

הספר "ממלבן הזהב לסדרת פיבונאצ'י" מאת עופר ליבה

בת שבע אילני
אנטולי שטרקמן



ד"ר בת שבע אילני

עוסקת בייעוץ מתמטי, פיתוח חומרי למידה ופרסום מאמרים וספרים בנושאים מתמטיים מגוונים. עובדת עם המכללה האקדמית חמת הדרום והאוניברסיטה העברית בירושלים. השתתפה בכתיבה, בפיתוח, ייעוץ ועריכה של חומרים וספרים המיועדים לגנים, לבתי ספר, להכשרת מורים למתמטיקה בנושאים מגוונים. בין הספרים: פיתוח חשיבה מתמטית בגיל הרך - תיאוריה, מחקר ומעשה בהכשרת מורים; יחס ופרופורציה - מחקר והוראה בהכשרת מורים למתמטיקה; שימור ושינוי - תובנות אלגבריות בעולם המספרים.

על עופר ליבה ז"ל (1953-2016)



עופר אהב מתמטיקה ועסק בה מילדותו. הוא היה מורה מסור שהשקיע שעות רבות בתלמידיו, יזם וארגן כנסים במתמטיקה, וכתב אין-ספור מאמרים למורים ולתלמידים בכתבי עת למיניהם, בהם עלון למורי המתמטיקה "על"ה" שבו שימש גם חבר המערכת ועורך מדור אינטרמטיקה ועוד.

עופר יזם וארגן את הכנס "על מספר הזהב וסדרת פיבונאצ'י" במכון מופ"ת, את המושב החינוכי-תרבותי בכנס השנתי Annual Meeting of the Israel Mathematical Union (IMU) וכן כנסים נוספים.

עופר לימד במגוון מסגרות בירושלים, בהן המכינה הקדם-אקדמית של האוניברסיטה ומכוני הכנה לבגרות. בכל השנים היה חבר בצוותי הדרכה רבים והנחה מורים למתמטיקה מכל רחבי הארץ. הוא העניק לתלמידים מחוננים העשרה מעבר לתוכנית הלימודים הרגילה הנלמדת במערכת החינוך.

על הספר הזה עופר עבד שנים רבות אבל לא הספיק להוציא אותו לאור.

לכן התגייסנו לערוך, להשלים ולהביא את ספרו לדפוס.

על הספר

רבות נכתב בארץ ובעולם על מלבן הזהב ועל סדרת פיבונאצ'י. למספרי פיבונאצ'י יש תכונות רבות ומעניינות. נכתבו עליהם ספרים שלמים ואף קיים כתב עת מתמטי, The Fibonacci Quarterly (<http://www.fq.math.ca>), שמוקדש כולו לתגליות של מספרי פיבונאצ'י ולהכללות שלהם. כמו כן, נוסדה אגודת פיבונאצ'י שמטרתה לגלות מופעים חדשים של סדרת פיבונאצ'י.



ד"ר אנטולי שטרקמן

ראש החוג למתמטיקה במכללת תלפיות, חולון, כ-30 שנה מרצה במכללות להכשרת מורים ובמכללות להנדסה. עוסק בפיתוח תוכנות למתמטיקה - מתמטיקה ופיתגורס. עוסק בכתיבה ופיתוח של חומרי למידה וגם בייעוץ ועריכה של ספרי לימוד המיועדים לתלמידים, סטודנטים ולמורים למתמטיקה. עוסק גם במחקר מתמטי, פרסם כ-60 מאמרים בארץ ובחו"ל.

ספר זה מציג מבט מיוחד מההיבט המתמטי על חתך הזהב ועל מספרי פיבונאצ'י. הוא מתחיל בחתך הזהב ומגיע ממנו אל סדרת פיבונאצ'י.

הספר מציג בדרך ברורה ומובנית דרכי עבודה והיבטים לימודיים שקרובים לליבם של כל העוסקים במתמטיקה: התמודדות עם בעיות בדרכים מגוונות, קישורים בין תחומים שונים. העמקה והרחבה של מושגים מרכזיים, העלאת השערות וביסוסן באמצעות הנמקות והוכחות וכן יצירת הכללות. הספר מאתגר ומעורר את הרצון להעמיק ולחקור.



ספרו של עופר ליבה מומלץ לכל אוהבי המתמטיקה והמתעניינים בה, בכללם מרצים מורים, סטודנטים ותלמידי תיכון המעוניינים לפתור משימות מאתגרות בנושא מרתק זה. זהו ספר שיענג את כל מי שיהיה מוכן לצלול לתוך פרקיו ולהשקיע את המאמץ הנדרש.

פרופ' רון אהרוני מהפקולטה למתמטיקה, הטכניון, כתב על הספר:

יופי מתמטי נוצר כאשר מתגלה סדר לא צפוי בתופעות, או כאשר נושא אחד מתקשר לפתע לנושא שנראה רחוק ממנו. ספרו של עופר ליבה עוסק בקשר בין יחס הזהב, מושג עתיק שהעסיק את היוונים הקדמונים, לבין נושא מעידן חדש יותר: הסדרות המספריות של פיבונאצ'י. הקוראים נחשפים ליופי של כל אחד מהנושאים ולקשר הפורה בין שניהם. בכך מגיע הספר להישג הנדיר של כתיבה מתמטית פופולרית, שעם זאת אינה מתפשרת על התוכן המתמטי.

ד"ר מייקל פריד מהתוכנית להוראת המדע והטכנולוגיה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, כתב על הספר:

ספר זה הוא הראשון בעברית אשר מוקדש כולו למתמטיקה של חתך הזהב ושל סדרת פיבונאצ'י, והוא מלווה את הקורא במסע מאורגן היטב. הספר כמעט אנציקלופדי בהיקפו והוא מכיל מגוון עצום של קישורים, הן בטקסט והן בתרגילים.

ד"ר עוזי ערמון ז"ל שהיה חבר סגל במכללת כנרת, שלוחת אוניברסיטת בר-אילן, כתב על הספר:

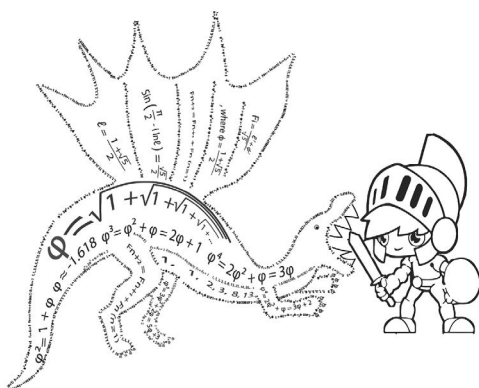
ספרו של עופר ליבה לוקח אותנו לטיול מרתק באחד התחומים המתמטיים היפים ביותר ומציג מידע רב בקשר למספר הזהב ולסדרת פיבונאצ'י. הוא מתחיל בהיכרות עם מספר הזהב $\phi = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ ותכונותיו, כמו למשל $\phi^2 = \phi + 1$ או $\frac{1}{\phi} = 1 - \phi = -\phi$ (משולשים שווים שוקיים שהיחס בהם בין הצלעות השונות הוא ϕ) ועם תכונותיהם, כגון קיומם במחומש משוכלל. בהמשך מגיעים ל"מחוזות סדרתיים": מסדרות פיבונאצ'י ולוקאס ועד לסדרות פיבונאצ'יות ולוקאסיות. לסדרות אלה יש תכונות מגוונות, כמו נוסחת קאסיני $F_{n+1}F_{n-1} = F_n^2 + (-1)^n$ או הנוסחאות $F_{2n} = L_n F_n$ ו- $L_{-n} = F_{n+1} + F_{n-1}$. מספר הזהב, כמו: $\phi^n = F_n \phi + F_{n-1}$.

בנוסף לכך, הספר מציג באופן מרתק את המתמטיקה שנלמדת בבית הספר התיכון, תוך שימת דגש על עקרונות היסוד של מתמטיקה אמיתית, כמו אסתטיקה (למשל בצורות הגיאומטריות), רבגוניות בעשייה המתמטית (בניגוד לזו המבקשת פתרון אחד ויחיד), גישת החקר (לגילוי חוקים, הכללות, קשרים), הוכחות ידידותיות (אפשר להבין את הצורך בהן, לעקוב אחריהן ואפילו לגלותן לבד), אתגרים מחשבתיים (למשל בפרדוקסים) ופתרון בעיות (בדגש על שיטות חשיבה). בהקדמה שכתב, המחבר אכן מדגיש את חשיבות היופי של התבניות המתמטיות ושל הרעיונות

המתמטיים. לתפיסתו, יופיים הוא מבחנם החשוב ביותר.

תרומתו הגדולה של הספר, מעבר להצגת שפע ומגוון התכנים הקשורים למספר הזהב ולסדרת פיבונאצ'י, היא בבניית סביבת למידה מתמטית עשירת פעילויות ומטלות. שימוש בסביבת למידה עשירה הוא רעיון חינוכי רב עוצמה לשיפור ההוראה בכלל ולשיפור ולרענון הוראת המתמטיקה בפרט. סביבה כזו הכרחית להשגת שתי מטרות-על חינוכיות המשולבות זו בזו. מטרות-על אחת היא **החופש ללמוד**, כשם שפרו של קארל רוג'רס. סביבת למידה עשירה בפעילויות מספקת לכל לומד ולומדת את החופש לבחור את דרך הלמידה המתאימה להם, את הנושאים המעניינים אותם, את המטלות המסקרנות אותם, הכול לפי נטיות ליבם. החופש ללמוד חשוב ביותר, הן כדי לטפח את היצירתיות הטמונה בכל אחד מהלומדים, הן כדי לשפר את ההניעה שלהם והן כדי להנעים להם את הלמידה האמיתית. **למידה אמיתית** היא מטרות-העל החינוכית השנייה. הכוונה היא לפעילות עצמית ועצמאית המתבצעת עם אחריות אישית של הלומד או הלומדת. למידה כזו מושגת באמצעות פעילויות רבות, כגון קריאת חומר רלוונטי, חקירת הנושא הנלמד, התמודדות עם מטלות חשיבה, השוואת התשובות לתרונות מוכנים ועוד. למידה אמיתית בסביבת למידה עשירה בפעילויות עשויה לאפשר את הבניית המידע הנקלט ואת הפיכתו לידע מובן ובעל משמעות.

אכן, לספר זה יש פוטנציאל לסייע בשינוי של דרכי הוראת המתמטיקה ולמידתה. הוא מאפשר למידת מתמטיקה המבוססת על קריאת טקסט מתמטי, גישה שכמעט אינה מקובלת אצלנו. גישה כזו עשויה לסייע להשגת הבנה אמיתית של תכנים מתמטיים. לדוגמה, חקירת הסדרות הקשורות לסדרת פיבונאצ'י יכולה לשפר את הבנת מושגי הסדרה והטור. כיום רבים מבינים ש"סדרה" היא מושג מופשט (קבוצה מְכוּוֹנֶת של מספרים), בעוד שהמושג "טור" עוסק בסכום הסדרה. למעשה, המושג "סכום סדרה" מתייחס לסדרת הסכומים החלקיים של סדרה, וסדרה זו היא מקרה פרטי של סדרה שנוצרת מסדרה כלשהי. מכל סדרה נוצרים "ילדים" רבים: סדרת ההפרשים (בסדרה חשבונית זו סדרה קבועה), סדרת המנות (בסדרה גיאומטרית היא קבועה), ובסדרת פיבונאצ'י היא סדרה השואפת לגבול - מספר הזהב), סדרת הריבועים, סדרת מכפלות כל שני שכנים ועוד. באופן ההולם את העיסוק ב"זהב", ספרו של עופר ליבה מצטיין בעושר. העושר מתבטא הן במגוון התחומים המתמטיים השזורים בספר, הן בשפע הפעילויות (חלקן בפרקים וחלקן בתרגילים) והן בקשרים בין התחומים המתמטיים השונים כפי שהם מתבטאים באחד הנושאים המתמטיים היפים, הקסומים והמפתיעים ביותר.



Paul R. Halmos:
Don't just read it, fight it!