פיתוח מיומנויות הוכחה בגאומטריה במהלך פעילות של פרחי הוראה כמעריכים וכמוערכים

אילנה לביא, המכללה האקדמית עמק יזרעאל
עטרה שריקי, אורנים - המכללה האקדמית לחינוך, קריית טבעון

תקציר

אחד ההיבטים של התפתחות מקצועית של מורים למתמטיקה נוגע לפיתוח של מיומנויות הערכה. המטרה של המחקר הנוכחי היא לבחון את ההשפעות של פעילות שבה פרחי הוראה מתפקדים הן כמעריכים והן כמוערכים על התפתחות מיומנויות ההערכה שלהם, בכלל, ועל התפתחות מיומנויות ההערכה שלהם באשר להוכחות בגאומטריה, בפרט.

המחקר נערך במהלך קורס "שיטות הוראה" שבו יושמה בין השאר הגישה של הערכת עמיתים. שישה-עשר פרחי הוראה השתתפו במחקר. מניתוח הנתונים עולה כי במהלך שלבי ההתנסות בהערכת עמיתים פיתחו המשתתפים מיומנויות הקשורות בבחירת מערכת של קטגוריות להערכה ומתן משקל היחסי לכל קטגוריה לצורך הערכת העמיתים. במערכת הקטגוריות שנבחרה ניתן ביטוי לתפקידים ולמשמעות של הוכחה מתמטית, כפי שהם מופיעים בספרות המחקר. ברפלקציה שלהם על התהליך, פרחי ההוראה התייחסו להשפעה של הערכת העמיתים על הידע המתמטי שלהם, שנבעה מעצם החשיפה לדרכי פתרון שונות משלהם.

מילות מפתח*: הערכת עמיתים; התפתחות מקצועית; משוב; פרחי הוראה; הוכחות גאומטריות; האסטרטגיה'מה אם לא?'*

הקדמה

נושאים רבים הקשורים בהיבטים של הוכחות במתמטיקה נחקרו במהלך שני העשורים האחרונים. בין אותם נושאים נמנים התפקיד של ההוכחה המתמטית בלימודי המתמטיקה (Hersh, 1993), קשיי תלמידים לכתוב הוכחות בכוחות עצמם (Moore, 1994), תפיסות תלמידים את המושג "הוכחה" (Harel & Sowder, 1998) ובנייה נכונה של הוכחות (Weber, 2001; Weber & Alcock, 2004). הנושא של הערכת הוכחות מתמטיות זכה לתשומת לב בלתי מספקת, במיוחד כאשר מדובר בנקודת המבט של תלמידים (Alcock & Weber, 2005; Mamona-Downs & Downs, 2005). הן מורים והן תלמידים חווים קשיים כאשר הם נדרשים להעריך את הנכונות של הוכחה מתמטית (Alcock & Weber, 2005; Selden & Selden, 2003). אין ספק שמיומנויות הערכה נמנות על המיומנויות החשובות שיש לפתח בקרב פרחי הוראה במהלך תקופת ההכשרה שלהם, שכן הערכת תלמידים היא אחד התפקידים החשובים

של כל מורה. לכן עיסוק של פרחי הוראה בפעילויות הערכה, בכלל, והערכה של הוכחות מתמטיות, בפרט, חיוני לצורך זה.

החשיבות של הכשרת פרחי הוראה באשר לביצוע הערכה מושכלת נובעת, בין השאר, מהעובדה שהדרך שבה מורים מעריכים את תלמידיהם עשויה לחזק או לעכב את תהליך הלמידה של התלמידים. אי לכך, על המורים לבחור את דרכי הערכה בקפידה ולבחון האם הן תואמות את מטרות ההוראה שלהם. קיימות שיטות הערכה מגוונות בשדה החינוך, אחת מהן היא הערכת עמיתים. בהתאם לשיטה זו, הלומדים לוקחים בחשבון את הרמה ואת האיכות של התוצר או את הביצוע של לומד אחר בכיתתם (Topping, 2003). כאשר המשוב ניתן על ידי עמיתים לאחר מחשבה ובדרך חיובית, יש לו השפעות חיוביות על הלמידה ותרומה לצמצום מספר השגיאות. מלבד תרומה לעמיתים, הערכת עמיתים נמצאה ככלי יעיל לשיפור הידע האישי של המעריך (Boud, 2000) וכן להעלאת המוטיבציה ללמידה (Hanrahan & Isaacs, 2001).

בהיותנו מודעות לחשיבות של פיתוח מיומנויות הערכה של פרחי הוראה וליתרונות של הערכת עמיתים, אנחנו מאמינות שחשיפת פרחי הוראה לפעילויות של הערכת עמיתים בנושא של הוכחות (במקרה של המאמר הנוכחי, הוכחות בתחום הגאומטריה) יכולה לתמוך בהתפתחות המקצועית שלהם בהקשר זה. יתרה מזו, בפעילויות מסוג זה שבהן הסטודנטים מתפקדים הן כמעריכים והן כמוערכים, הם נחשפים לשני צדי המטבע. חשיפה כזאת יכולה להביא לידי העמקת התובנות שלהם על אודות החשיבות הן של המבנים המתמטיים (למשל, הוכחות גאומטריות) והן על אודות תהליך ההערכה עצמו.

במאמר זה מתואר מחקר שנועד לבחון את ההשפעות של שיתוף פרחי הוראה בהערכה של הוכחות בגאומטריה, הן כמעריכים והן כמוערכים, על פיתוח מיומנויות ההערכה ועל הידע המתמטי שלהם.

ממטרה זו נגזרו שאלות המחקר הבאות:

1. כיצד בוחרים פרחי הוראה את הקטגוריות שלפיהן הם מעריכים ומהם השיקולים שלהם במתן המשקל היחסי לכל קטגוריה במשימת ההערכה?
2. כיצד מגיבים פרחי ההוראה על משוב עמיתים שהתקבל על תוצרי עבודתם?
3. כיצד באים לידי ביטוי התפקידים והמשמעות של הוכחה מתמטית בתהליך ההערכה של הוכחות בגאומטריה?
4. מהי ההשפעה של חשיפת פרחי ההוראה לפתרונות של עמיתים על הידע המתמטי שלהם?

רקע תאורטי

הערכה יכולה להיות הערכה מסכמת או מעצבת. כאשר מדובר בהערכה מסכמת, תוצרי הלמידה מוערכים לאחר סיום התהליך. הערכה מעצבת, לעומת זאת, כרוכה במתן משוב תדיר ועינייני במהלך הלמידה ומטרתה לסייע לתלמידים לתכנן את הלמידה שלהם, לזהות את נקודות החוזק והחולשה שלהם, ולכוון את הלמידה לאפיקים שיעזרו להם להתגבר על הקשיים שלהם (Boud, 2000). לפיכך, יש בכוחה של הערכה מעצבת לתמוך בלמידה משמעותית (Black & Wiliam, 1998).

בהמשך מוצג רקע תאורטי תמציתי העוסק בתפקידים ובמשמעות של הוכחה מתמטית, הערכת עמיתים,

הערכת עמיתים באקדמיה והערכה של הוכחות מתמטיות.

המשמעות והתפקידים של הוכחה מתמטית

הוכחה היא שרשרת לוגית של טיעונים מתמטיים מוקפדים אשר מצביעים באופן חד-משמעי על האמת של טענה נתונה (Aigner & Ziegler, 1999). חוקרים שונים דנו בהרחבה במשמעות ובתפקידים של הוכחה במתמטיקה כמו גם בהוראת מתמטיקה (למשל, Bell, 1976; de Villiers, 1990, 1991; Hanna, 2000; Polya, 1954). בראש ובראשונה, תפקידה של הוכחה הוא לאמת או להפריך טענה נתונה, ובכך לשכנע באשר לנכונותה או לאי נכונותה. אולם להוכחה יכולים להיות גם תפקידים נוספים: הוכחה יכולה לספק תובנות באשר לשאלה מדוע טענה נתונה נכונה הוכחה כאמצעי להסבר ולספק בסיס לארגון של תוצאות שונות למערכת דדוקטיבית של אקסיומות, מושגים ומשפטים (הוכחה כאמצעי ליצירת שיטתיות, סיסטמטיזציה). לעתים, במהלך חיפוש אחר הוכחה עשויות לעלות תוצאות נוספות, מה שהופך את ההוכחה כאמצעי לגילוי. להוכחה יש גם תפקיד חשוב בהיבט התקשורתי – יצירת שיח מתמטי ודיון על הידע המתמטי. מעבר לכך, עבור רבים עצם התהליך של חיפוש אחר הוכחה הוא אתגר אינטלקטואלי.

בעשורים האחרונים, עם התפתחות הטכנולוגיה ושילובה במסגרת הוראת המתמטיקה ולימודה, חוקרים ואנשי חינוך רבים בוחנים את האופן שבו תלמידים תופסים את המושג "הוכחה" ואת תפקידי ההוכחה בסביבות ממוחשבות. לדוגמה, מחקרים שנעשו בהשתתפות תלמידים שלמדו בסביבות של גאומטריה דינמית (למשל, Chazan, 1993; Hadas, Hershkowitz, & Schwarz, 2000; Laborde, 2000) מצאו שתלמידים נוטים לקבל טענה כטענת אמת על בסיס בדיקה של אוסף "גדול מאוד" של דוגמאות, וחשים שיש בכך תחליף להוכחה פורמלית של טענות.

בהתאם לסטנדרטים של המועצה הלאומית של מורי המתמטיקה בארה"ב (NCTM, 2000), חיוני לספק לתלמידים הזדמנויות לעסוק בפעילויות הקשורות להוכחות מתמטיות, ובתוך כך לפתח את מיומנויות השכילה (reasoning) שלהם (Schmidt et al., 2009), כמו גם את היכולת של תלמידים לבסס אמירה מתמטית שהם בטוחים בנכונותה ולשכנע אחרים בצדקת טיעוניהם. בהקשר זה, הראל וסוודר (Harel & Sowder, 1998) הטביעו את המונח "סכמת הוכחה" (proof scheme).

לאור האמור לעיל, כדי שפרחי הוראה יצליחו להעריך הוכחה מתמטית, על כל היבטיה, עליהם להיות מסוגלים לבחור את הקריטריונים המתאימים להערכה, כאלה שלוקחים בחשבון הן את התפקידים והן את המשמעות של הוכחה. חשיפת פרחי הוראה להערכה של הוכחה מתמטית הן כמעריכים והן כמוערכים, יכולה לסייע להם לפתח מיומנויות הערכה אלה.

הערכת עמיתים

בהקשר החינוכי, הערכה מוגדרת כתהליך שבו נמדדים התוצרים של תלמידים, שהם תוצאה של הידע והכישורים שלהם (Topping, 2003). הערכת עמיתים היא תהליך שבו לומדים מעריכים ביצועים של עמיתיהם, בהתבסס על רשימה של קריטריונים (McDowell & Mowl, 1996). השימוש בהערכת עמיתים מבוסס על ההנחה שעמיתים יכולים לזהות את השגיאות של עמיתיהם בקלות ובמהירות, ועל כך שקבוצה מגוונת וגדולה יותר של אנשים הפועלים כמעריכים יכולה לגלות חולשות ושגיאות רבות

יותר בעבודה (Falchikov & Goldfinch, 2000).

פעילויות של הערכת עמיתים יכולות להתבצע בדרכים שונות, בתחומים שונים של תכנית הלימודים ובמקצועות לימוד שונים. התוצר המוערך יכול להיות מסמך כתוב, פורטפוליו, הצגה מילולית, מבחן ועוד. הערכת העמיתים יכולה להיות בעלת אופי מסכם או מעצב, והמעריכים והמוערכים יכולים להיות אדם יחיד, זוגות או צוותים (McDowell & Mowl, 1996).

ביטויה של ההערכה הוא משוב. כאשר אדם מתבקש לתת משוב על איכות התוצר של אדם אחר (תלמיד או עמית), עליו להפעיל שיקול דעת, לבחון את התוצר בעין ביקורתית ולחפש שגיאות. כל אלו עשויים לפתח אצלו מיומנויות של בקרה עצמית (Bangert-Drowns, Kulik, Kulik, & Morgan, 1991; Paris & Newman, 1990; Paris & Paris, 2001). ההערכה עצמה יכולת להינתן כטקסט מילולי או כציון, וחשוב שתהיה מלווה בהנמקות. לאופן מתן המשוב יש חשיבות רבה. כאשר מספקים משוב, חשוב להיות מודעים להשפעתו על לומדים, ובפרט על האמונה של מקבל המשוב במסוגלותו להצליח ועל המוטיבציה שלו להמשיך וללמוד. חשיבותו של המשוב עולה כאשר הלומדים שותפים בהפקתו, כלומר כאשר הם מתנסים בהערכת עמיתים. התנסות זו תורמת לתחושת המסוגלות העצמית שלהם ומעצימה את אחריותם על למידתם (Bangert-Drowns et al., 1991; Butler & Winne, 1995; Kulhavy & Stock, 1989). בפרט, מתן משוב חיובי תחילה מקטין חרדה אצל המוערכים ומשפר את המוכנות שלהם לקבל גם משוב שלילי בהמשך. הערכת עמיתים יכולה להגביר עניין, ביטחון עצמי ואמפתיה כלפי אחרים, הן בהיבט של המעריך והן בהיבט של המוערך (Herndon, 2006).

תלמידים בגילאים שונים מגיבים באופן שונה למשוב מעמיתים או ממבוגרים, ונמצא שילדים צעירים נוטים לקבל פחות את התוקף של הערכה המבוצעת על ידי ילדים בגילם, ומעדיפים הערכה של מבוגרים. מצב זה משתנה ככל שמתבגרים (Cole, 1991).

במקרה של פרחי הוראה, הערכת עמיתים מתמקדת בדרך כלל בבדיקה האם תוצרי עבודה שהם עושים עומדים בדרישות (של קורס, למשל) וכמו כן במתן משוב בונה שכולל הצעות לשיפור (Herndon, 2006). הערכה כזאת היא משימה מורכבת שדורשת הבנה של מטרות המטלה שעליהם להעריך, ובחירה מושכלת של הקריטריונים המתאימים לצורך הערכתה. כאשר מדובר בהערכת עמיתים מעצבת, שנועדה לסייע ללומד לשפר את תוצריו כחלק מתהליך הלמידה, על המעריך להאיר את עיני המוערך באשר לשגיאות ולתפיסות מוטעות שמצא בעבודה. תהליך זה של ההערכה יכול לסייע למוערך לזהות פערים שיש לו בידע ולתרום לצמצומם (Topping, 1998). ביצוע משוב על פי קריטריונים להערכה מסייע בהפנמתם של הקריטריונים ותורם לפיתוח מודעותם של הלומדים לתהליך הלמידה, תוך שהם מפתחים יכולת של ויסות עצמי ומיומנויות לומד עצמאי (Black & Wiliam, 1998). בהערכה המבוססת על מערכת של קריטריונים, המשוב יכוון להתאמה או לחוסר ההתאמה של תוצר בהתייחס לקריטריון ההערכה (Tunstall & Gipps, 1996). הערכת עמיתים דורשת כישורים תקשורתיים וחברתיים, יכולת לבצע משא ומתן ודיפלומטיה (Riley, 1995). לפיכך, יש בכוחה של הערכת עמיתים לפתח כישורי עבודת צוות, ללמד כיצד לתת ולקבל ביקורת, להצדיק אותה ולדחות הצעות שאינן טובות (Marcoulides & Simkin, 1991). בהיבט האישי, הערכת עמיתים תורמת לקידום תחושת שייכות,

אחריות אישית ומוטיבציה ללמידה (Hanrahan & Isaacs, 2001), וכן לעלייה במעורבות האישית בלמידת התכנים (Falchikov & Goldfinch, 2000).

יש לציין, שלפי אקסו (Aksu, 2008), למורים רבים יש עמדות שליליות באשר לשימוש בשיטות הערכה אלטרנטיביות, כמו הערכה מעצבת, הערכת עמיתים או הערכה עצמית כיוון שהם הורגלו להיות מוערכים בשיטה המסורתית ואף נוצר אצלם קיבעון בעניין זה. גם במהלך תקופת ההכשרה שלהם, מורים אינם נחשפים מספיק לטכניקות הערכה אלו. לפיכך, יש חשיבות רבה לשילוב פעילויות של הערכה אלטרנטיבית, כמו הערכה מעצבת, הערכת עמיתים והערכה עצמית בתכניות להכשרת מורים (Aksu, 2008; Lovemore & David, 2006; McGatha, Bush, Rakes, 2009; Sluijsmans & Prins, 2006).

הערכת עמיתים באקדמיה

על אף היתרונות המיוחסים להערכת עמיתים במוסדות להשכלה גבוהה, הרי שגישה זאת מיושמת מעט בחינוך האקדמי (Zevenbergen, 2001). גטפילד (Gatfield, 1999) בחן את שביעות הרצון של סטודנטים באנגליה מהערכת עמיתים ומצא שרמת שביעות הרצון הייתה גבוהה. סטודנטים נטו לקבל הערכת עמיתים כשיטה מתאימה להערכה, הם ראו בה שיטה הוגנת והאמינו שראוי שהם יעריכו את עמיתיהם. באקדמיה, להערכת עמיתים, הן הערכה מסכמת והן הערכה מעצבת, יש יתרונות רבים במובן של העצמת הלומדים: התהליך תומך בפיתוח האוטונומיה ובפיתוח של מיומנויות חשיבה ברמות גבוהות, משפר את איכות הלמידה ומפתח את היכולת להעריך ולהצדיק את ההערכה (Topping, 1996, 1998). הוא גם מספק לסטודנטים הזדמנויות לניווט עצמי, לחזרה על החומר, לתרגול ולקבלת משוב (Falchikov & Goldfinch, 2000). כמו כן הוא מגדיל את היקף המשוב שסטודנטים מקבלים על עבודתם ומעודד אותם להיות אחראים על הלמידה שלהם (Race, 1998). מתוך ההערכה של עבודת עמיתים, סטודנטים באקדמיה מפתחים תובנות על אודות הביצועים האישיים שלהם, כמו גם את היכולת שלהם לבצע שיפוט בנושאים שיש להם חשיבות לחיים המקצועיים שלהם. באותו הזמן הם לומדים כיצד לראות בשגיאות הזדמנות ללמידה ולא כישלון בלבד. יתרה מזו, עיסוק בהערכת עמיתים מקדם את היכולת לתקשר ולדון ברעיונות ומשמש בסיס לקידום של שיח אקדמי (Berkencotter, 1995), ולהפקה של תוצרים טובים יותר (Reese-Durham, 2005).

עם זאת, הערכת עמיתים יכולה לחשוף בעיות שנוגעות לתוקף ולמהימנות, ואין ביטחון שהמשוב שניתן הוא מדויק ובעל ערך (Falchikov & Goldfinch, 2000). נראה שהסובייקטיביות שכרוכה במתן ציונים, מושפעת מהסטנדרטים השונים של נותני הציונים באשר למרכיבים שמהם יושפע הציון (Conway, Kember, Sivan, & Wu, 1993). גם כאשר ניתנים לסטודנטים קריטריונים להערכה ולמתן ציונים, עדיין יכולה להיווצר בעיה של סובייקטיביות. לדוגמה, זבנברגן (Zevenbergen, 2001) בדק הערכת עמיתים של פרחי הוראה במתמטיקה של פוסטרים שעיצבו עמיתיהם וגילה שבעלי הישגים גבוהים נוטים להעריך פחות עבודות של עמיתים מבעלי הישגים לימודיים נמוכים. גם המשובים שניתנו היו שונים. בעלי הישגים נמוכים נתנו משוב כללי, ולעומתם בעלי הישגים גבוהים נתנו משוב ענייני שהיה אפשר ללמוד ממנו ולהפיק לקחים.

חוקרים דיווחו גם על חסרונות שטמונים ביישום הערכת עמיתים (למשל Falchikov & Goldfinch, 2000; Topping, 1998; Zevenbergen, 2001), וטענו שלעתים סטודנטים שהגישו עבודות לא טובות, התקשו לקבל מעמיתיהם משוב ששיקף את רמת עבודתם. פלצ'יקוב (Falchikov, 1995) מצא שתופעה זו שכיחה במיוחד בקרב קבוצות קטנות בעלות לכידות חברתית. בקבוצות כאלו סטודנטים סירבו להשתתף בתהליך הערכת עמיתים. נוסף על כך, במקרים שבהם לא היו קריטריונים ברורים להערכה, צצו בעיות של תוקף ומהימנות, והדיוק והערך של המשוב עמדו בסימן שאלה. לכן, אף שלהערכת עמיתים יכול להיות ערך מוסף ללמידה, יש להשתמש בה בזהירות ובכובד ראש.

הערכה של הוכחות במתמטיקה

באשר לחשיבות המשוב בתהליך ההערכה של הוכחה מתמטית, חנה ודה וילירס (Hanna & de Villiers, 2012) מצאו שהערכת עמיתים ומתן משוב מפורש על אודות בניית הוכחה מסייעים ללומדים לבצע רפלקציה על העבודה שלהם. תהליך החשיבה שמלווה את הניסיונות להבין את דרך החשיבה של האחר, מסייע ללומדים להתקדם בפתרון האישי שלהם. גם הייש ועמיתיו (Hsieh, Horng, & Shy, 2012) בדקו את ההשפעה של קבלת משוב על תהליך בניית הוכחה מתמטית ומצאו שקיימים חמישה מרכיבים התורמים לבנייה נכונה של הוכחה מתמטית, שאחד מהם עוסק בקבלת משוב מִיָּדִי תוך כדי בניית ההוכחה.

מבין המיומנויות שעל מורים למתמטיקה לפתח במהלך תקופת הכשרתם נמנות מיומנויות הערכה, בכלל, ומיומנויות של הערכת הוכחות במתמטיקה, בפרט. חוקרים מצאו שמורים ותלמידים חווים קשיים בתהליך ההערכה של הנכונות של הוכחות (Alcock & Weber, 2005; Selden & Selden, 2003). באופן ספציפי יותר, קנות' (Knuth, 2002) מצא שמורים בתיכון נוטים לקבל הוכחות בגאומטריה כנכונות בהתאם לפורמט שלהן ולאו דווקא בהתאם לתוכנן. כלומר, כאשר הוכחה הייתה רשומה במבנה של שתי עמודות – טענה ולצדה הצדקה שלה, בדרך כלל היא נחשבה לנכונה בלי לבדוק לעומק את תוכן הטענות והצדקתן. אף שמיומנויות הערכה הן בסיסיות להוראה יעילה, למורים יש הזדמנויות נדירות לעסוק בפעילויות הערכה במהלך הכשרתם ולאחריה (Webb, 2009). כדי לבחון האם מורים למתמטיקה יכולים להבחין בין הוכחות לטענות אמפיריות, החוקרים סטיליאנידס וסטיליאנידס (Stylianides & Stylianides, 2009) העסיקו קבוצה של מורים בתהליך שנקרא "בנייה-הערכה". בתהליך זה המורים התבקשו להוכיח טענה מתמטית נתונה ולאחר מכן החוקרים העריכו את העבודה שלהם. החוקרים מצאו שרק שלושה עד עשרה אחוזים החשיבו טיעון אמפירי כהוכחה מתמטית ראויה. יש לציין שתוצאות אלה סותרות תוצאות שהתקבלו במחקרים קודמים (Goetting, 1995; Martin & Harel, 1989) שבהם למעלה מ-50% של פרחי ההוראה ראו בטיעונים אמפיריים הוכחה תקפה מבחינה מתמטית.

מרבית ספרות המחקר העוסקת בהערכת עמיתים של תוצרים מתמטיים נותנת דעתה בנפרד לצד המעריך ובנפרד לצד המוערך או להערכה עצמית (Stylianides & Stylianides, 2009). במחקר זה אנחנו בודקות את ההשפעות של הערכת עמיתים על פרחי הוראה, שבו בזמן מתפקדים הן כמעריכים והן כמוערכים, על היכולת שלהם לפתח מיומנויות הערכה בהקשר של הוכחות בגאומטריה. ההנחה שלנו הייתה שחשיפת פרחי ההוראה להערכת עמיתים בהקשר של הוכחות בגאומטריה, שבה יתפקדו הן כמעריכים והן כמוערכים, תעזור להם לפתח מיומנויות הערכה ותרחיב את הידע המתמטי שלהם.

המחקר

בפרק זה נציג נתונים על אודות משתתפי המחקר, נתאר את הקורס שבו התבצע המחקר ואת שלבי המחקר השונים. כמו כן נציג את השיטות לאיסוף הנתונים וניתוחם.

משתתפי המחקר

שישה-עשר פרחי הוראה ממכללה אקדמית לחינוך השתתפו במחקר. קבוצת הסטודנטים הייתה הטרוגנית: תשעה היו סטודנטים סדירים בשנת הלימודים השלישית לתואר ראשון בהוראת מתמטיקה ומדעי המחשב או פיזיקה לתלמידי חטיבת ביניים ותיכון. ארבעה היו מורים למתמטיקה שהשלימו את תעודת ההוראה שלהם, לשניים מהם יש ניסיון הוראה של שנתיים ולשניים האחרים יש ניסיון של יותר מעשר שנים. שאר המשתתפים למדו בתכנית להסבת אקדמאים להוראת מתמטיקה.

הקורס שבמסגרתו התבצע המחקר

הקורס הוא קורס שנתי העוסק בלימוד של שיטות הוראה. בסמסטר הראשון של הקורס פרחי ההוראה למדו ודנו בשיטות וגישות הוראה ללימוד נושאים מתמטיים שונים הנלמדים בחטיבה העליונה. בנוסף, הם למדו את העקרונות הבסיסיים של הערכת מבחן, בין השאר, כיצד לבחור מערכת של קטגוריות לצורך ההערכה, כיצד לבנות מחוון להערכה וכיצד להעריך משימות שניתנות לתלמידים. פרחי ההוראה לא עסקו בהערכה של הוכחות מתמטיות.

המחקר התבצע בסמסטר השני של הקורס. במהלך סמסטר זה עסקו פרחי ההוראה בעיקר בפעילויות חקר מתמטיות שבמסגרתן הם התבקשו להעלות בעיות, להוכיח את הבעיות שהועלו, ולהעריך עבודות של עמיתיהם. כיוון שתהליך העלאת בעיות ייצר בעיות מוכרות ולא מוכרות, פרחי ההוראה היו צריכים להעריך הן את הבעיות עצמן והן את ההוכחות לשני סוגי הבעיות: הוכחות לבעיות מוכרות (שהם עצמם הוכיחו) והוכחות לבעיות שלא היו מוכרות להם (הוכחות לבעיות שהיו תוצרים של פעילות העלאת הבעיות).

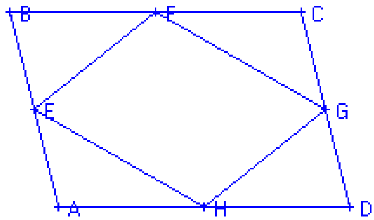
מהלך המחקר

המחקר בחן את ההיבטים השונים של התנסות הסטודנטים בפעילות חקר והערכה. הפעילות כללה עשרה שלבים שנמשכו לאורך סמסטר אחד. השלבים השונים של הפעילות מפורטים בטבלה 1, וכן מתוארות המשימות השונות שפרחי ההוראה התבקשו לבצע במהלך פעילות החקר ולהסביר כל אחת מהן. יש לציין שבמהלך התקופה שבה עבדו פרחי ההוראה על משימות ההערכה לא התקיימו דיונים כיתתיים בנושא. הדיון בתהליך כולו התקיים לאחר שפרחי ההוראה השלימו את הרפלקציה שלהם על התהליך כולו.

טבלה 1: שלבי פעילות החקר והערכת העמית

שלב	מטלה	הסבר
1	פתרון בעיה נתונה (איור 1)	פרחי ההוראה התבקשו לפתור בעיה נתונה שבה הם נדרשו להוכיח טענות שונות ולשלוח למרצה את פתרונותיהם באמצעות המייל.
2	ביצוע הערכת עמיתים. לצורך זה יש לבחור מערכת קריטריונים להערכה ולקבוע לכל קריטריון את משקלו היחסי, מתוך נימוק תהליך ההערכה שבוצע	כל פרח הוראה קיבל שני פתרונות של עמיתים לצורך הערכה והתהליך כולו היה אנונימי. פרחי ההוראה התבקשו להציע רשימת קריטריונים להערכה ולקבוע לכל אחד מהם משקל יחסי שעל בסיסו יינתן הציון הסופי על העבודה. כמו כן, הם התבקשו לנמק את בחירתם (הן של הקריטריון והן את משקלו). כדי לקבל טופס הערכה אחיד, התבקשו הסטודנטים למלא את הטופס שמופיע בנספח 1. לאחר בחירת מערכת הקריטריונים ומשקלם, הם התבקשו להעריך עבודות של שני עמיתים ולנמק את ההערכה שנתנו. טפסים אלו נשלחו במייל למורה הקורס.
3	רפלקציה על שתי הערכות שקיבל כל פרח הוראה	כל פרח הוראה קיבל באמצעות המרצה שני טופסי הערכה אנונימיים על עבודתו והתבקש לרשום רפלקציה על ההערכות שקיבל. כדי לקבל משוב מפורט ומקיף, פרחי ההוראה התבקשו להתייחס לשמונה שאלות שמופיעות בנספח 2 שנוגעות להיבטים השונים של ההערכות שקיבלו.
4	תוך שימוש באסטרטגיה "מה אם לא?" יש להציע בעיות אלטרנטיביות לבעיית הבסיס	פרחי ההוראה התבקשו להשתמש באסטרטגיה "מה אם לא?" (Brown & Walter, 1993) כדי להעלות בעיות על בסיס הבעיה הנתונה. אסטרטגיה זו מבוססת על הרעיון של שלילת אחד הנתונים של בעיה שיש בה בעיית בסיס והצעת אלטרנטיבות. תהליך זה מוביל ליצירת בעיה מתמטית חדשה שהסטודנטים מתבקשים לפתור אותה כחלק מפעילות חקר.
6-5	חזרה על שלבים 3-2	שלבים 3-2 חוזרים על עצמם, בהתבסס על התוצרים של השלב הרביעי.
7	פתרון הבעיה החדשה שבחר כל אחד	פרחי ההוראה פותרים את הבעיה החדשה שבחרו מבין כל הבעיות שהעלו, כולל פירוט הפתרונות והתלבטויות שעלו במהלך הפתרון.
9-8	הערכת עמיתים	תהליך של הערכת עמיתים בדומה למה שהתבצע בשלבים 3-2 חוזר על עצמו כאשר הפעם כל אחד מפרחי ההוראה מעריך בעיות חדשות שלא הכיר קודם לכן.
10	רפלקציה מסכמת על כל תהליך ההערכה	כל פרח הוראה מתבקש לרשום הערכה מסכמת ורפלקציה על כל התהליך של הערכת עמיתים שעבר הן כמעריך והן כמוערך.

בעיית הבסיס



חיבור נקודות האמצע של צלעות מקבילית יוצרות את המצולע EFGH.

1. מהו המצולע שהתקבל?
2. מהו היחס בין שטחו של EFGH לשטחו של ABCD?
3. מהו היחס בין ההיקף של EFGH להיקפו של ABCD?

איור 1: בעיית הבסיס

בחרנו בבעיה זו לשמש כבעיית הבסיס מהסיבות הבאות: א. פתרון הבעיה מחייב הוכחה ולא חישובים; ב. ניתן לפתור את הבעיה בדרכים רבות; ג. הבעיה יכולה לשמש כמקור עשיר לתהליך של העלאת בעיות; ד. הבעיה מופיעה בספרי הלימוד, ובכך מועבר המסר שאת תהליך החקר אפשר לבסס בקלות על בעיות זמינות.

שיטות לאיסוף הנתונים וניתוחם

במהלך הסמסטר פרחי ההוראה השתתפו בשלוש מטלות של הערכת עמיתים: מטלה 1 בשלבים 2-3, מטלה 2 בשלבים 5-6, ומטלה 3 בשלבים 8-9. מטלה 1 ומטלה 3 היו דומות באופיין, שכן במטלות אלו כל סטודנט התבקש לבחור רשימה של קריטריונים, לקבוע משקל יחסי לכל אחד מהם, להעריך לפיהם שתי הוכחות גאומטריות שנכתבו על ידי עמיתיהם ולנמק את שיקוליו. המטלה השנייה הייתה שונה. במטלה זו הם התבקשו לרשום את נתוני הבעיה של בעיית הבסיס, להציע אלטרנטיבות רבות ככל האפשר לכל נתון שנשלל ולבחור נתון חדש אחד או יותר ליצירת בעיה חדשה לצורך פעילות החקר.

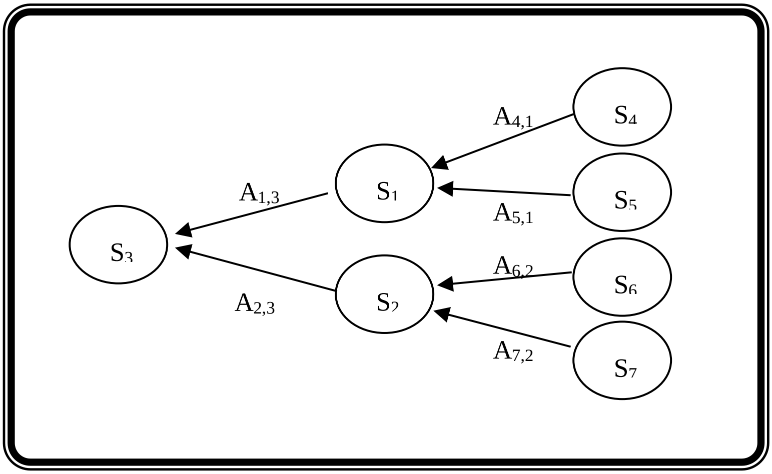
התהליך של הערכת עמיתים במטלות 1 ו-3 כלל את השלבים הבאים:

א. בחירת מערכת קריטריונים להערכת ההוכחות הגאומטריות, קביעת משקל יחסי לכל קריטריון, ומתן נימוק לבחירה בכל קריטריון ומשקלו היחסי.

ב. קביעת הציון שהתקבל בהתאם למערכת הקריטריונים והמשקלים שנבחרו, והוספת נימוק לכל ציון.

ג. רפלקציה על תהליך ההערכה הן כמוערך והן כמעריך.

איור 2 מתאר את מערך ההערכה בתת-קבוצה מסוימת של פרחי ההוראה המסומנת כ-S_k. הסימון $A_{i,j}$ מציין שהסטודנט S_i מעריך את העבודה של הסטודנט S_j. חשוב לציין שהמצב המתואר באיור 2 הוא להמחשה בלבד כדי להבין את מנגנון ההערכה. כלומר S_1 יכול גם להיות מוערך על ידי S_2 ו-S_3. באיור זה לא באה לידי ביטוי העובדה שכל אחד מפרחי ההוראה מעריך בעצמו עבודה של שני עמיתים.



איור 2: תיאור סכמתי של תהליך ההערכה

כדי למנוע סירוב של הסטודנטים לקחת חלק בתהליך הערכת העמיתים, בדומה למתואר אצל פלצ'יקוב (Falchikov, 1995), וכדי לחזק את מהימנות ההערכה, כל ההערכות נשלחו למרצת הקורס והועברו למוערכים באופן אנונימי.

הנתונים שנאספו כללו את התוצרים שהופקו בכל השלבים המפורטים לעיל. הנתונים שנאספו ממטלה 1 וממטלה 3 נותחו באמצעות ניתוח תוכן (Neuendorf, 2002) וניתוח אינדוקטיבי (Taylor & Bogdan, 1998), תוך התמקדות בהיבטים הבאים, הנגזרים משאלות המחקר המופיעות בפרק ההקדמה:

א. קריטריונים להערכה: מאפייני הקריטריונים בהשוואה לתפקידים ולמשמעות של הוכחה מתמטית כפי שמופיעים בספרות המחקר.

ב. ציונים ומשוב: השוואה בין שתי ההערכות שקיבלה כל עבודה.

ג. רפלקציה על התהליך הן כמעריך והן כמוערך.

ד. ההשפעה של הערכת עמיתים על הידע המתמטי של פרחי ההוראה.

ממצאים ודיון

כפי שצוין, כיוון שהיה הבדל באופי המטלות להלן נתמקד בהערכת העמיתים של המטלות שדמו זו לזו באופיין (מטלות 1 ו-3).

כדי לבחון את ההתפתחות של מיומנויות הערכה, בחנו את הפער בין שתי ההערכות שקיבלה אותה עבודה. הפער בין שתי ההערכות נוגע להבדלים בין מערכות הקריטריונים של שני מעריכים של אותה עבודה, לפער בין המשקלים היחסיים שניתנו לאותו קריטריון על ידי שני המעריכים, לפער בין הציונים שכל אחד מהמעריכים של אותה עבודה נתן ולהבדלים בין המשוב המילולי שניתן בכל הערכה. יתרה מזו, השוואת המשוב נעשתה כדי לבדוק האם טענות מצד המוערך מסוים על אודות אופן הבדיקה של עבודתו היו דומות לטענות שעלו מצד סטודנטים אחרים שהוערכו על ידי אותו סטודנט. בחרנו להשתמש

בקריטריונים אלו כיוון שצמצום הפערים שצוינו לעיל יכול להעיד על התפתחות מיומנויות ההערכה אצל פרחי ההוראה (Lavy & Yadin, 2010). בנוסף, השווינו בין ההערכה שנעשתה על ידי כל פרח הוראה (לדוגמה $A_{1,3}$) וההערכות שהוא עצמו קיבל, כפי שיפורט בהמשך. נוסף על כך, הקריטריונים שבחרו פרחי ההוראה הושוו גם לקריטריונים שבחרו החוקרות לצורך הערכת המשימות. כל אחת מהחוקרות בחרה מערכת קריטריונים ולאחר דיון בהבדלים, הגיעו החוקרות למערכת שהייתה מוסכמת על שתיהן. לבסוף, הציונים שניתנו הושוו להישגים האקדמיים של הסטודנטים. לא לכל הפערים נוכל להתייחס במסגרת הנוכחית.

בחירת הקריטריונים להערכה

בסך הכול 30 הערכות (שתיים מכל אחד מ-14 פרחי הוראה ואחת מכל אחד משני פרחי הוראה אחרים שלא לקחו חלק בפעילות הראשונה) התקבלו במטלות 1 ו-3. ניתוח הערכות אלו הראה שפרחי ההוראה השתמשו ב-12 קריטריונים שונים להערכה במטלה 1 ובשמונה קריטריונים במטלה 3 (ראה טבלה 2). חשוב לציין שאת הקריטריונים קבעו פרחי ההוראה באופן עצמאי ולא בחרו אותם מתוך רשימה של קריטריונים שניתנה להם מראש, וכאמור לא התקיימו דיונים בהקשר של הקריטריונים עד להשלמת המשימות.

מטבלה 2 עולה שבמטלה 1 נקבעו 12 קריטריונים הנוגעים להיבטים שונים של הוכחה, ובמטלה 3 קבעו פרחי ההוראה 6 קריטריונים מתוך 12 הקריטריונים שהוצעו במטלה 1, וכן קבעו 3 קריטריונים נוספים, אשר נגעו לאופי הבעיה שאת ההוכחה שלה התבקשו להעריך (קריטריונים 13-15). בטבלה 2 מופיע גם שיוך הקריטריונים שנקבעו על ידי פרחי ההוראה להיבטים הקשורים להוכחה, כפי שהם מופיעים בספרות המחקר. על שיוך זה נרחיב בהמשך.

טבלה 2: קריטריונים להערכה שבחרו פרחי ההוראה במטלות 1 ו-3

היבטים של הוכחה	**קריטריון הערכה**	**מטלה 1**		**מטלה 3**	
		שכיחות (%)	**משקל ממוצע (AW) וסטיית תקן (SD)**	**שכיחות**	**משקל ממוצע (AW) וסטיית תקן (SD)**
מבנה	1. מבנה הוכחה שגרתי	**11** (68.75%)	AW=30 SD=10.44	**11** (68.75%)	AW=21.81 SD=6.81
אימות	2. פתרון נכון	**14** (87.5%)	AW=36.32 SD=17.41	**14** (87.5%)	AW=36.53 SD=14.34
	3. שגיאות חישוב	**1** (6.25%)	AW=10		
תקשורת	4. ציטוט נכון של משפטים גאומטריים	**5** (31.25%)	AW=29 SD=11.93		
	5. פתרון קל ומובן	**5** (31.25%)	AW=12.2 SD=10.2	**12** (75%)	AW=10.7 SD=8.3
	6. הוספת תרשים ברור של הבעיה	**5** (31.25%)	AW=13 SD=6.7	**3** (18.75%)	AW=10 SD=0
	7. שימוש ברור במונחים מתמטיים	**2** (12.5%)	AW=10	**3** (18.75%)	AW=10 SD=0
	8. הסברים נוספים לטיעונים	**2**	AW=27.5		

היבטים של הוכחה	**קריטריון הערכה**	**מטלה 1**		**מטלה 3**	
		שכיחות (%)	**משקל ממוצע (AW) וסטיית תקן (SD)**	**שכיחות**	**משקל ממוצע (AW) וסטיית תקן (SD)**
		(12.5%)			
סיסטמטיזציה	9. ארגון הגיוני וברור	**4** (25%)	AW=15 SD=7.07		
	10. ניסוח של מסקנות נכונות	**1** (6.25%)	AW=25	**11** (68.75%)	AW=22.27 SD=8.33
	11. קישור בין תחומים שונים במתמטיקה	**2** (12.5%)	AW=27.5		
אתגר אינטלקטואלי	12. מתן ההוכחה הקצרה ביותר	**1** (6.25%)	AW=10		
סיסטמטיזציה	13. הוכחה שמבהירה את הקשרים בין הנתונים			**9** (56.25%)	AW=17.7 SD=5.65
	14. הוכחה המובילה להרחבה/הכללה			**10** (62.5%)	Average=20 SD=10.27
אתגר אינטלקטואלי	15. הוכחה לא שגרתית לבעיה מעניינת			**1**(25%)	AW=20

בטרם נדון בכל אחד מהקריטריונים נאמר שאף שחלה ירידה במספר הקריטריונים שנבחרו במטלה 1 לעומת מטלה 3, הרי שחל גידול משמעותי במספר פרחי ההוראה שבחרו את הקריטריונים 5 ו-10 (השורות הצבועות באפור). בהמשך נראה שניתן להסביר הבדלים אלו באופי השונה של המטלות. כזכור, בעוד שבמטלה 1 פרחי ההוראה התבקשו להעריך הוכחה לבעיה שהם בעצמם פתרו קודם לכן, הרי שבמטלה 3 הם התבקשו להעריך בעיה שלא הייתה מוכרת להם. כפי שמעידים על כך במילים דומות חמישה פרחי הוראה ברפלקציה שלהם על ביצוע מטלה 3:

> כאשר קראתי את ההוכחה שרשם אחד מבני הכיתה לא הצלחתי לעקוב אחר דרך החשיבה שלו, כי הבעיה לא הייתה מוכרת לי. לכן כללתי את הקריטריון הזה [5] ברשימת הקריטריונים שלי.

באשר לקריטריון מספר 10, אחד מפרחי ההוראה רשם:

> הבעיה אותה הייתי צריך להעריך הייתה די מפתיעה והיה לי חשוב לבדוק האם מי שרשם אותה הגיע למסקנות המופיעות בסופה באופן ברור ונכון.

מטבלה 2 עולה שקריטריון 2 ("פתרון נכון") וקריטריון 1 ("מבנה הוכחה שגרתי") היו קריטריוני ההערכה השכיחים ביותר מבין הקריטריונים שהוצעו בשתי המטלות גם יחד. הקביעה של קריטריון 2 כקריטריון הערכה על ידי מרבית פרחי ההוראה מצביעה על המודעות שלהם באשר לחשיבות של תפקיד האימות בהקשר של הוכחה מתמטית (de Villiers, 1990; Hanna, 2000). קריטריון 1 עוסק במבנה של הוכחה. המספר הגבוה יחסית של פרחי הוראה שבחרו בקריטריון זה הן עבור מטלה 1 והן עבור מטלה 3 עולה בקנה אחד עם ממצאי המחקר של קנות' (Knuth, 2002), אשר לפיו מורים נוטים לאשר את

התוקף של הוכחה גאומטרית בעיקר על פי המבנה שלה.

הקריטריונים: "ציטוט נכון של משפטים גאומטריים" (קריטריון 4), "פתרון קל ומובן" (קריטריון 5), "הוספת תרשים של הבעיה" (קריטריון 6), "שימוש ברור במונחים מתמטיים" (קריטריון 7) ו"הסברים נוספים לטיעונים" (קריטריון 8) עוסקים בתפקיד ההוכחה בהקשר של תקשורת. בעוד שקריטריונים 4, 5 ו-7 מנוסחים בניסוח כללי, קריטריונים 6 ו-8 ספציפיים יותר. בקריטריון 5 לא מצוין באילו דרכים אפשר להשתמש כדי להפוך הוכחה לברורה יותר. לעומת זאת, קריטריונים 6 ו-8 עוסקים במרכיבים ספציפיים שעשויים לסייע בהבנת ההוכחה.

הקריטריונים: "ארגון הגיוני וברור" (קריטריון 9), "ניסוח של מסקנות נכונות" (קריטריון 10) ו"קישור בין תחומים שונים במתמטיקה" (קריטריון 11) עוסקים בסיסטמטיזציה. שבעה פרחי הוראה הכירו בחשיבות של בחירת קריטריונים שעוסקים במבנה הסיסטמתי של הוכחה במטלה 1, לעומת 11 שהכירו בכך במטלה 3. נראה שגידול זה אף הוא קשור להבדלים בין מטלה 1 למטלה 3, הבדלים שהביאו את פרחי ההוראה לידי תובנה שקל יותר לעקוב אחר המהלך של הוכחה מתמטית לבעיה לא מוכרת כאשר ההוכחה רשומה באופן שיטתי.

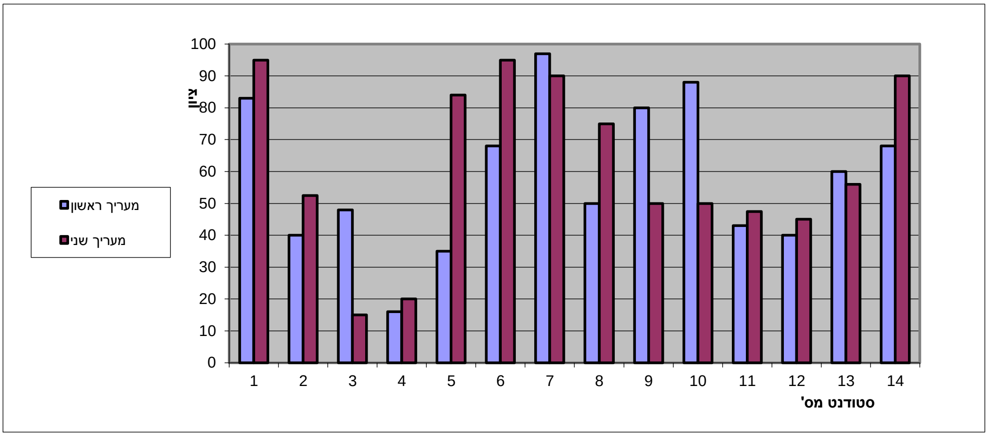
במטלה 1, פרח הוראה אחד כלל את הקריטריון "מתן ההוכחה הקצרה ביותר" (קריטריון 12). קריטריון זה קשור לאתגר אינטלקטואלי. גם במטלה 3 פרח הוראה אחד בלבד התייחס לאתגר האינטלקטואלי (קריטריון 15).

באשר לתפקיד התקשורת בהוכחה, במטלה 3 פרחי ההוראה בחרו ב"הוספת תרשים ברור לבעיה" (קריטריון 6) ו"שימוש ברור במונחים מתמטיים" (קריטריון 7) בשכיחות דומה לזאת שבה בחרו במטלה 1. אכן, כפי שציינו דה וילרס (de Villiers, 1990) וחנה (Hanna, 2000), תקשורת של ידע מתמטי היא מבין התפקידים המרכזיים של הוכחה מתמטית. כדי להקל על התקשורת של טיעונים מתמטיים, בכלל, ועל הוכחות גאומטריות, בפרט, חשוב להוסיף תרשימים ולעשות שימוש נכון במונחים מתמטיים. השינוי המשמעותי ביותר חל בהתייחסות לתפקיד הסיסטמטיזציה של הוכחה. אחד-עשר פרחי הוראה בחרו בקריטריון 10 "ניסוח מסקנות נכונות", לעומת אחד בלבד שהציע את הקריטריון במטלה הראשונה.

הקריטריונים שהתווספו במטלה 3 היו: הוכחה שמבהירה את הקשרים בין הנתונים (קריטריון 13), הוכחה המביאה לידי הרחבה או הכללה (קריטריון 14), והוכחה לא שגרתית לבעיה מעניינת (קריטריון 15). קריטריון 13 התווסף בשל הצורך של פרחי ההוראה להבין תחילה את הבעיה החדשה, שלא הכירו קודם לכן, ובנוסף גם את ההוכחה שלה. קריטריון 14 התווסף בעקבות ההתנסות של פרחי ההוראה בהעלאת בעיות (שלב 4 המתואר בטבלה 1). יש לציין, ששלב זה הביא לידי תחרות סמויה בין פרחי ההוראה באשר להעלאה של "בעיה מקורית" ו"בעיה מעניינת", ובפרט בעיה נחשבה למקורית או למעניינת אם היה אפשר להכליל אותה. הדיון בהקשר זה חורג מהמאמר הנוכחי.

מתן ציונים בהתאם למערכת הקריטריונים

באיור 3 ובאיור 4 מוצגים הציונים שניתנו לכל סטודנט על ידי שני עמיתים, במטלה 1 ובמטלה 3, בהתאמה. כזכור, כיוון שבמטלה 1 היו שני פרחי הוראה שאת עבודתם העריך רק עמית אחד, הנתונים על אודותיהם אינם כלולים באיור 3. במטלה 3 ניתנו שתי הערכות לכל 16 פרחי ההוראה שהשתתפו במחקר.



איור 3: ציוני עמיתים על מטלה 1

עבור כל סטודנט (1-14), העמודה הכחולה מייצגת ציון שנתן לו אחד המעריכים, ואילו העמודה הסגולה מייצגת את הציון שנתן לו המעריך השני. מאיור 3 נראה שקיים פער לא קטן בין הציונים שנתנו לאותה עבודה שני מעריכיה (פער ממוצע: 19.5 סטיית תקן: 14.61). הפער הגדול יכול להעיד על כך שלפרחי ההוראה לא היה ניסיון קודם בביצוע מטלה דומה, ולכן כל אחד התייחס אליה בהתאם לפרשנות האישית שלו, הן מבחינת הקריטריונים שאותם בחר לצורך ההערכה, והן מבחינת המשקל היחסי השונה שניתן לכל קריטריון.

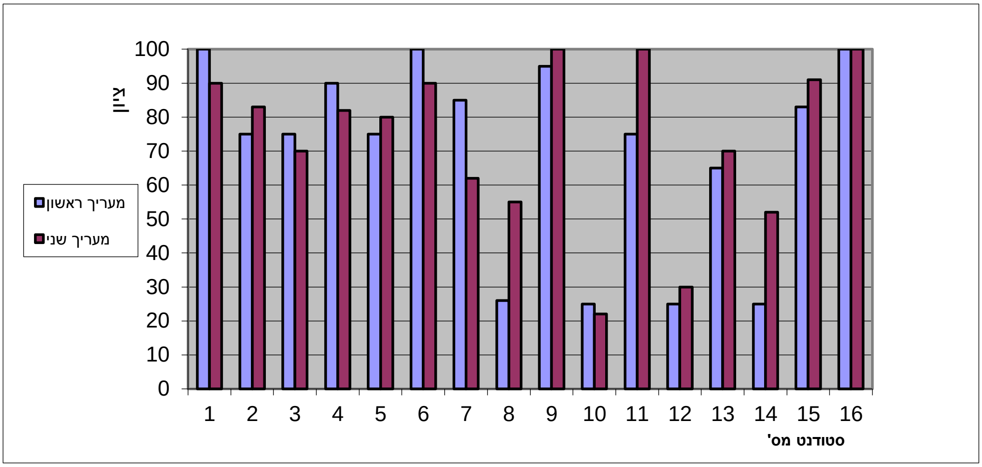
יתרה מזו, גם לאחר שפרחי ההוראה קבעו קריטריונים להערכת הוכחה ואת משקלם היחסי, עדיין נתקלו בקושי לתת ציון, על רקע חוסר הניסיון הכללי שלהם בהערכת תוצרים. בהקשר זה, להלן שתי אמירות מייצגות מתוך הרפלקציות של פרחי ההוראה:

רות: "אחרי שקבעתי את המשקל היחסי של כל קריטריון, עדיין זו הייתה החלטה קשה – האם לתת נקודות על החלקים הנכונים בהוכחה או שלהוריד נקודות מהציון הכללי על טעויות?"

יוסף: "יכולתי לראות מהעבודה שהפותר ידע את הפתרון. התשובה הסופית הייתה נכונה, אבל השיטה שבה השתמש לא הייתה ברורה לי. מכיוון שאחד הקריטריונים שלי היה 'פתרון מובן', תהיתי האם עליי לתת נקודות על הפתרון ולהוריד על שיטת הפתירה. היה לי קשה לתת ציון נמוך כי הרגשתי שהוא יודע."

גם רות וגם יוסף (שמות בדויים, כמו גם שאר השמות המופיעים בהמשך) עוסקים בטכניקת מתן הציונים

עצמם. בהינתן משקל מסוים לקריטריון כלשהו, משקל זה ניתן במלואו כאשר הפתרון עומד במלואו בתנאי הקריטריון. הבעיה מתעוררת כאשר ההוכחה המוערכת עומדת בחלקה בתנאי הקריטריון, ואז נשאלת השאלה איזה חלק מהמשקל היחסי יש לתת, וכיצד: האם לנקוט בשיטה של "מעלה-מטה" (להוריד מהמשקל המקסימלי ניקוד על שגיאות) או להפך (לתת ניקוד רק על החלקים הנכונים). לפי דבריו של יוסף תהליך זה נעשה קשה יותר כאשר המעריך חש שהמוערך מבין ויודע, אך לא מצליח לתרגם זאת לפתרון מדויק ונכון.



איור 4: ציוני עמיתים על מטלה 3

איור 4 מציג את ציוני העמיתים על מטלה 3. הפער הממוצע הוא 11 וסטיית התקן היא 9.35. השוואת ערכים אלו לערכים שהתקבלו במטלה 1 מראה מגמה של התכנסות. הפער בין הציונים שנתנו שני עמיתים לאותה עבודה הצטמצם במידה ניכרת, מה שיכול להעיד על כך שפרחי ההוראה פיתחו את כישורי ההערכה שלהם (Lavy & Yadin, 2010). יש לציין, שהתפתחות זו חלה באופן ספונטני, שכן לא נערכו על כך דיונים עם הסטודנטים במהלך ההתנסות, אלא רק עם סיומה.

השוואת הציונים שניתנו הן במטלה 1 והן במטלה 3 עם ההישגים האקדמיים של המעריכים מראה שבעלי הישגים נמוכים נוטים לתת ציונים גבוהים יותר ממעריכים בעלי הישגים גבוהים. ממצא זה תואם את הממצאים של זבנברגן (Zevenbergen, 2001) שתוארו לעיל. הסיבות לכך לא נחקרו במסגרת המחקר הנוכחי.

רפלקציית פרחי ההוראה על המשובים

למשוב יש השפעה מכרעת על הלמידה (Hattie & Timperley, 2011). לכן, כחלק מתהליך ההערכה, התבקשו פרחי ההוראה לעשות רפלקציה על המשוב שהם נתנו כמעריכים ועל המשוב שהם קיבלו כמוערכים (ראה שלבים 3, 6, 10 בטבלה 1).

ניתוח תוכן (Neuendorf, 2002) העלה שני סוגים עיקריים של משוב:

1. משוב שמורכב מהסימנים הבאים: 'V' – עבור הוכחה נכונה; '~~V~~' – עבור הוכחה נכונה חלקית; 'X'

– עבור הוכחה לא נכונה.

2. משוב מילולי, שאפשר לסווגו הן לפי האופי שלו והן לפי תוכנו.

משוב מורכב מסימנים

במטלה 1 נתנו שני פרחי הוראה משוב שהיה מורכב מסימנים בלבד. לדוגמה:

יעל: "אחת העבודות שהייתי צריכה להעריך הייתה כל כך טובה אז רק סימנתי 'V' בסופה, כמו שאני רגילה לראות במבחנים שלי."

כאשר מורים מעריכים את עבודות התלמידים שלהם והפתרונות נכונים, רבים מהם רגילים להוסיף את הסימן 'V' בסוף העבודה. לכן כיוון שתלמידים רגילים לקבל משובים כאלה, הם פועלים באופן דומה גם כפרחי הוראה. בהקשר זה, טבע לורטי (Lortie, 1975) את המושג "apprenticeship of observation" שמתאר מצב שבו פרחי הוראה מגיעים ללימודיהם לאחר שבילו שנים רבות כתלמידים הצופים בהתנהגות של המורים שלהם. לפי לורטי (שם), חניכות זו משפיעה על התנהגויות ועל רבות מהתפיסות המוקדמות של פרחי הוראה, ואחד הביטויים לכך הוא דבריה של יעל.

חשוב לציין שכאשר פרחי ההוראה נתקלו בהוכחה נכונה חלקית או הוכחה שגויה, הם הוסיפו נימוקים להערכות שנתנו ולא הסתפקו בסימון בלבד.

משוב מילולי

בסעיף זה נפרט על אודות משוב מילולי, ונתמקד באופי ובתוכן של המשובים המילוליים שניתנו על ידי פרחי ההוראה.

אופי המשוב

אופי המשוב נוגע לסוגיות כגון:

- ניסוח ההסברים – ניסוח על דרך החיוב או השלילה, בקצרה או באריכות, בכלליות או בספציפיות.
- חיזוקים – משוב הכולל חיזוקים חיוביים במקרים שבהם הטענות הכלולות בהוכחה היו נכונות.
- משובים שכללו הצעות או רמזים לפתרונות אלטרנטיביים כאשר ההוכחה לא הייתה נכונה, או הנחיות כיצד להתקדם החל מנקודה מסוימת.

בהמשך נציג אמירות מייצגות מרפלקציות פרחי ההוראה באשר לסיווג המוצע, הן כמוערכים והן כמעריכים. טונסטל וגיפס (Tunstall & Gipps, 1996) ביצעו מיון של משובי הערכה וכמה מהסוגים שהם מצאו דומים לאלה שמצאנו, ולהלן מוצגים הסוגים הדומים שנמצאו: משוב מילולי או לא מילולי; חיובי או שלילי; משוב שמבוסס על קריטריון מסוים.

משוב המנוסח בניסוח חיובי או שלילי

מנקודת המבט של המוערך:

דוב: "אחת ההערכות שקיבלתי הייתה שלילית. אינני מתווכח עם התוכן אך אני חושב שאם הדברים היו מנוסחים בצורה חיובית ולא שלילית הייתי יכול לקבל אותה יותר."

אך כמעריך:

דוב: "...ואז הסתבר לי שהנימוקים שאני צירפתי להערכות שעשיתי לא היו טובים יותר. עכשיו אני מבין טוב יותר את החשיבות של הנימוק שנילווה להערכה ולציון."

מנקודת המבט של מוערך, דוב נותן דעתו לאופן הניסוח של הנימוק (חיובי או שלילי) ומשתף בקשיים שהיו לו בקבלת משוב המנוסח שלילי. הוא אינו חולק על התוכן של ההערכה אלא על אופן הניסוח של המשוב, וטוען שקשה יותר לקבל ביקורת שלילית כתובה. בהמשך, הוא נזכר שלמעשה פעל באופן דומה כאשר הוא עצמו ביצע הערכת עמיתים ומתן משוב דומה. למעשה, החוויה אישית שלו כמוערך העלתה את המודעות שלו לחשיבות של אופן ניסוח המשוב למוערכים אחרים (כלומר, כאשר הוא עצמו בתפקיד המעריך).

משוב קצר או כללי, מפורט או ספציפי

מנקודת המבט של מוערך:

אלה: "...למרות שהציון שקיבלתי היה גבוה, לא הייתי מרוצה כיוון שהנימוק שניתן היה כללי ורדוד והותיר בי הרגשה שהעבודה שלי לא טופלה ברצינות..."

וכמעריכה:

אלה: "בהערכות שאני ביצעתי עשיתי כמיטב יכולתי להצדיק כל ציון שנתתי באריכות ובזהירות."

כמוערכת אלה נותנת דעתה למשוב הכללי שניתן להערכה שקיבלה על עבודתה שהשאיר בה רושם שהמעריך לא בדק את עבודתה בכובד ראש הרצוי, ואילו בהיותה מעריכה היא פעלה אחרת. גם במקרה זה, הפער בין שני המשובים גרם לתחושת תסכול.

רועי: "הציון שקיבלתי באחת ההערכות של עבודתי לא היה גבוה אך כיוון שהוא היה מנומק היטב עד לפרטים הקטנים, הרגשתי שהציון שקיבלתי מוצדק."

רועי, לעומת זאת, מדווח על חוויה אחרת שבה הוא מתאר מצב שבו למרות הציון הנמוך שקיבל, הוא לא נשאר בתחושה שעבודתו לא נבדקה כראוי, כיוון שהנימוקים שליוו את הציון היו מפורטים ומקובלים על דעתו. משוב מהסוג שרועי קיבל יכול לסייע לפרחי הוראה להבין שאפשר לראות בשגיאות הזדמנות

ללמידה ולא לראות בהן כישלון בלבד, כאשר ההתייחסות לשגיאות באה ממקום של רצון לתמוך בלומד (Race, 1998).

משוב הכולל הצעות לשיפור הפתרון המוצע

מנקודת המבט של המוערך:

דינה: "באחת ההערכות שקיבלתי היה כתוב: 'הפתרון מאורגן היטב, אך חסרות הצדקות לטענות הראשונה והרביעית'. הערות יותר ספציפיות היו יכולות לסייע לי לתקן את ההוכחה שלי."

מנקודת מבט של מעריך:

דינה: "במשך תהליך ההערכה מצאתי בהוכחה מספר נקודות חולשה. היו בה מספר טענות לא מנומקות, היו קפיצות לוגיות בהוכחה אשר הקשו עלי את הבנתה. מתן ציונים לא מנומקים לא עוזר לסטודנט להבין היכן שגה, ולכן כשאני הערכתי את ההוכחה נימקתי כל דבר."

ברפלקציה שלה כמוערכת, דינה מציינת שהערות המעריך לא הכילו הנחיות שהיו יכולות לסייע לה לתקן את עבודתה, וטוענת שהיא פעלה אחרת כמעריכה. תסכול מעין זה שחוותה דינה חזר על עצמו אצל פרחי הוראה אחרים שחשו שעבודתם לא קיבלה טיפול דומה לזה שהם העניקו לעבודות שבדקו.

משוב הכולל הערות מעודדות או פוגעניות

מנקודת המבט של מוערך:

יעל: "שמחתי לקבל את ההערה: 'עבודה מצוינת! נהניתי לקרוא את עבודתך'."

רות: "חשתי נפגעת כאשר קיבלתי את ההערה: 'חזרי על החומר הלימודי הרלבנטי והשלימי את הפתרון שלך. עברי שוב על השלבים השונים בפתרון והוסיפי נימוקים לכל טענה'. אפשר היה לרשום את זה בצורה מעודנת יותר."

מנקודת מבט של מעריך:

יעל: "אחת העבודות שהערכתי הייתה טובה מאוד ואני רק סימנתי 'V' בתחתית העבודה. אחרי שקיבלתי בחזרה את העבודה שלי, הבנתי שהייתי צריכה לפעול בדרך אחרת, לפחות להגיד כמה מילים טובות."

רות: "קראתי שוב ושוב את הנימוקים שצירפתי להערכות שעשיתי כדי למנוע מצב שבו המוערך יחוש פגוע."

ברפלקציה שלה, הן כמעריכה והן כמוערכת, יעל מזכירה היבט נוסף הנוגע לאופי של המשוב, שהוא האם לכלול במשוב חיזוקים, ואומרת שהיא הייתה גאה לקבל שבחים על עבודתה המצוינת, אך היא נזכרת שהיא לא פעלה כך כמעריכה. לעומתה, רות התלוננה על ההערות הבוטות שקיבלה מהמעריך של

עבודתה, הערות אשר העבירו מסר ברור על אודות אי-בקיאותה בחומר הנלמד. רות עצמה כותבת שנזהרה מאוד מלנהוג באופן דומה.

כל הרפלקציות לעיל דנות בהיבטים מגוונים הנוגעים לאופי של המשוב המילולי שליווה את הציונים שנתנו פרחי ההוראה לעמיתיהם. חלק מפרחי ההוראה דיווחו על אופי שונה של משוב שנתנו כמעריכים לעומת זה שקיבלו כמוערכים. אחרים דיווחו על מקרים שבהם נתנו משוב דומה לזה שקיבלו, אולם לאחר קריאת המשוב שקיבלו, הם הבינו בדיעבד ששגו. כמוערכים, הם עסקו בעיקר בהיבטים רגשיים של המשוב. לדוגמה, הם התייחסו לכך שקיבלו משובים כלליים וקצרים, מה שהשאיר בהם תחושה שעבודתם לא נבדקה ברצינות הראויה. החוסר בחיזוקים חיוביים או החוסר במתן הצעות לתיקון הוכחות שגויות השאירו בהם תחושה של תסכול. כאשר הם פעלו בו בזמן הן כמוערכים והן כמעריכים, ניתנה להם ההזדמנות להתעמת עם המשוב שהם עצמם נתנו, ובכך לפתח תובנות על אודות מגוון היבטים הקשורים להערכה, ובפרט מתן משוב מפורט ובונה, כזה המכבד את המוערך.

תוכני המשוב

תוכן המשוב נשען על היבטים הקשורים לתפקיד של הוכחה בגאומטריה ומשמעותה: 1. פתרון נכון; 2. פתרון מובן; 3. ציטוט נכון של משפטים בגאומטריה; 4. הוספת שרטוט ברור שמתאר את הבעיה; 5. שימוש ברור במונחים מתמטיים; 6. הוספת הסברים לטענות; 7. ניסוח של מסקנות נכונות; 8. קישוריות בין תחומי מתמטיקה שונים.

ניתוח הרפלקציות של פרחי ההוראה על המשובים על פי תוכנם, הראה כי הם באו לידי ביטוי בעיקר מנקודת המבט של מעריך.

פתרון נכון

> **אלה**: "קודם כל אני צריכה לבדוק שההוכחה שעלי להעריך נכונה מבחינה מתמטית."

אלה, כמו רבים מפרחי ההוראה (בשתי המטלות), הייתה מודעת לעובדה שמעל הכול הוכחה מתמטית צריכה להיות נכונה. ממצא זה תואם את הספרות המקצועית שטוענת שהתפקיד המרכזי של ההוכחה הוא לאשר נכונות של טענה (Bell, 1976; de Villiers, 1990, 1991; Hanna, 2000; Polya, 1954), כלומר קריטריון האימות.

הוכחה מובנת

> **דינה**: "לא יכולתי להבין את מהלך ההוכחה של אחת מהעבודות אותן הערכתי, לא משנה כמה פעמים קראתי אותה. בסופו של דבר פניתי למרצה שתעזור לי להבין את ההוכחה."

במטלה 1, חמישה פרחי הוראה כללו קריטריון זה (קריטריון 5) ברשימת הקריטריונים שלפיהם בחרו להעריך במשימת הערכת עמיתים, ואילו 12 פרחי הוראה כללו קריטריון זה ברשימת הקריטריונים להערכה במטלה 3. הסבר אפשרי לתופעה זו נוגע לכך שבמטלה 1 כל פרחי ההוראה פתרו תחילה את הבעיה בעצמם וכאשר התבקשו להעריך פתרון של אחרים שהיה שונה מהפתרון שלהם, הם נתקלו

בקושי להבינו. במטלה 3 כל פרח הוראה התמקד בבעיה אחרת, ולכן הם ניסו להבין תחילה את הבעיה הנתונה, בלי שיהיה להם בראש פתרון מוקדם שלה. כדי להבין את ההוכחה שמישהו כתב, ההוכחה צריכה להיות רשומה בצורה מובנת. קריטריון זה נמצא בקטגוריה 'תקשורת'.

ציטוט נכון של משפטים גאומטריים

> **רות**: "במקרים שנתקלתי בציטוט של משפטים גאומטריים שלא היה מדויק, כיוונתי את המוערך לחומר התאורטי המתאים."

חמישה פרחי הוראה כללו קריטריון זה ברשימת הקריטריונים להערכה במטלה 1, ואילו אף לא אחד כלל קריטריון זה ברשימת הקריטריונים להערכת ההוכחה במטלה 3. ניתן לשער שיש לכך קשר לעובדה העולה מתוך הרפלקציות של פרחי ההוראה שלפיה קביעת הקריטריונים להערכה נעשתה לאחר שהם קראו את ההוכחות. אי-הימצאותו של קריטריון זה ברשימת ההערכה של מטלה 3 מעיד על כך שמסיבה כלשהי הם לא חשבו שהוא נחוץ, וייתכן שהיו ממוקדים יותר בניסיון להבין את הלוגיקה של ההוכחה עצמה, תוך התעלמות מציטוט מדויק. כדי להבין זאת לעומק, יש צורך במחקר נוסף. קריטריון זה קשור לקטגוריה 'תקשורת', כיוון שכדי לשכנע אחרים שהוכחה נכונה, אדם צריך לבסס את טענותיו בתוספת ציטוטים של משפטים גאומטריים שתומכים בהוכחה.

הוספת שרטוט ברור שמתאר את הבעיה

> **דן**: "כאשר היה חסר שרטוט באחת ההוכחות, רשמתי למוערך ששרטוט ברור של הבעיה היה יכול לעזור לי להבין טוב יותר את ההוכחה שלו."

כשליש מפרחי ההוראה כללו קריטריון זה ברשימת הקריטריונים שלהם להערכת העמיתים, הן במטלה 1 והן במטלה 3. ממצא זה מפתיע, כיוון שבמהלך לימודי הגאומטריה מורים מדגישים את החשיבות של הוספת שרטוט ברור המתאר את הבעיה. לכן ציפינו שיותר פרחי הוראה יבחרו בקריטריון זה. עם זאת, נראה שמכיוון שמרבית פרחי ההוראה צרפו שרטוט כחלק אינטגרלי מהבעיה או ההוכחה, הרי שההתייחסות לשרטוט הייתה "טבעית", ולא הורגש צורך בקביעת קריטריון ייחודי לעניין זה. ההבנה של הוכחה על ידי אחרים הופכת לקלה יותר כאשר מצורף להוכחה שרטוט ברור שמתאר אותה, ולכן אפשר לשייך גם קריטריון זה לתקשורת.

שימוש ברור במונחים מתמטיים

> **גילה**: "קשה מאוד לעקוב אחר המהלך של הוכחה שרשומה רק באמצעות מונחים מתמטיים. צריך להוסיף הסברים כדי להפוך אותה לקריאה יותר."

פרחי הוראה מעטים הוסיפו קריטריון זה לרשימת הקריטריונים להערכה שלהם בשתי המטלות. כיוון שאפשר לרשום הוכחה גאומטרית הן באופן פורמלי באמצעות שימוש במונחים מתמטיים, והן באופן לא פורמלי באמצעות שימוש במילים, ושתי הדרכים מקובלות על מורים – מרבית פרחי ההוראה לא הכירו בחשיבות של הוספת קריטריון זה למערכת הקריטריונים שלהם. אפשר לכלול גם קריטריון זה

בקטגוריה של תקשורת, שכן אחת המטרות המרכזיות של הוכחה היא לתקשר עם אנשים אחרים בקהילה המתמטית, שבמקרה הנוכחי היו העמיתים לכיתה.

הסברים נוספים לטיעונים

> **רונית**: "נהניתי לקרוא את אחת ההוכחות, כיוון שכל צעד בהוכחה היה מנומק הן על ידי המשפטים המתמטיים הרלבנטיים והן על ידי הסברים נוספים."

רק שני פרחי הוראה כללו קריטריון זה ברשימת הקריטריונים להערכת מטלה 1 ואף לא אחד כלל זאת במטלה 3. כיוון שפרחי ההוראה קראו את ההוכחות שהתבקשו להעריך ולא מצאו אותן ברוב המקרים קשות להבנה, הם לא כללו קריטריון זה ברשימה שלהם. הסברים מפורטים לטיעונים מסייעים לקורא להבין טוב יותר הוכחה שכתבו אחרים, ולכן אפשר לשייך זאת לקטגוריה 'תקשורת'.

ניסוח מסקנות נכונות

> **אלה**: "שני הדברים הראשונים שהיו חשובים לי בהוכחה שהייתי צריכה להעריך זה שקודם כל המסקנות בכל שלב תהיינה גם נכונות וגם מבוססות מבחינה מתמטית."

בעוד שרק פרח הוראה אחד כלל קריטריון זה ברשימת הקריטריונים שלו להערכת מטלה 1, 11 פרחי הוראה עשו זאת במטלה 3. כפי שצוין קודם לכן, שתי המטלות היו שונות באופיין. במטלה 1 התבקשו פרחי ההוראה להעריך בעיה שהם פתרו בעצמם קודם לכן, ולכן המסקנות הנובעות מבעיה זו היו להם ברורות וידועות. לעומת זאת, במטלה 3, שבה כל אחד התמקד בהוכחה של בעיה שונה, המעריכים לא הכירו את הבעיות שהיה עליהם להעריך ולכן קריטריון זה נראה להם חיוני לצורך הערכה, כיוון שבאמצעותו התאפשר להם להעריך את התוקף ואת הנכונות המתמטית של הבעיה שלא הייתה מוכרת להם. אפשר לשייך קריטריון זה לסיסטמטיזציה, כיוון שאחת התכונות הנדרשות מהוכחה היא הגעה למסקנות נכונות.

קישוריות בין תחומי מתמטיקה שונים

> **דן**: "אחת ההוכחות שבדקתי הייתה ממש מקורית. היא כללה רעיונות שחיברו בין האלגברה והגאומטריה. זה גרם לי לתהות איך אנשים חושבים. היה לי קל לתת ציון גבוה להוכחה כזו."

שני פרחי הוראה בלבד כללו קריטריון זה, שאפשר לסווגו לקטגורית הסיסטמטיזציה של הוכחה, ברשימת הקריטריונים שלהם. כאמור, ברפלקציות של פרחי ההוראה על כל התהליך רבים מהם הודו שהם קראו תחילה את ההוכחות ורק לאחר מכן בחרו את הקריטריונים להערכה. במבט לאחור, רבים מהם סברו שהיה צריך לפעול באופן שונה. "יש לשפוט את ההוכחה לפי קריטריונים שנקבעים מראש ולא אחרת". בחירת מערכת הקריטריונים אחרי קריאת ההוכחה יכולה להסביר מדוע דן ופרח הוראה נוסף כללו את קריטריון הקישוריות במערכת הקריטריונים שלהם. אלמלא דן היה נתקל בהוכחה זאת, ניתן לשער שלא היה מעלה את הקריטריון של קישוריות בין תחומים.

לסיכום, כל הרפלקציות של פרחי ההוראה על התוכן של המשובים היו מנקודת המבט של המעריך. כפי שאפשר לראות בטבלה 2, פרחי ההוראה עסקו בהיבטים שונים של הוכחה גאומטרית, כגון אימות, תקשורת וסיסטמטיזציה.

ההשפעות של הערכת העמיתים על העבודה המתמטית של פרחי ההוראה

ברפלקציות של פרחי ההוראה על הערכת העמיתים לאחר מטלה 1, רבים מהם נתנו את דעתם להשפעה של ההערכה על הידע המתמטי שלהם משתי נקודות מבט: ראשית, חשיפה לפתרון שהיה שונה מהפתרון שלהם במטלה 1, גרמה להם להבין שהבעיה ניתנת לפתרון בדרכים שונות. שנית, צפייה בפתרון שהוא יעיל ואלגנטי יותר מהפתרון שלהם, גרמה להם לבצע חשיבה מחודשת על הבעיה ולחפש כיצד אפשר לשפר את הפתרון שלהם. במטלה 3 תהליך ההערכה אפשר לפרחי ההוראה להיחשף לבעיות חדשות ומגוונות, ומתוך כך להרחיב את הידע המתמטי שלהם. בדרך כלל, את משימות הערכה מבצע המורה שהידע המתמטי שלו מלכתחילה נרחב יותר משל תלמידיו ולכן תהליך ההערכה נעשה לעתים קרובות כלאחר יד (Hansen, 1991; McMillan & Forsyth, 1991). במחקר שלנו המצב היה שונה – פרחי ההוראה פועלים בו בזמן הן כמעריכים (בתפקיד ה"מורה") והן כמוערכים (בתפקיד ה"תלמידים"). בהיותם בתפקיד המורה, הם התוודעו לאסטרטגיות פתרון שאפשרו להם להיחשף לרעיונות מתמטיים חדשים שהם לא חשבו עליהם קודם לכן. רייס-דורהם (Reese-Durham, 2005) תיאר מצב זה, וטען שבזמן ביצוע הערכת עמיתים סטודנטים מגלים תובנות על אודות הפתרונות שלהם עצמם, וכמו כן הם מפתחים את יכולת השיפוט שלהם בהקשר לתוצרים של אחרים. יכולת כזאת נחשבת למיומנות חשובה בחיים המקצועיים.

כפי שציינו 13 פרחי הוראה במילים דומות:

> **רונית**: "כאשר קראתי את אחת ההוכחות שהיה עלי להעריך התרשמתי מהפשטות שלה. זה גרם לכך שהיה קל מאוד לעקוב אחר מהלך ההוכחה, ובמשך הקריאה של ההוכחה חשבתי לעצמי מדוע אני לא יכולתי לעשות זאת באותו אופן."

לחשיפה לרעיונות של אחרים הייתה השפעה עוצמתית יותר במטלה 3, שבה כל פרח הוראה התבקש להעריך שתי בעיות חדשות שהיו שונות לחלוטין זו מזו. תהליך זה אפשר לפרחי ההוראה להרחיב ולהעמיק את הידע המתמטי שלהם, כפי שהזכירו שבעה פרחי הוראה במילים דומות:

> **רות**: "כאשר קראתי את הבעיות של עמיתי במטלה השלישית זה גרם לי לחשוב על החשיבה האנושית המגוונת ועל העושר שבמתמטיקה. תהיתי כיצד חברים לכיתה עם ידע דומה לשלי העלו רעיונות כל כך מעניינים ושונים ממה שאני בחרתי."

> **דן**: "אחרי המטלה השלישית הבנתי שזו הייתה משימת לימוד שונה. במקום ללמוד גאומטריה בדרך הרגילה למדתי מתמטיקה דרך עיסוק בפעולת הערכה שהייתה יותר אינטנסיבית ומעניינת עבורי – זה היה שונה ומלמד יותר."

כדי להיות מסוגלים להעריך את הפתרונות של עמיתיהם ולשפוט את מידת הנכונות של ההוכחות, שישה פרחי הוראה דיווחו על כך שהיו צריכים לחזור על החומר הרלוונטי. מצב זה גרם לשלושה מהם לחוש

ספק באשר ליכולת שלהם להעריך נכונות של הוכחה מתמטית:

> **גילה:** "במטלה השלישית הייתי צריכה להבין בעיות חדשות שלא הכרתי ולהעריך את ההוכחות שלהן. היו שם משפטים שלא זכרתי, ולכן לא הייתי בטוחה בנוגע לנכונות המתמטית שלהם. לא בטוח שאני בעמדה לשפוט כל הוכחה מתמטית שהיא."

ברפלקציה שלה, גילה מזכירה מצב בעייתי שבו המעריך לא מחזיק בידע המתמטי הנדרש כדי לשפוט נכונות של פתרון מוצע. במקרים ספורים פרחי הוראה פנו למרצה כדי שתסייע להם, והמרצה הפנתה אותם למקורות מתאימים. בעיה מעין זו יכולה לחזור על עצמה כאשר תלמידי בית ספר עוסקים בפעילויות הערכה, אך במקרה הנוכחי בשל מעורבותם של פרחי הוראה בעל ידע מתמטי רחב יותר מזה של תלמידים, הבעיה לא הייתה שכיחה.

הערכה של מטלה 1 לעומת הערכה של מטלה 3 - התנסות פרחי ההוראה

לאחר סיום מטלה 3 ביקשנו מפרחי ההוראה לעשות רפלקציה על כל התהליך ולתת את דעתם להערכות שנתנו לעמיתיהם ולהערכות שקיבלו מהעמיתים. ברפלקציות שלהם נגעו פרחי ההוראה בשלושה נושאים עיקריים: בחירת מערכת הקריטריונים להערכה, התנסות כמעריך והתנסות כמוערך.

בחירת מערכת הקריטריונים להערכה

למעלה משני שליש של פרחי ההוראה דיווחו על כך שנתקלו בקשיים בבחירת מערכת הקריטריונים במטלה 1, ותלו את הסיבות לקשיים אלו בחוסר הניסיון שלהם בפעילות דומה. כפי שאמרו במילים דומות:

> **רות:** "התקשיתי להחליט האם הקטגוריות צריכות להתייחס לשיטת ההוכחה, לטכניקה, לדרך המחשבה או אולי לפתרון הסופי... איך לתת להם משקל? מי מהם יותר חשוב? למי מגיע משקל גבוה יותר?"

מציטוט זה ניתן ללמוד על כך שפרחי ההוראה לא היו בטוחים באשר לאופי של מערכת הקריטריונים – מה הם אמורים להעריך? הם גם גילו היסוס באשר למשקל היחסי שראוי לתת לכל קריטריון, בידיעה שמשקל גבוה מציין את החשיבות היחסית של אותה קטגוריה. היו שטענו שהמשקל של הקריטריון "מעביר מסר", כלומר, "אם מורה רוצה לחנך את התלמידים שלו לעבוד בדרך מסוימת, הוא צריך לתת לזה ביטוי בהערכה שלו את עבודתם".

על אף הקשיים שדיווחו עליהם פרחי ההוראה, ניכר שבשתי מטלות ההערכה הם עסקו בתפקידים ובמשמעות של הוכחה לצורך בחירת מערכת הקריטריונים שלהם. במטלה 1 הם בחרו 12 קריטריונים העוסקים בתפקידים ובמשמעות של הוכחה, ואילו במטלה 3 נבחרו רק 9 קריטריונים. כפי שצוין לעיל, בשתי המטלות פרחי ההוראה דיווחו על כך שמערכת הקריטריונים נבחרה לאחר שקראו את ההוכחות שהיה עליהם להעריך. התנהלות זו יכולה להסביר מדוע חלק מהקריטריונים המופיעים במטלה 1 לא מופיע במטלה 3 (לדוגמה קריטריון 3). בחינת כל ההוכחות שניתנו להערכה במסגרת מטלה 3 מראה

שהבעיות שהעלו פרחי ההוראה לא כללו ערכים מספריים, ולכן המעריכים לא מצאו חשיבות בהוספת קריטריון שעוסק בטעויות חישוב. באשר לקריטריונים 8, 9 ו-11 תהינו מדוע הם לא נכללו ברשימת הקריטריונים של מטלה 3. הסבר אפשרי נוגע לכך שהם לא מצאו במטלה 3 מרכיבים הקשורים לקריטריונים אלה.

לאחר השלמת מטלה 3, לא נמצאו סימוכין ברפלקציות של פרחי ההוראה לכך שהם נתקלו בקשיים בבחירת מערכת הקריטריונים. ממצא זה, נוסף לממצא שהוזכר באשר לצמצום הפער בין שתי ההערכות, יכול להעיד על התפתחות ספונטנית של מיומנויות הערכה בהקשר של בחירת מערכת קריטריונים.

פרחי ההוראה בתפקיד מעריכים

פרחי ההוראה עסקו ברפלקציות שלהם במשוב שהם נתנו לעמיתיהם. פרחי ההוראה שדיווחו על כך ששינו "לטובה" את המשוב שלהם במטלה 3 לעומת המשוב שנתנו במטלה 1, היו אלה שקיבלו משוב מפורט על עבודתם או משוב תומך, שהיו שונים במידה ניכרת מזה שהם עצמם נתנו לעמיתיהם כאשר שימשו בתפקיד המעריכים. כפי שציינו חמישה פרחי הוראה במילים דומות:

> **אלה**: "אחרי שקראתי את המשוב על עבודתי, שהיה מפורט וכלל רמזים לשיפור, הבנתי שהמשוב שאני נתתי לא היה יעיל. לכן במטלה השלישית השקעתי מאמצים לתת משוב מפורט וטוב יותר."

במקרים שבהם היה מצב הפוך, כלומר המשוב שנתן מעריך נתפס על ידו כבעל ערך רב יותר במידה ניכרת מאשר משוב שניתן לאותו מעריך כמוערך, תגובת פרח ההוראה העידה על חוסר שביעות רצון ואף על תסכול. תגובות אלה מעידות על צפייה לקבל משוב הדומה במאפייניו למשוב שהם עצמם נתנו. חוויית האכזבה לנוכח פער המשובים גרמה לפרחי ההוראה להפנים את החשיבות של המשוב, כפי שכתבו ארבעה פרחי הוראה במילים דומות:

> **רות**: "בהערכה שנתתי עשיתי את המקסימום להצדיק את הציון שנתתי ולמרות שהעבודה שלי לא טופלה באופן דומה, אני עדיין מאמינה שהערכה של סטודנטים צריכה להיעשות ברצינות כיוון שהם יכולים ללמוד הרבה מהמשוב שהם מקבלים."

מהרפלקציות של פרחי ההוראה אחרי מטלה 3 אפשר ללמוד שתלונות על אודות האופי של המשוב הפכו לנדירות. מכך ניתן להסיק שפרחי ההוראה פתחו מודעות לנזק שמשוב דל או שלילי יכול לגרום למוערך.

פרחי ההוראה בתפקיד מוערכים

קבלת משוב מפורט ובעל ערך לעומת משוב בוטה ודל גרמה לשני סוגים של תגובות אצל פרחי ההוראה כמוערכים, בהתאמה: פרחי הוראה שקיבלו משוב מפורט ובעל ערך שיבחו את המשוב וציינו את יתרונותיו הן בהקשר של למידה והן בהיבט הרגשי. שלושה פרחי הוראה אמרו במילים דומות: "המשוב המפורט שקיבלתי עזר לי להבין מדוע הציון שקיבלתי הוא נמוך ולקבל אותו. יותר מזה, זה נתן לי הרגשה שהתייחסו לעבודה שלי ברצינות". לעומת זאת, כאשר היה מדובר במשוב דל או בוטה הוא נתפס

על ידי פרחי ההוראה כהתייחסות רשלנית ולא מכבדת כלפי המוערך, תגובתם למשוב מעין זה כמוערכים הייתה של תסכול ואכזבה. הם פירשו משוב בוטה כחוסר סובלנות של המעריך כלפי החולשות והקשיים שבאו לידי ביטוי בהוכחות שרשמו, וכפי שציין אחד מהם: "ביטויי חוסר הסובלנות באחד המשובים שקיבלתי השאירה בי את הרושם שלסטודנט שהעריך אותה לא הייתה כל אמפתיה לקשיים שלי".

הרפלקציות שנכתבו לאחר מטלה 3 לא הכילו תגובות על משוב בוטה. נראה שחשיפת פרחי ההוראה לתהליך הערכת עמיתים הן כמוערכים והן כמעריכים עימת אותם עם נקודות החוזק ונקודות התורפה של ההערכה והמשוב הנלווה לכך, וסייע להם לפתח רגישות לאופי של המשוב.

עם זאת, יש לסייג ולומר שרוב המשובים שניתנו במטלה 1 נוסחו בדרך מנומסת ולא פוגענית. ברפלקציות של פרחי ההוראה על כל התהליך, רבים מהם עסקו בבעייתיות של התפקיד הדואלי שלהם כמעריכים את עמיתיהם וכמוערכים על ידם. בהתאם לעדויות של פרחי ההוראה, המודעות שלהם לסיטואציה הדואלית הנחתה אותם לתת משוב זהיר ואחראי, ולא להיות פוגעניים, אך כנגד זה להפנות את תשומת לב המוערכים לשגיאות בהוכחות שהעריכו אותן. ממצא זה תואם לממצאיו של פלצ'יקוב (Falchikov, 1995) העוסקים בקשיים שיש לסטודנטים להעריך את חבריהם, ובמיוחד בקבוצות חברתיות קטנות ומגובשות.

לסיכום, מהממצאים ניתן לראות שפרחי ההוראה בחרו קריטריונים להערכה שעוסקים בתפקידים ובמשמעות של הוכחה מתמטית, כגון: מבנה הוכחה שגרתי, פתרון נכון, שגיאות חישוב, ציטוט נכון של משפטים גאומטריים, פתרון קל ומובן, הוספת תרשים ברור של הבעיה, שימוש ברור במונחים מתמטיים, הסברים נוספים לטיעונים, ארגון הגיוני וברור, ניסוח של מסקנות נכונות, קישור בין תחומים שונים במתמטיקה, מתן ההוכחה הקצרה ביותר, בעיה מוגדרת היטב, הצעות להרחבה או הכללה ובעיה מעניינת. כמו כן הם נתנו משקל לכל קריטריון בהתאם לחשיבות היחסית שייחסו לו. ממטלה 1 למטלה 3 נצפתה ירידה במספר הקריטריונים, ונראה שאפשר לייחס זאת לשוני בין מאפייני שני המטלות. במילים אחרות, פרחי ההוראה בחרו להעריך הוכחות באמצעות קריטריונים שהם תלויי מטלה, ולא באמצעות קריטריונים קבועים כלשהם. הירידה בפער שבין ההערכות של אותה משימה מראה על התפתחות במיומנות ההערכה של פרחי ההוראה (Lavy & Yadin, 2010), למרות הזמן הקצר שחלף בין שתי המטלות. מהרפלקציות של פרחי ההוראה על תהליך ההערכה ניתן ללמוד על כך שהעיסוק שלהם בהערכת עמיתים עזר להם לפתח את המודעות שלהם באשר לחשיבות של התפקידים והמשמעות של הוכחות בגאומטריה וכן לפתח רגישות באשר למאפייני המשוב שהם נותנים כמעריכים. רגישות זאת אף היא מעידה על כך שפיתחו מיומנויות הערכה שלהם (Lovemore & David, 2006; McGatha et al., 2009; Sluijsmans & Prins, 2006): בהתייחסותם למשוב מנקודת מבט של מעריך, עולה שפרחי ההוראה התמקדו בעיקר בקטגוריות שלפיהן הם העריכו את עבודת עמיתיהם. כאמור, קטגוריות אלה היו קשורות לתפקידים ולמשמעות של הוכחה גאומטרית. לעומת זאת מנקודת מבט של מוערך, המיקוד היה בעיקר באופי של המשוב ובסגנון הכתיבה שלו. מכאן אפשר ללמוד על החשיבות הרבה של חשיפת פרחי הוראה לשני צדי המטבע של הערכה, ולצורך זה ניתן ליישם את הגישה של הערכת עמיתים.

עוד עולה מהרפלקציות שלהערכת העמיתים הייתה תרומה גם בהיבט של העמקת הידע המתמטי: פרחי

ההוראה נחשפו לדרכים שונות של פתרון וביצעו חשיבה מחודשת על הפתרונות שלהם עצמם, וכן נחשפו למגוון בעיות שלצורך הערכת ההוכחות שלהן נדרשו לעתים לחזור על המשפטים הגאומטריים. כל אלה הובילו את פרחי ההוראה לגלות תובנות על אודות התוצרים המתמטיים שלהם (Berkencotter, 1995).

הערות לסיכום

כיוון שנושא הקריטריונים להערכת הוכחות לא נדון עם פרחי ההוראה בטרם ההתנסות, וממצאי המחקר העלו שהם בחרו קריטריונים להערכה שעוסקים בתפקידים ובמשמעות של הוכחה מתמטית, נראה שיש להם ידע קודם שעמו הם מגיעים ללימודי ההכשרה שלהם, המבוסס על ניסיון העבר שלהם בכתיבת הוכחות מתמטיות. לפיכך ראוי לבסס את לימוד הנושאים הקשורים להערכת הוכחות מתמטיות על הידע המוקדם של פרחי ההוראה. הממצאים גם מצביעים על כך שעצם העיסוק בהערכת עמיתים ומתן הזדמנות לבחון היבטים תכניים ורגשיים הקשורים להערכה הן מההיבט של המעריך והן מההיבט של המוערך תומכים בהתפתחות ספונטנית של תובנות באשר להערכה בכלל, ולהערכה של הוכחות לטענות גאומטריות בפרט. במחקר המשך מוצע לבחון את היתרונות והחסרונות של דיונים כיתתיים שוטפים המלווים את הפעילות שתוארה לעיל.

לבסוף, נציין שעל סמך ההתנסות העלו פרחי ההוראה לדיון כיתתי שני נושאים מרכזיים: (1) סוגיות הקשורות ליתרונות ולחסרונות של שימוש בקריטריוני הערכה גנריים קבועים מראש לעומת קריטריונים שהם ספציפיים וייעודיים למאפייני המשימה שתוצריה מוערכים; (2) היתרונות והחסרונות של מועד קביעת הקריטריונים במקרה שאינם גנריים: לפני החשיפה לתוצרים או לאחריה. במחקר המשך מוצע לאפשר לפרחי הוראה לברר סוגיות אלה באופן מעשי, ולבחון את ההשלכות שיש לכך על התפתחות כישורי הערכה של תוצרים מתמטיים.

רשימת מקורות

Aigner, M., & Ziegler, G. M. (1999). *Proofs from the book.* New York: Springer-Verlag.

Aksu, H. H. (2008). A study on the determination of secondary school mathematics teachers' views on alternative assessment. *Humanity & Social Sciences Journal*, *3*(2), 89-96.

Alcock, L., & Weber, K. (2005). Proof validation in real analysis: Inferring and evaluating warrants. *Journal of Mathematical Behavior*, *24*(2), 125-134.

Bangert-Drowns, R. L., Kulik, C. C., Kulik, J. A., & Morgan, M. (1991). The instructional effects of feedback in test-like events. *Review of Educational Research*, *61*(2), 213-238.

Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational studies in Mathematics*, *7*, 23-40.

Berkencotter, K. (1995). The power and perils of peer review. *Rhetoric Review*, *13*(2), 245-248.

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, *5*(1), 7-74.

Boud, D. (2000). Sustainable assessment: Rethinking assessment for the learning society. *Studies in Continuing Education*, *22*(2), 151-167.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (1993). Problem posing in mathematics education. In S. I. Brown & M. I. Walter (Eds.), *Problem posing: Reflection and applications* (pp. 16-27). Hillsdale, NJ:

Lawrence Erlbaum Associates.

Butler, D. L., & Winne, P. H. (1995). Feedback and self-regulated learning: A theoretical synthesis. *Review of educational research*, *65*(3), 245-281.

Chazan, D. (1993). High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof. *Educational studies in mathematics*, *24*(4), 359-387.

Cole, D. A. (1991). Change in self-perceived competence as a function of peer and teacher evaluation. *Developmental Psychology*, *27*(4), 682-688.

Conway, R., Kember, D., Sivan, A., & Wu, M. (1993). Peer assessment of an individual's contribution to a group project. *Assessment and Evaluation in Higher Education*, *18*(1), 45-56.

de Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras, South Africa*, *24,* 17-24.

de Villiers, M. (1991). Pupils' need for conviction and explanation within the context of geometry. *Pythagoras, South Africa*, *26*, 18-27.

Falchikov, N. (1995). Peer feedback marking: Developing peer assessment. *Innovations in Education and Training International*, *32*(2), 175-187.

Falchikov, N., & Goldfinch, J. (2000). Student peer assessment in higher education: A meta-analysis comparing peer and teacher marks. *Review of Educational Research*, *70*(3), 287-322.

Gatfield, T. (1999). Examining student satisfaction with group projects and peer assessment. *Assessment and Evaluation in Higher Education*, *24*(4), 365-377.

Goetting, M. (1995). *The college students' understanding of mathematical proof* (Unpublished doctoral dissertation). University of Maryland, College Park.

Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational studies in Mathematics*, *44*(1-2), 127-150.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, *44*(1), 5-23.

Hanna, G., & de Villiers, M. (2012). Aspects of proof in mathematics education. In G. Hanna & M. de Villiers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education: The 19th ICMI Study* (pp. 1-10). Dordrecht: Springer.

Hansen, A. J. (1991). Establishing a teaching/learning contract. In C. R. Christensen, D. A. Garvin, & A. Sweet (Eds.), *Education for judgment: The artistry of discussion leadership* (pp. 123-135). Boston: Harvard Business School.

Hanrahan, S. J., & Isaacs, G. (2001). Assessing self- and peer-assessment: The students' views. *Higher Education Research and Development*, *20*(1), 53-70.

Hattie, J., & Timperley, H. (2011). The power of feedback. *Review of Educational Research*, *77*(1), 81-112.

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education* (Vol. III, pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Herndon, C. (2006). Peer review and organizational learning: Improving the assessment of student learning. *Research & Practice in Assessment*, *1*, 8-13.

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics, 24*(4), 389-399.

Hsieh, F. J., Horng, W. S., & Shy, H. Y. (2012). From exploration to proof production. In G. Hanna & M. de Villiers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education: The 19th ICMI Study* (pp. 279-304). Dordrecht: Springer.

Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 379-405.

Kulhavy, R. W., & Stock, W. A. (1989). Feedback in written instruction: The place of response certitude. *Educational Psychology Review*, *1*(4), 279-308.

Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, *44*(1-2), 151-161.

Lavy, I., & Yadin, A. (2010). Team-based peer review as form of formative assessment – The case of systems analysis and design workshop. *The Journal of Information Systems Education*, *21*(1), 85-98.

Lortie, D. C. (1975). *School-teacher: A sociological study*. Chicago: University of Chicago Press.

Lovemore, J. N., & David, K. M. (2006). Efficacy of college lecture and student peer collaborative assessment of in-service mathematics student teachers' teaching practice. *The Mathematics Educator*, *16*(2), 35-42.

Mamona-Downs, J., & Downs, M. (2005). The identity of problem solving. *Journal of Mathematical Behavior*, *24* (3-4), 385-401.

Marcoulides, G. A., & Simkin, M. G. (1991). The consistency of peer review in student writing projects. *Journal of Education for Business*, *70*(4), 220-223.

Martin, W. G., & Harel, G. (1989). Proof frames of pre-service elementary teachers. *Journal for research in Mathematics Education*, *20*(1), 41-51.

McDowell, L., & Mowl, G. (1996). Innovative assessment: Its impact on students. In G. Gibbs (Ed.), *Improving student learning through assessment and evaluation* (pp. 131-147). Oxford: The Oxford Centre for Staff Development.

McGatha, M. B., Bush, W. S., & Rakes, C. (2009). The effects of professional development in formative assessment on mathematics teaching performance and student achievement. *Journal of Multidisciplinary Evaluation*, *6*(12), 32-43.

McMillan, J. H., & Forsyth, D. R. (1991). What theories of motivation say about why learners learn. *New Directions for Teaching and Learning*, *45*, 39-52.

Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, *27*(3), 249-266.

Neuendorf, K. A. (2002). *The content analysis guidebook*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Paris, S. G., & Newman, R. S. (1990). Developmental aspects of self-regulated learning. *Educational Psychologist*, *25*(1), 87-102.

Paris, S. G., & Paris, A. H. (2001). Classroom applications of research on self-regulated learning. *Educational Psychologist*, *36*(2), 89-101.

Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*. Princeton: Princeton University Press.

Race, P. (1998). Practical pointers in peer assessment. In S. Brown (Ed.), *Peer assessment in practice* (pp. 113-122). Birmingham: SEDA.

Reese-Durham, N. (2005). Peer evaluation as an active learning technique. *Journal of Instructional Psychology*, *32*(4), 338-343.

Riley, S. M. (1995). Peer responses in an ESL writing class: Student interaction and subsequent draft revision. *Dissertation Abstracts International*, *56*, 3031.

Schmidt, D., Baran, E., Thompson, A., Koehler, M. J., Punya, M., & Shin, T. (2009). Examining preservice teachers' development of technological pedagogical content knowledge in an introductory instructional technology course. In I. Gibson, R. Weber, K. McFerrin, R. Carlsen, & D. Willis (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2009* (pp. 4145-4151). Chesapeake, VA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).

Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs written as texts: Can undergraduate tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(1), 4-36.

Sluijsmans, D. M. A., & Prins, F. (2006). A conceptual framework for integrating peer assessment in teacher education. *Studies in Educational Evaluation, 32*(1), 6-22.

Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2009). Proof construction and evaluation, *Educational Studies in Mathematics*, *72*, 237-253.

Tunstall, P., & Gipps, C. (1996). Teacher feedback to young children in formative assessment: A typology. *British Educational Research Journal, 22*(4), 389-404.

Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1998). *Introduction to qualitative research methods* (3rd ed.). New York: John Wiley & Sons.

Topping, K. (1996). *Effective peer tutoring in further and higher education*. Birmingham: SEDA.

Topping, K. (1998). Peer assessment between students in colleges and universities. *Review of Educational Research*, *68*(3), 249-276.

Topping, K. J., & Ehly, S. W. (Eds.). (1998). *Peer-assisted learning*. Mahwah N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Topping, K. J., & Ehly, S. W. (2001). Peer assisted learning: A framework for consultation. *Journal of Educational and Psychological Consultation*, *12*(2), 113-132.

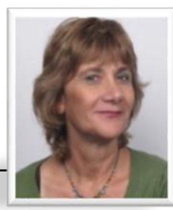
Topping, K. (2003). Self and peer assessment in school and university: Reliability, validity and utility. In M. Segers, F. Dochy, & E. Cascallar (Eds.), *Optimising new modes of assessment: In search of qualities and standards* (Vol. 1, pp. 55-87). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Webb, D. C. (2009). Designing professional development for assessment. *Educational Designer*, *1*(2), 1-26.

Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, *48*(1), 101-119.

Weber, K., & Alcock, L. (2004). Semantic and syntactic proof productions. *Educational studies in Mathematics*, *56*(2-3), 209-234.

Zevenbergen, R. L. (2001). Peer assessment of student constructed posters: Assessment alternatives in preservice mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *4*(2), 95-113.



פרופ׳ אילנה לביא

בוגרת הוראת המדעים במתמטיקה בטכניון.
תחומי המחקר שלה הם: התפתחות מקצועית של פרחי הוראה ומורים למתמטיקה וחקר קשיי לומדים בהבנת מושגים מדעיים (במתמטיקה ובמדעי המחשב). פרסמה מאמרים רבים בנושאים אלו.

פרופ׳ עטרה שריקי

מרצה במכללת אורנים במסגרת התואר הראשון ושני, ועומדת בראש פרויקט המצוינות של המכללה בשיתוף עם קרן טראמפ.
מחקריה כיום מתמקדים בתחום היצירתיות המתמטית, סוגיות הנוגעות ללמידה מרחוק ותהליכים הקשורים ליצירת קהילייה מקצועית של מורים למתמטיקה.

נספח 1

שלב 1: מסמך הערכה לעבודה

שם המעריך:_______________ תאריך:__________

מספר המוערך________

קריטריון	המשקל המקסימלי של הקריטריון ונימוק	הציון שלי עבור הקריטריון	נימוק לציון שנתתי

הערות כלליות למוערך:

____

____

____

____

____

נספח 2

שלב 2: הערכת עמיתים

שם המוערך: ___________ תאריך:_________

חלק ראשון: היחס שלי כלפי ההערכה שקיבלתי

האם ההערכה שקיבלת נתנה לך משוב בונה שסייע לך לשפר עבודתך?

האם ההערכות הכילו הערות בוטות? אם כן, תאר את אופיין.

האם ההערכות שקיבל איפשרו לך להבין את הבעייתיות של פתרונך בדרך שונה?

אילו חלקים של ההערכות גרמו לך לבדוק שוב את פתרונך ומדוע?

אילו חלקים של ההערכות לא גרמו לך לבדוק שוב את פתרונך ומדוע?

האם היו בקריטריונים שלפיהם הוערכה עבודתך שלא חשבת עליהם בעצמך אם כן, תאר את אותם קריטריונים אותם החלטת ל'אמץ' ומדוע?

חלק שני: ההערכה שנתתי לעמיתי בכיתה

האם השתתפותך בהערכת עמיתים גרמה לך לשנות את הפתרון שלך? מדוע?

תאר את ההתלבטויות שלך במהלך תהליך ההערכה.