

מדור חדשות מתמטיות

נצה מובשוביץ-הדר



פרופ' (אמריטוס) נצה מובשוביץ-הדר

כיהנה כדיקנית הפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה בטכניון, ניהלה את המזאון הלאומי למדע, טכנולוגיה וחלל בחיפה, הביאה לישראל את "תוכנית קולומביה", והנהיגה צוותי כתיבה של תוכניות לימודים חדשניות במתמטיקה, בהן סדרת המשדרים הדרמטיים "חשבון פשוט" שהטלוויזיה החינוכית זכתה עליהם לפרסים בין-לאומיים.

פרופ' מובשוביץ-הדר פרסמה מאמרים רבים ושני ספרים, והעמידה דור של מורים למתמטיקה ותלמידי מחקר החדורים בשאיפה לקרב את המתמטיקה אל ליבו של הנוער.

היא הקימה בשנת 1987 את "קשר חם" - מרכז מ"פ לקידום שיפור וריענון החינוך המתמטי בישראל ועומדת בראשו מאז. בשנים האחרונות היא מתמסרת לפיתוח הבזקי חדשות ושילובם בהוראת המתמטיקה בחטיבה העליונה ולהקמת אתר "רמזור למורה".

מדור החדשות בגיליון זה מכיל שתי חדשות, אחת על המספר π המוכר לכולנו, שהחתירה למצוא את ערכו בדיוק גדול ככל האפשר גורמת למהפך לאחרונה, ועוד אחת על מתמטיקאית צעירה (ויפה...) שכתבה בשלוש השנים האחרונות שלושה ספרים שהראשון בהם הפך לרב-מכר ושמו "המתמטיקה של האהבה", לא פחות ולא יותר.

הספרות של פאי "משגעות" את כולם

כידוע, פאי הוא מספר אי-רציונלי טרנסנדנטי, כלומר הוא לא ניתן להצגה כשבר פשוט, על כן אינו שווה $22/7$, הפיתוח העשרוני שלו הוא אינסופי לא מחזורי, ועל כן אינו שווה 3.14 . נוסף על כך, בהיותו טרנסנדנטי הוא לא ניתן להצגה כפתרון של משוואה פולינומיאלית בעלת מקדמים שלמים.

בבתי הספר מקובל (מסיבות טובות) להגדיר את פאי כיחס הקבוע הקיים, למרבית הפלא, בין היקפו של מעגל כלשהו לקוטרו של אותו מעגל. אבל מתמטיקאים לא כל כך אוהבים את זה. לא מפני שפאי אינו בעל התכונה הזאת, אלא מפני שזה לא הדבר היחיד ולא הכי חשוב. פאי מופיע לא רק בגאומטריה של המעגל אלא גם באלגברה, לדוגמה הסכום האינסופי של המספרים הרציונליים:

$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$ מתכנס במפתיע לשישית פאי (ראו

למשל הערך **בעיית בזל** בוויקיפדיה). דוגמה נוספת, הממוצע של מספר האפשרויות לרשום כל מספר טבעי כסכום ריבועים של שני שלמים הוא... פאי! מפתיע וגם ההוכחה עצמה מדהימה. להלן הקישור: <https://aperiodical.com/2019/03/buzz-in-when-you-think-you-know-the-answer/>

פאי מופיע גם בסטטיסטיקה. למשל, פונקציית הצפיפות של ההתפלגות הכי חשובה, התפלגות הנורמלית הסטנדרטית, מבוטאת באמצעות π וגם e (ראו למשל **פאן**), בקיצור כמעט בכל תחום מתמטי הוא "צץ". מכאן חשיבותו הרבה (קראו עוד על כך **פאן** וגם **פאן**) והיא מסבירה את המרוץ אחרי גילוי הספרות של פאי מעבר לסקרנות וליצר החקירה.

מאז ימי ארכימדס, ובמיוחד במשך 400 השנים האחרונות,



<https://itunes.apple.com/us/app/calculate-pi/id385916387?mt=8>

וגם באמצעות הבלוג של אלכסנדר יי:

y-cruncher - A Multi-Threaded Pi-Program from a high-school project that went a little too far

בנובמבר 2016 השיג את השיא פיטר טרוב (Peter Trueb) – לאחר 105 ימי עבודת חישוב ממוחשבת מ-29 ביולי 2016 עד 11 בנובמבר 2016 במימון חברת Dectris מפילדלפיה, והועמד על 22.4 טריליון ספרות (ליתר דיוק 22, 459, 157, 718, 361). מי שרוצה להוריד את כל הספרות מהאינטרנט, יכול לנסות כאן: <https://pi2e.ch/blog/2017/03/10/pi-digits-download/#download>

בינואר 2019 נשבר השיא שוב והועמד על 31.4 טריליון ספרות. את השיא הזה השיגה אמה הארוקו איוואו (Emma Haruka Iwao) באמצעות הענן של גוגל ובכך הוכחה עוצמתו הרבה של זה האחרון. (עוד פרטים כאן: <https://cloud.google.com/blog/products/compute/calculating-31-4-trillion-digits-of-archimedes-constant-on-google-cloud>)

לרוב מתמטיקאים מונעים על ידי יצר הסקרנות ויצר החקירה ופחות על ידי ציפיות לטובת הנאה. בשנים האחרונות נמצא מניע נוסף: שיפור טכניקות חישוב בעלות דיוק גבוה. עבורן החישוב של הספרות של π משמש אמצעי בקרה ומבחן. החישוב של π בדיוק גבוה תובעני הן מבחינת זמן החישוב והן מבחינת גודל הזיכרון הנדרש לכך. לחישובים של למעלה מטריליון ספרות דרושים מחשבי-על, ולכן ביצוע החישובים בשיטות למיניהן משמש אבן-בוחן ליכולות המחשב לאחסן, לשלוף ולעבד כמויות עצומות של נתונים.

כך התהפכו היוצרות – משימוש במחשב לבדיקת הספרות של π עברנו לשימוש בחישוב של π לבדיקת מחשבי-על!

מתמטיקאים מנסים להגדיל את הידע של הספרות של π אחרי הנקודה העשרונית. זאת למרות העובדה שעבור כל מטרה מעשית העולה על הדעת – דיוק של 35 ספרות הוא דיוק מספק ביותר. מעניין במיוחד לציין שכדי להגיע לדיוק רב בחישוביהם מספיקות לסוכנות החלל האמריקאית – NASA 15 עד 40 ספרות של פאי אחרי הנקודה. ראו נימוקים כאן: <https://curiosity.com/topics/how-many-digits-of-pi-do-we-actually-need-curiosity>

מעט היסטוריה

בשנת 500 לספירה היה ידוע כי $\pi \approx 3.1416$ ועד שנת 1000 לספירה ידעו קירוב של 10 ספרות. בשנת 1596 הגיע ההולנדי לודולף ון-קולן לשיא החישוב של אותו זמן. הוא הקדיש שנים רבות מחייו לחישוב ערכו של π בשיטת ארכימדס כשהוא מגדיל בכל צעד כפליים את מספר הצלעות של המצולע החסום והמצולע החוסם של המעגל. כך הגיע למצולעים בני 2^{62} צלעות, וקיבל:

$$3.141,592,653,589,793,238,462,643,383,279,502,88 < \pi < 3.141,592,653,589,793,238,462,643,383,279,502,89$$

בשנת 1949 – ראשוני המחשבים האלקטרוניים הגיעו לחישוב של 2000 ספרות אחרי הנקודה.

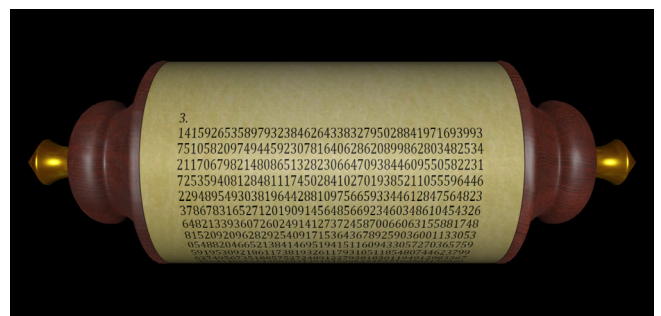
בשנת 1958 – 10,000 ספרות.

בשנת 1961 – 100,000 ספרות.

בשנת 1973 – 1,000,000 (מיליון) ספרות.

בשנת 1989 – 1,000,000,000 (ביליון (מיליארד)).

בשנת 1999 – 000,000,000206, – ביליון.



המגילה של פאי. כדי לגלול אותה היכנסו לכאן וטראו את מיליון הספרות הראשונות

אלכסנדר יי (Alexander J. Yee) הוא מפתח תוכנה יליד קליפורניה, המתגורר בשיקגו. הוא נכנס לספר השיאים של גינס בשנת 2010 בזכות ששבר את שיא החישוב של הספרות של פאי אחרי הנקודה העשרונית והגיע ל-5 טריליון. הוא היה אז סטודנט בן 23 לתואר שני במדעי המחשב באוניברסיטת אילינוי ועשה זאת עם מחשב שולחני אחד **שבנה שותפו היפני**, שיגרו קונדו (Shigeru Kondo), שהיה אז בן 55. החישוב החל ב-4 במאי והסתיים ב-2 באוגוסט – שלושה חודשים ברציפות. לאישור התוצאה לאחר שנתקבלה, נדרשו 130 שעות מחשב (מעל חמש יממות).

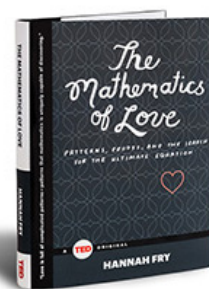
באוקטובר 2011 הם הכפילו את מספר הספרות עד מעל ל-10 טריליון. אשתו של שיגרו קונדו כעסה מאוד כיוון שהם קיבלו חשבון חשמל גבוה בשל הצריכה המוגברת, ומאז הם העמידו את התוכנה לרשות המעוניינים באמצעות אפליקציה לסמארטפון:

תחום מתמטי חדש: המתמטיקה של האהבה



המתמטיקאית הבריטית, חנה פריי, ילידת 1984, קיבלה בשנת 2011 את הדוקטורט במתמטיקה בתחום המכניקה של נוזלים. היא מופיעה דרך קבע ברדיו ובטלוויזיה בבריטניה ובהרצאות ברחבי העולם. בחודש אפריל 2014 היא העבירה הרצאת TED בנושא "[המתמטיקה של האהבה](#)", שבה הציגה דפוסים לדרכים שבהן אנחנו מחפשים אהבה. לשם כך היא נותנת את שלושת הטיפים הראשונים למציאת מישהו מיוחד (מאומתים על ידי מתמטיקה!). שווה צפייה.

בשנת 2015 יצא ספרה באותו שם (זמין למשלוח לישראל באמצעות אמאזון). אגב, זכיתי לשמוע מפייה הרצאה מרתקת בקיץ 2016 במוזאון הלאומי למתמטיקה בניו-יורק ואף רכשתי באותו מעמד עותק בחתימתה.



[בהקדמה לספר](#) מעידה על עצמה ד"ר פריי שהיא עצמה אינה מומחית לאהבה (אף שאת ההרצאה ששמעתי ממנה היא העבירה בהיותה בהיריון...), אין לה שמץ של השכלה בפסיכולוגיה, היא מבינה מעט מאוד בביוכימיה, והניסיון האישי שלה לפני הנישואים הוא כמו של רבים אחרים, תערובת של הצלחות עם שורה של אכזבות. היא מוסיפה כי ניסיונה כמתמטיקאית לימד אותה שמתמטיקה יכולה להציע דרך חדשה לבחינה של כמעט כל דבר, אפילו משהו אפוף מסתורין כמו אהבה.

בספר תשעה פרקים שבהם המחברת חושפת את הדפוסים הנסתרים מאחורי ההתנהגויות של אהבה – מאתרי היכרויות לגרושים, מיחסי קרבה לנישואין ועוד ועוד.

היא לא מנסה לדון ברגשות, בתשוקה ובאכזבות שהאהבה יכולה לגרום. את המעוניינים בהיבטים אלה היא מפנה לציור, לשירה, לספרות ולאומנות הפיסול שיצרה האנושות ב-5000 השנים האחרונות...

את הרומנטיקה קשה לכמת, זה ברור. באמצעות מערכת משוואות אי אפשר להבין איך האוהבים עשויים להרגיש. אבל זה לא אומר שהמתמטיקה אינה כלי להבנת האהבה שהיא, כמו רוב הדברים בחיים, עתירת דפוסי התנהגות. כידוע, מתמטיקה היא המחקר של חוקיות, תבניות ודפוסים. היא משרתת תחומים כגון חיזוי מזג האוויר ותנודות של שוק המניות, וחושפת את חוקי התנועה של כוכבי הלכת ושל חלקיקי האטום. הדפוסים האלה מפותלים ומורכבים, והם מתפתחים בדיוק כמו התנהגויות האוהבים.

בספרה, ד"ר חנה פריי לוקחת את הקורא למסע מרתק באמצעות דפוסים המגדירים את חיי האהבה שלנו, ומיישמת נוסחאות מתמטיות לשאלות הנפוצות ביותר, אך מורכבות, הנוגעות לאהבה: מה הסיכוי למצוא את הפרטנר הנכון? מה ההסתברות שזה יימשך? איך בדיוק עובד אלגוריתם ההיכרויות באינטרנט? האם תורת המשחקים יכולה

לעזור לנו להחליט אל מי לגשת ליד הבר? באיזו נקודה בחיים עליך להחליט להתביית?

ד"ר פריי עוסקת בהערכת האסטרטגיות הטובות ביותר עבור היכרויות באינטרנט ובהגדרת המושג: יופי, ועוד ועוד. היא מוכיחה בתובנה רבה ובשנינות כי מתמטיקה היא כלי שימושי להפליא לניהול משא ומתן על תעלומות האהבה, תחום מסובך, לעיתים קרובות מביך, לפעמים מקומם, אבל תמיד מעניין...

לצד כל אלה, היא מתוודה שכונתה בכתיבת הספר הייתה לא רק להאיר את חיי האהבה, אלא גם להציג את יופייה של המתמטיקה, את הבוננות העמוקה שהיא מאפשרת ואת הרלוונטיות הרבה שלה, דברים שבבית הספר לא נחשפים אליהם ואולי הם אלה שתורמים ליחס הרע כלפי המתמטיקה הרווח בציבור. היא מסיימת בהבעת תקווה שהקריאה בספר תתרום לא רק להבנת המתמטיקה של האהבה, אלא גם לאהבה של המתמטיקה.

בהקשר זה מומלץ מאוד לקרוא גם את הכתבה "[מתמטיקה אהובתני](#)" בכתב העת המקוון בעברית "אלכסון".

לאחר שפרסמה את הספר הזה, פרסמה ד"ר פריי עוד שלושה ספרים שכתורותיהם מסקרנות למדי:

- Fry, H. (2015). *The mathematics of love: Patterns, proofs, and the search for the ultimate equation*. London: Simon & Shuster/TED.
- Fry, H., & Oléron Evans, T. (2016). *The indisputable existence of Santa Claus*. London: Doubleday.
- Fry, H. (2018). *Hello world: How algorithms will define our future and why we should learn to live with it*. New York, NY: WW Norton.

ברגע האחרון

לפני סגירת הגיליון, בסוף חודש מרץ 2019 התבררנו כי לראשונה זכתה אישה בפרס אבל היוקרתי (ראו פרטים על פרסים מתמטיים [במדור החדשות בגיליון 6](#)). כאן תמצאו עוד פרטים על עבודתה פורצת הדרך של הזוכה, פרופ' אמריטה קארן אלנבק (Karen Uhlenbeck), מתמטיקאית בת 76 מאוניברסיטת טקסס באוסטין, שתרומתה לתחום המשטחים המינימליים זיכתה אותה בפרסים רבים.

