ניתוח שיח לימודי כיתתי בנושא המעגל דרך שתי עדשות תאורטיות: קומוגניציה של Sfard ו-SFL של Halliday

אחלאם ענאבוסי, אוניברסיטת תל-אביב ומכללת אלקאסמי

מיכל טבח, אוניברסיטת תל-אביב

תקציר

מחקר זה מתמקד בניתוח שיח כיתתי בנושא המעגל דרך שתי עדשות תאורטיות: קומוגניציה שלSfard ו-SFL של Halliday. המחקר מראה דוגמה מפורטת לשיטת ניתוח שיח של מליאת כיתה במטרה לעקוב אחרי רוטינות הוראה של המורה מחד גיסא, ואחרי תהליך הלמידה שמתרחש בעקבות רוטינות הוראה אלו מאידך גיסא. שיטת הניתוח המוצעת היא חידוש יחסי, שכן היא מאפשרת הסתכלות נקודתית על ההתרחשויות בשיח הכיתתי באופן המשלב בין שני השחקנים העיקריים בתהליך ההוראה למידה – המורה והתלמידים שלה. ספציפית יש למחקר שתי מטרות מרכזיות. האחת היא לזהות את השגרות (הרוטינות) הפדגוגיות של מורת-המתמטיקה, ולנסות לזהות את הנרטיבים העומדים בבסיס פעולות אלה. השנייה לזהות אם התרחשה למידה ובאיזה אופן התרחשה, וזאת בעזרת חשיפה מפורשת של הנרטיבים המתמטיים של המורה ושל התלמידים. לצורך מענה על מטרות המחקר ניתחנו שיעור בן 90 דקות שנערך בכיתה ו' שכוללת 20 תלמידים בבית ספר במחוז צפון. תוצאות המחקר מראות שמורת המתמטיקה השתמשה ברוטינות שבבסיסן נמצאים נרטיבים משלושה סוגים: מתמטיים-תכנים, חברתיים-רגשיים וארגוניים. נוסף לכך, מניתוח שני קטעים בשיעור התברר כי בשניהם התקיימה למידה. אפשר לטעון כי הנרטיבים המתמטיים המקובלים שזוהו אצל המורה יחד עם הפעולות הפדגוגיות, תרמו לתהליך הלמידה ולשינוי הנרטיבים של התלמידים לקראת הנרטיבים המקובלים. לעומת זאת, ראינו שלפעמים יש נרטיבים שמעכבים את תהליך הלמידה. תוצאות המחקר הם במעמד של השערות, שכדי לבסס יש צורך להמשיך ולעקוב באופן דומה אחרי המורה בכיתה זו למשך מספר שיעורים.

מילות מפתח: שיח מתמטי כיתתי; שילוב תאוריות; נרטיבים ושגרות של מורה למתמטיקה; מיתר וקוטר במעגל.

מבוא

תחום מיוחד של מחקר בחינוך מתמטי שזכה לתשומת לב בעשורים האחרונים הוא בחינה של השיח הכיתתי. חוקרים שונים חקרו שיח זה בהסתמכות על כלים שונים ותאוריות שונות. מחקר זה מתמקד בניתוח שיח כיתתי בנושא המעגל דרך שתי עדשות תאורטיות: קומוגניציה של Sfard ו-Systemic Functional Linguistic (SFL) של Halliday. כלומר, מחקר זה מאמץ את הגישה הקומוגניטיבית (Sfard, 2008) ואת הגישה הבלשנית-שימושית, SFL (Halliday, 1978), תוך שימוש בכלי מתודולוגי המשלב בין שתי התאוריות (Tabach & Nachlieli, 2011).

לפי הנחת היסוד שבבסיס התאוריה הקומוגניטיבית, למידה היא שינוי באחד מארבעת מרכיבי השיח המתמטיים: מילים ודרך השימוש בהן, מתווכים ויזואליים, שגרות ונרטיבים. כמו כן, פדגוגיה – לפי הגישה הקומוגניטיבית, היא פעילות תקשורתית שהמניע שלה הוא לקרב את השיח של הלומדים לקראת השיח המתמטי המקובל. הגדרה כזו של פדגוגיה כוללת את כל הפעולות התקשורתיות: מילוליות, לא מילוליות, רגשיות ועוד (Tabach & Nachlieli, 2016).

לפי הנחת היסוד שבבסיס הגישה הבלשנית-שימושית, שפה היא משאב ליצירת משמעות, ולפיכך כל שימוש בשפה כולל בתוכו בחירה (לאו דווקא מודעת) שאפשר לדון בה בעזרת שלוש פונקציות-על: זו הנוגעת לתוכן (ideational); זו הנוגעת להיבטים בין-אישיים (interpersonal); וזו הארגונית (textual). לכן, אפשר לבחון את הפעולות הפדגוגיות של מורה בכיתה על-ידי זיהוי מרכיבי השיח הארגוניים: מילים והשימוש בהן, מתווכים ויזואליים, שגרות ונרטיבים.

בסקירת הספרות נרחיב על שתי התאוריות (הקומוגניטיבית והבלשנית-שימושית), וכן על הכלי המשלב ביניהן.

המחקר הנוכחי עוסק בהוראה ולמידה בנושא המעגל בכיתה ו' בניסיון לזהות האם התרחשה למידה, מהם תהליכי הלמידה שהתרחשו ומה היו פעולות המורה והתלמידים שאפשרו אותה. על סמך זאת נציג להלן את מטרות המחקר: 1. זיהוי פעולות (שגרות) פדגוגיות של מורת המתמטיקה שמאפשרות למידה (שינוי), וכן לנסות לזהות את הנחות היסוד העומדות בבסיסם על-ידי זיהוי נרטיבים פדגוגיים; 2. זיהוי למידה על-ידי חשיפה מפורשת של הנרטיבים המתמטיים (של התלמידים ושל המורה) הרלוונטיים לנושא המתמטי הנלמד. החדשנות של מחקר זה היא בשיטה שבה המחקר נוקט כדי לנתח את השיח במליאת הכיתה ולאפשר מעקב אחרי רוטינות הוראה של המורה, ואחרי תהליך הלמידה שמתרחש בשל רוטינות הוראה אלו.

כדי ליישם את המטרות האלה תיעדנו וניתחנו שיעור בן 90 דקות בנושא "קטעים במעגל בכלל והקשר בין מיתר לקוטר בפרט". בשיעור השתתפו 20 תלמידים בכיתה ו'. במאמר נציג שתי דוגמאות עיקריות: האחת, דיון העוסק בקשר שבין קוטר למיתר. השנייה, דיון הרואה בקוטר ציר סימטריה. בניתוח נדגים שינויים בשיח של התלמידים והמורה על-ידי ניתוח הנרטיבים המתמטיים של התלמידים ושל המורה.

סקירת ספרות

במחקר זה אנחנו משתמשים בכלי מתודולוגי המאפשר דיון בכמה היבטים של השיח המתמטי הכיתתי (Tabach & Nachlieli, 2011). כלי זה מאמץ את הגישה הקומוגניטיבית (Sfard, 2008) ואת הגישה הבלשנית-שימושית, SFL (Halliday, 1978). לפיכך נתאר תחילה את שתי הגישות וכן את השילוב ביניהן. לבסוף נעסוק בתחום התוכן המתמטי: מושגים במעגל.

הגישה הקומוגניטיבית ללמידה של מתמטיקה

ויגוצקי (2006) ראה את הדיבור והחשיבה כקשורים זה לזה בקשר הדוק שאי אפשר להפרידו. הוא טען ששליטה בדיבור מאפשרת לא רק לתקשר עם אחרים, אלא גם לארגן את המחשבות. טענות אלה מונחות ביסודה של הגישה הקומוגניטיבית (הדיסקורסיבית) לחקר למידה. גישה זאת שייכת למשפחת התאוריות הסוציו-תרבותיות, הרואה את החשיבה כמתפתחת באינטראקציות חברתיות תלויות תרבות.

השם קומוגניציה (Commognition) מעיד על ראייה מאוחדת של החוקרת לחשיבה (Cognition) ולתקשורת (Communication), כלומר החוקרת רואה בחשיבה ובתקשורת שני היבטים של אותה תופעה. חשיבה מומשגת כשיח של היחיד עם עצמו. על-פי גישה זו, שיח הוא אירוע כלשהו של תקשורת המתנהל בהתאם לדפוסים ייחודיים, ותקשורת היא פעילות חברתית שגרתית ובה אוסף של פעולות לגיטימיות של היחיד. לכל פעולה כזו אוסף של תגובות לגיטימיות (Sfard, 2007). כל שיח מגדיר קהילת שיח שהמשתתפים בה מתקשרים ופועלים על-פי דפוסים מקובלים. ספרד (Sfard, 2007) טוענת כי אפשר להבדיל בין סוגי השיח המתפתחים בין קהילות מקצועיות למיניהן, כמו של המתמטיקאים, באמצעות דיון בארבעה מאפיינים: מילים והשימוש בהן, מתווכים ויזואליים, שגרות ונרטיבים מקובלים. אפשר לחקור התפתחות שיח של יחידים או של כיתות בעזרת מעקב אחר שינויים במאפיינים אלה.

מילים ודרך השימוש בהן – שיח מתמטי כולל מלים מתמטיות, כגון מילים המבטאות כמויות, צורות גאומטריות וכן שמות מספרים. מילים הקשורות לצורות ולמספרים יכולות להופיע בשיחים יומיומיים, והן יכולות גם להופיע בשיחים מתמטיים המנוהלים בבית הספר או באקדמיה, המכתיבים את השימושים הייחודים והמקצועיים במילים אלה. למשל: ילד משתמש במילה **מעגל** בחייו היומיומיים: **מעגל** תנועה, תמרור **מעגלי**, אך בשיח מתמטי המילה **מעגל** תשמש לאובייקט מתמטי בעל הגדרה חד-משמעית "המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור שמרחקן מנקודה מסוימת, המרכז, קבוע". רוב המילים הנחשבות למתמטיות מופיעות בשיח היומיומי, ומה שהופך מילה יומיומית למתמטית הוא אופן השימוש בה.

מתווכים ויזואליים – הם אמצעים חזותיים שמספקים את אובייקט השיח המתמטי. שיחים מתמטיים משתמשים במתווכים סימבוליים שנוצרו במיוחד לתקשורת זאת, וביניהם גרפים, נוסחאות מתמטיות, תרשימים, דיאגרמות, ציר מספרים, ציורים וחפצים מוחשיים ועוד. מתווכים אלה הם חלק בלתי נפרד מפעולת התקשורת ומתהליכי החשיבה. למשל, האופן שבו מצייר אדם קוטר יכול לשמש מקור ידע

לתיאור הבנתו את מאפייני המעגל, וזה כולל אם כיוון בציורו למרכז המעגל, לנקודות על היקף המעגל, אם הוא נצמד בציורו לקוטר טיפוסי או לא וכדומה. השימוש בתיווך ויזואלי הכרחי כאשר מלמדים על צורות גאומטריות בשיח גאומטרי.

נרטיבים (היגדים) מקובלים – אלה היגדים לגבי עצמים מתמטיים שמתקבלים כנכונים בתוך הקהילה המתמטית, ואין עליהם חילוקי דעות. הכוונה לכל טקסט מדובר או כתוב המנוסח כתיאור עצמים, יחסים בין עצמים או פעילויות עם עצמים, ושאפשר לאמצו או לדחותו, ומסומן כ"אמתי" או כ"לא אמתי". בשיח המתמטי ההיגדים שנרצה לאמץ מכוונים לתאוריות מתמטיות הכוללות הגדרות, משפטים, הוכחות וכדומה. נראה להלן דוגמאות להיגדים המקובלים בגאומטריה: "המעגל הוא מקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור שמרחקן מנקודה מסוימת, המרכז, קבוע", "הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל". חשוב לציין כי היגדים שמקובלים על הפרט אינם תמיד בהכרח זהים לאלה של המומחים.

שגרות – אלה דפוסים קבועים לעשיית דברים שחוזרים על עצמם המוגדרים היטב בפעולות בני השיח. קיימות שגרות של שימוש במילים, שימוש במתווכים, הפעלת שיח במצבים שונים, שכנוע, הסבר, חישוב וכדומה (Ben-Yehuda, Lavy, Linchevski, & Sfard, 2005).

הגישה הבלשנית שימושית (Systemic Functional Linguistics- SFL)

SFL היא גישה בלשנית-שימושית לחקר סמלים ומערכות סמלים. את גישה זו פיתחו הלידיי, מטהיסן, מרטין ורוז (Halliday & Matthiessen, 2004; Martin & Rose, 2005). על פיה כל אמירה היא חלק מהקשר כלשהו, והארגון הדקדוקי של כל שפה טבעית משקף את התפקידים שבעבורם התפתחה השפה. ההנחה הבסיסית היא ששפה משמשת משאב וכל שימוש בה מייצג בחירה, לאו דווקא מודעת, של המשתמש לגבי כל אחת משלושת התפקידים (meta-functions): (1) תוכן (ideation) – עיסוק בתוכן של חוויה; (2) בין-אישי (interpersonal) – תיאור או בנייה של קשרים בין אישיים שיש בהם עמדות וערכים; (3) ארגון (textual) – ארגון השפה לטקסט.

אפשר להתאים את שלושת התפקודים (תוכן, בין-אישי וארגוני) לשיח הכיתתי (טבח ונחליאלי, 2014). בתפקוד התוכן יש עיסוק בתכנים המתמטיים – זהו השיח המתמטי; בתפקוד הבין-אישי יש עיסוק במיצוב של היחיד כלפי אחרים וכלפי המתמטיקה. בתפקוד הארגוני קיימות הפעולות הפדגוגיות שהמורה מבצע כדי לארגן את התכנים ולעזור ללומדים להיות שותפים מרכזיים יותר בשיח המתמטי הכיתתי – זהו השיח הפדגוגי.

כלי מתודולוגי לניתוח השיח הכיתתי

כדי לזהות תהליכי הוראה ולמידה בשיעור שנושאו המעגל, השתמשנו בכלי ייחודי (נחליאלי ורגב, 2009; Tabach & Nachlieli, 2011). כלי זה משלב בין הגישה הבלשנית ובין הגישה הקומוגניטיבית. הכלי מאפשר דיון בו בזמן בהיבטים מגוונים של השיח שמתפתח בכיתה: השיח המתמטי, השיח הבין-אישי והשיח הפדגוגי, ובארבעת המאפיינים של השיח (מילים והשימוש בהן, מתווכים ויזואליים, שגרות

ונרטיבים). טבלה 1 מציגה כלי זה.

טבלה 1: כלי לניתוח שיח מתמטי כיתתי

היבטי השיח	מילים והשימוש בהן	מתווכים ויזואליים	נרטיבים מקובלים	שגרות
שיח מתמטי	המילים המתמטיות שבהן משתמשים בכיתה.	המתווכים שבהם משתמשים במתמטיקה.	ההיגדים המתמטיים הנאמרים בשיעור.	השגרות המתמטיות שמשתמשים בהן בשיעור.
• שיח **בין-אישי**	המילים שבעזרתן היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה.	המתווכים שבעזרתם היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה.	הנרטיבים שבעזרתם היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה.	השגרות שבעזרתן היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה.
שיח פדגוגי-ארגוני	המילים שבעזרתן היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו שותפים מרכזיים.	המתווכים שבעזרתם היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו שותפים מרכזיים.	הנרטיבים שבעזרתם היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו שותפים מרכזיים.	השגרות שבעזרתן היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו שותפים מרכזיים.

במחקר זה נתמקד בהוראה ולמידה בנושא המעגל בכיתה ו', בניסיון לזהות האם התרחשה למידה, מהם תהליכי הלמידה שהתרחשו ומה היו פעולות המורה שאפשרו אותם. נוסף על כך, ננסה לזהות את הנחות היסוד העומדות בבסיס פעולות המורה. מכאן אנו מתמקדים בחשיפה מפורשת של הנרטיבים המתמטיים (של התלמידים ושל המורה) הרלוונטיים לנושא המתמטי הנלמד ומתמקדים בזיהוי רוטינות פדגוגיות, בין-אישיות ומתמטיות של המורה. ניתן לאמור שאנחנו מתייחסים לשלושה סוגים של שיח מתמטי, ארגוני ובין-אישי.

סוגים שונים של שיח מתמטי בכיתה

המושג שיח (Discourse) מלמד על הקשר רחב יותר מן המושג שיחה (Conversation). בשיח הכוונה לא רק לתכני השיחות, אלא למערכות היחסים ולנורמות ההתנהגות הגלויות והסמויות הנוצרות במהלכן. המושג "שיח", בהקשר הנוכחי, הוא אירוע כלשהו של תקשורת המתנהל על-פי דפוסים ייחודיים.

מחקרים רבים בחינוך מתמטי הוכיחו שהוראה יעילה היא הוראה שמעודדת את התלמידים להיות פעילים ולהשתתף בשיח מתמטי (ראה למשל Walshaw & Anthony, 2008). מחקרים אחרים ניסו לזהות את סוגי השיח המתמטי המתרחש בתוך כיתת המתמטיקה (ראה למשל רגב ושמעוני, 2005; Ryve, 2006, 2007) וניסו לתאר את הקשר בין סוגים אלה. למשל, רגב ושמעוני (2005) זיהו חמישה סוגי שיח הנבדלים זה מזה בעולם התוכן ובתפקידים היחסיים בתהליך השיחה.

סוגים אלה הם:

שיח ארגוני-לוגיסטי שמטרתו לאפשר למורה ולתלמידים לעסוק בנוחות במתמטיקה.

שיח חברתי שמטרתו לתהלך את אקלים השיחה.

שיח מתמטי הוא שיח ביצועי, תכליתי, הממוקד במטרת השיחה. שיח זה מלווה את הביצועים המתמטיים הפנימיים והחיצוניים, כמו כתיבת תרגילים במחברת או חשיבה על פתרון בעיה מסוימת.

שיח מטה-קוגניטיבי שמטרתו להסביר, להוכיח ולהצדיק את הפעולות המתמטיות.

שיח מודל הוא שיח המתנהל כאשר המשתתפים בשיחה מבצעים פעולות לוגיות (אופרציות שכליות) בתוך מודל כלשהו. מטרתו לאפשר ללומדים להבין את החוקיות המתמטית, תחילה בתוך מערכת אנלוגית, שלחלקם קל יותר להתמצא בה, כדי שיוכלו גם או אחר כך להקיש ממנה למערכת המתמטית.

כיוון שכך, נראה שסוגים אלה משתלבים עם פונקציות העל של האלידיי (ראה לעיל סעיף "הגישה הבלשנית שימושית"). נראה שהשיח המתמטי, המטה-קוגניטיבי ושיח מודל משתלבים בפונקציית-העל שמכוונת ל**תוכן** של האלידיי, וכמובן השיח הארגוני-לוגיסטי משתלב עם פונקציית-העל שמכוונת ל**ארגון** והשיח החברתי משתלב עם פונקציית-העל שמכוונת ל**בין-אישי**.

בד בבד זיהה רייבי (Ryve, 2007) שלושה סוגים של שיח בכיתת המתמטיקה: 1. שיח דידקטי (didactically oriented); 2. שיח תוכן (subject oriented discourse); 3. שיח מוכוון פתרון בעיות (problem solving oriented discourse). לפי רייבי (שם), סוגי שיח אלה עשויים לעלות בכל שיח מתמטי כיתתי, אבל התדירות של כל סוג משתנה משיח לשיח ותלויה במשימה הנתונה. סוגים אלה משתלבים עם שלוש פונקציות-העל של האלידיי, כאשר שיח תוכן ושיח מוכוון פתרון בעיות משתלבים עם פונקציית-העל שמכוונת ל**תוכן** (ideation), והשיח הדידקטי משתלב עם פונקציית-העל שמכוונת ל**ארגון** (textual). נראה שחסרה כאן נגיעה לפונקציית-העל שמכוונת ל**בין-אישי** (interpersonal).

המחקר הנוכחי מראה דוגמה מפורטת לשיטת ניתוח שיח של מליאת כיתה כדי לעקוב אחרי רוטינות הוראה של המורה, ואחרי תהליך הלמידה שמתרחש על-פי רוטינות הוראה אלו. לכן המחקר מנסה, בין השאר, לזהות את הפעולות הפדגוגיות של מורה למתמטיקה שמאפשרות ללמידה, זאת על-ידי זיהוי סוגים שונים של השיח המתמטי שנוצר בין המורה ובין התלמידים בכיתת המתמטיקה. המחקר בוחן, כאמור, סוגים שונים של שיח דרך כלי ייחודי (Tabach & Nachlieli, 2011) המאפשר להביא שלושה סוגים של שיח: ארגוני (פדגוגי), בין-אישי ומתמטי.

מושג המעגל במחקר

מחקרים סיפקו תובנות רבות לגבי הוראה ולמידה של גאומטריה בכלל, ויחסית נושא המעגל בלמידה זכה לדיון מועט (Oladosu, 2014). להלן הנושאים שבהם התמקדו המחקרים שחקרו למידת נושא המעגל: 1. יכולת ילדי גן לזהות מעגל מבין פריטים אחרים (Clements, Swaminathan, Hannibal, & Sarama, 1999); 2. דימוי מושג המעגל אצל תלמידי יסודי ועל-יסודי (Neel-Romine, Paul, & Shafer, 2012; Oladosu, 2014); 3. מידת ההבנה האינטואיטיבית של תלמידי תיכון למשפטים במעגל כאשר הם פותרים בעיות גאומטריות (González & DeJarnette, 2013); 4. למידת התלמידים את נושא המעגל בסביבות טכנולוגיות. למשל, מיהדיוב (Mehdiyev, 2009) מצא כי השימוש בGeoGebra בהקשר של גורמים אחרים, כגון עבודה קבוצתית ושימוש בדפי עבודה, העלה את מידת המוטיבציה אצל תלמידי כיתה ט' בעת למידה על המעגל; 5. רגשות ועמדות התלמידים כשהם לומדים על המעגל. למשל, דאהר, סוידאן ושהחברי (Daher, Swidan, & Shahbari, 2015) ניתחו עמדות ורגשות של התלמידים כשהם לומדים את נושא המעגל בסביבת גאוגברה. החוקרים מצאו שיש ארבעה גורמים משפיעים על עמדותיהם של התלמידים ועל רגשותיהם במהלך פעילות: מאפייני חברי הקבוצה, ההיסטוריה שלהם עבור חוויות למידה, מאפייני הפעילות ושלביה.

כלומר, לא מצאנו מחקרים שעסקו במפורש בתובנות תלמידים לגבי מושגים במעגל, או מה האתגרים שהם נתקלים בלמידת מושגים אלה. המחקר הנוכחי מתרכז בתובנות תלמידי כיתה ו' לגבי מושגים וקשרים בסיסיים במעגל.

מתודולוגיה

שאלות המחקר

1. מהן השגרות הפדגוגיות שאפשר לזהות אצל מורה בכיתת המתמטיקה?
2. מהם הנרטיבים הפדגוגיים העומדים בבסיס השגרות הפדגוגיות אצל המורה?
3. האם במהלך השיעור התקיימה למידה?
4. מהן פעולות המורה שאפשרו שינוי בנרטיבים המתמטיים של התלמידים?

רקע לגבי מקור התכתוב והמשתתפים בשיח

שיעור בן 90 דקות בנושא המעגל הוקלט בכיתה ו' בת 20 תלמידים הלומדים בבית ספר בצפון הארץ. השיעור תוכתב במלואו לצורך המחקר. זהו השיעור הראשון מבין ארבעה שיעורים מתוקשבים שהוקלטו לצורכי מחקר. השיעור עסק בנושא היכרות עם מושגים בסיסיים במעגל: הגדרת מעגל, רדיוס, קוטר, מיתר, מרכז המעגל, קשר בין מיתר ובין קוטר ולווה בשימוש בטכנולוגיה.

לתלמידים המשתתפים במחקר היה ידע קודם על הגדרת המעגל, הרדיוס, הקוטר והמיתר. במהלך

השיעור המורה חזרה על מושגים אלה וניסתה ללמד את הקשר בין קוטר למיתר ותכונות הקוטר. למורה יש תואר שני בחינוך מתמטי והיא נחשבת למורה מצטיינת.

ניתוח הנתונים

מחקר זה בוחן שלושה סוגים של שיח שמתפתח בכיתה: השיח המתמטי, השיח הבין-אישי והשיח הפדגוגי. בחינה זו תיעשה על-ידי בדיקת שגרות ונרטיבים אצל המורה ונרטיבים מתמטיים אצל התלמידים. הבדיקה הכפולה אפשרית, כאמור, בזכות שימוש בכלי הייחודי (Tabach & Nachlieli, 2011) שתואר בסעיף לעיל "כלי מתודולוגי לניתוח השיח הכיתתי", המאמץ את הגישה הבלשנית של הלידיי והגישה הקומוגניטיבית של ספרד. כלי זה מוצג להלן ובתוכו מסומנים התאים שבהם נעסוק.

טבלה 2: השיחים שבהם נתמקד במחקר

היבטי השיח	מילים והשימוש בהן	מתווכים ויזואליים	נרטיבים מקובלים	שגרות
שיח מתמטי			✓	✓
שיח בין-אישי			✓	✓
שיח פדגוגי-ארגוני			✓	✓

ששת שלבי ניתוח הנתונים:

1. זיהוי פעולות פדגוגיות של המורה ובדיקה כמה פעמים פעולות אלה חוזרות על עצמן כדי להסיק מהן את השגרות הפדגוגיות שלה. חשוב לציין שעבור מה שנראה כשגרה ארגונית, נבדקו כל ארבעת השיעורים המוקלטים, וזאת כדי לקבל חיזוק להשערה שמדובר בפעולה רוטינית של המורה.
2. ניסיון לזהות נרטיבים פדגוגיים העומדים בבסיסן של השגרות הפדגוגיות שזוהו בשלב 1.
3. חלוקת השגרות הפדגוגיות והנרטיבים העומדים מאחוריהן לשלושה סוגים שונים: מתמטיים, חברתיים-רגשיים (בין-אישיים) וארגוניים.
4. זיהוי קטעים מרכזיים בשיח שהתקיים במליאת הכיתה שבהם יש עדות ללמידה, כלומר שינוי בנרטיבים המתמטיים של התלמידים.
5. בקטעים האלה זוהו הנרטיבים המתמטיים של התלמידים ושל המורה.
6. זיהוי פעולות המורה ופעולות התלמידים אשר נראה שאפשרו את השינוי.

ממצאים

פרק הממצאים נחלק לשני חלקים. בחלק הראשון נדון בשגרות ובנרטיבים של המורה. ספציפית, נעסוק בשלושה סוגים של שגרות שזיהינו אצל המורה מתוך הסתכלות על השיעור כולו: שגרות מתמטיות, שגרות חברתיות-רגשיות ושגרות ארגוניות. כן נעסוק בנרטיבים שלמיטב הבנתנו עומדים בבסיס כל שגרה. בחלק השני נציג שתי דוגמאות (מקטעים) מהשיעור הנדון. הדוגמה הראשונה היא בנושא קשר בין מיתר לקוטר. האחרת היא בנושא הגדרת הקוטר כציר סימטריה. בעזרת שתי הדוגמאות נתאר את התפתחות השיח של התלמידים במהלך דיון עם המורה על-ידי ניתוח הנרטיבים המתמטיים של התלמידים ושל המורה.

שגרות ונרטיבים של המורה

בחלק זה נציג חמש טבלאות. טבלה 3 מציגה את השגרות והנרטיבים הארגוניים של המורה. טבלה 4 מציגה את השגרות ואת הנרטיבים המתמטיים של המורה וטבלה 5 מציגה את השגרות החברתיות-רגשיות של המורה. טבלה 6 וטבלה 7 מציגות שגרות ונרטיבים של המורה, וכל שגרה ונרטיב משגרות ונרטיבים אלה הם גם מתמטיים וגם חברתיים-רגשיים.

שגרות ונרטיבים ארגוניים של המורה

טבלה 3: שגרות ונרטיבים ארגוניים של המורה

שגרות	מספר המופעים של השגרה	נרטיבים	דוגמאות מאמירות/פעולות המורה, [מספר אמירה]
נקודת הפתיחה של השיעור היא נקודת הסיום של השיעור הקודם.	ארבע, פעם אחת בכל שיעור שנצפה	למידת מתמטיקה מתבצעת בהדרגה – בכל פעם בונים עוד נושא חדש על נושאים קיימים.	תתרכזו, תסתכלו על הלוח, יש לי מעגל. מי זוכר? מה אמרנו ביום שישי על המעגל? זוכרים את הפעילויות שעשינו? באיזו שיטה, ומה ראינו? [5]
בדיקת נוכחות.	ארבע, פעם אחת בכל שיעור שנצפה	הנוכחות בשיעורים היא דבר חשוב. נוכחות בשיעורים היא מידע שיש למסור להנהלת בית הספר.	המורה מבצעת בדיקת נוכחות בהתחלת השיעור
הצהרה על תחילת השיעור.	ארבע, פעם אחת בכל שיעור שנצפה	המורה אחראי על הנעשה בכיתה וקובע את סדר ההתקדמות בשיעור.	...יאללה, בואו נתחיל. בבקשה מכולם, רוצים להתרכז בשיעור [3]

כאמור, מה שנראה כשגרה ארגונית, נבדק בכל ארבעת השיעורים המוקלטים כדי לקבל חיזוק להשערה שמדובר בפעולה רוטינית של המורה. כל אחת מהשגרות שזוהתה בטבלה 3 חזרה על עצמה פעם אחת בדיוק בארבעת השיעורים שתועדו. עובדה זו מעוררת את התחושה שמדובר בשגרות ארגוניות של המורה.

שגרות ונרטיבים מתמטיים של המורה

טבלה 4: שגרות ונרטיבים מתמטיים של המורה

שגרות	מספר המופעים של השגרה	נרטיבים	דוגמאות מאמירות או פעולות המורה, [מספר אמירה]
חזרה על מושגים שנלמדו תוך כדי השיעור ובשיעור קודם.	ארבע	חזרה על מושגים מתמטיים עוזרת לתלמידים בהפנמתם.	מי רוצה להסביר לי? תסתמכו על מה שאמרנו ביום שישי, מי זוכר? איך הגדרנו את המעגל? [22]
שימוש במתווכים ויזואליים.	יותר מ- 40	שימוש במתווכים ויזואליים מקל על הלומדים ועוזר להם בהבניית והפשטת האובייקט המתמטי.	...תסבירי לי לגבי הקטע הזה [מצביעה על הציור בגאוגברה], בין מי ומי הוא מחבר? בין איזה נקודות הוא מחבר? תתרכזי ותשתתפי... [20]

טבלה 4 מראה את השגרות המתמטיות של המורה ואת הנרטיבים המתמטיים העומדים בבסיסן. אם מסתכלים על מספר המופעים של השגרות שמוצגות בטבלה 4 נראה שלשגרה "שימוש במתווכים ויזואליים" יש מספר מופעים גדול יחסית. כלומר, המורה רואה בשימוש במתווכים ויזואליים כעוזר וכמקדם למידת מתמטיקה.

שגרות ונרטיבים חברתיים-רגשיים של המורה

טבלה 5: שגרות ונרטיבים חברתיים-רגשיים של המורה

שגרות	מספר המופעים של השגרה	נרטיבים	דוגמה מאמירות או פעולות המורה
פנייה לתלמידים בשמם.	יותר מ-40	כל תלמיד ותלמיד חשוב – התלמיד במרכז. פנייה לתלמיד בשמו עוזרת לו להתרכז בשיעור ומעלה את המוטיבציה שלו.	[...] אז מה אתה אומר? מה 'ראוי' ('ראוי' הוא שם של תלמיד)? [63]
המורה משתמשת בדפוס אינטראקציה פת"מ: פתיחה, תגובה ומשוב	13	בתהליך ההוראה והלמידה חייבים באינטראקציה. תפקיד המורה לתת משוב חיובי לדברי הלומדים (חברתי	מורה: [...] האם אני יכולה לומר שקוטר הינו מיתר? תלמידים: לא, כי הקוטר עובר במרכז המעגל.

שגרות	מספר המופעים של השגרה	נרטיבים	דוגמה מאמירות או פעולות המורה
		רגשי).	מורה: אוקיי, בסדר הקוטר עובר במרכז המעגל. אבל אמרנו שההגדרה של מיתר היא שמיתר מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על ההיקף של המעגל... [114-112]

טבלה 5 מראה את מספר המופעים הרב של השגרה "פנייה לתלמידים בשמם". אנו רואות בכך עדות לחשיבות השגרה בעיני המורה. נראה כי המורה מאמינה שפנייה לתלמיד היא דבר חשוב ובעל השפעות חיוביות. חשוב לציין שיש שגרות ונרטיבים חברתיים-רגשיים נוספים שזיהינו אצל המורה, אבל אלו הם גם מתמטיים, לכן נציג אותם בנפרד בטבלה 6.

שגרות ונרטיבים שהם מתמטיים וגם חברתיים-רגשיים של המורה

נציג כאן שתי שגרות שזיהינו אצל המורה והן נחשבות כשגרות מתמטיות וחברתיות-רגשיות בו בזמן. לכל שגרה משתי השגרות יש תת-שגרות. בטבלה 6 נציג את השגרה "חזרה על אמירות התלמידים" ותת-השגרות שלה ובטבלה 7 נציג את השגרה "שאילת שאלות" ותת-השגרות שלה.

טבלה 6: השגרה הפדגוגית "חזרה על אמירות התלמידים" שנחשבת כמתמטית וחברתית-רגשית

שגרות		מספר המופעים של השגרה	נרטיבים (חברתי-רגשי/ מתמטי)	דוגמה מהשיעור
חזרה על אמירות התלמידים – Revoicing	כאשר התשובה לא מדויקת – חזרה תוך כדי דיוק.	13	החזרה על דברי הלומד מעודדת אותו ונותנת לו הרגשה שדבריו חשובים (חברתי-רגשי). דיוק הוא הכרחי במתמטיקה (מתמטי).	מורה: איך הגדרנו מעגל? תלמידה: הוא אוסף של נקודות. מורה: הוא אוסף אינסופי של נקודות [...] ומה עוד? תדייקו... [24-22]
	כאשר התשובה נכונה – חזרה ועידוד (מצוין, יפה, טוב...)	24	חזרה על דברים נכונים עוזרת לאחרים בקבלתה (חברתי-רגשי). עידוד התלמיד מעלה את המוטיבציה שלו (חברתי-רגשי).	המורה: המרחק שווה, מה קראנו למרחק השווה הזה? התלמידה: רדיוס המעגל המורה: רדיוס המעגל, מצוין. [14-12]

טבלה 7: השגרה הפדגוגית "שאילת שאלות" שנחשבת כמתמטית וחברתית-רגשית

שגרות		מספר המופעים של השגרה	נרטיבים (חברתי-רגשי/ מתמטי)	דוגמה מהשיעור
שאלת שאילות	שאלות הכוונה	יותר מ-40	למידת מתמטיקה מתבצעת תוך כדי חקירה (מתמטי). לומד צריך להיות אקטיבי תוך כדי למידה (חברתי-רגשי). התלמיד במרכז (חברתי-רגשי). תפקיד המורה הוא הדרכת הלומדים בחקירת הנושאים השונים (חברתי-רגשי).	המורה: מיתר זה גם מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על ההיקף, האם אני יכולה לומר שקוטר הינו מיתר? [112]
	שאלות שהוצגו כתגובה לתשובה לא נכונה שנתן תלמיד	8	התלמיד מתקן עצמו אם יינתן לו עוד הזדמנות – שאלה, ולא צריך לומר "לא נכון" שזה יוריד את המוטיבציה שלו (חברתי-רגשי).	מורה: האם הקטע השחור [מתכוונת לקוטר] מקיים תנאי זה [מחבר שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל] תלמידה: לא. מורה: למה לא? האם הקטע מקיים תנאי זה? [124-122]
	שאלות סיכום	18	סיכום הנושא המתמטי הנלמד מסדר את הנושא אצל התלמידים ונותן למורה משוב על המצב הקיים (מתמטי).	מורה: אוקיי, היום למדנו על? תלמידים: המיתר מורה: ולמדנו על הקוטר שהוא? ... [393-395]

טבלאות 6 ו-7 מציגות שתי שגרות מרכזיות של המורה שהן גם מתמטיות וגם חברתיות-רגשיות. אם נסתכל גם על מספר המופעים של כל שגרה מהשגרות המופיעות בטבלאות 6 ו-7 נראה שמספר ההופעות של שתי השגרות הוא גדול. ספציפית, תת-השגרה "שאלת שאלות הכוונה" הופיעה הכי הרבה פעמים (לפחות 40 פעם שאלה המורה שאלה בכוונה לכוון את התלמידים). ממצא זה משקף אמונה עמוקה של המורה לגבי תפקיד שלה בכיתה כמכוונת תהליכי למידה.

דוגמאות מהשיעור

נעסוק בשתי דוגמאות מהשיעור. הדוגמה הראשונה היא דיון מליאה בנושא "הקוטר הוא המיתר הכי ארוך במעגל" והדוגמה השנייה היא דיון מליאה בנושא "הקוטר כציר סימטריה".

דוגמה ראשונה: קשר בין קוטר ומיתר (התייחסות לנרטיבים בתוכן המתמטי)

בחלק זה נציג קטע שהתרחש בכיתה שסבב על הקשר בין קוטר למיתר. בתחילה יוצג שיח שהתנהל בין המורה לתלמידיה ואחר כך ננתח את הנרטיבים המתמטיים שלדעתנו מובעים בו.

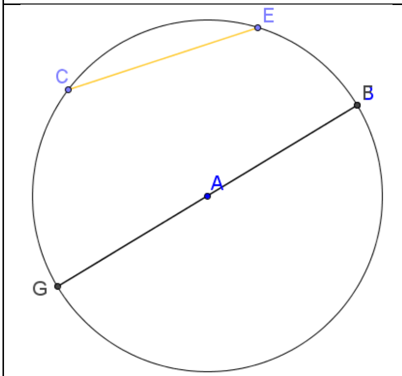
קטע 1: קשר בין קוטר למיתר

תהליך למידת הקשר בין קוטר למיתר התבצע בשני שלבים, הראשון הוא קבלת הקוטר כמיתר והשני הגדרת הקוטר כ"מיתר הארוך ביותר במעגל". בהתאם, נפצל את הקטע לשני תת-קטעים: קטע 1.1 וקטע 1.2.

קטע 1.1: הקוטר הוא מיתר

להלן השיח שהתנהל בין המורה ובין תלמידיה כאשר היה בכוונתה ללמד אותם שהקוטר הוא מיתר.

קטע 1.1: דיון מליאה בנושא "קוטר הוא מיתר"

מס' אמירה	דובר	אמירה
112	מורה	מיתר זה גם מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על ההיקף, האם אני יכולה לומר שקוטר הוא מיתר?
113	תלמידים	לא, כי הקוטר עובר במרכז המעגל.
114	מורה	אוקיי, בסדר הקוטר עובר במרכז המעגל. אבל אמרנו שההגדרה של מיתר היא שמיתר מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על ההיקף של המעגל.
115	תלמיד	זה [GB] עובר בין שלוש נקודות.
116	מורה	איפה שלוש נקודות אלה? זאת נקודה על ההיקף וזאת נקודה על ההיקף.
117	תלמיד	והמרכז.
118	מורה	בסדר, עובר דרך המרכז. אבל מה אמרנו לגבי הגדרת המיתר? תגידו לי את הגדרת המיתר.
119	תלמידים	מחבר בין שתי נקודות על ההיקף.
120	מורה	אינני שומעת, שידבר רק אחד.
121	תלמידים	מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל.
122	מורה	יפה, מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל. האם הקטע השחור [מתכוונת לקוטר] מקיים תנאי זה? 
123	תלמיד	כן
124	תלמידה	לא
125	מורה	למה לא? האם הקטע מקיים תנאי זה?
126	תלמיד	כן

מס' אמירה	דובר	אמירה
127	מורה	האם הקטע מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל?
128	תלמיד	כן
129	מורה	אז, למה אמרת לא? האם אני יכולה לומר שהוא מיתר? האם הוא מקיים את תנאי המיתר?
130	תלמידים	כן
131	מורה	אז, זה מיתר?
132	תלמיד	כן, זה מיתר.
133	מורה	כן מיתר, זה כן מיתר. אבל יש לו עוד תכונה נוספת, מהי תכונתו הנוספת?
134	תלמיד	עובר במרכז המעגל.
135	מורה	יפה, עובר במרכז המעגל. עכשיו, איך קוראים לו משום שהוא עובר במרכז המעגל?
136	תלמידים	רדיוס... קוטר.
137	מורה	עוד פעם אני חוזרת, הקטע הזה מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל, נכון? אז, איך קוראים לו?
138	תלמידים	מיתר
139	מורה	תתרכזו אתי, עוד פעם, הקטע הזה מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל, איך קוראים לו?
140	תלמידים	מיתר.
141	מורה	עוד פעם, מקיים התנאים של ה-?
142	תלמידים	מיתר
143	מורה	אוקיי, אבל יש לו עוד תכונה.
144	תלמידים	אהה
145	מורה	מהי תכונה זו?
146	תלמידים	שהוא עובר במרכז המעגל
147	מורה	מצוין, עובר במרכז המעגל. מכיוון שהוא עובר במרכז המעגל, איך קוראים לו?
148	תלמידים	קוטר
149	מורה	בסדר, אזי גילינו שהקוטר הוא?
150	תלמידים	מיתר
151	מורה	אבל עובר ב-?
152	תלמידים	מרכז המעגל
153	מורה	מצוין, מסכימים? הקוטר הינו מיתר שעובר במרכז המעגל. עוד פעם...
154	תלמידים	הקוטר הוא מיתר שעובר במרכז המעגל.

טבלה 8 מציגה את הנרטיבים המתמטיים שעלו מניתוח השיח המתמטי בתת-קטע 1.1.

טבלה 8: נרטיבים מתמטיים שהובעו על-ידי המורה ועל-ידי התלמידים בקטע 1.1

הנרטיב	מופע הנרטיבים – מספר אמירות וציטוטים	
	מופע הנרטיב אצל המורה	מופע הנרטיב אצל התלמידים
1. הקוטר אינו מיתר כי הוא עובר במרכז המעגל		[113] כאשר המורה שאלה האם קוטר הוא מיתר, התלמידים ענו: "לא, כי הקוטר עובר במרכז המעגל."
2. מיתר הוא קטע שמחבר בין שתי נקודות על ההיקף	[114], [122] "אמרנו שההגדרה של מיתר היא שמיתר מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על ההיקף של המעגל"	[119], [121], [140]+[142] כאשר המורה שאלה על הגדרת מיתר התלמידים ענו: "מחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל."
3. הקוטר מחבר בין שלוש נקודות: שתי נקודות על ההיקף והמרכז		[115-117] "זה [GB] עובר בין שלוש נקודות..."
4. הקוטר מקיים את התנאי של המיתר (מחבר בן שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל).		[123], [126], [128] כאשר המורה שאלה האם הקוטר מקיים את תנאי המיתר, התלמידים ענו – כן.
5. קיים מיתר שעובר במרכז המעגל		[139- 148] [ראה קטע 1.1 למעלה]
6. הקוטר הוא מיתר שעובר במרכז המעגל	[153] "שהוא עובר במרכז המעגל"	[130], [132], [134], [150], [152], [154] "הקוטר הוא מיתר שעובר במרכז המעגל"

מהסתכלות על הנרטיבים המתמטיים שמוצגים בטבלה 8 רואים בבירור שהתרחשה למידה. למידה זו כוללת שינוי בנרטיב המתמטי המקובל על התלמידים. בתחילת התהליך הנרטיב של התלמידים לגבי קוטר ומיתר היה: "הקוטר אינו מיתר כי הוא עובר במרכז המעגל" [113]. לאחר מכן אימצו התלמידים את הנרטיב המתמטי המקובל: "קוטר הוא מיתר שעובר במרכז המעגל" [150, 152, 153, 154]. כאשר מסתכלים על תהליך ההתפתחות של הנרטיבים, כפי שמתואר בטבלה 8, רואים כי המידע שהקוטר עובר דרך נקודת המרכז של המעגל עיכב את תהליך קבלת הקוטר כמיתר (ראה נרטיבים 1 ו-3). אפשר לשער שעיכוב זה היה בגלל שהתלמידים סברו בסמוי, שמיתר צריך לעבור דרך שתי נקודות ולא יותר, או כיוון שהם חילקו את הקטעים במעגל לקבוצות זרות, כלומר קטע במעגל הוא או מיתר או קוטר אבל לא שניהם.

נציג את השלב השני (קטע 1.2), שבו למדו התלמידים שהקוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל.

קטע 1.2: הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר

להלן השיח שהתנהל בין המורה לתלמידיה כאשר היה בכוונתה ללמד אותם שהקוטר הוא המיתר הארוך ביותר.

קטע 1.2: דיון מליאה בנושא "הקוטר הוא המיתר הכי ארוך"

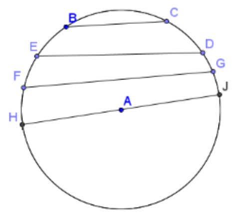
מספר אמירה	מדבר	אמירה
180	מורה	עכשיו רוצים לצייר מיתר. למשל, נחבר בין p ו-u [מציירת מיתר]. בסדר, זה מיתר. האם אני יכולה לצייר מיתר יותר ארוך מזה?
181	תלמידים	כן
182	מורה	כן, יכולים. מי יכול לבוא להגיד איפה לצייר אותו?
183	תלמיד	אני
... דיון ... התלמיד בא ללוח ומצייר		
188	מורה	בראבו מישל, המיתר שציירת יותר ארוך מזה, אבל אני רוצה שיהיה יותר ארוך, אני רוצה לצייר עוד. תסתכל מישל, מה דעתך?
... המשך דיון		
208	מורה	יללה. מה דעתך מארי, תציירי אחד יותר ארוך. קחי העט האדום [מארי מציירת קוטר] יפה... מה זה, מה ציירת? מה זה? האם ציירת מיתר?
209	תלמידה	כן
210	מורה	את בטוחה שזה מיתר?
211	מורה	למה זה מיתר? מה אמרנו לגבי המיתר?
212	תלמידה	מחבר בין שתי נקודות על ההיקף.
213	מורה	יפה, בסדר. והקטע הזה שציירתי? איפה זה עובר?
214	תלמידים	במרכז המעגל
215	מורה	מה ציירה היא?
216	תלמידים	קוטר.
217	מורה	האם הקוטר הזה מיתר?
218	תלמידים	כן
219	מורה	האם הקוטר הוא מיתר?
220	תלמידים	כן
221	מורה	אז, האם המיתר שציירת יותר ארוך מהמיתר שציירנו בהתחלה.
222	תלמידים	כן
223	מורה	מצוין, מי ינצח את מארין ויצייר מיתר ארוך מזה שציירה מארין?
224	תלמידים	לא ייתכן
225	מורה	אולי כן ייתכן? תנסה [מדברת עם אחד התלמידים, גאן], צייר קטע ארוך יותר ממה שציירה מארין. צייר איך שאתה רוצה [התלמיד מצייר קוטר]... גאן, מה ציירת? יכולים לצייר אותו?
... דיון		
230	מורה	אתה אומר שציירת מיתר יותר ארוך ממה שציירה מארין, בוא נבדוק האורך, מהו אורך הקטע שציירה מארין?... בוא נראה במחשב, גאן צייר את הקטע האדום ומרין ציירה הצהוב. גאן צייר קוטר ומארין ציירה קוטר. האם אורך הקטע שציירת שונה מזה שציירה מארין?
231	תלמיד	לא
... בודקים את האורך של שני הקוטרים השונים		
237	מורה	אורך הקטע שצייר גאן 10, הקטע הירוק בטוח 10 כי הוא קוטר, אמרנו

מספר אמירה	מדבר	אמירה
		שהקוטרים יש להם אותו אורך. האם גאן צייר קטע שונה ממה שציירה מארין באורכו?
238	תלמיד	לא
...המשך דיון		
248	תלמיד	המורה, המורה, ידעתי, לא יעזור .. אני יודע
249	מורה	מי מסכם?
... דיון		
265	מורה	בואו נסכם, הסקנו כי הקטע שציירה מארין מה?
266	תלמידים	הקטע הארוך
267	מורה	ראינו שהקוטר הוא המיתר הארוך במעגל. בהתחלה ציירנו מיתר מה אחר כך חיפשנו, מה הייתה שאלתי?
268	תלמיד	קטע
269	מורה	אצבע... תתרכזו איתי, מה הייתה שאלתי בהתחלה, מה רציתי?
270	תלמיד	רציתי קטע ארוך
271	מורה	רציתי קטע ארוך ממה שציירה מארין, בכל פעם היינו מציירים קטע, והיינו רוצים מיתר ארוך יותר. עד שהגענו לאן...?
272	תלמידה	הארוך ביותר
273	מורה	מי זה?
274	תלמידים	הקוטר
275	מורה	הקוטר, מה זה אומר על הקוטר?
276	תלמיד	הארוך ביותר
277	תלמיד	המיתר הארוך
278	מורה	המיתר הארוך במעגל

מניתוח השיח המתמטי בתת-קטע 1.2 עלו הנרטיבים הבאים, המוצגים בטבלה 9:

טבלה 9: הנרטיבים המתמטיים שעלו במקטע 1.2: הקוטר הוא המיתר הארוך היותר

הנרטיב	מופע הנרטיבים – מספר אמירות וציטוטים	
	מופע הנרטיב אצל המורה	מופע הנרטיב אצל התלמידים
1. הקוטר הוא מיתר שמחבר בין שתי נקודות שנמצאות על היקף המעגל ועובר במרכזו (נרטיב שכבר הופיע קודם, ראה טבלה 5)	הופיע קודם לקטע זה	[218] +[209] כאשר שאלה המורה אם קוטר הוא מיתר, התלמידים אמרו "כן".
2. קיימים מיתרים באורכים שונים		[181], [191], [203] המורה ביקשה מהתלמידים לצייר מיתרים באורכים שונים והם הצליחו בזה.

הנרטיב	מופע הנרטיבים – מספר אמירות וציטוטים	
	מופע הנרטיב אצל המורה	**מופע הנרטיב אצל התלמידים**
3. המיתרים שמצוירים אחד תחת השני גדלים עד שמגיעים לקוטר 		[205] המורה שאלה "המיתרים שציירנו, אחד תחת השני... מה קורה להם?" התלמידים ענו "גדלו"... המורה שאלה עד לאן? התלמידים ענו עד הקוטר.
4. יש מיתר יותר ארוך מהקוטר – אחד התלמידים		[240], [252] המורה ביקשה לשרטט מיתר ארוך יותר ממה שציירה אחת התלמידות (שציירה קוטר), אחד התלמידים אמר שאפשר וניסה לצייר.
5. הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר	[278] "הקוטר הוא המיתר הארוך במעגל"	[258], [224], [208] +[277] +[274]+[256]+[248] "קוטר הוא המיתר הארוך במעגל"

מניתוח הנרטיבים המתמטיים שמוצגים בטבלה 9 רואים בבירור שהתקיימה למידה, על-פי הופעת הנרטיב המתמטי: "הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר שנמצא במעגל" [מספר אמירות 248, 256, 274, 277]. לפחות תלמיד אחד חלק על עובדה זו (בשורות 240, 252), כלומר זה אכן נרטיב חדש לתלמידים אלו.

מטבלה 8 ו-9 מתברר שהמורה מבטאת נרטיבים מתמטיים מקובלים. המורה גם מצפה מהתלמידים לקבל נרטיבים מתמטיים אלה.

למרות שכוונתנו בניתוח קטע זה הייתה לזהות עדות ללמידה, זהינו עוד **שגרה** פדגוגית של המורה (שהופיעה חמש פעמים) והיא, שהמורה אומרת במפורש את הנרטיב המתמטי אחרי שהתלמידים מגיעים אליו בעצמם בהדרכתה.

דוגמה שנייה: קוטר כציר סימטריה (התייחסות לנרטיבים בתוכן המתמטי)

נציג בתחילה את השיח שהתנהל בין המורה לתלמידיה ואחר כך נעסוק בנרטיבים המתמטיים של התלמידים ושל המורה.

קטע 2: דיון מליאה בנושא הקוטר כציר סימטריה

מספר אמירה	דובר	אמירה
347	מורה	יפה, בראבו... יש עוד תכונה לקוטר, אני אומרת לכם מילה אחת כך שתסיקו מסקנה... המילה 'קיפול'. תגיד (לאחד תלמידים)
348	תלמיד	אם נקפל את הקוטר הזה, נקבל רדיוס
349	מורה	אוקיי, עוד יותר... מי ייקח מה שאמר וימשיך? אני מבינה מה שאתה אומר, אבל צריכים לסדר את זה, דבר 'ראוי'..
350	תלמיד	אם אני אקפל אותם נשארים זהים
351	מורה	זה אומר, מה קורה, אם נקפל סביב הקוטר, בשני חלקי המעגל?
352	תלמיד	שווים, זהים, דומים
353	מורה	מי יגיד משהו אחר?
354	תלמיד	שניהם שווים
355	מורה	חוץ מהמילה שווים
356	תלמיד	חופפים
357	מורה	זה אומר, אם אני מקפלת לאורך הקוטר, מה יקרה לשני החלקים?
358	תלמיד	חופפים
359	מורה	מה זה אומר?
360	תלמיד	מכסים אחד את השני
361	מורה	זה אומר... איך קוראים לקוטר הזה?
362	תלמידה	ציר סימטריה
363	מורה	בראבו, ציר סימטריה
364	מורה	האם יש ציר סימטריה אחד במעגל? או שכל קוטר מהווה ציר סימטריה?
365	תלמידים	כל קוטר.
366	תלמיד	מכל מקום, כן.
367	מורה	יפה, כל קוטר מהווה ציר סימטריה. כן אכן מי יסכם?
368	תלמיד	אם יש לי קוטר ומציירים בכל אופן, יהיו שווים.
369	מורה	אני רוצה שתדייק במשפט שלך, נו תגיד לפני שנדבר
370	תלמידה	כל קוטר מחלק את המעגל לשני חלקים שווים
371	מורה	מצוינת, הקוטר מחלק את המעגל לשני חלקים שווים, זאת אומרת שקוטר?
372	תלמידים	הוא ציר סימטריה
373	מורה	יפה, זה אומר שהקוטר במעגל הוא ציר סימטריה, בואו נראה את זה...

טבלה 10 מרכזת את הנרטיבים המתמטיים שעלו ממקטע זה.

טבלה 10: נרטיבים מתמטיים בנושא "הקוטר מהווה ציר סימטריה"

הנרטיב	מופע הנרטיבים – מספר אמירות וציטוטים	
	מופע הנרטיב אצל המורה	מופע הנרטיב אצל התלמידים
1. קיפול הקוטר ייתן רדיוס		[348] "אם נקפל את הקוטר הזה, נקבל רדיוס"
2. קיפול הקוטר ייתן שני חלקים זהים, שווים		[350]+[354] כאשר המורה שאלה על מה יקרה לשני החלקים של המעגל אם נקבל את הקוטר, אמרו: "זהים, שווים"
3. קיפול הקוטר ייתן שני חלקים חופפים		[356]+[358] כאשר המורה שאלה על מה יקרה לשני החלקים של המעגל אם נקבל את הקוטר, אמרו: "חופפים"
4. שני חלקים חופפים מכסים אחד את השני		[360] כאשר המורה שאלה על משמעות חופפים, אמרו: "מכסים אחד את השני"
5. הקוטר הוא ציר סימטריה	[363]+[373] "זה אומר שהקוטר במעגל הוא ציר סימטריה"	[362]+[372] המורה שאלה: "מה זאת אומרת שקוטר?" התלמידים ענו: "הוא ציר סימטריה"
6. כל קוטר הוא ציר סימטריה	[373] "כל קוטר"	[365] המורה שאלה האם קוטר ספציפי הוא ציר סימטריה או שכל קוטר הוא ציר סימטריה, התלמידים ענו "כל קוטר"

טבלה 10 מראה שהתרחשה למידה, וזאת בשל השינוי בנרטיב שהובע על-ידי התלמידים מ"קיפול הקוטר ייתן רדיוס" ל"כל קוטר הוא ציר סימטריה". ראוי לומר שהשינוי שעברו התלמידים כאן הוא מנרטיב מקובל מתמטית (נרטיב 11: קיפול הקוטר ייתן רדיוס) לנרטיב מקובל אחר (נרטיב 16: כל קוטר הוא ציר סימטריה). זה בניגוד למה שראינו בקטע 1.1 שבו הנרטיב של התלמידים השתנה מנרטיב לא מקובל (נרטיב 1: הקוטר אינו מיתר כי הוא עובר במרכז המעגל) לנרטיב מקובל מתמטי (נרטיב 6: הקוטר הוא מיתר).

דיון

במחקר הנוכחי הועלו ארבע שאלות מחקר, חלקן נוגעות למורה וחלקן לתלמידים. התשובות לשאלות המחקר הוצגו בפרק הממצאים, ולכן בפרק הדיון ננסה לקשור בין העובדה שהצבענו עליה בפרק הממצאים, כי התרחש שינוי בנרטיבים של התלמידים, כלומר התרחשה למידה, ולהראות כיצד השגרות של המורה שירתו את התהליך שהתרחש. חשוב לציין שאמנם כדי לוודא שאכן התרחשה למידה יש להמשיך ולבדוק את הנרטיבים המקובלים על התלמידים גם בהמשך, כלומר, האם השינוי שנעשה הוא לטווח ארוך ומתקיים גם בהיעדר מומחה המנהל את הדיון.

בתת-קטע ראשון (קטע 1.1) שהיה בנושא "הקוטר הוא מיתר" השגרות של המורה היו שאילת שאלות הכוונה, שאילת שאלות כאשר התלמיד נותן תשובה לא נכונה, חזרה על דברי התלמיד, שימוש במתווכים ויזואליים, חזרה על מושגים שנלמדו קודם, עידוד כאשר התלמיד נותן תשובה נכונה. במיוחד, השגרות המרכזיות (בעלות מספר הופעות גדול יחסית) בקטע זה היו: שאלת שאלות וחזרה על דברי התלמידים. כאמור, בתת-מקטע זה התרחש שינוי בנרטיב של התלמידים מנרטיב לא מקובל (הקוטר אינו מיתר כי הוא עובר במרכז המעגל) לנרטיב מקובל (קוטר הוא מיתר שעובר במרכז המעגל). אפשר לטעון כי שגרות אלו אפשרו שינוי הנרטיבים של התלמידים לקראת הנרטיבים של המורה. תרומת השגרה "חזרה על דברי התלמידים" (Re-voicing) מצוינת על-ידי או'קונור ומייקלס (O'Connor & Michaels, 1993). החוקרים (שם) הראו שלחזרה על דברי התלמידים שתי תרומות עיקריות: הקלה בלמידה ומתן מעמד חברתי.

בתת-קטע שני (קטע 1.2) שהיה בנושא "הקוטר כציר סימטריה" השגרות של המורה היו שאילת שאלות הכוונה, שימוש במתווכים ויזואליים, פנייה ספציפית לתלמיד, עידוד כשהתשובה נכונה, חזרה על דברי התלמידים. במיוחד, השגרות המרכזיות בקטע זה היו שימוש במתווכים ויזואליים, שאילת שאלות, פנייה ספציפית לתלמיד. כאמור בתת-מקטע זה התרחש שינוי בנרטיבי התלמידים המתמטיים מ"קיימים מיתרים באורכים שונים" ל"קוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל". אפשר לטעון ששגרות אלה יחד עם הנרטיבים המקובלים שנאמרו על-ידי המורה אפשרו את השינוי אצל התלמידים. על תרומת שימוש במתווכים ויזואליים דיווח הרכבי (Arcavi, 2003). החוקר מדגים את התפקידים השונים והעשירים ששימוש במתווכים ויזואליים יכול לשרת. על תרומת שימוש המורה בפעולות מילוליות או לא מילוליות על תהליך הלמידה מדווח גורהם (Gorham, 1988). מבחינה אחרת, פרימיר והאוסר (Frymier & Houser, 2000) הראו שהתלמידים רואים בתמיכה באגו (שמקבילה לפנייה ספציפית לתלמיד) וביכולת המורה לנהל קונפליקטים (שמקבילה לשימוש המורה בשאילת שאילות) כחשובים ביותר להוראה יעילה.

בקטע 2, שהיה בנושא "הקוטר כציר סימטריה" אכן התרחשה למידה, אבל באופן שונה. בכל קטע מהקטעים הקודמים הנרטיבים של התלמידים היו בתחילה לא מקובלים, אבל כאן המצב הוא אחר. הנרטיבים של התלמידים היו מקובלים (קיפול הקוטר ייתן רדיוס) והשינוי שהתרחש אצלם הוא מנרטיב מקובל (קיפול הקוטר ייתן רדיוס) לנרטיב מקובל אחר (הקוטר הוא ציר סימטריה). שגרות המורה בקטע זה היו עידוד, שאילת שאלות הכוונה, שאילת שאלות סיכום, חזרה על דברי התלמיד. השגרה המרכזית בקטע זה היא שאילת שאלות הכוונה. כאמור, המורה מבטאת נרטיבים מתמטיים מקובלים (טבלה 10). אפשר לטעון כי שגרות אלה עם הנרטיבים המקובלים אפשרו את השינוי אצל התלמידים לקראת הנרטיבים המקובלים של המורה.

אפשר לומר כי למורה יש שלושה סוגים של שיח שאנחנו משערים שתרמו לתהליך הלמידה. איור 1 מבהיר את הכוונה שלנו.

איור 1: שיח של מורת המתמטיקה בכיתה[1]

מחקרים אחרים ניסו לבדוק את השפעת פעולות פדגוגיות שונות על תהליך הלמידה. אחד המחקרים האלה הוא של ליפויסקי ואחרים (Lipowsky et al., 2009). מחקר זה בוחן כיצד שלושה ממדים בסיסיים של הוראה איכותית שהם הפעלה קוגניטיבית, אקלים תומך וניהול הכיתה, יכולים להשפיע על התפתחות ההבנה של התלמידים למשפט פיתגורס. אחד הממצאים של מחקר זה הוא כי לניהול הכיתה ולהפעלה קוגניטיבית יש השפעות חיוביות על ההישגים במתמטיקה, ממצא שתומך בממצאי המחקר הנוכחי. במקרה שלנו, ההפעלה הקוגניטיבית התבצעה על-ידי השגרה הפדגוגית של שאילת שאלות שמאפיינת את המורה בשיעור שניתחנו. האקלים התומך וניהול הכיתה מתחברים עם שגרות פדגוגיות שונות שמאפיינות את השיח של המורה בשיעור שניתחנו: פנייה ספציפית לתלמיד, חזרה על אמירות התלמידים, עידוד כאשר התשובה נכונה ושגרות אחרות. כך יהיה אפשר לטעון כי שימוש בשגרות פדגוגיות ספציפיות (כמו השגרות שמצאנו) יתרום לתהליך למידת התלמידים מבחינה קוגניטיבית ומבחינה הישגית. במחקר זה זיהינו מספר שגרות שונות שתומכות בלמידת התלמידים ומשנות את הנרטיבים המתמטיים שלהם. אפשר להמשיך במחקרים שונים ולמצוא שגרות אחרות שתומכות בצורה דומה בלמידת התלמידים את המתמטיקה.

מתוך מחקר זה עולה השאלה: האם יהיה מומלץ לבנות מודלים פדגוגיים שונים, ולבחון באמצעות שתי התאוריות (קומוגניציה ו-SFL) את תהליכי הלמידה שמתרחשים בהשפעת כל מודל, ובסופו של דבר להמליץ או לא להמליץ על המודל שנבנה? אנחנו גם מציעות לעשות ניתוח של שיח מתמטי בנושאים מתמטיים שונים, לזהות האם קיימים נרטיבים מתמטיים שמעכבים את קיום הלמידה בכל נושא ונושא ולאפיינם. במחקר זה ראינו אפשרות ליישום התאוריה הקומוגניטיבית של ספרד (Sfard, 2008) כדי לזהות עדויות ללמידה ולאפיין את התהליך המביא לכך, ובפרט שאפשר לזהות עדויות ללמידה על-פי

---

1. *Elements of Teacher vector set 05*. Retrieved from http://freedesignfile.com/13532-elements-of-teacher-vector-set-05/

שינוי באחד (או יותר) ממאפייני השיח של הלומדים. במקרה זה התמקדנו בנרטיבים המתמטיים של התלמידים. אפשר להסיק גם כי התאוריה הקומוגניטיבית של ספרד והתאוריה הבלשנית של האלידי מספקות עדשה רחבה מאוד באמצעותה אפשר לחקור את המרכיבים וההיבטים השונים של השיח המתמטי – במקרה שלנו חקרנו שגרות ונרטיבים בתוכן ובפדגוגיה.

רשימת מקורות

ויגוצקי, ל' (2006). **חשיבה ודיבור** (ב' קוטיק-פרידגוט ב', עורכת, ר' גילבאום, מתרגמת). ירושלים: מאגנס.

טבח, מ' ונחליאלי, ט' (2014). מאפייני השיח המתמטי הכיתתי של סטודנטיות להוראה: המקרה של הקורס 'פונקציות וגרפים'. **מעוף ומעשה במכללת אחוה, 16**, 43-67.

נחליאלי, ט' ורגב, ח' (2009). **אירועים מעודדי למידה וחשיבה ואירועים בולמי למידה וחשיבה בשיעורי מתמטיקה** (דו"ח מחקר שהוגש למכון מופ"ת). תל-אביב.

רגב, ח' ושמעוני, ש' (2005). השיחה המתמטית – שיח אחד או יותר? **על"ה, 34**, 35-43.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational studies in mathematics, 52*(3), 215-241.

Ben-Yehuda, M., Lavy, H., Linchevski, L., & Sfard, A. (2005). Doing wrong with words: What bars students' access to arithmetical discourses. *Journal for Research in Mathematics Education ,36*(3), 176-247.

Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children’s concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education, 3*0(2), 192-212.

Daher, W., Swidan, O., & Shahbari, J. (2015). Discursive positionings and emotions in a small group's learning of geometric definitions. In K. Krainer & N. Vondrov´a (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 9)* (pp. 1160-1166). Prague, the Czech Republic.

Frymier, A. B., & Houser, M. L. (2000). The teacher-student relationship as an interpersonal relationship. *Communication Education, 49*(3), 207-219.

González, G., & DeJarnette, A. F. (2013). Geometric reasoning about a circle problem. *Mathematics Teacher, 106*(8), 586-591.

Gorham, J. (1988). The relationship between verbal teacher immediacy behaviors and student learning. *Communication education, 37*(1), 40-53.

Halliday, M. A. K. (1978). Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning. London: Edward Arnold.

Halliday, M. A. K., & Matthiessen, C. M. I. M. (2004). *An introduction to functional grammar* (3rd ed.). London: Arnold.

Lipowsky, F., Rakoczy, K., Drollinger-Vetter, B., Klieme, E., Reusser, K., Pauli, C. (2009). Quality of geometry instruction and its short-term impact on students' understanding of the Pythagorean Theorem. *Learning and Instruction, 19*(6), 527-537.

Martin, J. R., & Rose, D. (2005). *Working with discourse: Meaning beyond the clause* (Rep.). London: Continuum.

Mehdiyev, R. (2009). Exploring students’ learning experiences when using a Dynamic Geometry Software (DGS) tool in a geometry class at a secondary school in Azerbaijan (Unpublished master's thesis). Universiteit van Amsterdam, The Netherlands.

Neel-Romine, L. E., Paul, S., & Shafer, K. G. (2012). Get to know a circle. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(4), 222-227.

O'Connor, M. C., & Michaels, S. (1993). Aligning academic task and participation status through revoicing: Analysis of a classroom discourse strategy. *Anthropology and Education Quarterly, 24*(4), 318-335.

Oladosu, L. (2014). *Secondary school students’ meaning and learning of circle geometry* (Doctoral dissertation). The University of Calgary, Alberta.

Ryve, A. (2006). *Approaching mathematical discourse – Two analytical frameworks and their relation to problem solving interactions* (Doctoral dissertation). Mälardalen University, Västerås.

Ryve, A. (2007). What is actually discussed in problem-solving courses for prospective teachers? *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*(1), 43-61.

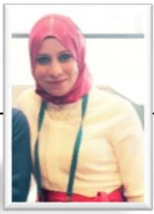
Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal of the Learning Sciences, 16*(4), 565-613.

Sfard, A. (2008). Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing. New York: Cambridge University Press.

Tabach, M., & Nachlieli, T. (2011). Combining theories to analyze classroom discourse: A method to study learning processes. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2524-2548). University of Rzeszów, Poland.

Tabach, M., & Nachlieli, T. (2016). Communicational perspectives on learning and teaching mathematics: prologue. *Educational Studies in Mathematics, 91*(3) 299-306.

Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teacher’s role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of educational research, 78*(3), 516-551.



אחלאם ענאבוסי

בוגרת תואר ראשון בהוראת מתמטיקה ומחשבים במכללת אלקאסמי. בוגרת תואר שני בחינוך מתמטי באוניברסיטת תל-אביב. מורה למתמטיקה ולמחשבים בבית ספר יסודי במחוז צפון. עוסקת בפיתוח אתרים העוזרים למורי המתמטיקה אשר כוללים חומרי לימוד וכלים טכנולוגיים חינוכיים. עוסקת גם בהדרכת סטודנטים ופרחי הוראה לשילוב כלים דיגיטליים ייחודיים בהוראה. בעלת ניסיון מחקרי של חמש שנים.

פרופ׳ מיכל טבח

חברת סגל בכיר באוניברסיטת תל-אביב בחוג לחינוך מתמטי, מדעי וטכנולוגי. במחקריה היא עוסקת בין השאר בסוגיות העולות מתוך שילוב טכנולוגיה בהוראה ולמידה של מתמטיקה ובהתפשטות ידע מתמטי בכיתה. מיכל חוקרת באמצעות גישת המחקר התקשורתית זה כעשור.