

“ללמוד וללמד אנליזה: ספר מתמטי-דיקטי למורה”

עטרה שריקי, אורנים - המכללה האקדמית לחינוך

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Analiza.htm

על הספר

הספר “ללמוד וללמד אנליזה” יצא לאור בתחילת שנת הלימודים תשע”ד, בשיתוף פעולה של מנהלת מל”מ (בראשות פרופ’ דוד בן-חיים), משרד החינוך והפקולטה לחינוך למדע וטכנולוגיה בטכניון. הספר, המכיל למעלה מ-600 עמודים, מיועד הן למורים המלמדים אנליזה בכל שכבות הגיל ורמות הלימוד בחטיבה העליונה (כהשלמה לספרי הלימוד הקיימים), והן למורי מורים המלמדים במסגרות למיניהן המיועדות לתמוך בהתפתחותם המקצועית של מורים למתמטיקה.

בראש הפרויקט עמדה פרופ’ אורית זסלבסקי, וניהלה את הפרויקט ד”ר איריס זודיק. מנהלת הפיתוח והכתיבה של הספר הייתה ד”ר גילה רון, אשר יחד עם ד”ר אלה שמוקלר וד”ר חמוטל דוד, הן פיתחו וכתבו את הספר. בכתיבה השתתפו גם קלרה זיסקין, הילי שירן, ד”ר אורלי בוכבינדר ונעמי בוחניק. עוד מורים רבים סייעו בשכתוב הספר ובמתן משוב ותרמו לו רעיונות ופעילויות (את שמותיהם אפשר למצוא בשער הספר). היועצים המתמטיים אשר ליוו את כתיבת הספר היו פרופ’ אבי ברמן, פרופ’ מ’ בוריס קויצ’ו וד”ר אלה שמוקלר.

“ללמוד וללמד אנליזה” יצא לאור בהוצאת “מעלות” והוא מופיע גם במתכונת מקוונת:

התכנים המתמטיים והגישות הדיקטיות

בתכנית הלימודים מופיעה רשימה ארוכה של נושאים ותת-נושאים בכותרת “אנליזה”. מקצת אותם נושאים משמשים פעמים רבות מקור לקשיים ולתפיסות שגויות, ומכאן עולה החשיבות של חומרי הוראה ולמידה ייעודיים זמינים שהם מעבר לספרי הלימוד.

כיוון שהספר מיועד למי שכבר למדו אנליזה בעבר, בהצגת הנושאים אין בהכרח הקפדה על סדר היררכי. הדגש בספר הוא בהעמקת התובנות המתמטיות בנושאים רלוונטיים (במקרים רבים מעבר לנדרש בתכנית הלימודים), מתוך התנסות בלמידה פעילה המאפשרת ללומד להעמיק לבד את הידע המתמטי שלו ולחוות את הפוטנציאל הלימודי הטמון בגישה זו להוראה. עוד מידע באשר למבנה הספר ולגישה הדיקטית שלאורה נכתב אפשר למצוא בקישור

http://meyda.education.gov.il/files/Mazkirut_Pedagogit/matematika/2.pdf

הספר פותח בדיון במושג הפונקציה ובמאפייניה העיקריים. בהמשך מתקיים דיון במשמעות של גבולות, אסימפטוטות ורציפות, ולאחר מכן מוצגים מושג הנגזרת ושימושי הנגזרת הראשונה והשנייה. יישום נושאים אלה ניכר בחקירת פונקציות מגוונות:

אני יכולה להעיד על תרומתן להתפתחותם של דיונים מתמטיים ודידקטיים פוריים.

דוגמה א

הפרק החמישי בספר נקרא "רגע לפני הנגזרת", והוא עוסק בחקירה איכותנית של פונקציות (בעיקר פולינומיאליות). הפעילויות הכלולות בפרק נועדו לפתח את היכולת של תלמידים להסיק מסקנות באשר לתכונות של פונקציות ללא שימוש בכלים של חשבון דיפרנציאלי, וכך להעמיק את התובנות המתמטיות שלהם. פעילות 1 עוסקת בנקודות אפס של פונקציות פולינום. בפעילות מוצגים 4 גרפים ו-4 תבניות אלגבריות שאפשר ללמוד מהן על אף שלכל הפונקציות המוצגות יש אותם שורשים, בכל זאת הגרפים שלהן אחרים. הדיון המתמטי שהתפתח בעקבות הצגת הפעילות עסק בין השאר בהשפעת הריבוי של שורש ושל זוגיות הריבוי על התנהגות הגרף, ואילו הדיון הדידקטי התמקד בחשיבות שילוב פעילויות שבהן תלמידים יעסקו בהשוואה בין מידע מתמטי שמתקבל באמצעות כלים חישוביים (כדוגמת הנגזרת) ובין מידע שמתקבל בכלים איכותניים (כדוגמת ניתוח מושכל של מידע גרפי ואלגברי).

דוגמה ב

הפרק השמונה-עשר עוסק בפתרון בעיות ערך קיצון. לעתים קרובות תלמידים מתקשים להבין שבעיות קיצון מתארות סיטואציות דינמיות, ולכן העיסוק בנושא מזמן בטבעיות את שילוב המחשב. פעילות 3 מדגימה כיצד אפשר להמחיש פתרונות של בעיות מסוג זה באמצעות תכנת גאוגברה, מתוך הצגה מפורטת של כל שלבי הבנייה. דוגמה 2 בפעילות עוסקת במציאת השטח המקסימלי של משולש ישר

פולינומיאליות, רציונליות, שורש, מורכבות, טריגונומטריות, מערכיות ולוגריתמיות. את החלק של חשבון דיפרנציאלי חותם פרק העוסק בפתרון בעיות ערך קיצון. החלק המתמקד בחשבון אינטגרלי דן במשמעות של פונקציה קדומה והגדרת אינטגרל מסוים כגבול של סכומי שטחים, ומציג דוגמאות רבות ומגוונות לחישובי שטחים ונפח גוף סיבוב. בהמשך מופיעים פרקי הרחבה אחרים. בכל אחד מהנושאים מוצגות דוגמאות רבות ומגוונות, מופיעים איורים רבים המדגימים רעיונות מתמטיים רבים ומוצעות פעילויות מגוונות וכן פתרונות למשימות המופיעות בהן. הצגת התכנים המתמטיים מלווה בהצעות לשאלות העמקה, פעילויות חקר בסיוע תכנת גאוגברה, עיסוק בקשיים אופייניים של תלמידים, אזכור היבטים היסטוריים של כמה מהנושאים המתמטיים, אפשרויות לשילוב משחקים ועוד. מקצת הפעילויות מוצגות במתכונת המתאימה לשילובן בכיתה כמו שהן ופעילויות אחרות דורשות מהמורה לעבד אותן ולהתאימן להוראה בכיתה. כל הנושאים כתובים מתוך הקפדה על שימוש בשפה מתמטית מדויקת, אך עם זאת ההסברים מוצגים בלשון קולחת וברורה. לעתים ההצגה היא בשאלות ותשובות המשמשות מעין דיאלוג עם הקורא, עמדה התורמת למעורבותו של הלומד ו"לריכוך" תהליך הלמידה.

דוגמאות

מובן שבשל הפעילויות העשירות והמגוונות, בחירת דוגמאות מייצגות היא משימה בלתי אפשרית. שלוש הדוגמאות שבחרתי להציג הן מקצת הפעילויות שבהן עשיתי שימוש במהלך עבודתי עם פרחי הוראה ומורים, ומתוך ניסיוני

המתמטי" העומד מאחורי התוצאות. חשוב להקנות לתלמידים את הרגישות למצבים, שבהם מתקבלות תוצאות שאינן עולות בקנה אחד עם ידע קודם ולהרגיל אותם לחפש אחר תשובה על השאלה: "מהו ההסבר המתמטי לכך?" בתשובה על שאלת התוצאה השלילית מופיעים ארבעה הסברים, שכל אחד מהם מתבסס על שיקולים מתמטיים אחרים. הסוגיות הדידקטיות הרלוונטיות שאפשר להעלות נוגעות לשאלת הצורך בהצגת פתרונות או הסברים אחרים לפני תלמידים, ולנחיצות קיום דיונים מתמטיים המתמקדים בהבדלים בין הפתרונות או ההסברים ולמידת ה"אלגנטיות" והבהירות של כל פתרון.

לסיום...

ברשימה שלעיל הוצגה רק "טעימה" קטנה מתוך הספר "ללמוד וללמד אנליזה: ספר מתמטי-דידקטי למורה". אכן, שמו של הספר מעיד על תכנון, והוא גדוש ברעיונות מתמטיים ודידקטיים מגוונים, אשר יכולים להיות בסיס רחב לדיונים עם תלמידים, פרחי הוראה ומורים. בלי ספק מדובר בספר שהוא פריט חובה בארון הספרים של כל פרח הוראה, מורה ומורה-מורים למתמטיקה.



פרופ' עטרה שריק

מרצה במכללת אורנים במסגרת התואר הראשון ושני, ועומדת בראש פרויקט המצוינות של המכללה בשיתוף עם קרן טראמפ. מחקרה כיום מתמקדים בתחום היצירתיות המתמטית, סוגיות הנוגעות ללימוד מרחוק ותהליכים הקשורים ליצירת קהילייה מקצועית של מורים למתמטיקה.

זווית בהינתן מידת האורך של היתר שלו. אופן הצגת הפעילות הניע דיון הנוגע למשמעות של "התנהגות מתמטית דינמית", כמו גם לדרכים האחרות של בחירת הקבועים והמשתנים והשפעת הבחירה על התוצאות. הדרך, שבה מבוצע בפעילות תהליך הבנייה, המייצג את הבעיה, העלתה שאלות דידיקטיות חשובות. שאלות אלו עוסקות ביתרונות ובחסרונות של קישוריות בתוך המתמטיקה, ויש להן חשיבות רבה בעיקר מכיוון שנושא הבניות אינו חלק מן תכנית הלימודים.

דוגמה 1

הפרק התשעה-עשר מוקדש **לחשבון אינטגרלי**. הפרק פותח בסיפור המריבה בין סר אייזיק ניוטון למתמטיקאי הגרמני גוטפריד לייבניץ באשר לזכות הראשונים על גילוי המשפט היסודי של החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי, משפט אשר חולל מהפכה בתחום המתמטיקה. בפעילות 9 בחלק העוסק באינטגרל המסוים ושימושיו עולה לדיון השאלה מדוע מתקבלת תוצאה שלילית כאשר מחשבים את השטח שבין גרף של פונקציה שלילית רציפה לבין ציר ה-x. לעיסוק בשאלה יש ערך רב, שהוא מעבר לשאלה המסוימת הזו, כיוון שלעיתים תלמידים מבצעים חישובים מתמטיים טכניים בלי לתת את הדעת ל"היגיון