

מי לפני מי? רכישת עקרונות רצף קבוצות בקרב ילדי הגן

ניצה סרק-גזון, מכללת לוינסקי

תקציר

מספרים טבעיים מהווים את אחד הנושאים המרכזיים בתכנית הלימודים בגן ובבית-הספר היסודי. המספר הטבעי משמש כמספר מונה ובכך מאפשר להגדיר גודלה של קבוצה וכמספר סודר, המאפשר להגדיר את מקומם היחסי של אובייקטים שונים, כמו גם של מספרים. חוקרים שונים התמודדו עם הניסיון להבין את תהליך התפתחות הידע של ילדים על ההיבטים השונים של המספר ועל הקשר שביניהם. מטרת המחקר הנוכחי הייתה לענות על השאלה: מה יודעים ילדים בגן, המזהים גודל של קבוצות – "ידעני העיקרון הקרדינלי" על יחס הסדר של קבוצות? המחקר כלל 56 ילדים בגילאים 4-6, אשר נבחנו במבדק, שנבנה לצורך מחקר זה. ידע הילדים נבדק ברמת זיהוי וברמת הפקה. הממצאים שהתקבלו מצביעים על כך שתהליך התפתחות הידע של ילדים, על יחס הסדר של קבוצות, מתפתח בהדרגה: תחילה לומדים ילדים לזהות גודל קבוצות. לאחר מכן, ילדים יודעים מי הקבוצה הגדולה/הקטנה מבין שתי קבוצות עוקבות ויודעים לסדר קבוצות ברצף על-פי גודלן. בהמשך, ילדים לומדים להשוות גודל של שתי קבוצות עוקבות על-ידי הוספה והורדת כמות של אחד ובהמשך לומדים כי ההפרש בין גודל קבוצות עוקבות הוא אחד. כמו כן, נמצא שילדים תחילה מזהים עקרונות אלה ולאחר מכן מבטאים ומפיקים את הידע בעצמם. בנוסף, הממצאים שהתקבלו מצביעים על כך שרכישת העיקרון הקרדינלי, המבטאת הבנה של המספר הטבעי כמגדיר גודל קבוצה, מתפתחת תחילה, אך לא כוללת באופן מבני הבנה של עקרונות יחס הסדר של הקבוצות. ידע זה מתפתח מאוחר יותר בהדרגה במהלך שנות הגן, אך אינו מסתיים בו. לממצאים אלה השלכות על בניית תכניות לימודים בנושאים אלה בגן כמו גם השלכות על ההכשרה וההדרכה של העוסקים בחינוך מתמטי בגן ובמסגרות חינוך מיוחד.

מילות מפתח: עקרון קרדינלי; היבט כמותי של המספר; היבט סידורי של המספר; מטלת "תן לי"; מטלת "אמור כמה יש".

טבוא

במסגרת לימודי המתמטיקה בגן ובבית-הספר היסודי תלמידים לומדים על קבוצת מספרים המכונה מספרים טבעיים. המספרים הטבעיים הנם מספרים שלמים חיוביים (1, 2, 3 וכדומה) שאליהם מצטרף גם המספר אפס. מספרים אלה משמשים למנייה ולסידור (קופרמן, 2011). השימוש במספר הטבעי לצורכי מנייה מאפשר תיאור של כמות נתונה, הגדרה של גודל קבוצה ועונה, באמצעות שמות המספר המונה, על השאלה כמה אובייקטים יש בקבוצה (לדוגמה, חמש סוכריות בקופסה). במטרה לתאר סדר, המספר מספק מידע סידורי, מקודד את מקומו היחסי של האובייקט בקבוצה סדורה של אובייקטים ועונה על השאלה "מי" או "איזה" (לדוגמה, הילד השלישי בשורה). ברצף המספרים כל מספר מציין על-ידי מונח אחד ואחד בלבד, איזו שהיא התקדמות (לדוגמה, מספר 4 לפני מספר 5 ומספר 5 לפני מספר 6). את רצף המספרים אפשר לתאר באמצעות המספרים הסודרים, שהם מספרים שנועדו לציין מיקום של איבר בסדרה: ראשון, שני, שלישי וכן הלאה. בעיקרון, מידע סידורי אינו מוגבל לסדרת המספרים והוא משותף לסדרות לא מספריות, כגון חודשי השנה או אותיות האלף-בית, אלא שבסדרות מסוג זה יכולה להיות הפרדה בין כמות לסדר (כך לדוגמה בגימטריה אין חשיבות למקום כתיבת האות במילה אלא לערכה המספרי). לעומת זאת, בהקשר של המספרים הטבעיים משמעויות אלה מקושרות אחת בשנייה: ככל שהכמות שאליה מתייחס המספר גדלה, מיקומו ברצף המספרים רחוק יותר. כך מתקבל רצף מספרים, המאופיין בהפרש קבוע של אחד בין המספרים העוקבים (Ben, 2003). מבחינה מתמטית, האריתמטיקה נשענת על המשמעות הסודרת והמשמעות המונה של המספר, והמספר הסודר יכול לשמש כמגדיר של המספר המונה ולהפך. לכן, למרות ששניהם הכרחיים לאריתמטיקה אין שום הסבר לוגי מבוסס להעדפה של אחת המשמעויות על השנייה (ראסל, 1903, בתוך Brainerd, 1974).

אולם, מנקודת מבט התפתחותית על תהליכי חשיבה והבנה מספרית יש לבחון כיצד נרכש ומתפתח הידע על המספר המונה ועל המספר הסודר. האם תובנות על היבטים אלה של המספר מתפתחות ונרכשות בו זמנית או שהאחת מקדימה את השנייה? האם היכולת להכיר בגודל של קבוצה כוללת, באופן מבני, גם הבנה של יחס הסדר של גודל קבוצות. כלומר האם היכולת לציין גודלה של קבוצה והיכולת לציין כי שתי קבוצות (או יותר) שונות בגודלן מעידה, בהכרח, על קיומה של ההבנה שבקבוצה אחת יש יותר עצמים מאשר בקבוצה האחרת, על יחס סדר הגודל בין קבוצות ועל החוקיות המאפיינת את יחס הסדר (זאת בקשר של החוקיות המאפיינת את סדרת המספרים הטבעיים). במחקר הנוכחי נעסוק בשאלות אלה.

תובנה על גודל קבוצות ומספרים - כיצד היא מתפתחת?

מחקרים שונים שהתבצעו בעשורים האחרונים מצביעים על כך שלילודים, בדומה לבעלי חיים אחרים, קיים כושר מולד, שאינו נשען על יכולות שפה, לעיבוד כמויות וזיהוי סדר (Butterworth, 1999,) (Henik et al., 2012; Dehaene et al., 2004; 2000). נמצא כי ילודים בני מספר חודשים מזהים ומבחינים בגדלים שונים של קבוצות, באופן אומדני, זאת כאשר ההבדל בין הקבוצות הוא לפחות ביחס של 1:2. כך לדוגמה תינוקות מצליחים להבחין בין כמות של 4 עצמים לבין כמות של 8 עצמים

אך לא בין כמות של 4 עצמים ובין 6 עצמים (Brannon, 2002; Izard et al., 2009). כמו כן, תינוקות מזהים שינויים מסוג של הוספה והפחתה של כמויות על אוסף עצמים נתון (Wynn, 1990, 1992). במהלך תקופת הילדות, ידע זה מתרחב, תוך הישענות על יכולות שפה, באופן שנוצר קשר בין גודל קבוצות ליחס סדר של גודל קבוצות ומספרים. בין גיל שנתיים לשלוש שנים ילדים לומדים שמות של המספר המונה (אחד, שניים, שלוש וכדומה), רצפים שלהם (Fuson, 1988, 1992) ובהמשך רוכשים ידע על שמות המספר הסודר (ראשון, שני, שלישי וכדומה) (Miller et al., 2000).

בעקבות התנסויות במנייה, ילדים מגלים עקרונות שונים, העומדים בבסיס פעולת המנייה. הילדים חושפים את עקרון הסדר הקבוע של שמות המספרים, את עקרון החד-ערכיות בין שם המספר לכמות העצמים הנמנים, את העדר החשיבות של סדר מניית העצמים ואת העיקרון הקרדינלי. כלומר, הגילוי כי לקבוצת האיברים שמונים יש שם כולל וכי שם המספר האחרון הנאמר במניית האיברים הוא השם הכולל והוא מייצג את גודל הקבוצה (Gelman & Gallistel, 1978). גלמן וגלסטל (Gelman & Gallistel, 1978) טוענים כי עקרונות אלה קיימים אצל ילדים באופן אינטואיטיבי מובנה, וכי השימוש בהם מוביל להבנת הקשר שבין שמות המספרים וערכם הכמותי. לטענתם, ביטוי לתובנה זו אפשר למצוא בתשובה לשאלה: "כמה יש" (The how many task), הנשאלת בתום פעולת המנייה (לדוגמה, הילד מונה שורה של קוביות והבוחר שואל "כמה קוביות יש בשורה?"). אופן התשובה לשאלה זו משקף, לדעתם, את התפתחותה או היעדר התפתחותה של התובנה על העיקרון הקרדינלי. ילדים שלא הגיעו לתובנה זו לא יקשרו בין שם המספר האחרון ובין הגודל הכולל של קבוצה וימנו שוב את האיברים שבאוסף, ואילו ילדים, אשר רכשו את העיקרון הקרדינלי, יצינו את גודל הקבוצה (Gelman, 1993). לעומתם, יש חוקרים (Briars & Siegler, 1984; Condry & Spelke, 2008; Kamawar et al., 2010; Sarnecka & Carey, 2008; Wynn, 1990) התומכים ברעיון כי ההבנה של העיקרון הקרדינלי נבנית בהדרגה לאורך הילדות וכי אפשר למדוד ולהעריך תהליך זה באמצעות משימה מהסוג של "תן לי" (The Give-N task) (לדוגמה, הבוחן מבקש מהילד "תן לבובה 2 כדורים"). בעקבות מחקרים שהתבססו על משימה זו, נמצא כי תהליך רכישת העיקרון הקרדינלי מתרחש בהדרגה, מהרמה שבה ילדים אינם מבחינים כלל בין כמויות וכאשר מתבקשים לתת כל כמות הם נותנים חופן של עצמים. ילדים הנמצאים ברמה זו מכונים "ידעני קדם-מספר" (pre-number-knower). בהמשך יימצאו ילדים, אשר טרם רכשו את המספר הקרדינלי, אך נמצאים בתהליך רכישתו. אלה מכונים "ידעני תת-קבוצות" (subsets knowers). כאן נמצא לדוגמה, את "ידעני האחד" (one-knower level), כאלה שייתנו חפץ אחד כאשר יתבקשו לתת "אחד", אך ייתנו יותר משני חפצים כאשר יתבקשו לתת "שניים". כך בהדרגה יתפתחו "ידעני השניים", "ידעני השלוש" ו"ידעני הארבע". בסופו של תהליך, מהכמות "חמש", מתרחש שינוי איכותי בהבנה, במובן שהילד מכיל את הרעיון של המספר הקרדינלי ומסוגל להתאים כמות לכל מספר המבוקש. ילדים הנמצאים בשלב זה מכונים ידעני "העיקרון הקרדינלי" (Cardinal-Principle-Knower, CP-Knower) (Hurewitz et al., 2006, Le Corre et al., 2006, Le Corre & Carey, 2007; Lipton & Spelke,) (2006).

קונדרי וספלק (Condry & Spelke, 2008), מצאו כי רק ילדים, אשר הגיעו לשלב של הבנת העיקרון הקרדינלי יודעים כי הוספה של עצם לאוסף, פירושה גם התקדמות ברשימת שמות המספרים וכי הורדה של עצם מהקבוצה, פירושה נסיגה ברשימת שמות המספרים. סרנקה, קרוטי וקרי (Sarnecka, Cerutti & Carey, 2005) מצאו כי חלק מהילדים, אשר הגיעו להבנת המספר הקרדינלי הבינו גם את הרעיון של התקדמות בסדר המספרים. למיטב הידע טרם נערך מחקר, אשר בדק את הקשר שבין הבנת העיקרון הקרדינלי והבנת יחס הסדר של גודל קבוצות. בנושא זה עניינו של המחקר הנוכחי.

כיצד מתארן הידע על יחס הסדר של גודל קבוצות?

המחקר והידע על היבטים קוגניטיביים וההתפתחותיים, הקשורים בידע על יחס סדר של גודל קבוצות מצומצם. מבחינה מבנית, קיימת טענה כי במח האנושי קיים אזור ייחודי לעיבוד מידע הקשור ברצפים של קבוצות ומספרים (Turconi & Seron, 2002; Turconi, et al., 2006) מבחינה התפתחותית, מחקרים בילודים מצביעים על כך שהיכולת להבחין בסדר של קבוצות מופיעה בתקופה שבין גיל של שבעה חודשים לאחד עשר חודשים. זאת במובן של יכולת הבחנה של ילודים בין גדלים שונים של קבוצות הנתונות ברצף (Picozzi et al., 2010; Suanda, Tompson & Brannon, 2008). בשלב מתקדם יותר מתפתחת תפיסה פנימית של סדר, הקשורה בהתפתחותם של יכולת ההבחנה, כישורים לשוניים ויכולת הדמיה. באופן כללי, הרגישות לסדר נשענת על ניסיון תפיסתי של "סדר נראה וגלוי לעין". כלומר, בעקבות התנסות יום יומית, קונקרטית של יחסים טרנזיטיביים א-סימטריים, כגון מצבים של גבוה מ... ארוך מ... וכדומה. באופן ספציפי, ההבנה לגבי סדר של קבוצות מתפתחת בעקבות טרנספורמציות שמתרחשות על כמויות בסביבתם של הילדים, כגון במצבים של הוספה או הפחתה של כמויות. בעקבות התנסויות כאלה ילדים מפתחים הערכה ותובנה לגבי ההשלכות של השינויים הללו על גודל הכמות (הוספה יותר/הפחתה פחות). תובנות אלה אינן תלויות בשימוש בשפה, בשליטה בסמלי המספרים או בידיעת המנייה (Cooper, 1984; Dehaene & Changeux, 1993; Brannon, 2002; Colome & Noel, 2012). על-פי פיאז'ה (Piaget, 1965), הבנה של סדר המספרים מתאפשרת הודות להתפתחותה של יכולת הסדירה והחשיבה הטרנזיטיבית. יכולות אלה מתפתחות כאשר ילדים נמצאים בשלב האופרציות הקונקרטיות (גיל 7-12). בשלב זה ילדים מסוגלים לסדר אובייקטים לפי סדר מסוים, לדוגמה כאשר ילדים מתבקשים לסדר מספר מקלות באורכים שונים מהקטן לגדול. בעוד שילדים בשלב האופרציות הקונקרטיות מסוגלים לשלוף את המקל הקצר ביותר ואז את הקצר ביותר מבין הנותרים וכן הלאה, ילדים בשלב הקדם-אופרציונלי אינם מסוגלים לבצע משימה זו. על-פי פיאז'ה (Piaget, 1965), יכולת הסדירה מאפשרת גם חשיבה טרנזיטיבית, כלומר יכולת לזהות יחס בין שני אובייקטים לפי היחס הקיים בין כל אחד מהם לבין אובייקט שלישי. לדוגמה, אם 5 קטן מ-6 וגם 6 קטן מ-7 אז מכאן ש-5 קטן מ-7. בעוד שבשלב הקדם-אופרציונלי ילדים מנסים להתאים סדר לערך מספרי, אך לא מסוגלים לחשוב על שניהם בו זמנית, הרי שבשלב האופרציות הקונקרטיות מתקיימת התאמה והפיכות בין סדירה ומנייה וילדים מבינים את הקשר שבין הערך המספרי והסדר. מושג המספר, על-פי פיאז'ה (Piaget, 1965), נבנה על בסיס סנתזה בין שני סוגים של

יחסים מנטליים: הכללה היררכית וסדר. במסגרת המחקר הנוכחי, נעשה ניסיון לבחון את תהליך התפתחות של יחסים אלה בתקופה הקדם-אופרציונלית – בגן.

על-פי טול (Tall, 2001), כדי להבין את הרעיון של סדר המספרים, באופן פורמלי, יש להכיר מספר עקרונות: (1) יש להתחיל לספור מהמספר 1 – שהוא אינו מספר עוקב; (2) לכל מספר צריך להיות "המספר הבא" – מספר עוקב; (3) ההתקדמות באחד יוצרת את קבוצת המספרים הטבעיים – הפרש של 1 בין מספרים עוקבים; (4) אפשר להגיע לכל המספרים מנקודת ההתחלה; (5) ישנו יחס סדר, שבו אפשר להשוות שני מספרים טבעיים ולקבוע מי מהם גדול יותר.

במחקר הנוכחי נבחן ידע של ילדים בגן על עקרונות אלה.

המידע המוצג כאן מצביע על קשר שבין התפתחות הידע וההבנה של גודל קבוצה ובין התפתחות הידע על יחס סדר של גודל קבוצות. אך מעט ידוע על האופן שבו מתפתח הידע על יחס סדר זה, כבסיס להבנת סדר המספרים ועל הקשר שבין התפתחות הידע על גודל קבוצות ובין הידע על יחס הסדר של גודל קבוצות. במחקר הנוכחי נעשה ניסיון להרחיב את יריעת הידע בנושאים אלה.

בחינת הידע הנדרש התבצעה בקרב ילדים בגן, בשתי קבוצות גיל: צעירים ובוגרים, בהקשר של ארבעה נושאים הקשורים ביחס הסדר של גודל קבוצות: (1) השוואה בין קבוצות על-פי גודל; (2) סידור קבוצות על-פי גודל, בסדר עולה; (3) יצירת שוויון בין שתי קבוצות עוקבות; (4) הוספה והורדה של אחד; (5) מציאת הפרש בין קבוצות עוקבות. נושאים אלה נבדקו ברמת זיהוי וברמת הפקה. המחקר בחן את השפעתם של שלושה גורמים על רמת הביצוע: גיל, סוג משימה וסוג מטלה.¹ ההשערה לגבי הגיל טענה שרמת הביצוע של הבוגרים תהיה גבוהה יותר מרמת הביצוע של הצעירים. ההשערות לגבי סוג המשימה וסוג המטלה טענו שרמת הביצוע הגבוהה ביותר תהיה במשימה 1 והנמוכה ביותר תהיה במשימה 5 ושמתלות זיהוי קלות ממתלות הפקה.

שיטה

נבדקים

במחקר השתתפו בסך הכול 56 נבדקים משתי קבוצות גיל: צעירים ובוגרים. קבוצת הצעירים – עד גיל חמש, מנתה 27 נבדקים (גיל ממוצע 47.2 חודשים וסטיית תקן 2.5) וקבוצת הבוגרים – עד גיל שש, מנתה 29 נבדקים (גיל ממוצע 59.7 חודשים וסטיית התקן 2.2). הנבדקים היו משלושה גנים עירוניים, שנדגמו באופן אקראי, ממרכז הארץ, מהחינוך הרגיל מהזרם הממלכתי. התלמידים דוברי עברית ברמת שפת אם, משכבה סוציו-אקונומית בינונית. בגנים אלה היו עוד חמישה ילדים, אשר

1. לצורך הבחנה בין בדיקת ידע בנושאים השונים לבין בדיקת ידע ברמות הביצוע השונות (זיהוי לעומת הפקה), נעשה במאמר שימוש בשני מונחים: משימות – מתייחסות לבדיקת ידע בנושאים השונים; מטלות – מתייחסות לבדיקת ידע ברמות הביצוע השונות.

הוצאו מן המדגם מאחר והם ילדים שנשארו שנה נוספת בגן והיו מעל טווח הגילאים שנקבע במחקר. שלושה ילדים נוספים הוצאו מן המדגם מאחר והוגדרו כילדי החינוך המיוחד.

כלי המחקר

כלי המחקר מורכב משלושה חלקים:

חלק א' – משימות קדם: מטרתו לבדוק ידע נדרש, כתנאי לביצוע המטלות המרכזיות של המבדק. חלק זה כלל שלש משימות: ידע על ספירה עד 10, ידע לבצע התאמה חד-חד-ערכית בין כמות עצמים ובין שמות המספרים עד לכמות של 7 עצמים, לפחות והכרת מושגי גודל, כמות ומרחב. המשימות נבדקו ברמת הפקה.

חלק ב' – העיקרון הקרדינלי: מטרתו לבדוק האם הילדים רכשו את העיקרון הקרדינלי. בדיקת ידע זה נעשתה באמצעות שתי משימות: משימת ה"אמור כמה יש" (Gelman & Gallistel, 1978), משימת ה"תן לי" (Sarnecka & Carey, 2008). המשימות כפי שהן מופיעות אצל חוקרים אלה התבצעו ברמת הפקה בלבד ואילו במחקר זה הן נבחנו ברמת זיהוי וברמת הפקה.

חלק ג' – מבדק ידע על סדר קבוצות ויחס הגודל ביניהן. המשימות במבדק זה נבנו במיוחד לצורך המחקר, ברוח העקרונות שציין טול (Tall, 2001) והמשימות שפיתחו סרנקה וקארי (Sarnecka & Carey, 2008), בהקשר של בדיקת ידע על עקרונות סדר מספרים. כתשתית להבנת עקרונות סדר המספרים כללו המשימות במבדק בדיקת ידע בארבע נושאים רלוונטיים להבנת יחס סדר של גודל קבוצות: (1) השוואה בין קבוצות על-פי גודל; (2) סידור קבוצות על-פי גודל, בסדר עולה; (3) יצירת שוויון בין שתי קבוצות עוקבות; (4) הוספה והורדה של אחד; (5) מציאת הפרש בין קבוצות עוקבות. משימות אלה נבדקו ברמת זיהוי וברמת הפקה. במשימות ברמות זיהוי התבקשו הנבדקים להחליט האם התשובה שהוצגה בפניהם מתאימה או לא מתאימה, ואילו במשימות ברמת הפקה התבקשו הנבדקים לציין (להפיק) בעצמם את התשובה. ראו טבלה 1.

ההבחנה בין רמות הידע, זיהוי לעומת הפקה, במשימות השונות, נבדקה באמצעות הערכה בין שופטים המוגדרים כמומחים בתחום הנחקר. שני מרצים במכללה להכשרת מורים, המלמדים נושאים שונים בהוראת המתמטיקה בגיל הרך ובית-הספר היסודי, התבקשו לציין לגבי כל משימה, האם היא בודקת ידע של ילדים ברמת זיהוי או ברמת הפקה. ההסכמה בין השופטים הייתה ברמה של 96%.

טבלה 1: פירוט משימות המבדק ומטרתם

נושאי המבדק	המשימה	המטלה	מטרה
חלק א: משימות לבדיקת ידע קודם נדרש	ספירה לפנים	הפקה	לבדוק זכירה של רצף המספרים.
	התאמה חד-חד-ערכית בין כמות ובין שם המספר.	הפקה	לבדוק יכולת התאמה חד-חד-ערכית בין כמות העצמים לבין שם המספר.
	מונחי גודל, סדר ומרחב	הפקה	הכרת מונחים נדרשים לביצוע משימות המבדק.
חלק ב: משימות לבדיקת ידע של העיקרון הקרדינלי	"תן לי"	זיהוי הפקה	זיהוי רמת הידע של העיקרון הקרדינלי.
	"אמור כמה יש"	זיהוי הפקה	זיהוי ידע של העיקרון הקרדינלי.
חלק ג: משימות לבדיקת ידע על יחס סדר של גודל קבוצות	השוואה בין קבוצות על-פי גודל	זיהוי הפקה	הבחנה בין גודל של שתי קבוצות: איזה קבוצה גדולה/קטנה.
	סידור קבוצות	זיהוי הפקה	בדיקת ידע על סידור קבוצות על-פי גודלן בסדר עולה.
	שוויון בין קבוצות	זיהוי הפקה	בדיקת ההבנה שהשוואת גודל בין שתי קבוצות עוקבות מתבצעת על-ידי הוספה או הורדה של כמות של אחד.
	הוספה והורדה של 1	זיהוי הפקה	הבנה שהתקדמות ברשימת המספרים מייצגת הוספה של פריטים לקבוצה ונסיגה ברשימת המספרים מייצגת הפחתה של פריטים מהקבוצה. הבנת כיווניות. יצירת קבוצה חדשה. מצב דינמי.
	הפרש בין קבוצות עוקבות	זיהוי הפקה	הבנת עקרון ההפרש של אחד בין קבוצות עוקבות.

ציינון: כל משימה נבדקה באמצעות שלוש חזרות, כדי למנוע אפשרות של תשובת "ניחוש". על כל משימה נקבע ציון דיכוטומי של ידע (1) / לא ידע (0). אי ידיעה נקבעה בעקבות שני כישלונות רצופים. הציון הסופי למשימה חושב על-ידי אחוז ההצלחה שבה.

ההחלטה לגבי הצלחה או אי-הצלחה במשימה נקבעה על-ידי שני עוזרי מחקר, סטודנטים שנה ג' במכללה להכשרת מורים. עוזרי המחקר קיבלו הסבר מקיף על מטרות המחקר ועל הליך הביצוע של המטלות, קיבלו הדרכה אישית וצפו בביצוע המבדק על-ידי עורך המחקר על חמישה נבדקים.

עזרים במבדק

קוביות: בכל אחת מהמשימות שנעשה בהן שימוש בקוביות, נבחרו קוביות בצבע אחד ושונה, זאת כדי להימנע מהאפשרות שילדים יצמידו ערכים מספרים לצבעים מסוימים. כל הקוביות היו בגודל של 1x1 ס"מ. **כרטיסיות:** הכרטיסיות היו בגודל של 8x10 ס"מ התמונות בכל כרטיסיה היו שונות והכילו תכנים של ירקות או פירות (חסה, בצל, גזר, תפוח אדמה). **בובות:** בובות דובי בגודל של כ-20x10 ס"מ. **קופסאות:** קופסאות פלסטיק לבנות אטומות בגודל של כ-5x5x10 ס"מ (ראו נספח 2).

הליך המחקר

לפני ביצוע המחקר התקבלו האישורים הנדרשים מכל הגורמים המעורבים: התקבל אישור מן המדען הראשי במשרד החינוך, ניתן אישור ממפקחת המחוז והתקבלה הסכמה בכתב, מהורי הילדים על השתתפותם במחקר. כל אחד מהנבדקים נבחן באופן פרטני בחדר נפרד. המבדקים נערכו בשני מפגשים, כל מפגש ארך 20 דקות בערך. סדר הגשת המטלות התבצע באופן הבא: כל הנבדקים התחילו את המבדק עם מטלות הקדם בסדר קבוע: בדיקת ידע בספירה, בהתאמה חד-חד-ערכית בין שם המספר והכמות המתאימה ובדיקת ידע על מונחים. בהמשך כל הנבדקים ביצעו את המשימות הבודקות ידע על העיקרון הקרדינלי. כדי למנוע הטיה של סדר הגשת המשימות על רמת הביצוע, נשמר איזון מבוקר של סדר הגשת המשימות כך שהן הוגשו לנבדקים בסדר מתחלף. באשר למשימות, המבדק העיקרי (ידע על יחס סדר גודל קבוצות), סדר העברתם נקבע באופן אקראי ונשמר קבוע בעבור מחצית מקבוצת הנבדקים, בכל אחת מהקבוצות בקבוצות הגיל השונות. בתום העברת המבדק למחצית מהנבדקים בקבוצה, נבחר באופן אקראי סדר העברה שונה, אשר נשמר קבוע בעבור המחצית השנייה של הקבוצה.

בכל מטלה, הבוחן הבהיר לנבדק את המשימה. הפעילות הראשונה היוותה "משימת חימום". במידה והנבדק לא הבין את הנדרש הבוחן הסביר שוב והגיש שוב את אותה משימה. רק לאחר שהובהרה ההוראה, המשיך הבוחן במשימות של אותה מטלה.

ממצאים

מבדק חלק א – מבדק קדם: נמצא שכל הילדים ביצעו נכון את משימות הקדם למעט משימות שבדקו ידע על מונחי סדר (שני ושלישי). במשימות אלה נמצא ש-67% מן הילדים (72% מן הבוגרים ו-62% מהצעירים) ענו נכון על משימות אלה. 21% מן הילדים (15% מן הבוגרים ו-27% מהצעירים) נכשלו בהן ו-12% מן הילדים (13% מן הבוגרים ו-11% מהצעירים) ידעו לענות באופן חלקי. בבדיקת הקשר בין גיל הילדים לבין רמת הידע של מונחי הסדר, לא נמצא הבדל מובהק בין קבוצות הגיל. מאחר והשימוש במושגי הסדר (שני ושלישי) לא נדרשו באופן ישיר בהנחיות ולא היו מושגים הכרחיים בתשובות, גם ילדים שלא הצליחו במשימות אלה נכללו בין נבדקי המחקר. לפיכך לצורך סיכום הממצאים של חלק זה אפשר לומר שלכל הילדים שהשתתפו בניסוי הייתה תשתית ידע, הדרושה לצורך השתתפות בבדיקת המשימות הבודקות את הבנת העיקרון הקרדינלי ואת משימות הסדר.

מבדק חלק ב – מבדק ידע של העיקרון הקרדינלי: ידע זה נבדק באמצעות שתי משימות: משימת ה"אמור כמה יש" ומשימת ה"תן לי". הממצאים שהתקבלו הצביעו על כך שבשתי המשימות 100% מהילדים, בשתי קבוצות הגיל, הצליחו בשתי המשימות, ברמת זיהוי וברמת הפקה. הממצאים אלה מעידים על הבנת העיקרון הקרדינלי בקרב כל הנבדקים.

מבדק חלק ג – מבדק ידע של יחס סדר של גודל קבוצות:

בדיקת הידע על יחס סדר של גודל קבוצות נעשתה בזיקה לשלשה גורמים: סוג המטלה (זיהוי והפקה), סוג המשימה (השוואה בין קבוצות על-פי גודל, סידור קבוצות, שוויון בין קבוצות, הוספה של אחד, הורדה של 1 והפרש בין קבוצות עוקבות) וקבוצת גיל (צעירים ובוגרים).

1.1. השפעת סוג המטלה (זיהוי לעומת הפקה) והשפעת קבוצת גיל על רמת הביצוע

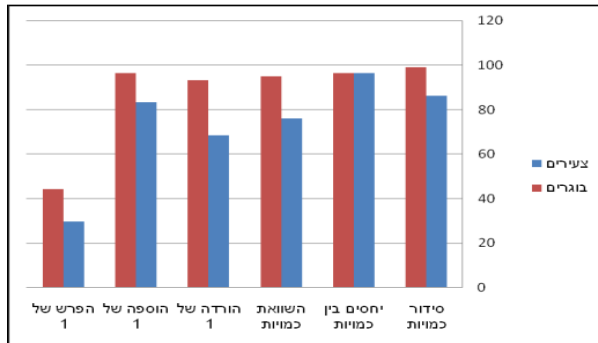
לצורך בדיקת השפעת סוג המטלה והשפעת הגיל על רמת הביצוע במשימות השונות שנבחנו במחקר נערכו ניתוחי שונות דו-כיווניים (Two-way ANOVA) עם מדידות חוזרות: קבוצת גיל (צעירים/בוגרים), X סוג מטלה (זיהוי/הפקה), כאשר בסוג המטלה היו מדידות חוזרות. המשתנה התלוי היה רמת הביצוע כפי שנמדד באחוזים. הממצאים שהתקבלו יוצגו בשני לוחות נפרדים: טבלה 2 מציגה את הממוצעים וסטיות התקן בכל משימה על-פי קבוצת גיל, סוג מטלה וקבוצת גיל X סוג מטלה וטבלה 3 מציגה את התוצאות שהתקבלו בניתוחי השונות. הממוצעים מוצגים גם בתרשים מספר 1.

טבלה 2:

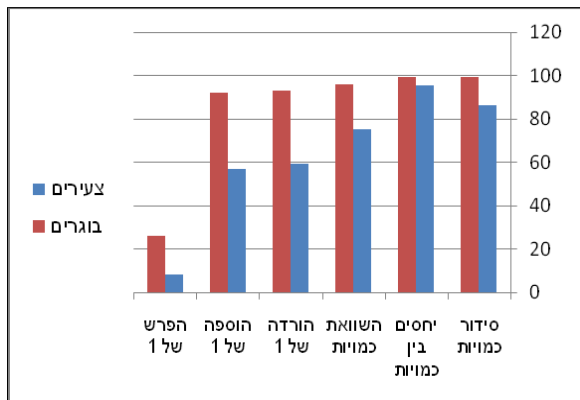
ממוצעים וסטיות התקן בכל משימה על-פי קבוצת גיל, סוג מטלה וקבוצת גיל X סוג מטלה

משימות	סה"כ גיל		סה"כ מטלה		סה"כ גיל		סה"כ גיל		
	בוגרים	צעירים	הפקה	זיהוי	בוגרים	צעירים	בוגרים	צעירים	
	(N=29)	(N=27)							
השוואה בין קבוצות	99.07	95.37	97.35	96.29	97.22	96.29	97.84	95.83	ממוצע
	4.81	19.65	18.56	16.24	14.29	19.06	9.48	13.42	ס.ת.
סידור קבוצות	99.15	86.11	99.15	86.11	92.85	93.44	99.13	86.11	ממוצע
	4.64	29.68	4.64	29.68	21.96	20.86	4.64	29.68	ס.ת.
שוויון קבוצות	95.24	75.37	94.82	75.92	93.75	85.71	93.53	75.64	ממוצע
	25.90	19.35	15.49	41.87	22.98	32.28	14.41	21.84	ס.ת.
הורדה של 1	93.10	59.25	93.10	68.51	76.78	81.25	93.10	63.81	ממוצע
	25.28	47.44	25.78	44.17	41.15	37.61	22.05	38.81	ס.ת.
הוספה של 1	91.95	56.79	96.55	83.33	75.10	90.17	94.25	70.06	ממוצע
	26.20	46.97	11.02	32.52	41.13	24.62	16.64	30.37	ס.ת.
הפרש של 1	25.86	8.37	44.25	29.62	25.86	37.20	35.05	18.98	ממוצע
	43.54	25.00	48.85	43.44	43.54	46.49	40.48	30.53	ס.ת.

תרשים 1:
מטלות זיהוי



מטלות הפקה



ממוצעים של רמת ביצוע לפי קבוצת גיל וסוג מטלה

באופן כללי, הממוצעים וסטיות התקן שהוצגו בטבלה 1 ובתרשים 1 מצביעים על כך שרמת הביצוע בקבוצת הבוגרים גבוהה מאוד בכל המשימות, למעט במשימה של הפרש של 1, הן ברמת הביצוע והן ברמת ההפקה וקרובה ל-100%. לעומתם, רמת הביצוע של הצעירים נמוכה יותר ונעה בין 55% ל-85% ורמת הביצוע הייתה גבוהה מאוד הן ברמת הזיהוי והן ברמת ההפקה (97% בערך). המטלה של הפרש של 1 נמצאה כקשה ביותר בשתי קבוצות הגיל – רמת ההצלחה לא עלתה בשתי קבוצות הגיל על 45%. הממצאים שהתקבלו בניתוחי השונות בנוגע להשפעת הגיל ולהשפעת סוג המטלה על רמת הביצוע מוצגים בטבלה 3.

טבלה 3:

תוצאות ניתוחי שונות: ערכי F של גיל, סוג מטלה וגיל X מטלה על רמת הביצוע במשימות המבדק

משימה	F של גיל ד"ח 1.54	F של מטלה ד"ח 1.54	F של גיל X מטלה ד"ח 1.54
סידור	3.21*	—	—
השוואה	0.33	0.08	0.31
שוויון	4.09*	2.39	2.57
הורדה	12.20***	0.79	0.79
הוספה	13.91***	8.32**	4.13*
הפרש	2.78	13.22***	0.07

P<.05* p<.01** p<.001***

- לא ניתן לבצע ניתוח שונות כיוון שהממוצעים היו זהים במטלות הזיהוי וההפקה

עיון בטבלה 2 ובטבלה 3 מלמד על הממצאים הבאים:

מטלת סידור קבוצות: התקבל אפקט מובהק של גיל, אשר נובע מכך שרמת הביצוע של קבוצת הבוגרים גבוהה מזו של קבוצת הצעירים. לא התקבל אפקט מובהק של מטלה ולא של אינטראקציה בין גיל וסוג מטלה. **מטלת השוואת גודל קבוצות:** לא התקבלו אפקטים מובהקים של גיל, סוג מטלה, ולא של אינטראקציה בין גיל וסוג מטלה. **שוויון בין קבוצות:** התקבל אפקט מובהק של גיל, אשר נובע מכך שרמת הביצוע של קבוצת הבוגרים גבוהה מזו של קבוצת הצעירים. לא התקבל אפקט מובהק של מטלה ולא של אינטראקציה בין גיל וסוג מטלה. **הורדה של 1:** התקבל אפקט עיקרי מובהק של גיל אשר נובע מכך שרמת הביצוע של קבוצת הבוגרים גבוהה מזו של קבוצת הצעירים. לא התקבל אפקט מובהק של מטלה ולא של אינטראקציה בין גיל וסוג מטלה. **הוספה של 1:** התקבל אפקט עיקרי מובהק של גיל אשר נובע מכך שרמת הביצוע של קבוצת הבוגרים גבוהה מזו של קבוצת הצעירים. כמו כן, התקבל אפקט מובהק של מטלה שנובע מרמת ביצוע גבוהה יותר במטלות הזיהוי מזו של הפקה, בנוסף התקבל אפקט מובהק של אינטראקציה בין גיל וסוג מטלה. לצורך פירוש האינטראקציה נעשו קונטרסטים שהשוו את רמת הביצוע בין שתי קבוצות הגיל בכל סוג מטלה. במטלה הזיהוי, רמת הביצוע של הבוגרים (ממוצע=96.55, ס.ט.=11.02) הייתה גבוהה יותר מזו של הצעירים (ממוצע=83.33, ס.ט.=32.52) כאשר ההבדל היה כמעט מובהק ($t(54)=2.06, P<0.06$) במטלות ההפקה רמת הביצוע של הבוגרים (ממוצע=91.95, ס.ט.=26.20) הייתה גבוהה מזו של הצעירים (ממוצע=56.79, ס.ט.=46.97), ($t(54)=3.49, P<0.001$).

ממצאים אלה מראים כי ההבדל בין הקבוצות בולט יותר במטלות ההפקה לעומת מטלות הזיהוי אשר באופן יחסי קלות יותר. **הפרש של 1:** התקבל אפקט עיקרי מובהק של מטלה אשר נובע מכך שרמת

הביצוע במטלת זיהוי קלה יותר לעומת מטלת ההפקה. לא התקבל אפקט מובהק של גיל ושל אינטראקציה בין גיל ובין מטלה. היעדר אפקט גיל נובע מרמת הקושי הגבוהה במטלה זו בשתי קבוצות הגיל.

2.2. השפעת סוג המשימה וקבוצת גיל על רמת הביצוע

לצורך בדיקת השפעת סוג המשימה והגיל על רמת הביצוע בשני סוגי המטלות נערכו ניתוחי שונות דו-כיווניים עם מדידות חוזרות קבוצת גיל (צעירים / בוגרים), X סוג משימה (סידור, השוואה, שוויון, הורדה, הוספה, הפרש) כאשר בסוג המשימה היו מדידות חוזרות. המשתנה התלוי היה רמת הביצוע כפי שנמדד באחוזים. הממוצעים וסטיות התקן מוצגים בטבלה 4. טבלה 5 מציגה את התוצאות שהתקבלו בנייתוחי השונות.

טבלה 4:

תוצאות ניתוחי שונות: ערכי F של גיל, סוג משימה וגיל X משימה על רמת הביצוע במטלות זיהוי והפקה

מטלה	F של גיל ד"ח 1.54	F של מטלה ד"ח 1,270	F של גיל X מטלה ד"ח 1,270
זיהוי	8.30***	35.5 ***	1.21
הפקה	12.72***	85.87***	4.17***

במטלות הזיהוי וההפקה נמצא אפקט עיקרי של סוג משימה ולא נמצאה אינטראקציה מובהקת בין משימה לבין גיל. כדי לבחון את מקורות ההבדלים בין שש המשימות ברמות הביצוע השונות, נערך מבחן בונפרוני (השוואות מרובות) ברמת מובהקות של 0.05. התוצאות שנמצאו בנייתוח זה מסוכמות בטבלה 4.

טבלה 5:

דירוג רמת הקושי של המשימות על-פי המטלות, בקבוצות הגיל השונות²

מטלה	צעירים	בוגרים
זיהוי	הפרש > מכל השאר	הפרש > מכל השאר
הפקה	הפרש > הוספה, הורדה > השוואה, סידור ושוויון	הפרש > מכל השאר

לסיכום, נמצא כי במטלת זיהוי משימת ההפרש קשה יותר מכל המשימות האחרות בשתי קבוצות הגיל. במטלת ההפקה, משימת ההפרש קשה יותר מכל המשימות האחרות רק אצל הבוגרים. לעומת

2. הסימן > משמש כאן במשמעות של קשה מ... באופן מובהק.

זאת, אצל הצעירים נמצאו שלוש רמות קושי: (1) הפרש – קשה ביותר; (2) הוספה והורדה; (3) שוויון, השוואה וסידור – קלות יותר.

דין

מטרתו של המחקר הנוכחי הייתה לבחון את השאלה מה ילדים בגן, אשר הגיעו לרמה של "ידעני העיקרון הקרדינלי" (cardinal-principle-knowers), יודעים על רצף קבוצות ועל יחס הגודל ביניהן. העניין בשאלה זו נובע מן ההנחה כי ידע על תכונות רצף קבוצות מהווה תשתית להבנת תכונות סדר המספרים שהוא אחד הנושאים החשובים ללימוד נושאים מתמטיים שונים בגן ובבית-הספר היסודי.

הממצאים שהתקבלו במחקר הנוכחי תומכים במחקרים אחרים (Colome & Noel, 2012; Le Corre & Carey, 2007; Sarnecka, & Carey, 2008) המצביעים על כך שילדים בגיל 4 הנם "ידעני העיקרון הקרדינלי", כלומר כאלה היודעים להגדיר גודל קבוצות. אולם בנוסף, המחקר הנוכחי מצביע על כך שילדים אלה יודעים גם להשוות בין גודל קבוצות באופן מדויק, לציין מי מבין שתי קבוצות נתונות ברצף, גדולה או קטנה יותר ורובם יודעים לסדר את הקבוצות בסדר עולה. עם זאת, נמצא ש"ידעני העיקרון הקרדינלי" בקבוצה הצעירה (עד גיל חמש) נמצאים בשלב של רכישת ידע הקשור במאפיין של יחס הסדר בין הקבוצות. כך לדוגמה, רק כ-80% מהם ידעו מה אפשר לעשות כדי שקבוצה של ארבע אובייקטים תהיה כמו קבוצה של חמישה אובייקטים ולהפך. זאת לעומת קבוצת הבוגרים (עד גיל 6), יודעים להשוות בין שתי קבוצות עוקבות. באשר למציאת ההפרש הקבוע בין שתי קבוצות ברצף, הממצאים שהתקבלו תומכים במחקר המצביע על כך שידע זה מתפתח מאוחר יותר, לקראת גיל 7 (כיתה ב'), אך יחד עם זאת, הממצאים מצביעים על כך שבעוד שעד גיל 5 רוב הילדים אינם יודעים עיקרון זה, הרי בין גיל 5 לגיל 6 כ-25% מהילדים כבר רכשו ידע זה. ממצא זה מצביע על כך שראשית התפתחות הידע על ההפרש הקבוע בין קבוצות עוקבות בא לידי ביטוי בתקופת גיל זו. נוסף על כך, מחקר זה חושף תהליך הדרגתי של רצף התפתחותי בהקשר של רכישת ידע על יחס סדר קבוצות. רצף התפתחותי זה מצביע על קיומם של שלושה שלבים: תחילה ילדים שיוודעים לזהות גודל קבוצות יודעים גם לזהות מי מבין שתי קבוצות עוקבות גדולה או קטנה יותר, יודעים לסדר את הקבוצות בסדר עולה ויודעים כי אפשר להשוות בין שתי קבוצות עוקבות על-ידי הוספה או הורדה של יחידה אחת. בשלב מתקדם יותר, מתפתחת הבנה של השפעת פעולת ההוספה וההורדה של כמות של אחד, על כמות נתונה. ילדים מבינים כי פעולות אלה גורמות להגדלה או הקטנה של הקבוצה ולהתקדמות או נסיגה ברצף המספרים. רמת הקושי הגדולה ביותר התקבלה במשימות שבהן הילדים התבקשו למצוא את ההפרש בין קבוצות עוקבות. מצב זה מבטא את השלב המאוחר יותר בהבנה של יחס הסדר בין קבוצות עוקבות וככל הנראה גם בהבנה של יחס הסדר בין מספרים. הרצף ההתפתחותי שהתקבל במחקר הנוכחי מציע למעשה, תיאור של התפתחות הידע הפורמלי, על יחס הסדר של מספרים, שמציג טול (Tall, 2001). אמנם, במחקר הנוכחי, המשימות השונות נערכו באמצעות כמויות המייצגות גודל קבוצות. אולם, ברוב המשימות הילדים לא ראו את הכמויות וגודל הקבוצה תואר באמצעות שם המספר. לפיכך, אפשר להסיק כי ביצוע נכון של המשימות מעיד על היכולת של הילד

לקשר בין שם המספר לגודל שהוא מייצג. ומכאן, אפשר להניח כי מצב זה מהווה למעשה חוליה לקראת הבנת עקרונות חוקיות ביחס הסדר בין מספרים. חוליה זו מציגה את המעבר והקשר בין התובנות המתפתחות, אצל ילדים, על יחס הסדר של קבוצות עוקבות לבין התובנות שלהם על יחס הסדר של מספרים המייצגים קבוצות אלה. ברמה התאורטית, המידע שהתקבל כאן מחזק את הטענה על כך שהידע על ההיבט הכמותי של הקבוצה אינו מתפתח באופן סימולטני עם הידע על סדר הקבוצות, אלא מוקדם לו. התפתחות ההבנה של עקרונות יחס הסדר הנה מאוחרת וממושכת יותר, מעבר לגיל בגן. מאחר והמחקר הנוכחי התבצע על קבוצות גיל שבהן מצד אחד, אחוז ההצלחה במשימות רבות היה גבוה, ולכן לא היה אפשר לעקוב באופן מעודן יותר אחר ראשית התפתחותם של התהליכים הקשורים בידע על סדר קבוצות ומספרים. מצד אחר נמצא כי רכישת הידע בנושאים שנחקרו לא מסתיימת בתקופת גיל הגן, נדרש מחקר המשך כדי לבחון את ראשית התפתחותו של ידע זה בגילאים צעירים יותר ואת המשכו, בגילאים בוגרים יותר.

באשר להבחנה שנעשתה במחקר זה, בין רמות הידע (זיהוי לעומת הפקה), עולה כי קיימים הבדלים ברמת הביצוע של משימות זיהוי לעומת משימות הפקה. אולם, אלה באים לידי ביטוי רק כאשר רכישת הידע עדיין לא הושלמה. במקרים אלה מטלות ברמת זיהוי קלות יותר לעומת מטלות ברמת הפקה. ממצאים אלה מצביעים על החשיבות המתודולוגית שיש בהבחנה זו בעת ביצוע מחקרים התפתחותיים ככלי לקבלת מידע מפורט ומדויק על התהליך ההתפתחותי הנחקר.

לסיכום, אפשר לומר כי הממצאים שהתקבלו יש בהם כדי לשפוך אור על התהליך המדורג של התפתחות ידע של ילדים צעירים בנושא של יחס סדר בין קבוצות. בנוסף, המידע שהתקבל מצביע על הקשרים שילדים עושים בגיל הגן בין ידע זה ובין ההבנה של יחס הסדר שבין מספרים. למידע זה השלכות בעלות חשיבות רבה בהקשר של תכנון תכניות לימודים והעבודה עם ילדים בגיל הרך. כמו כן השלכות, גם על תהליכי הכשרה והדרכה של העוסקים בחינוך מתמטי בגיל הרך וכאלה העובדים עם ילדים מתקשים הזקוקים להשלמת תשתיות הידע המתמטי.

מחקר זה נתמך על-ידי הוועדה לעידוד מחקרים במכללת לוינסקי לחינוך ועל-ידי ועדת המחקר הבין-מכללתית במכון מופ"ת.

רשימת מקורות

קופרמן, ר' (2011). מתמטיקה של בית ספר יסודי: לגלות מחדש, להבין, ללמד ולאהוב. תל-אביב: מעלות.

- Ben, A. U. (2003). Ordinal-Cardinal view: From natural numbers to classifiers. *Linguistic Society of Hong Kong*, 12(6), 1-12.
- Brainerd, C. J. (1974). Inducing ordinal and cardinal representations of the first five natural numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 18, 520-534.
- Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83(3), 223-240.
- Briars, D., & Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20(4), 607-618.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Butterworth, B. (2000). *What counts: How every brain is hardwired for math*. London: The Free Press.
- Colome, A., & Noel, M. P. (2012). One first? Acquisition of the cardinal and ordinal uses of numbers in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(2), 233-247.
- Condry, K. F., & Spelke, F. S. (2008). The development of language and abstract concepts: The case of natural number. *Journal of Experimental Psychology: General*, 137(1), 23-38.
- Cooper, R. G. (1984). Early number development: Discovering number space with addition and subtraction. In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp. 157-192). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5(4), 340-407.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinion in Neurobiology*, 14, 218-224.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 234-275). New York: Macmillan Publishing Company.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Gelman, R. (1993). A rational-constructivist account of early learning about numbers and objects. In D. L. Medin (Ed.), *The psychology of learning and motivation: Advances in research theory* (Vol. 30, pp. 61-96). San Diego: Academic Press.
- Henik, A., Leibovich, T., Naparstek, S., Diesendruck, L., & Rubinsten, O. (2012). Quantities, amounts, and the numerical core system. *Frontiers in Human Neuroscience, 5*, 186.
- Hurewitz, F., Papafragou, A., Gleitman, L., & Gelman, R. (2006). Asymmetries in the acquisition of numbers and quantifiers. *Language Learning and Development, 2*(2), 77-96.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 106*(25), 10382-10385.
- Kamawar, D., LeFevre, J. A., Bisanz, J., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B., & Penner-Wilger, M. (2010). Knowledge of counting principles: How relevant is order irrelevance? *Journal of Experimental Child Psychology, 105*(1-2), 138-145.
- Le Corre, M. G., Van de Walle, G., Brannon, E. M., & Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology, 52*(2), 130-169.
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition, 105*(2), 395-438.
- Lipton, J., & Spelke, E. (2006). Preschool children master the logic of number word meanings. *Cognition, 98*(3), 57-66.
- Miller, K., Major, S. M., Shu, H., & Zhang, H. (2000). Ordinal knowledge: Number names and number concepts in Chinese and English. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 54*(2), 129-139.
- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York: W. W. Norton.
- Picozzi, M., de Hevia, M. D., Girelli, L., & Macchi Cassia, V. (2010). Seven-month-old infants detect ordinal numerical relationships within temporal sequences. *Journal of Experimental Child Psychology, 107*(3), 359-367.
- Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition, 108*(3), 662-674.
- Sarnecka, B. W., Cerutti, A., & Carey, S. (2005). *Unpacking the cardinal principle of counting: A last-word rule + the successor function*. Poster presented at 4th biennial meeting of the Cognitive Development Society, San Diego, CA.
- Suanda, S. H., Tompson, W., & Brannon, E. M. (2008). Changes in the ability to detect ordinal numerical relationships between 9 and 11 months of age. *Infancy, 13*(4), 308-337.
- Tall, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics, 48*(2), 199-238.

- Turconi, E., & Seron, X. (2002). Dissociation between order and quantity meaning in a patient with Gerstmann syndrome. *Cortex*, 38(5), 911-914.
- Turconi, E., Campbell, J. I. D., & Seron, X. (2006). Numerical order and quantity processing in number comparison. *Cognition*, 98, 273-285.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36(2), 155-193.
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.



ניצה מרק-זגדון, מכללת לוינסקי

ד"ר ניצה מרק-זגדון הנה חוקרת, כותבת ומרצה במכללת לוינסקי לחינוך, בתחום של התפתחות חשיבה מתמטית בגיל הצעיר וכן, בתחום של ליקויים בתהליכי התפתחות חשיבה מתמטית וזסקולוליה. עמדה בראש הוועדה לכתיבת מסמך התאמות לתכנית הלימודים במתמטיקה בבית-הספר היסודי, לתלמידים מתקשים ותלמידים בחינוך המיוחד.