

מחקר על תהליכי למידה: מתלמידים בודדים דרך קבוצות קטנות וכלה בכיתה שלמה ריאיון עם פרופ' טומי דרייפוס

קרני שיר



ד"ר קרני שיר

מרצה במכללת שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
חוקרת בפרויקט "הבזקים" - הפקולטה למתמטיקה, הטכניון, חיפה.



פרופ' טומי דרייפוס - זוכה מדליית Felix Klein לשנת 2019, מדליה ש-ICMI - המועצה הבינלאומית לחינוך מתמטי - מכבדת בה את החברים הנכבדים ביותר בקהילת החינוך המתמטי עבור פעילותם רבת-השנים ורחבת ההיקף בתחום החינוך המתמטי.

מדליה זו ניתנה לטומי כהוקרה על עבודתו רבת-הפנים: תרומתו למחקר בתחום החינוך המתמטי, תפקידו המוביל בעיצוב וביסוס קהילת המחקר, וכן על עידוד וטיפול הקשר בין החוקרים בתחום בכל העולם.

פרס Felix Klein מוענק על מפעל חיים במחקר בחינוך מתמטי. פרס זה נועד להכיר באותם חוקרים מצוינים שעיצבו את תחום החינוך המתמטי במהלך חייהם.



הזוכים בפרס הם חוקרים שהשפיעו רבות על התפתחות החינוך המתמטי הן ברמה הלאומית במדינות שלהם והן ברמה הבין-לאומית.

על פי ועדת הפרס, טומי לא רק תרם תרומות מחקריות משמעותיות, אלא גם הציג סוגיות, רעיונות, פרספקטיבות והשקפות ביקורתיות חדשות. שיקולים נוספים לזכייה בפרס כוללים תפקידי מנהיגות, חונכות והכרת עמיתים, כמו גם הקשר (הפוטנציאלי והממשי) בין המחקר ליישומו.

טקס הענקת המדליה היה אמור להתקיים בכנס ICMI שתוכנן לקיץ 2020 בשנחאי, סין. בשל וירוס הקורונה לא התקיים הכנס בפורמט שתוכנן בו, והוא כנראה יתקיים ביולי 2021. הנימוקים המלאים של הבחירה של ועדת הפרס בטומי כזוכה של הפרס לשנת 2019 מובאים בסוף ריאיון זה.



הראשון מבין 14 דוקטורנטים שהנחה (טומי) הוא החל לעסוק בלמידה של קבוצות קטנות. השלושה פיתחו ביחד גם את התאוריה של 'הפשטה בהקשר' (Abstraction in Context) ופתחו בכך את הדלת למחקרים רבים אחרים הנשענים על מסגרת תאורטית-מתודולוגית זו.

עם השנים הזרקור של המחקר בחינוך מתמטי התחיל להיות מופנה אל התמונה השלמה שבה התלמידים לומדים במסגרת של

כיתה שלמה, ולא רק כיחידה אחת או בקבוצות קטנות. המסגרת התאורטית המקובלת עוד לא ידעה איך להסתכל על הלומד מנקודת המבט הזו ובשיתוף עם רינה הרשקוביץ, מיכל טבח וקבוצת חוקרים בארה"ב – בהובלת כריס רסמוסן (Chris Rasmussen), טומי החל לעסוק במחקרים בנושא זה. מחקרים אלה מלמדים אותנו רבות על **הידע של כיתה שלמה**, על התהליך שמתרחש במהלך הדיונים במליאת הכיתה וכיצד ידע זה מתפתח.

כפי שנכתב לפני כן, התואר השלישי של טומי הוא בפזיקה מתמטית ולא בחינוך מתמטי. לדעת טומי חשוב שיהיו בתחום חוקרים נוספים בעלי רקע נרחב בתחום התוכן. טומי משתף כי בארצות הברית ובאירופה החלו לאחרונה לעשות מחקרים על למידה והוראה של מתמטיקה ברמה אוניברסיטאית (מחקרים מהסוג שבוודאי יתבצעו בקרוב גם בארץ). יש הרבה תלמידים שמסיימים כיתה י"ב ברמה גבוהה בלי בעיה, אבל כאשר הם מגיעים לאוניברסיטה, לפקולטות מדע וטכנולוגיה, הם לא מצליחים לעמוד בבחינות, וחוקרים בתחום החינוך מנסים לעמוד על הסיבות לכך. לידע ברמה של תואר שלישי במתמטיקה ושליטה בחומר הנלמד בקורסים אקדמיים אלה יש תרומה בהבנה טובה יותר את הלמידה ואת התהליכים המתרחשים בקורסים למיניהם, דבר המקל על ביצוע מחקר עומק בנושא.

נוסף על תרומת מחקריו של טומי לתחום החינוך המתמטי, טומי היה גם חבר צוות של כתב העת המדעי *Educational Studies in Mathematics* במשך 30 שנה, ומתוכן היה עורכו הראשי של כתב העת במשך שלוש שנים. הוא מילא תפקידים רבים בקבוצה הבין-לאומית לפסיכולוגיה של חינוך מתמטי (PME), באגודה האירופאית למחקר בחינוך מתמטי (ERME) ובוועדות מקצועיות רבות. השפעתו על מחקר ומדיניות הוראת המתמטיקה מורגשת היטב ברחבי העולם, ובכל תפקידיו ופעילותו טומי שם דגש על פיתוח דיאלוג ושיתופי פעולה בין-תחומיים ובין-לאומיים.

מערכת החינוך ומבחני פיז"ח

אף שטומי הגיע לארץ כעולה חדש שלא למד פה, עם השנים והמחקרים הרבים שעשה בשטח, הוא החל להכיר את מערכת החינוך בארץ יותר ויותר. בשנים האחרונות הוא היה מעורב ב**כתיבת תוכנית הלימודים לרמה של 5 יח"ל**. בתוכנית החדשה ניכרת השפעה של העבודה האקדמית של כל מי שהיה מעורב בכתיבתה ושל חוקרים אחרים. השפעה זו באה לידי ביטוי גם בנושאים נקודתיים, כגון הצגת משמעות האינטגרל, וגם מתן דגש רב יותר על חקירה והבנה, סיטואציות שמאפשרות דיון, היכרות עם תיאור של סיטואציות חוץ-מתמטיות, ופחות דגש על טכניקות מורכבות. בשלב זה עדיין לא יצא מכרז לספרי לימוד התואמים את

היכרות אישית

פרופ' טומי דרייפוס נולד בשווייץ, ולמד במערכת החינוך במדינה שהייתה בה באותה תקופה מערכת חינוך אליטיסטית. רק כ-15% מהתלמידים בשווייץ נבחנו בבחינות הבגרות, וכמעט כל התלמידים האלה המשיכו ללימודים גבוהים באוניברסיטה לאחר תום לימודיהם בתיכון.

הפיצול לאותם תלמידים המכוונים למסלול של קבלת תעודת בגרות והמשכם ללימודים גבוהים באוניברסיטה ולאילו שלא נעשה בבזל בסוף כיתה ד', כאשר הילדים בערך בני 10.

אל הכיתה שלו, כיתה ה' במסלול של היבחנות בבחינות הבגרות, נכנסו 33 ילדים שמתוכם בסופו של דבר רק 12 תלמידים "סיימו את המסלול" ועברו את בחינות הבגרות. התלמידים שלא היו בכיתות האלה למדו 9-10 שנות לימוד, ואז המשיכו ללמידת מקצוע (כגון חשמלאי, מלצר, סוחר ועוד).

נוסף להיותו תלמיד מצטיין, בגיל העשרה טומי היה חבר פעיל בתנועת נוער יהודית מקומית בשווייץ, תנועת נוער זו הייתה הרביעית בגודלה אחרי בני-עקיבא, השומר הצעיר והבונים. טומי המשיך ללימודים גבוהים באוניברסיטה של בזל, ב-ETH (Zürich University of Technology) וב-Swiss Federal Institute of Technology (University of Geneva) בבריטניה שב-University of British Columbia. קנדה וב-University of Geneva. שבה סיים את התואר השלישי שלו בפזיקה מתמטית.

טומי ואשתו מריאן רצו תמיד להתנסות בחיים בארץ, ובסיום לימודיו נפתח לכך חלון הזדמנויות בצורה של הצעה למשרת פוסט-דוק מהאוניברסיטה העברית וממכון ויצמן. הם עברו לארץ עם שני ילדיהם, ומאז נשארו לגור בישראל, ובה נולד להם ילדם השלישי.

טומי משקיע הרבה זמן בספורט ואוהב לרוץ. נוסף על כך הוא אוהב ללכת להצגות תיאטרון ולקרוא. אף שטומי נמצא רשמית בפנסיה, הוא ממשיך לעבוד ומעיד כי אצלו "העבודה היא גם התחביב".

במהלך השנים יצא לטומי לנסוע עם משפחתו לשישה שבתונים ברחבי העולם, בהתחלה עם שלושת ילדיו, בהמשך רק עם בנו הצעיר, וכשהילדים גדלו – רק מריאן והוא. בנסיעותיו המקצועיות הוא כיהן כפרופסור אורח ב-14 אוניברסיטאות שונות ברחבי העולם: קנדה, גרמניה, פינלנד, ניו-זילנד, נורווגיה, שוודיה, שווייץ, ארה"ב וישראל.

המעבר מהתחום של פיזיקה מתמטית לחינוך מתמטי ותרומתו לתחום

בשנות השבעים טומי עשה את הפוסט-דוק שלו באוניברסיטה העברית, והמשיך משם למחלקה למתמטיקה שימושית במכון ויצמן. הוא מספר כי לפעמים בזמן שישב בחדר וניסה להוכיח משפט, הוא עצר פתאום ושאל את עצמו "בשביל מה? מה יוצא לי מזה, ומה יוצא לעולם מזה?" שאלות מסוג זה היו אלו שבזכותן טומי מצא את עצמו נמשך לתחום של החינוך המתמטי. תחום שהוא עוסק בו למעלה מארבעה עשורים ותרומתו לתחום זה לא תסולא בפז.

טומי מספר כי שני האנשים שעזרו לו לעשות את המעבר הראשוני מהתחום של הפזיקה המתמטית לתחום של החינוך המתמטי היו טד אייזנברג ורינה הרשקוביץ. העבודה שלו עם רינה לא הסתיימה רק במחקר, וגלשה גם לעבודה בשטח.

במשך כשני עשורים עסק טומי בעיקר במחקרים על הלומד הבודד והדרך שבה מתרחשת אצלו המשגה ונבנית הבנה מתמטית. בשנות התשעים, בעת עבודה עם רינה הרשקוביץ וברוך שוורץ (שהיה

פרס פליקס קליין - מנימוקי הוועדה

התחלתי את המדור הנוכחי בתיאור הזכייה של טומי במדליית פליקס קליין. טומי, בהיותו חוקר מוכשר מאוד, אבל גם איש צנוע מאוד, כמעט שלא דיבר על הפרס במהלך הריאיון. אני מסיימת את המדור בהבאת נימוקי הוועדה לבחירתו כלשונם. מהנימוקים אפשר ללמוד יותר לעומק על תחומי המחקר של טומי ועל תרומתו הגדולה לקידום החינוך המתמטי בישראל ובעולם כולו.

The Felix Klein Medal, with which ICMI honors the most meritorious members of the mathematics education community, is given in 2019 to Tommy Dreyfus, Professor Emeritus at Tel Aviv University, Israel, in recognition of his life-time achievement. This distinction acknowledges Professor Dreyfus's contribution to research as well as his leading role in shaping and consolidating the research community and in fostering communication between researchers.

For four decades, Tommy Dreyfus's research has been systematically deepening our understanding of mathematics learning. Trained as a mathematical physicist, Tommy has been drawing in this work on his deep understanding of mathematics and his first-hand familiarity with ways in which mathematical ideas come into being and evolve. Since the late 1970s and for the next two decades his research has been focusing on students' conceptualization of mathematical objects such as function, and on the role of intuition, visualization and aesthetics in mathematical thinking.

With years, his interests have been gradually shifting from the individual student to learning-teaching processes of the classroom. In the last twenty years, his empirical and conceptual work has been devoted to the study of epistemic activities such as proving and abstracting. These efforts resulted in the theory known as AiC – Abstraction in Context, which he developed with Baruch Schwarz and Rina Hershkowitz. Conceived in the late 1990s, the AiC framework has become increasingly influential. Since its inception, it has generated much empirical research all over the world. The theory has been found to be useful also to teachers, whom it provides with tools for monitoring student learning. As impressive in its scope, breadth, depth and impact as Professor Dreyfus's research is, it constitutes only a part of the contribution for which he is honored today with this special distinction.

Another outstanding part of his work is his ongoing project of shaping and consolidating the international community of research in mathematics education, a goal that he tries to attain in multiple ways. First and foremost, through his extensive editorial work he has been setting standards and giving directions for research in mathematics education. Particularly influential has been his 30-year long association with Educational Studies in Mathematics, which included his three-year long term as the editor-in-chief. Professor Dreyfus has also been serving in, and shaping, numerous professional organizations, with PME (the international group for the Psychology of Mathematics Education) and ERME (the European Society for Research in Mathematics Education) among them.

In addition, he played key roles in numerous professional committees in Israel, Europe and America. His influence on research and on policy directly affecting mathematics

הדגשים האלה (משרד החינוך שוקל כרגע אם לעשות זאת), אך אין ספק שבשילוב עם הדגשים שנותנת נרית כץ (מפמ"ר מתמטיקה), יציאה של ספרים מסוג זה אל השוק תיתן דחיפה נוספת לדגשים על חשיבה מסדר גבוה בלימודי המתמטיקה בארץ.

עוד נושא ששוחחנו עליו הוא מבחני פיז"ה שתוצאותיהם התפרסמו זמן לא רב לפני שנפגשנו והקימו רעש גדול בכל הארץ. מבחני פיז"ה בודקים בעיקר אוריינות מתמטית. הם עומדים על הקשר שהתלמיד עושה (או לא עושה) בין המתמטיקה לחיי היומיום.

עד לפני כמה שנים הקשר הזה קיבל מעמד נמוך בתוכנית הלימודים בארץ. יש שינוי מהותי בנושא בתוכנית הלימודים החדשה לבגרות של 3 יח"ל. כדי שיהיה שינוי ניכר בהישגים צריך להיות שינוי בתוכנית הלימודים, שינוי בדגשי ההוראה ושינוי בספרי הלימוד – ושינוי מסוג זה במערכות חינוך הוא לא דבר שקורה בן לילה.

תוכנית הלימודים בהולנד, לדוגמה, משלבת בבית הספר היסודי ב-50 השנים האחרונות (Realistic Mathematics Education). לכן האוריינות המתמטית טבועה בילדים ומאפשרת להם לענות על שאלות מסוג אלו שמופיעות במבחני הפיז"ה. בארצות רבות אחרות המצב דומה, וגם אם לא – הקישור של המתמטיקה לחיי היומיום הרבה יותר נוכח בתוכנית הלימודים לעומת מה שקורה אצלנו.

בארץ עובדים בעיקר על פרוצדורות לפתרון בעיות מסוגים מוגדרים היטב והבנה פנים-מתמטית. תלמידים רבים יכולים אפילו להסביר איך ולמה הפרוצדורות עובדות, אבל אין בתוכנית הלימודים קישור חזק לאוריינות מתמטית. נקווה שתוכנית הלימודים החדשה בכל הרמות וכן מדיניות המשרד לטווח ארוך יביאו לשינוי בכיוון ולשים דגש חזק יותר על אוריינות מתמטית.

יעדים במחקר בחינוך מתמטי שעדיין לא הושגו

בסוף המפגש שלנו עלה הנושא של כיווני התפתחות עתידית בתחום של המחקר בחינוך מתמטי.

כאן טומי עסק בשתי נקודות מרכזיות:

א. מחקרים לטווח ארוך

המערכת האקדמית, גם מבחינת הדרישות לקידום וגם מבחינת מקורות המימון, לא בנויה למחקרים לטווח ארוך (ב"טווח ארוך" הכוונה היא למחקרים בסדר גודל של 10 שנים). הכוונה היא למחקרים כגון "איך מתפתחת תפיסת מושג הנימוק, ההצדקה וההוכחה לאורך השנים, החל מהגיל הרך". מחקרים כאלה יכולים לתרום במידה ניכרת לידע התאורטי כמו לפרקטיקה.

ב. יישום המחקרים בשדה (upscaling)

ב-40 השנים שעברו, קהיליית החינוך המתמטי העולמית למדה הרבה מאוד על תהליכי למידה של תלמידים ומורים ועל תהליכי הוראה. התחום מלא רעיונות מעולים והוכחות מחקריות שישיות ויעילות במסגרת מצומצמת כגון כיתה. אבל אנחנו – כקהילייה עולמית – לא יודעים מה לעשות כדי שכל הרעיונות היפים שעובדים נהדר עם תלמיד בכיתה, או עם כיתה בבית ספר, יהיו מיושמים מבחינה מערכתית.

האוניברסיטה לא ממש דוחפת לעשות מחקרים יישומיים, ולרוב הם נחשבים פחות. לעומת תחום הרפואה, שבו חברות פרמקולוגיות גדולות מאמצות רעיונות יפים ומשקיעות בהם כך שיהיה אפשר לפתח אותם, בתחום החינוך אין פלטפורמה זו. כדי שתוכניות טובות ימשיכו להתקיים מעבר להטמעה ראשונית של כמה שנים, צריך המשך תמיכה קבועה למורים לאורך זמן.

policy, both in his own country and abroad.

For all this and his many other contributions to our community, Tommy Dreyfus is an eminently worthy candidate for the Felix Klein Award.

מראי מקום למתעניינים

להלן מראי מקום לאחד המאמרים הראשונים שכתבו פרופ' טומי דרייפוס ופרופ' טד אייזנברג, ותורגם לעברית בשנת 1990 בגליונות 6 ו-7 בעל"ה:

Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1986). On the Aesthetics of Mathematical Thought. *For the Learning of Mathematics*, 6(1), 2-10.

דרייפוס, ט' ואייזנברג, ט' (1990). הרהורים על האסתטיקה של המחשבה המתמטית (חלק א'). **עלה**, 6, 5-12.

דרייפוס, ט' ואייזנברג, ט' (1990). הרהורים על האסתטיקה של המחשבה המתמטית (חלק ב'). **עלה**, 7, 5-13.

מצורף קישור לעמוד של טומי בביה"ס לחינוך של אוניברסיטת תל אביב. ניתן למצוא בעמוד זה את הרפרנס המלא למאמרים רבים אחרים שכתב לאורך השנים. <https://education.tau.ac.il/profile/tommyd>



teaching is keenly felt over the world.

In all these activities, Professor Dreyfus has been consistently promoting cross-discursive dialogues. He has done this by organizing international meetings, establishing trans-continental collaborative research projects, appearing worldwide as an invited speaker and by extensive mentoring in his own country and beyond. Probably the most important and innovative among Professor Dreyfus's consolidating activities have been his multifarious efforts to spur and improve communication among researchers working within differing theoretical frameworks. Being concerned about the fragmentation of the field of mathematics education, Professor Dreyfus has been looking for ways in which community members can engage in a productive dialogue across discursive boundaries. These attempts began with his own cross-theoretical research collaborations. It continued with his conceptual work on the possibility of "networking theories", the activity of employing multiple theories in the attempt to produce a synergetic, cumulative effect. Through these initiatives, Professor Dreyfus has contributed to changing the dominant narratives about theoretical diversity. With his help, the multiplicity of research discourses is now seen less as a problem to solve than as an opportunity to embrace.

Born in Switzerland and now living in Israel, Tommy is fluent in a number of languages, which makes him particularly well equipped for the project of consolidating the international community. After his 1975 doctorate in mathematical physics from the University of Geneva, endowed with several prestigious fellowships and awards, Tommy began visiting universities all over the world. Since then, he never stopped. In parallel to his work at the Weizmann Institute and at the Center for Technological Education in Holon, and later as a full professor of mathematics education at Tel Aviv University, Tommy served as a visiting professor in 14 universities over the world, including in Canada, Germany, Finland, Israel, New Zealand, Norway, Sweden, Switzerland, and the USA. On all these occasions, he spent much time teaching and working with both young and seasoned researchers. By all accounts, he left an indelible mark in all the places he visited.

This owes, among others, to his ability to communicate fluently and easily, to his sensitivity to other cultures and to his general sense of inclusiveness. His willingness to listen and to share his own insights and his devotion to a common effort of understanding and improving mathematics education have touched everyone with whom he has come into contact. Officially retired since 2015, he remains as active and engaged as ever.

To sum up, over the 40 years of his career, Professor Dreyfus has been contributing to our collective endeavor of promoting mathematics education in great many ways: as a researcher, as an editor, as an organizer and policy adviser, and as a teacher and mentor. So far, he has published more than 120 research papers and book chapters, 9 edited volumes, and diverse teaching materials. His writings continue to be read and cited widely, and research programs he initiated or helped establish continue to thrive and inform the field. Even now in his retirement, he continues to shape the field, to foster young researchers and to influence research and