משה סטופל

משימות ושעשועי מתמטיקה
כאמצעי ליצירת הנעה והשבחת לימודי המקצוע

תקציר

משימות, חידות ושעשועי מתמטיקה, משמשים ככלי ליצירת הנעה, גיוון והשבחת הוראת המקצוע. במאמר מוצגות 8 משימות שונות שאינן דורשות ידע רב במתמטיקה, ומשמשות כאתגרי חשיבה לתלמידים, החל מהכיתות הגבוהות בבית-הספר היסודי ואף למבוגרים.

לרוב המשימות הוצגו פתרונות (ניתן למצוא גם פתרונות אחרים), המציגים את יופיה של המתמטיקה.

המשימות המוצגות במאמר מתאימות לשילוב במהלך שיעורי המתמטיקה, בשיעורי מילוי מקום, בחוגי מדע ואף לעיסוק בזמן הפנוי.

הקדמה

מאות שנים משמשים חידות, תשבצים ובעיות שונות, אתגרים אינטלקטואליים.

בעידן הנוכחי התמודדות עם חידונים למיניהם מונעת בצורה דרסטית על-ידי הבטחת פרסים יקרי ערך והטבות כלשהן, במסגרת מבצעי פרסום מטעם חברות שיווק ונותני חסות באמצעות כלי התקשורת: הכתובה, המילולית והחזותית. כך הולך ומתרחב קהל היעד והמתמודדים, במקביל לגיוון הסגנונות, הנושאים, התחומים, וכן היופי ועומק החידות.

האדם סקרן מטבעו, ויש לו הנכונות וההנאה להתמודד באופן עצמאי או תחרותי עם אתגרים שונים. הניסיון הנרכש בהתמודדות תורם לפיתוח החשיבה והעמקתה ובכך מעניק כלים ומתווה דרך ללימוד תחומי דעת שונים.

לימודי המתמטיקה הם דוגמא קלאסית לתחום לימודי מובנה, המבוסס על פתרון בעיות ותרגילים ברמות שונות של חשיבה, תוך יישום ידע וביצוע אנליזה מעמיקה.

שימוש בחידות, שעשועונים ומשחקי מתמטיקה, נוסה במסגרות שונות של לימוד המקצוע. ראוי לציין, שפרט לעובדה שהם תורמים לגיוון והעשרה של תהליך ההוראה, הם מעוררים עניין רב בקרב התלמידים ומקצתם מצטרפים לחוגים של שוחרי מתמטיקה וחובביה, ואף נעשים "מכורים" לפתרון חידות ושעשועונים.

תארנים: *חידות, שעשועי מתמטיקה, גיוון הוראת מתמטיקה*

במהלך פתרון החידות והשעשועונים מתגלות יכולות שונות של תלמידים: חשיבה מקורית, יצירתיות, חשיבה אינטואיטיבית, אופן חשיבה המשלב תחומים שונים ופיתוח דרכי פתרון לא-קונבנציונליות. ההתמודדות עם חידות ובעיות מסייעת לגלות. את העושר, היופי והחכמה הגלומים במתמטיקה.

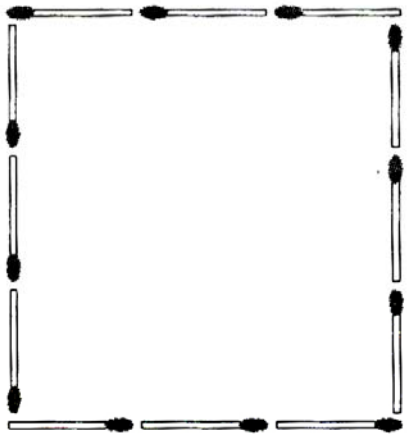
ישנם מקורות רבים לחידות, לשעשועים ומשחקי המתמטיקה, בהם ספרים ייחודיים, חוברות ועלונים, גליונות מתמטיקה ומדורים מיוחדים בעיתונים ובשבועונים (1-8).

בידי מורים ותיקים ומנוסים, אוצר בלום של חידות ובעיות ייחודיות שנוסו בהצלחה ותרמו להשבחת ההוראה. הניסיון מלמד שהכנסת חידות ומשחקים לשיעורי מילוי-מקום, גורמת להפעלה פעילה של מרבית התלמידים בכיתה, ולניצול יעיל של שיעורים אלו. לאחר מכן, התלמידים מעסיקים חברים ובני משפחה בדברים שנלמדו.

מאמר זה כולל לקט מייצג של משימות ושעשועי מתמטיקה מותאמים לרמות וגילים שונים. מצורפים להם דרכי פתרון מגוונים, רמזים והערות דידקטיות ליישום בתהליך ההוראה.

משימות ושעשועי מתמטיקה

משימה מס' 1 – סידור גפרורים (5)



ציור מס' 1

נתונים 12 גפרורים שווי-אורך היוצרים ריבוע ששטחו 9 יחידות שטח (ציור מס' 1).

יש לבנות בעזרת גפרורים אלו מצולעים בעלי היקף של 12 גפרורים ושטחיהם: 8, 7, 6, 5, 4 ו-3 יחידות שטח.

הערה: אין להשתמש בחלקי גפרורים.

כדי לבצע את החידה מחלקים לכל זוג תלמידים 12 גפרורים ומקציבים להם פרק זמן להתמודד עם דרישות השטח וההיקף.

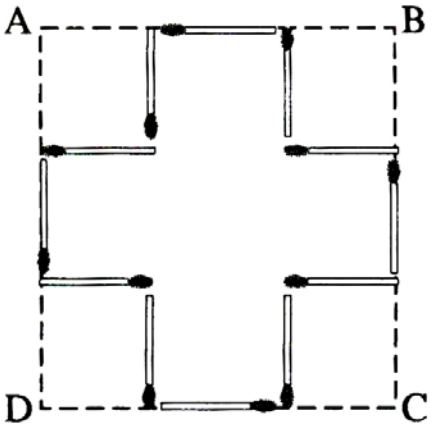
הכנת מצולע בעל 8 יחידות שטח קלה מאוד לעשייה.

בריבוע המקורי מעבירים פנימה גפרורים מאחת הפינות (ציור מס' 2 – פינה A).

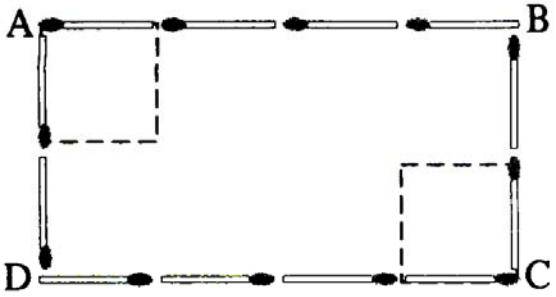
מצולע בעל 7 יחידות שטח מקבלים על-ידי אותה פעולה בפינה אחרת (ציור מס' 2 – פינה B).

ניתן להמשיך באותה פעולה בפינות C ו-D וכך מקבלים מצולעים בעלי 6 ו-5 יחידות שטח.

קיימת גירסה אחרת לקבלת מצולע בעל 8 יחידות שטח (ציור מס' 3) על-ידי העברת 2 גפרורים בפינות נגדיות (A ו-C) ניתן לקבל מצולעים של 7 ו-6 יחידות שטח.



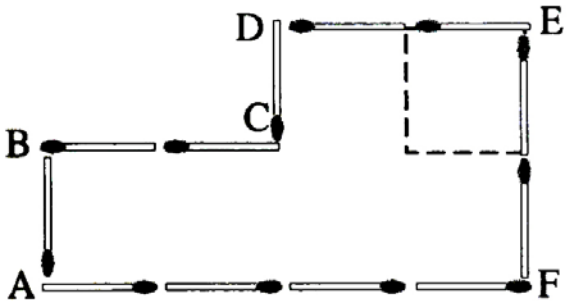
ציור מס' 2



ציור מס' 3

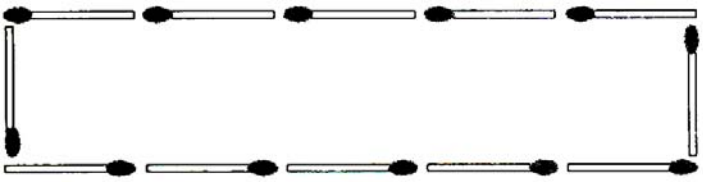
למצולע של 6 יחידות שטח ישנה גירסה שלישית (ציור מס' 4). באמצעות העברת 2 גפרורים פנימה מאחת הפינות D או E או F מתקבל מצולע של 5 יחידות שטח.

למצולע של 5 יחידות שטח ישנן עוד מספר אפשרויות כפי שנראה בציורים 5 ו-6.



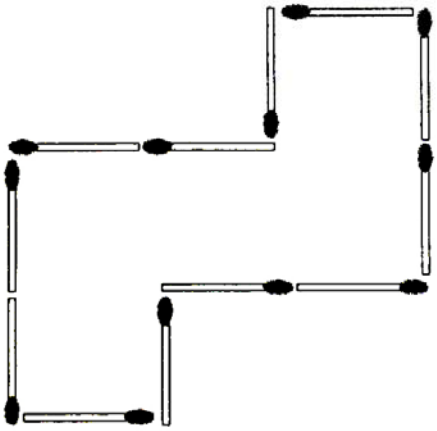
ציור מס' 4

כפי שרואים יצירת מצולעים בעלי שטחים של: 8, 7, 6, ו-5 יחידות שטח אפשר לבצע בקלות, שכן כל מצולע מורכב מריבועים או מלבנים.



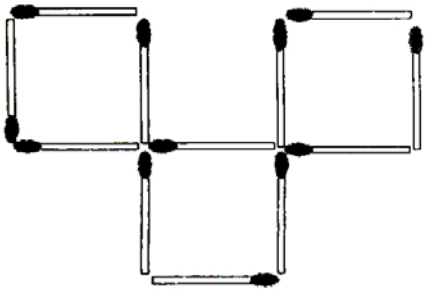
ציור מס' 5

יצירת מצולעים בעלי 4 ו-3 יחידות שטח מסובכת, וזאת בשל הדרישה להשתמש בכל 12 הגפרורים.

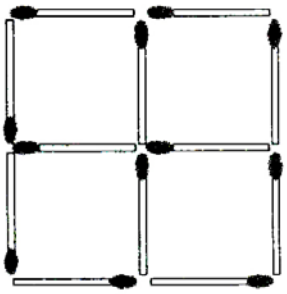


ציור מס' 6

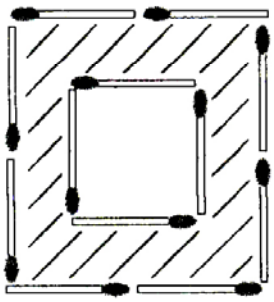
תלמידים מנסים להתחכם על-ידי יצירת מצולע המורכב מתת מצולעים, כפי שניתן לראות בציורים מס' 7 א'-ג', או על-ידי הנחת 2 גפרורים על אותה צלע כדי להתגבר על הגפרורים העודפים. במקרה זה, מביעים הערכה לרעיון אך פוסלים אותו בטענה שהוא מנוגד לדרישה המקורית: בניית מצולע יחיד מ-12 גפרורים.



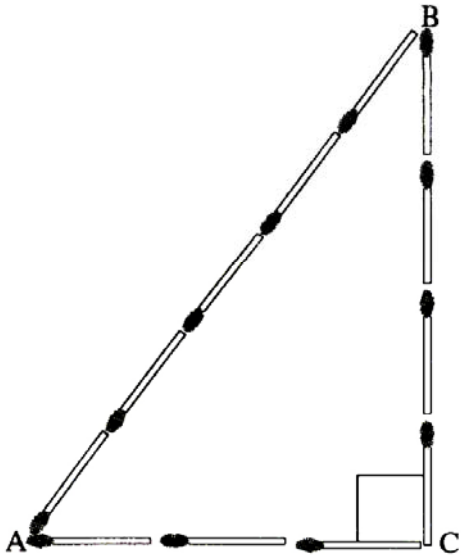
ציור מס' 7 ג'



ציור מס' 7 ב'



ציור מס' 7 א'



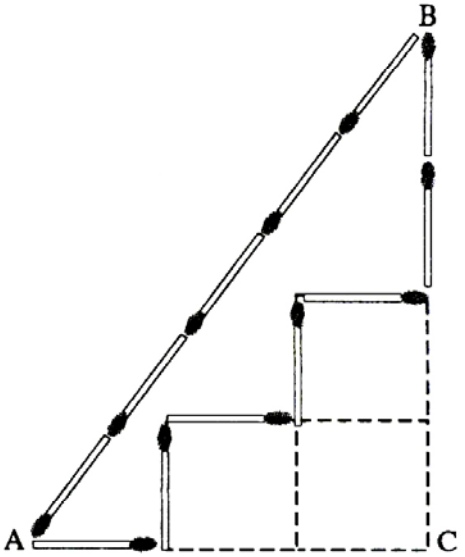
ציור מס' 8

נסיונות של תלמידים לבצע מצולעים המבוססים על משולשים שווי-צלעות נתקלים בקשיים משום שהשטח כולל את הגורם 3 $\sqrt{\ }$. (כיצד, בכל זאת, ניתן להשתמש במשולש ש"צ)

בשלב זה כשהתלמידים עומדים "להרים ידיים" מציגים את הסידור הנראה בציור מס' 8.

זאת הזדמנות להציג את הנושא של שלישיות פיתגוריות ובמיוחד את שלישיה 5, 4, 3 בקשר למשולש ישר-זווית.

מאחר שמדובר במשולש ישר-זווית מוצאים ששטח המצולע המופיע בציור מס' 8 הוא 6 יחידות שטח ועל-ידי הכנסה פנימה גפרורים בקדקוד C מקבלים מצולעים ששטחיהם 5, 4, 3 יחידות שטח כפי שנראה בציור מס' 9.



ציור מס' 9

משימה מס' 2 – קבלת 1000 ע"י חיבור ספרות זהות (1).

נתונות שמונה ספרות זהות. יש לרשום ביניהן את סימני ארבעת פעולות החשבון וסוגריים, בעת הצורך, כדי לקבל את התוצאה 1000.

הערה: ניתן לצרף כמה ספרות יחד.

להלן דוגמאות אחדות:

א. 888 + 88 + 8 + 8 + 8 =1000.

ב. 3 • 333 + (3+3) : (3+3) =1000

ג. (5+5) • (5+5) • (5+5) + 5 - 5 =1000

ד. (6666-666) : 6 =1000

ה. 999 + 9 : 9 + (9-9) • 9=1000

ו. 77 • (7 + 7 - 7 : 7) - 7 : 7 =1000

מתברר, שתלמידים מוצאים עשרות אפשרויות שונות. ביצוע המשימה מאפשר תרגול בפעולות חשבון והפעלת דרכי חשיבה למציאת פתרונות מקוריים.

ניתן להגדיל את מספר האפשרויות על-ידי הוספת פעולות חזקה והוצאת שורש כברוגמאות האלה:

ז. $\sqrt{99 + 9 : 9} \cdot (99 + 9 : 9) = 1000$

ח. $(4 \wedge 4 - 4 - \sqrt{4}) \cdot 4 + (4 - 4) : 4 = 1000$ ($\wedge$ – סימן חזקה)

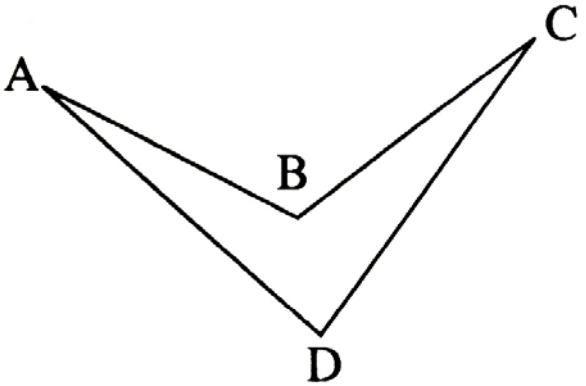
ט. $2 \wedge [(22 - 2) : 2] - 22 - 2 = 1000$

י. $1 \cdot 1 \cdot (11 - 1) \wedge (1 + 1 + 1) = 1000$

משימה מס' 3 – חלוקת שטחים

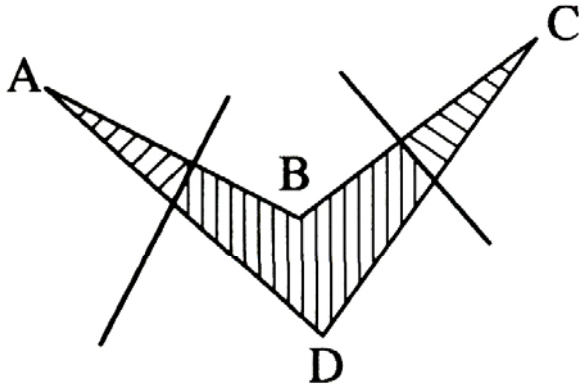
רוב החידות בתחום זה, עוסקות בחלוקת שטח לשטחים חופפים. לצורך הפיקנטיות משלבים ברקע חידות וסיפורים, כגון: השטח המיועד לחלוקה ניתן בירושה לאחים מספר, ובצוואה נאמר חלוקה שווה של הרכוש בין האחים.

כדי לשפר את היופי ולגוון את החידות, משלבים בשטח המיועד לחלוקה: עצים, פרחים, מקורות מים, מספרים (לוח השעון) או דברי מתיקה (צימוקים או דובדבנים בציור של עוגה) ודורשים שהחלוקה תהיה שווה גם בעצמים שפוזרו בשטח.



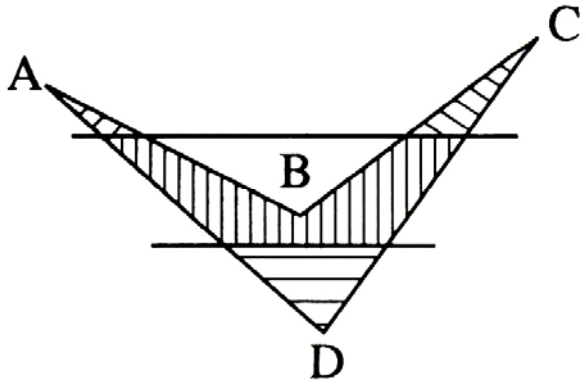
ציור מס' 10

במשימה הנוכחית יש לחלק על-ידי שני קווים ישרים, מצולע קעור בעל 4 צלעות, למספר מסוים של שטחים, ללא חובה של חפיפה או שיוויון בינהם (ציור מס' 10).



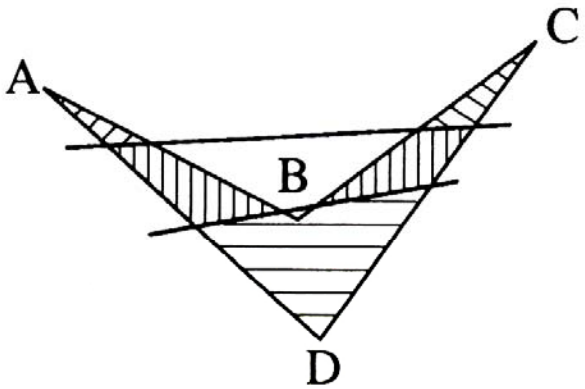
ציור מס' 11 א'

בדרך כלל תלמידים עוסקים במצולעים קמורים, ועל-כן המשימה של תרגיל זה, היא הזדמנות להגדיר את המצולע הקעור כמצולע שבו לפחות אחת מהזוויות הפנימיות היא מעל ל-180^0.



ציור מס' 11 ב'

כדי להגביר את הקושי, ועל-ידי כך לפתח מיומנויות חשיבה למציאת פתרון, הדרישה לחלוקת המצולע תינתן בצורה מדורגת:



ציור מס' 11 ג'

א. לשני שטחים.
ב. לשלושה שטחים.
ג. לארבעה שטחים.
ד. לחמישה שטחים.
ה. לשישה שטחים.

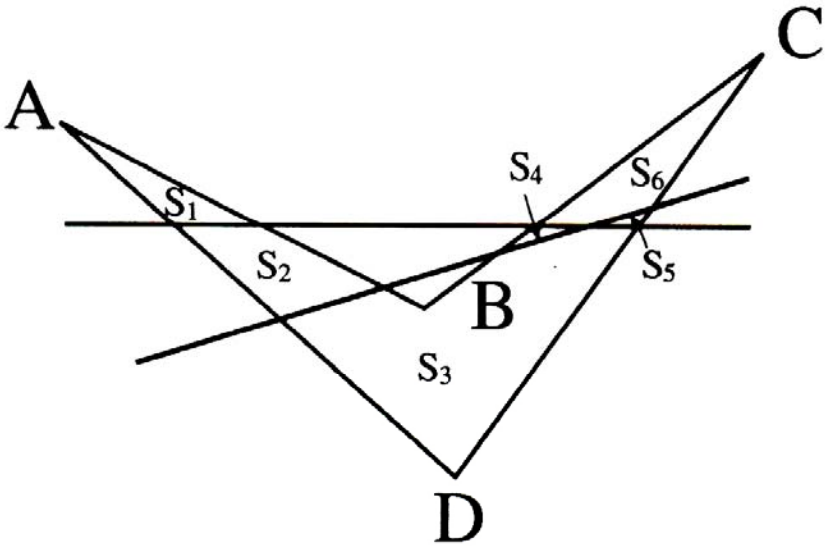
חלוקת השטח לשני חלקים אפשרית רק על-ידי העברת שני קווים מתלכדים או אחד שעובר בתוך המצולע והשני מחוצה לו (או דרך אחד מקדקודיו מבלי לעבור בתוכו). המשמעות של פתרונות אלו היא, חלוקת המצולע על-ידי קו אחד בלבד.

הפתרונות לסעיפים ב'-ד' פשוטים ומתוארים בציורים 11 א'-ג'.

הערות:

1. חלוקה ל-3 שטחים (ציור מס' 11 א') אפשרית גם על-ידי ישר יחיד העובר אופקית בתוך המצולע דרך קדקוד B, או מעליו.
2. לחלוקת המצולע ל-4 שטחים קיימות אפשרויות נוספות וניתן לבקש מהתלמידים לגלות אותן.

המשימה הקשה היא חלוקת השטח ל-6 חלקים. פתרון החידה אפשרי בתנאי ששני הישרים נחתכים בתוך המצולע כפי שנראה, בציור מס' 12.



ציור מס' 12

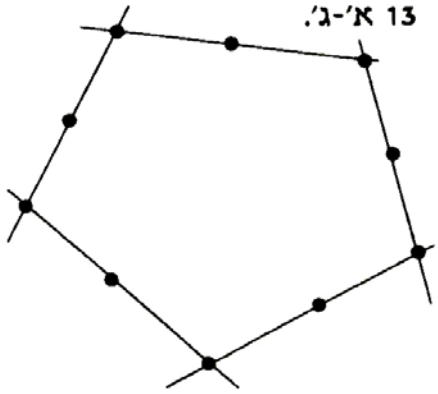
משימה מס' 4 – קווים ונקודות

יש לצייר את הצורה הגיאומטרית המורכבת מ-5 קווים ו-10 נקודות על-פי הדרישות האלה:

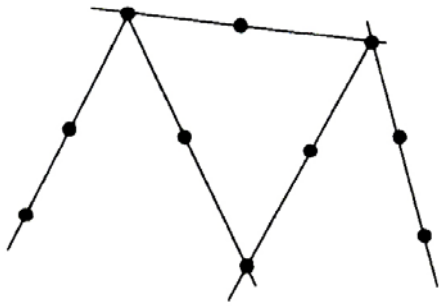
א. כל קו עובר דרך 3 נקודות.

ב. כל קו עובר דרך 4 נקודות.

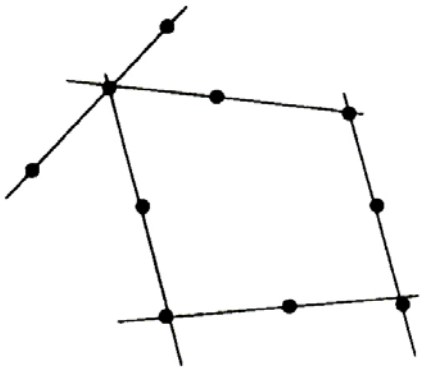
פתרון התרגיל בסעיף א' הוא פשוט, קיימים פתרונות מספר לביצוע המשימה כמודגם בציורים: 13 א'-ג'.



ציור מס' 13 א'



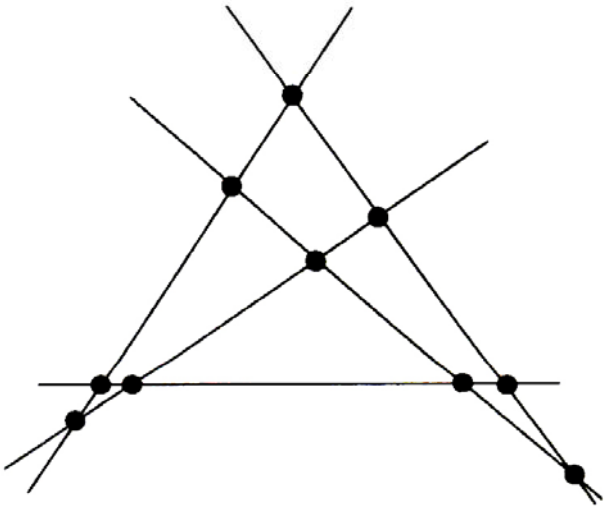
ציור מס' 13 ב'



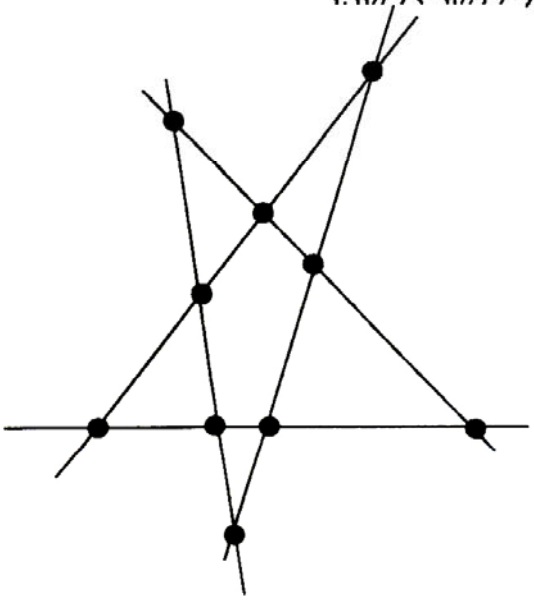
ציור מס' 13 ג'

סעיף ב' מחייב 4 נקודות על כל ישר. ניתוח קצר של הבעיה מראה שהדבר אפשרי בתנאי שלכל 2 ישרים תהיה נקודה משותפת – נקודת החיתוך (10 נקודות = $C\frac{2}{5}$). כלומר כל ישר נחתך על-ידי ארבעת הישרים האחרים – מצב שבו שום ישר אינו מקביל לישר כלשהו.

נציג 2 פתרונות:



ציור מס' 14 א'



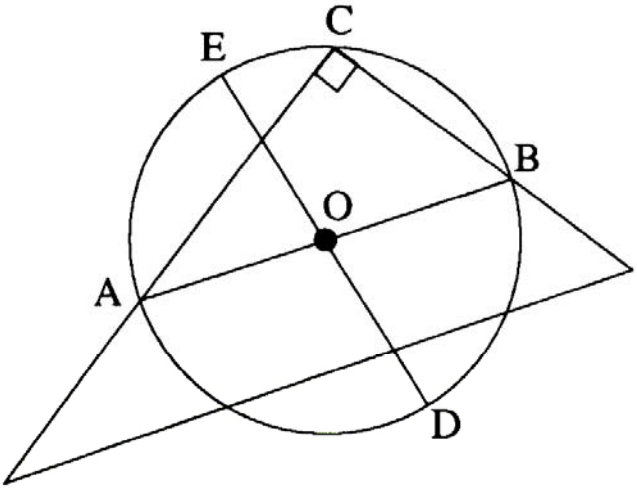
ציור מס' 14 ב'

ציור 14 ב' הוא למעשה שינוי ציור 13 א' בכך, שכל הנקודות שהיו ב"מרכז" הישרים הועתקו לנקודות המפגש של המשכי הישרים. הצורה שהתקבלה בציור ב', נקראת "כוכב". אם הציור בנוי על מחומש מרכזי משוכלל, אזי זווית הראש של המשולשים שווי-השוקיים היא 36°.

משימה מס' 5 – מציאת מרכז המעגל (4)

יש למצוא את מרכזו של מעגל בעזרת עיפרון ומשולש שרטוט סרגלי ישר-זווית, חסר שנתות. אין להשתמש באמצעי-עזר אחרים כגון: סרגל בעל שנתות, מחוגה, מד-מעלות.

תיאור הפתרון



ציור מס' 15

הפתרון של תרגיל זה פשוט ביותר. מניחים את המשולש על המעגל כשקדקוד הזווית הישרה מונח על אחת מנקודות המעגל C (ציור מס' 15). בעזרת עיפרון מעבירים שני מיתרים ניצבים, החותכים את המעגל בנקודות B-A. בעזרת אחת מצלעותיו של המשולש, מעבירים את הישר AB שהוא קוטר במעגל, משום שהזווית ההיקפית הנשענת עליו ישרה.

בשלב השני, בוחרים נקודה אחרת על המעגל להצבת קדקוד הזווית הישרה של המשולש, וחוזרים על התהליך הקודם כך שמתקבל קוטר נוסף ED. נקודת החיתוך של שני הקטרים היא מרכז המעגל המבוקש O.

המשימה הנ"ל, הינה יישום בדרך ייחודית של משפטים פשוטים ועקרונות הנדסיים, שנלמדו במסגרת הכיתה.

מבחינה דידקטית, עם מציאת הפתרון על-ידי התלמידים, או הצגתו על-ידי המורה, אפשר לשאול את התלמידים אם דרך הפתרון תלויה בגודל הזוויות החדות של המשולש הסרגלי (בשוק קיימים סרגלים משולשים בעלי זוויות 90^0, 60^0, 30^0, או 90^0, 45^0, 45^0).

כהמשך לתרגיל, לאחר מציאת מרכז המעגל, ניתן לבקש מהתלמידים לצייר בעזרת אותם אמצעי-עזר: ריבוע חסום במעגל וריבוע החוסם את המעגל הנתון.

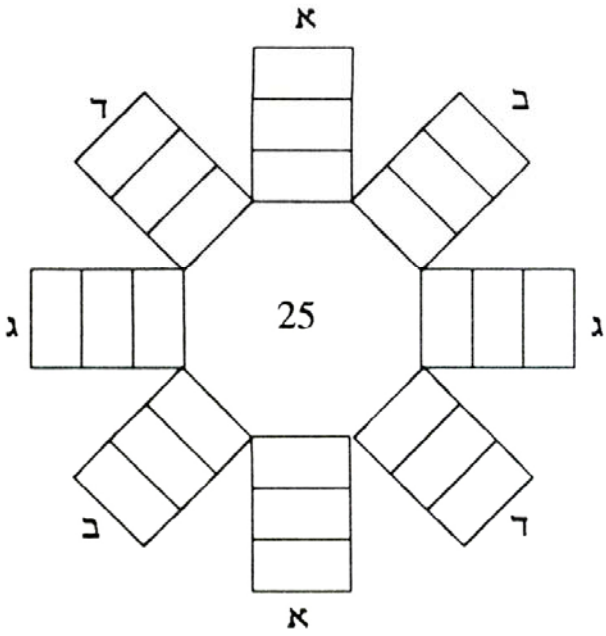
כמו-כן אם הסרגל הוא בעל זוויות של 90^0, 60^0, 30^0, ניתן בעזרת אותם עזרים לצייר משולשים שווי-צלעות החסומים או החוסמים את המעגל הנתון.

משימה מס' 6 – איזון מספרים בשיבוץ (2)

משימות של איזון מספרים, בדומה להשלמת ריבועי-קסם, מבוססות על העיקרון שלפיו יש לשבץ מספרים שונים נתונים לאורך נתיב מסוים, כך שלאורך כל הנתיבים המופיעים במשימה יתקבל אותו סכום.

דוגמא למשימה כזו, הוא המתומן המשוכלל שעל כל צלע שלו בנויות 3 משבצות, סה"כ 24 משבצות (ציור מספר 16). במרכז המתומן מופיע המספר 25. יש למלא את המשבצות במספרים שלמים מ-1 עד 24 מבלי לדלג על מספר כלשהו ומבלי לחזור על מספר כלשהו, יותר מפעם אחת, באופן שסכום כל נתיב (א-א, ב-ב, ג-ג, ד-ד) – כולל המספר 25 שבמרכז המתומן – יהיה 100.

מאחר שסכום כל סדרה הוא גודל קבוע ונתונים המספרים מ-1 עד 24 (כולל), הרי שבהפעלת אסטרטגיה פשוטה של צירוף מספר גדול עם המספר הקטן המקביל לו, ניתן לשמור על איזון בשיבוץ המספרים.



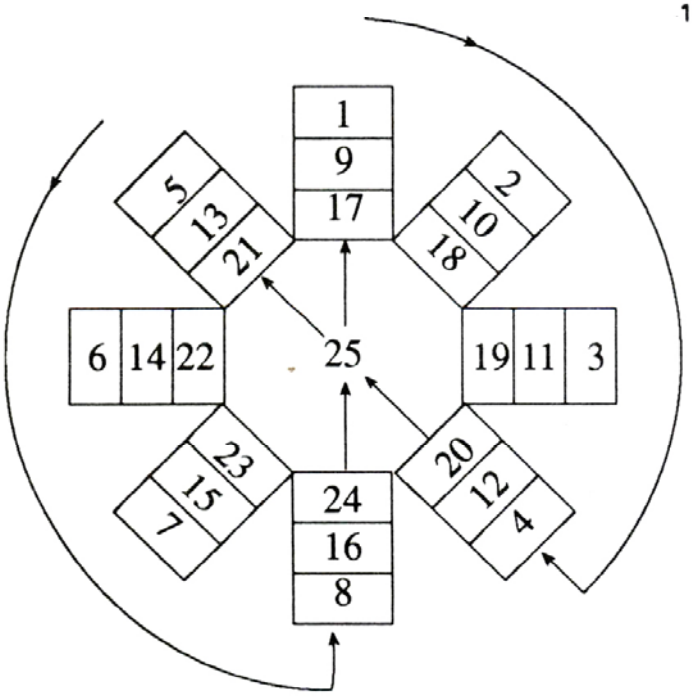
ציור מס' 16

תהליך השיבוץ דומה לשאלה שניתנה לתלמיד בכיתות היסוד, שכבר שלט בארבע פעולות החשבון: מהו סכום 100 המספרים הטבעיים הראשונים (100, 99...3, 2, 1)?

פתרון השאלה הוא פשוט. מחברים זוגות מספרים באופן שהסכום של כל זוג הוא 101 ונותרה פעולת הכפל 50X101 למציאת הסכום.

(1	100)
(2	99)
(3	98)
.	.
.	.
.	.
(49	52)
(50	51)

אותו עיקרון מופעל בשיבוץ המספרים במתומן כפי שרואים בציור מס' 17. החיצים מראים את הנתיב המעגלי של שיבוץ המספרים.



ציור מס' 17

ניתן לשנות את בעית שיבוץ המספרים במתומן, משיבוץ מעגלי לשיבוץ קווי בכל נתיב בנפרד, כמודגם בסכמה שלהלן.

נתיב א-א	22 23 24	25	1 2 3
נתיב ב-ב	19 20 21	25	4 5 6
נתיב ג-ג	16 17 18	25	7 8 9
נתיב ד-ד	13 14 15	25	10 11 12

ניתן לחבר חידות דומות המבוססות על אותו רעיון.

משימה מס' 7 – מילוי ריבועי-קסם (2)

התכונה המיוחדת של ריבוע-קסם היא, שסכום המספרים בכל אחת מהשורות ובכל אחת מהעמודות וכן בכל אחד משני האלכסונים הראשיים הוא גודל קבוע. בדרך כלל ממלאים את ריבוע-קסם במספרים הטבעיים הראשונים. אם ריבוע-קסם הוא בן 9 משבצות, מופיעים בו המספרים מ-1 עד 9, באופן ששום מספר אינו מופיע בו יותר מפעם אחת. כנ"ל לגבי ריבוע של 4X 4 שמשובצים בו המספרים מ-1 ועד 16. הוא הדין לגבי ריבועי-קסם גדולים יותר.

למציאת הסכום הקבוע של כל עמודה או שורה או אלכסון ראשי, יש להכפיל את מספר השורות בממוצע החשבוני של המספר הקטן ביותר והמספר הגדול ביותר (מדוע?).

בהתאם לכך הסכומים הקבועים בריבועי-הקסם הקטנים הם כדלקמן:

ריבוע	3X3	הסכום 15
ריבוע	4X4	הסכום 34
ריבוע	5X5	הסכום 65
ריבוע	6X6	הסכום 111
ריבוע	7X7	הסכום 175

השלמת המספרים החסרים בריבוע-קסם של 3X3 היא משימה פשוטה, וזאת מתוך ידיעת הסכום הקבוע והמספרים הנותרים לשיבוץ.

		3
1		8
	2	

בריבוע של 4X4, כפי שנראה בציורים מס' 18 א'-ב', המשימה קשה יותר ומחייבת פתרון מערכת משוואות לינאריות רבת משתנים. ניחוש הפתרון ובדיקת נכונותו עשויים להקל על השיבוץ.

המשימה: השלמת המספרים החסרים

בריבוע-קסם

		11	
			5
8			
	10		4

ציור מס' 18 א'

הפתרון

1	6	11	16
12	15	2	5
8	3	14	9
13	10	7	4

ציור מס' 18 ב'

כדי לעקוף את טכניקת המשוואות הלינאריות קיימות טכניקות שונות לשיבוץ המספרים בריבועי-קסם. נדגים זאת תחילה בריבוע של 4X4.

בציור מס' 19 א' משובצים המספרים ברציפות שורה אחר שורה.

מסמנים במרכז ריבוע של 2X2 וארבעה ריבועים קטנים בפינותיו. מבצעים חילופי מספרים באלכסוני הריבוע הגדול וכן חילופי מספרים באלכסוני הריבועים הקטנים, ומתקבל ריבוע-קסם (ציור מס' 19 ב').

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

ציור מס' 19 א'

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

ציור מס' 19 ב'

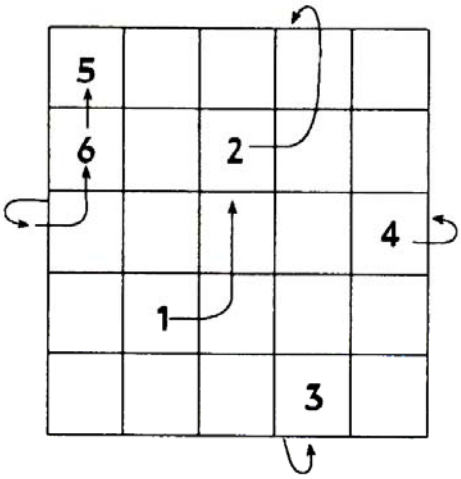
טכניקה זו טובה גם לריבוע-קסם של 4X4 ובו משובצים 16 מספרים עוקבים המתחילים במספר כלשהו.

כמו כן, ריבוע-הקסם של 4X4 ובו משובצים המספרים 16,...,3, 2, 1, אפשר תחילה לרשום בשורות ברציפות את המספרים האי-זוגיים 15,...,5, 3, 1 ולאחריהם ברציפות את המספרים הזוגיים. בעזרת טכניקת ההחלפות שהוצגה, נקבל ריבוע-קסם שבו רוב המספרים ממוקמים במקומות

אחרים בשונה מאלו שמופיעים בציור 19 ב'.

לבניית ריבועי-קסם בסדר אי-זוגי קיימת טכניקה שונה ואנו נדגים אותה על ריבוע של 5X5 בעזרת רשת המשבצות המתוארת בציור מס' 20.

להלן השלבים:



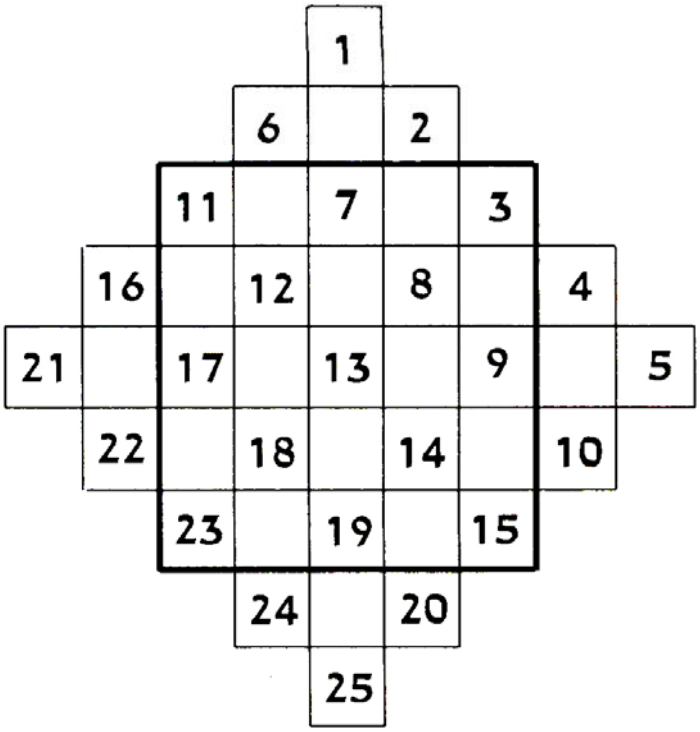
ציור מס' 20

1. יש לראות את רשת המשבצות כרשת כדורית, דהיינו, יציאה מעמודה כלפי מעלה פירושה חזרה לאותה עמודה מלמטה. כנ"ל לגבי יציאה מהשורה ימינה שפירושה חזרה לאותה שורה מצד שמאל.
2. מתחילים לשבץ את המספרים החל מהמספר הקטן בסדר עולה רצוף.
3. מיקומו של מספר 1 נקבע באופן שרירותי.
4. שיבוץ המספרים הבאים נעשה לפי **כלל הדילוג**: צעד אחד ימינה ושני צעדים מעלה תוך תשומת-לב להערה 1 שלפיה הרשת היא כדורית (יש לציין, שכלל הדילוג מתאים לתנועת הפרש על לוח השחמט).
5. כשמתקדמים בהתאם לשלבים הקודמים ומגיעים למספר 6 מתברר שלפי כלל הדילוג מקומו תפוס. כך יהיה המצב גם במספרים 11, 16, 21. במקרים אלו משבצים את המספר מתחת למספר הקודם. דהיינו 6 מתחת ל-5, 11 מתחת ל-10 וכו'. את שאר המספרים ממשיכים לשבץ לפי כלל הדילוג.
6. הכללים הנ"ל נכונים גם לגבי ריבועים בסדר אי-זוגי גבוה יותר (7X7) או 9X9) פרט לעובדה שמספר המקומות התפוסים יהיה 7 או 9 שיבוצים (בריבוע-קסם של 3X3 יש לשבץ את המספר 4 ו-7 מעל המספרים הקודמים 3 ו-6 , ולא מתחת).

לגבי ריבוע-קסם של 5X5 ישנה טכניקה נוספת ונדגים אותה בעזרת רשת המשבצות המתוארת בציור 21. משבצים את המספרים באלכסונים בסדר רצוף.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

ציור מס' 22



ציור מס' 21

בעזרת שני מישורי "מראות דמיוניות" המחברות את אמצעי צלעות הריבוע מעתיקים את המספרים החיצוניים בתמונת ראי למקומות פנויים בריבוע ומתקבל ריבוע-קסם (ציור מס' 22). חסרונה של שיטה זו היא בכך, שהמספרים משובצים במקומות קבועים בניגוד לשיטה הקודמת. אפשר להטיל על תלמידים טובים משימה של פענוח העקרונות שעליהם מבוססות השיטות הנ"ל.

משימה מס' 8 – מציאת הסכום של מספרים מוסתרים

נתונה רשת ריבועית ובה משובצים 100 מספרים כמתואר בציור מס' 23.

מציגים לתלמידים את הרשת ובה 4 משבצות אופקיות רצופות מוסתרות או 4 משבצות רצופות מוסתרות באלכסון (כמודגם בציור).

התלמידים נשאלים: מהו סכום ארבעת המספרים שהוסתרו? הרי התלמידים אינם מכירים את הטבלה!

24	7	20	3	11	24	7	20	3	11
5	13	21	9	17	5	13	21	9	17
6	19	2	15	23	6	19	2	15	23
12	25	8	16	4	12	25	8	16	4
18	1	14	22	10	18	1	14	22	10
24	7	20	3	11	24	7	20	3	11
5	13	21	9	17	5	13	21	9	17
6	19	2	15	23	6	19	2	15	23
12	25	8	16	4	12	25	8	16	4
18	1	14	22	10	18	1	14	22	10

ציור מס' 23

המורה חוזר על בשאלתו פעמים אחדות, ומדי פעם בפעם הוא מכסה ארבעה מספרים אחרים, אך ללא הצלחה. אחר-כך מתחלפים בתפקידים המורה והתלמיד. התלמיד הוא זה שמכסה את הרביעייה והמורה הוא המשיב. מובן שתשובותיו נכונות. הייתכן שמורה למד את הטבלה בעל-פה? התשובה: לא.

פתרון שאלת המורה הוא פשוט . רשת המספרים היא הצמדה של ארבעה ריבועי-קסם זהים 5X5. בשל המחזוריות של המספרים ברשת המקיפה, נוצרת תכונה מעניינת. סכום המספרים המוסתרים הוא ההפרש בין הסכום הקבוע של ריבוע-הקסם (בריבוע המודגם – 65) וערך המשבצת הגלויה שבקצה המוסתר.

בריבוע המוצג בציור מס' 23 הסכום המוסתר הוא 41 (24-65). ניתן להסתיר גם 4 משבצות באלכסון (של 45^0) ובאותה דרך אפשר לקבוע את סכום המשבצות המוסתרות.

מובן שהדבר נכון גם בהצמדת 4 ריבועי-קסם בסדר אחר.

מבחינה דידקטית רצוי שמורה יציג משימה זו על גבי שקף ויקרינה על מסך בכיתה, כך ישתף קבוצה גדולה של תלמידים במציאת הפתרון. הניסיון מלמד, כי בדרך זו התלמידים מגיעים במהירות לפתרון או לפחות מזהים את יחודיות הקומפוזיציה של ריבועי-קסם.

סיכום

רוב המשימות שהוצגו במאמר זה, מתאימות לתלמידי כיתות חטיבת הביניים ולתלמידי הכיתות הגבוהות בבית-הספר היסודי.

כמות הידע הדרושה כדי להתמודד עם המשימות מצומצמת למדי, ורק עניין, מוטיבציה, והשקעת מאמץ, מסייעים לתלמיד להתגבר על קשיים. עם ההצלחה מתעורר התיאבון ועמו ההנאה.

הניסיון לפתור משימה מתמטית מחנך את הלומד לחשיבה, ליצירתיות, להעלאת השערה, בדיקתה ואימותה. הודות להצלחתו במילוי המשימה חש הלומד תחושה של הנאה בשל העובדה שזו היצירה שלו. ההתמודדות עם המשימות מסייעת לתלמיד לרכוש מיומנויות של פתרון בעיות מתמטיות. מאחר שכל משימה מלווה בפתרון, חיוני שכל תלמיד ינסה תחילה להתמודד אתה, בטרם יעיין בפתרונות שהוצעו.

סביר להניח, שלחלק מהבעיות ימצאו התלמידים פתרונות אחרים ובכך יבליטו את יופיה של המתמטיקה.

שילוב משימות מתמטיות בתהליך ההוראה תורם משמעותית לחיבוב המקצוע על-ידי התלמידים ומגביר את הנעה להתמודד עם אתגרים שונים בתחום.

מראי מקומות

1. אבן-שושן, א', בק, י', **חוד חידה**, הוצאת ש' זק ושות., ירושלים, 1947.
2. בן עזרא, א', **שעור חופשי**, הוצאת קרטוב, חיפה, 1994, 1983.
3. ברנס, מ', **אני שונא מתמטיקה**, ניצנים מהדורת דבר, תל-אביב, 1979.
4. בן-ציון, א', **לתפוס ראש – חידות ושעשועי הגיון**, הוצאת תמר, תל-אביב, 1985.
5. **אלף אפס – חוברת שעשועי מתמטיקה**, הוצאת מכללת ירושלים, ירושלים, 1996.
6. אביטל, ש', **מתמטיקה בחנאה**, הוצאת עם עובד, תל-אביב, 1991.
7. P. Fraser & E. Young, **Puzzels and Games,** Oxford University Press, 1972.
8. H. Rademacher & O. Toeplitz, **The Enjoyment of Mathematics,** Princton University Press, 1994.