתמטיות חדשות. תובנות שאינן טריוויאליות גם אצל מורים ותיקים למתמטיקה. (Klemer & Peled, 1998).

השלכות חינוכיות

סביבת הלמידה שהתנסו בה הסטודנטיות פתחה הזדמנות לבניית יחידות הוראה כחלק מקורס מוגן למורים, בתחום דעת של יחס ופרופורציה. ההתנסות בסביבה השיתופית הביאה לידי תהליכים של קבלת החלטות וחשיבה רפלקטיבית על המטרות וייחודן של כל היחידות ברצף הקורס. אנחנו ממליצות על תהליכים דומים בנושאים מתמטיים מגוונים למטרת התמקצעות של מורים והבניית ידע ותוכני, ידע פדגוגי וידע טכנולוגי שיוכלו ליישם בהוראת המתמטיקה.

רשימת מקורות

בן-חיים, ד', קרת, י' ואילני, ב' (2006). **יחס ופרופורציה: מחקר והוראה בהכשרת מורים למתמטיקה**. קריית ביאליק: אה.

ברק, מ', ותד, ע', בר-שגב, מ' וחאיק, ח' (2014). סוגיות בפיתוח קורסי מוק: אתגרים והזדמנויות. **הוראה באקדמיה**, 4, 39-36.

משרד החינוך. (2006). **תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים**. ירושלים: המחבר.

סוקניק, מ' (1992). **האם הצבעים יודעים מתמטיקה? השימוש באנלוגיות פורמליות בפתרון בעיות יחס** (עבודת דוקטור). אוניברסיטת חיפה.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407. doi:10.1177/0022487108324554

Ball, D. L., Ben-Peretz, M., & Cohen, R. B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of Educational Studies*, 62(3), 317-335. doi:10.1080/00071005.2014.959466

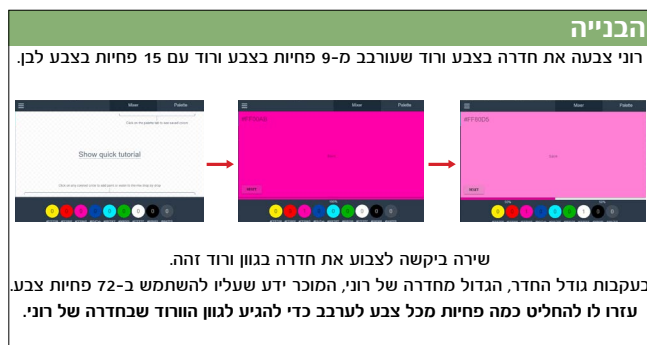
Ben-Chaim, D., Keret, Y. Z., & Ilany, B. (2012). Diagnostic questionnaire in ratio and proportion. In D. Ben-Chaim, Y. Z. Keret, & B. Ilany (Eds.), *Ratio and proportion: Research and Teaching in Mathematics Teachers' Education (Pre- and In-Service Mathematics Teachers of Elementary and Middle School Classes)* (pp. 233-243). Rotterdam: Sense.

Billings, E. M. H. (2001). **Problems that encourage proportion sense**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(1), 10-14.

Black, P., & Williams, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7-74. doi:10.1080/0969595980050102

Boaler, J. (1994). When girls prefer football to fashion? An analysis of female under achievement in relation to 'realistic' mathematics contexts. *British Educational Research Journal*, 20(5), 551-564. doi:10.1080/0141192940200504

Ekawati, R., Lin, F. L., & Yang, K. L. (2015). Developing an instrument for measuring teachers' mathematics content knowledge on ratio and proportion: A case of Indonesian primary teachers. *International Journal of Science and*



איור 10: ערבוב צבעים, במשמעות רציפה (אתר <http://trycolors.com>)

קבוצת חוש ליחס ופרופורציה וקבוצת השברים (יחידה 1 ו-7 בקורס המוק) לא שילבו יישומונים בסבב הראשון בתכנון היחידות. קבוצות אלה מצאו פתרונות אחרים לשילוב המחשב. לדוגמה קבוצת חוש ליחס ופרופורציה ערכה סרטונים הממחישים את הסיפור של אליסה בארץ הפלאות עם שילוב של שאלות יחס בתוכם. קבוצת השברים רצתה למצוא יישומון שימחיש במדויק שאלות של השוואת שברים. אף שלא מצאה, החליטה לבנות פעילויות וסיטואציות באמצעות לוח הכפל.

החיפוש אחר יישומון לא היה פשוט כלל, לא היינו מרוצות מהיישומון מכיוון שהוא אינו משחקי אלא מהווה כלי חקר. בהמשך ראינו בלוח הכפל הממוחשב את היחס בין מונה למכנה וכיצד היחס שומר על פרופורציה.

סיכום

במאמר זה הראינו כיצד השתנו סוגי הידע של סטודנטיות בנושא יחס ופרופורציה במהלך בניית קורס מוקן בקבוצות עבודה שיתופיות. בניית יחידות ההוראה יצאה מתוך הקשיים המתוארים בספרות ועל פי התפתחות מושגי היחס והפרופורציה (בן-דוד, קרת ואילני, 2006).

ברמת כל יחידה כל קבוצת סטודנטיות הפעילה שיקול דעת בתכנון רצף המשימות תוך הבחנה בתרומה של כל משימה להשגת המטרות. בניית קורס מוקן עבור מורים הציבה אתגרים חדשים שבאו לידי ביטוי בבניית יחידות לימוד ייחודיות ואטרקטיביות: "הפעלנו שיקולי דעת פדגוגיים ביחס לרמות החשיבה, כך שהמורה יוכל לשלב את התכנים בהתאם לצרכים שעולים בכיתה". "התנסות זו אפשרה לנו לראשונה להתמודד עם בניית יחידת הוראה למורים למתמטיקה, דבר מאתגר, דורש שימוש ברמות חשיבה גבוהות ומפתח מאוד מבחינה מקצועית".

ברמה השנייה של קורס המוקן הסטודנטיות פיתחו ראייה רחבה של נושא היחס והפרופורציה בתוך רצף הקורס כולו. תהליך זה התקיים לנוכח העבודה בסביבה שיתופית שאפשרה גישה לכל אחת מהיחידות, חשיפתן במליאת הכיתה בהערכת עמיתים בין הקבוצות. במפגש בין היחידות התפתחה אחריות אישית ליצירת התוצר השלם. נוסף על כך, הסטודנטיות הרחיבו את ידיעותיהן בנושא היחס והפרופורציה ורכשו כלים פדגוגיים המאפשרים חשיבה ביקורתית על הקיים, הצבת מטרות נוספות ועדכון חומרים שיקדמו מטרות אלו. כך לדוגמה הסטודנטיות היו מסוגלות להגדיר ביחידה השנייה, שהיחס הקיים במחרוזת כולה ממשיך להתקיים בדגמים חלקיים מתוכה. יחידת הצבעים הוסיפה הבחנה בין מצבים שבהם אפשר לחבר יחסים ובין מצבים אחרים שבהם אי אפשר לחבר אותם. סטודנטיות שהפיקו את יחידת השברים באמצעות פעילויות בלוח כפל דינמי ממוחשב, הבחינו שאפשר למצוא יחסים שווים בין שורות

- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). [Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge](#). *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. doi:10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x
- Riley, S. M. (1995). Peer responses in an ESL writing class: Student interaction and subsequent draft revision. *Dissertation Abstracts International*, 56, 3031.
- Rotherham, A. J., & Willingham, D. (2009). 21st Century: The challenges ahead: To work, the 21st century skills movement will require keen attention to curriculum, teacher quality, and assessment. *Educational Leadership*, 67(1), 16-21. Retrieved from <http://cesa7ita2009.pbworks.com/f/21st+Century+Skills+Curriculum+Teachers+Assessment.pdf>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundation of the reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.
- Topping, K. (1996). *Effective peer tutoring in further and higher education* (SEDA Paper). Birmingham: SEDA.
- Topping, K. (1998). Peer assessment between students in colleges and universities. *Review of Educational Research*, 68(3), 249-276. doi:10.2307/1170598
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Hillsdale, NJ: Erlbaum and Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Zevenbergen, R. L. (2001). Peer assessment of student constructed posters: Assessment alternatives in preservice mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(2), 95-113. doi:10.1023/A:1011401532410
- Mathematics Education, 13(1), 1-24. doi:10.1007/s10763-014-9532-2
- English, D. E. (Ed.). (1997). *Mathematical Reasoning: Analogies, Methaphors, and Images*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straser, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231-245). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic.
- Klemer, A., & Peled, I. (1998). Inflexibility in teacher's' ratio conceptions. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 128-134). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch. Retrieved from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED427969.pdf>
- Lamon, S. J. (2007). Rational and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. 1, pp. 629-668). Charlottes, NC: Information Age.
- Leikin, R. (2006). Learning by teaching: The case of Sieve of Eratosthenes and one elementary school teacher. In R. Zazkis & S. Campbell (Eds.), *Number theory in mathematics education: Perspectives and prospects* (pp. 115-140). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marcoulides, G. A., & Simkin, M. G. (1991). Evaluating student papers: The case for peer review. *The Journal of Education for Business*, 67(2), 80-83. doi:10.1080/08832323.1991.10117521

נספח מספר 1: תכנון הפקת יחידת מוק

תכנון להפקת יחידת מוק בנושא:

שמות של חברות הקבוצה:

מטרות כלליות שהיחידה עתידה ללמד מורים למתמטיקה:

- 1.
- 2.
- 3.

פירוט חלקי היחידה	תוכן	הפקה בפועל
פתיחת היחידה הסבר על תוכן היחידה, הדרך ללמידה והתפוקה	לאחר הגדרת מטרות היחידה הסבירו באופן כללי את תוכנה. נסו לשווק אותה באמצעות: - פיתוח היחידה לאור הדגשים והקשיים שנחשפתן אליהם בספרות המחקרית. - למידה בדרך חדשנית וזמינה. - הכלים והמיומנויות שאותם המורים עתידים לפתח על סמך ההתנסות וכו'....	
חלק ראשון	סרטון	הגדרת המטרה שעוסק בה החלק הראשון ביחידה והרציונל בבחירתה. הסבירו את תפקידה ברצף של היחידה כולה. כלומר מדוע היא נבחרה בשלב הזה ברצף המוקד?
	Quiz	כיצד השאלות בודקות את הבנת המטרות של החלק הראשון? מה הרציונל בבחירת רצף השאלות (האם הן בנויות בדרך הדרגתית? במה כל שאלה מוסיפה על קודמתה?) האם כדי לענות על השאלות יש לעבוד ביישומון? הסבירו את הערך המוסף שלו בשלב זה, במה הוא תורם להשגת המטרות.
חלק שני	סרטון / טקסט	הגדרת המטרה של החלק השני ביחידה והרציונל בבחירתה. הסבירו את תפקידה ברצף היחידות. כלומר מדוע המטרה נבחרה בשלב הזה ברצף המוקד?
	Quiz	כיצד השאלות בודקות את הבנת המטרות של החלק השני? מה הרציונל בבחירת רצף השאלות (האם הן בנויות בהדרגה? במה כל שאלה מוסיפה על קודמתה?) האם כדי לענות על השאלות עליהם לעבוד ביישומון? הסבירו את הערך המוסף שלו בשלב זה, במה הוא תורם להשגת המטרות.
חלק שלישי	סרטון	סרטון סיכום המשלב בין מטרות היחידה.
	מבחן מסכם	כיצד השאלות בודקות את הבנת מטרות היחידה. מה הרציונל בבחירת רצף השאלות (האם הן בנויות בהדרגה? במה כל שאלה מוסיפה על קודמתה?) האם השאלות משלבות התנסות בכלים ששולבו ביחידה (כמו התנסות ביישומונים)?

מחוון להערכת יחידת לימוד בנושא:

הערכה מיולולית	הערכה כמותית (1) (2) (3) (4) (5) במידה רבה במידה נמוכה	היגד	קריטריון
	(1) (2) (3) (4) (5)	הדילמה יצירתית ומעוררת גירוי ועניין	דילמה לפתיחת היחידה
	(1) (2) (3) (4) (5)	הדילמה מתאימה לרמת התלמידים ומאפשרת ניתוח וחשיבה מעמיקה המעלה תהיות והתלבטויות	
	(1) (2) (3) (4) (5)	הדילמה מאפשרת למורה להבין את המטרה ותובנות שהיחידה עתידה להבנות	
	(1) (2) (3) (4) (5)	השאלות מתאימות לרמת התלמידים	הבניית היחידה
	(1) (2) (3) (4) (5)	השאלות בנויות בדרך הדרגתית, כל שאלה מוסיפה על קודמתה	
	(1) (2) (3) (4) (5)	רצף הבעיות מוביל לבניית התובנות והמטרות ומאפשר חזרה ומענה על הדילמה בפתיחת היחידה	
	(1) (2) (3) (4) (5)	תוכני היחידה מאפשרים למורה לפתח שיעורים ולהוסיף בעיות לפי רמת תלמידיהם	
	(1) (2) (3) (4) (5)	היחידה כוללת יישומנים או כלים ממוחשבים רלוונטיים, המאפשרים למורה לפתח משימות נוספות בעת שימוש ביישומנים/ כלים אלו	
	(1) (2) (3) (4) (5)	שאלות הערכה מאפשרות יישום של התובנות הנרכשות לאורך היחידה	הערכת היחידה
	(1) (2) (3) (4) (5)	שאלות הערכה בהלימה לתוכן היחידה	
	(1) (2) (3) (4) (5)	שאלות הערכה בהלימה לרמת ההבנה הנדרשת ביחידה	
	(1) (2) (3) (4) (5)	היחידה מוצגת בדרך יצירתית ורלוונטית לתוכנה	הערכה כללית
	(1) (2) (3) (4) (5)	היחידה מקורית ומוסיפה חדשנות על הקיים בספרי לימוד	

הערות/הארות נוספות שארצה לתת עליהן את הדעת בהערכת היחידה:

(כולל: קשר לתוכנית הלימודים, קשר לסקירה הספרותית, הצעות ליישומנים נוספים, רעיונות לשאלות הערכה נוספות וכל הצעה שיכולה לתרום למורה שיקבל את יחידת ההוראה הזו.)