

## דברים לזכרו של פרופ' גדי מורן ז"ל

(1938-2016)

שפיק חליפה, הסכללה האקדמית הערבית לחינוך, חיפה;

אורנים - הסכללה האקדמית לחינוך, קריית טבעון

פרופ' גדי מורן האמין בכל מאודו, שעל המתמטיקאי לגלות בין השאר מעורבות בתהליך הכשרת מורי המתמטיקה. ומשכך, מן הראוי להקנות להם השכלה מתמטית רחבת היקף (שאותה הוא נהג לכנות "תרבות מתמטית") וזאת כדי שתלמידיהם יזכו בבוא היום בחלק ממנה. בייחוד הוא סבר שנכון יהיה להתמקד בגאומטריה כי חש שקרנה דועכת והולכת. רבות צוטט כמי שאמר שבמקום להוכיח עוד משפט במתמטיקה, כיאה וכמצופה ממתמטיקאי, חשוב לא פחות שהוא יחשוף את המשחרים לפתחו לתכנים מתמטיים עתירים הטומנים בחובם יופי ומשמעות כאחד. בעיקר צריך להכיר להם את אושיות הקלסיקה המתמטית ששקעו בתהום הנשייה או שהועם זוהרן מסיבות כאלה ואחרות.

למזלי הרב, פרופ' מורן ניאות להנחות אותי בעבודת הדוקטורט שלי במתמטיקה ובחינוך מתמטי (עם פרופ' דוד בן-חיים). החלק המתמטי של עבודת הדוקטורט שלי על הקוטרניונים הוא דוגמה קלסית למשנתו של גדי. מטרתו הייתה הרחבת יריעת ההיכרות עם מתמטיקה מתקדמת והנגשתה לעוסקים בהוראת המתמטיקה. בעת עבודה זו שהייתה רחבת ממדים, בחרנו בנושא רחב זה: "הקוטרניונים, מהם? תולדותיהם ומקצת משימושיהם". עזרתו הכבירה של גדי הבטיחה את בהירותו של "אגם הקוטרניונים" כדי לאפשר למי שפוקד אותו להגיע בנקל אל מצולותיו. בהנחייתו הדקדקנית היה לאל ידי להקפיד על הצגה ברורה, פרטנית וממצה, המובנת גם לקורא בעל ידע בסיסי בנושא.

במהלך הכתיבה נתגלה לפנינו מקור לא אכזב של תכנים עשירים, שמן הראוי היה לפתחם ולשלבם בהוראת המקצוע הן במכללות אקדמאיות לחינוך המכשירות סגל הוראה והן בבתי ספר תיכוניים המכשירים תלמידים בלימודי מתמטיקה ברמה גבוהה.

כחלוץ בתחום, העברתי במקום עבודתי (במכללה הערבית לחינוך, חיפה) קורס "למידה והוראה בסביבה מתקשבת", שבו ערכו הסטודנטים היכרות ראשונית עם הקוטרניונים. הסביבה הטכנולוגית שהועמדה לרשותם כללה "מחשבון קוטרניוני" המופעל דרך אתר ברשת האינטרנט ותכנה סימבולית בשם Matlab שעושה חישובים ותכנות באמצעות קוטרניונים. הקורס נמשך סמסטר שלם ובמהלכו הסטודנטים הכירו את תכונותיה הבסיסיות של אלגברת הקוטרניונים. יתרונותיה של הסביבה סייעו לתלמידים באימות גנרי לתכונות המתמטיות והסכה מהם עיסוק בחישובים ארוכים ומעייפים.

הסביבה של הקורס סייעה ללומדים לעמוד על האנלוגיה למספרים המרוכבים לרבות אפקט הסיבוב של הכפל בתוך המרחב התלת-ממדי. כפרויקט סיום המחזו מסיימי הקורס את הסיבוב על ידי הצמדה בקוטרניון. מניסיון צנוע זה נמצאנו למדים, שאפשר בהחלט לשלב נושאים בהוראה ובלבד שהדבר נעשה בהדרגה ובסביבה מתאימה. עוד נוכחנו לדעת, שאין מקום "להירתע" מכמות החומר הנדרש ואין הכרח ללמד תחילה את כל החומר המתמטי על בוריו כתנאי מוקדם להמחשת המושגים שלצדו. אפשר

לעשות זאת במשולב על סמך ארגון יעיל של התכנים ושימוש מושכל בסביבה עתירת טכנולוגיה. מתוך ניסיון ראשוני זה, אנו סבורים שיש מקום להעביר השתלמויות המיועדות לחשוף את המורים בחטיבה העליונה לנושאים מתקדמים הנושקים למתמטיקה התיכונית לשם הכללה, הרחבה והעמקה. אין הכרח להקיף את כל תוכן העבודה, ודי לקחת חלקים נבחרים כבסיס ליחידות הוראה מובנות.

נציין כי העבודה כללה לפחות שני חידושים מתמטיים:

1. דרך קצרה המודרכת על ידי אינטואיציה גאומטרית ל"גילויים מחדש" של הקוטרניונים. דרך זו מוליכה גם לאוקטוניונים ולמשפט פרוביניוס המפרט מהן האלגבראות הנורמיות הממשיות הקיימות.
2. קבלת הקשר של הצמדה בקוטרניון כסיבוב במרחב בדרך חדשה, הנגזרת מהיכרות עם כל הצגות הקוטרניון כמכפלת שני "קוטרניונים טהורים".

וכמו כן פרק חדש במתכונת יחידת לימוד:

3. פרק על מכפלה וקטורית ומכפלה מעורבת ברמה תיכונית ועל-תיכונית שיכול לשמש כפרק המשך לנושא הווקטורים הנלמד בחט"ע.

כתיבת פרק זה נגזרה באופן טבעי מן השימוש הנרחב במכפלות אלה באלגברת הקוטרניונים. חשיבות פרק זה היא גם בהשתייכותו לגאומטריית המרחב התלת-ממדי – פרק הזקוק לחיזוק במערכת החינוך. פרק זה פותח צוהר להרבה יישומים אחרים ומגוונים. לדוגמה, אפיון המצב ההדדי של שלושה מישורים למשל, אינו בבחינת הרחבה לשם ההרחבה, הוא מיועד להביא לידי חיזוק התובנה המרחבית בקרב התלמידים. העיסוק בארבעון במרחב הוא בבחינת המחשה לכך שאפשר לפתחו ולהרחיבו.

עבודה זו ממזגת תרומה להרחבת היריעה המתמטית בעבור העוסקים במתמטיקה, מורים ותלמידים כאחד, עם העמקה בנושאים המתעוררים מהרחבה זו. מתוך האלגברה בחרנו כאמור בנושא הקוטרניונים כנושא הממזג חידוש (מה מעבר למרוכבים?), היסטוריה (כיצד מתגלים נושאים כגון זה?) ומשמעות גאומטרית (סיבובים במרחב והרכבתם על רקע האלגברה של הקוטרניונים).

כמו כן, בחלק של החינוך המתמטי נערכה יחידת הוראה בנושאים גאומטריים שראוי להרחיבם: המכפלה הווקטורית ועמה שיפור האינטואיציה והתפיסה התלת-ממדית לרבות הצגת דרכים מקוריות לפתרון שאלות בגאומטריית המישור ושאלות בווקטורים מתוך בחינות הבגרות.

הנחת העבודה הייתה, שהרחבה מעין זו מעמתת את קהל היעד עם תכנים עשירים ובעלי משמעות שיעמידו לפניהם קשת רחבה של נושאים, ומתוכם יוכלו לבצע עבודות חקר שירחיבו ויעמיקו את אופקיהם.

עלי לציין, שבמהלך הזמן נוצרו בינינו יחסים קרובים בשל התעניינותו של גדי בי ובמשפחתי ולאחר סיום התואר שלי, נמשך הקשר ואף התחזק. הכרתי את אשתו ובני משפחתו ואף היו לו (עם אשתו) ביקורים אחרים בביתי בדלית אל-כרמל. הוא יחסר לי מאוד כמנטור מתמטי וכחבר למקצוע ומעבר לכך, יהי זכרו ברוך.



### ד"ר שפיק חליכה

בוגר החוג למתמטיקה באוניברסיטת חיפה (תואר ראשון, שני ושלישי). מרצה למתמטיקה והוראת המתמטיקה ומדריך פדגוגי בסכללה האקדמית הערבית לחינוך ובסכללת אורנים.