משה סטופל, גלעד הר-שפר

# *משחקי אסטרטגיה ושיבוץ מספרים*
# *או צורות הנדסיות ככלי לפיתוח החשיבה*


## תקציר

*פיתוח-החשיבה מהווה חלק מרכזי בחינוך המתמטי, וזאת – משום שליכולת החשיבה, שהוקנתה לתלמיד המתבגר, ישנה השפעה על לימודיו ועל עיסוקיו בתחומים נוספים.*

*משחקים, חידונים, פתרון תשבצים ומשימות מאתגרות – מהווים כלי-עזר לפיתוח החשיבה, וכן הם תופסים מקום חשוב בעשייה בתרבות-הפנאי.*

*כדי לעודד התמודדות עם אתגרים, המפעילים ערוצים שכליים – מוצגים לקורא משחקי-אסטרטגיה ומשימות של שיבוץ-מספרים, המבוססים על ידע בסיסי במתמטיקה, אך מחייבים חשיבה עמוקה וניתוח-מצבים בעלי מספר אפשרויות.*

*ניתן להשתמש בדוגמאות, שהובאו בצירוף-פתרונות – כבסיס לפיתוח משימות נוספות להעשרת-המכלול.*


## הקדמה

משחקים, חידונים, תשבצים ומשימות שונות – מהווים, בכל גיל, חלק חשוב מתרבות-הפנאי.

כל אחת מהפעילויות הללו מחייבות חשיבה, הכוללת ניתוח אפשרויות והסקת מסקנות.

כשם שתרגול בכל תחום בחיים משפר את יכולת הביצוע, כך גם פעילויות-חשיבה משפרות את יכולת החשיבה, ובייחוד – הרחבתה לרב-כיוונית.

לדוגמה: לילדים, שבגיל צעיר התמידו לשחק בשחמט תחרותי, היה קל להתמודד עם לימודי-החשבון ועם לימודי-המתמטיקה בחינוך העל-יסודי.

ההתמודדות עם משימות שונות מהווה עיסוק, אשר, בדרך כלל, יש בו הנאה, הגוברת עם כל הצלחה, ובמיוחד – כשמוצאים פתרונות יצירתיים בדרכים לא סטנדרטיות.

קיימים משחקים או משימות, שלאחר מספר ניסיונות מגלים את הדרך לפתרון, ובכך אובד העניין בהם.


***תארנים:*** *משחקי-אסטרטגיה, שיבוץ מספרים במסגרות שונות.*

***מילות מפתח:*** *משימות-שקילה, טבעת מלבנית, סודוקו.*

לעומת זאת, ישנם משחקים, שגם לאחר השגת שליטה בכלליהם ומציאת דרכי- פתרון, הרי כל משחק הוא בבחינת חדש, ולא רק שלא קורה בו איבוד עניין, אלא, להפך – ניתן להבחין בהתמכרות מסוימת.

בכל אחת מהמשימות הרבות ישנם מספר אלמנטים מרכזיים, כגון: כללי-משחק, הצורך בידע כללי או ספציפי, רכישת מיומנות של התמודדות עם אתגרים, אך בעיקר קיים בו שימוש במיומנויות קוגנטיביות ובכלים שכליים, המנתבים את המתמודד אל המטרה.

במאמר זה יוצגו שני סוגי משימות:

1. משחקי אסטרטגיה.
2. משימות של שיבוץ מספרים.

להתמודדות עם המשימות הללו – אין צורך בידע מתמטי מעמיק, ודי לנו ידע בחשבון בסיסי.

## משחקי אסטרטגיה

המילה אסטרטגיה מופיעה לאחרונה לעתים קרובות בכלי-התקשורת.

לפי מילון אבן-שושן פירוש המילה: תורת ניהול מלחמות,עריכתן והכנתן או צירוף סוגי פעולות לשם תכלית מסוימת.

בחלק זה תוצגנה שתי משימות עם פתרון, שבהן יש לבחור בדרך הנכונה – כדי להגיע לניצחון, ומשימה שלישית, שיש לגלות בה את האסטרטגיה לפתרון.

### מי שבתורו המספר 1 הוא המפסיד

שני מתחרים משחקים אחד נגד חברו במשחק המספרים.

הכללים הם:

א. כל אחד בתורו – אומר מספר אחד.
ב. ניתן להתחיל בכל מספר טבעי (רצוי גדול מ- 50).
ג. כל שחקן אומר מספר שלם, הקטן מהמספר שהוכרז לפניו, אך גדול ממחציתו או שווה לו.
ד. המפסיד הוא מי שאומר את המספר 1.

מהי האסטרטגיה לניצחון?

**הדגמת המשחק-1**

| שחקן ראשון | | שחקן שני |
|---|---|---|
| 102 | ⇦ | 68 |
| 45 | | 25 |
| 16 | | 10 |
| 6 | | 4 |
| 2 | ① | ① |

השחקן השני הפסיד.

**הדגמת המשחק-2**

| שחקן ראשון | | שחקן שני |
|---|---|---|
| 120 | ⇦ | 60 |
| 38 | | 23 |
| 20 | | 11 |
| 8 | | 5 |
| 3 | | 2 |
| ① | | |

השחקן הראשון הפסיד.

כפי שרואים מההדגמות, הידע המתמטי היחיד שנדרש למשחק הוא לחַשֵּׁב את הגבול התחתון, שהוא מחצית המספר הקודם – מעוגל כלפי מעלה למספר השלם.

ככל שמתקדמים במשחק, הולך וקטן המספר, אשר עליו יכולים המתמודדים להכריז.

מי שמגיע ראשון למספר 2 הוא, למעשה, המנצח, כי למתמודד השני נותר לבחירה המספר 1 בלבד.

מי שרוצה להגיע למספר 2 – עליו להגיע בתורו, הקודם למספר 5, המחייב את המתמודד השני לבחור את אחד המספרים: 3 או 4.

לאחר מספר התמודדויות וניתוח-התוצאות (ניצחון או הפסד) – מגיעים לאסטרטגית הניצחון – להכריז בשלב מסוים של המשחק על אחד מהמספרים של הסדרה הבאה: 2,5,11,23... ולהמשיך בה בתורו.

מהם שאר מספרי הסדרה?

קל לראות, שכל מספר בסדרה הוא כפול מהמספר הקודם בתוספת 1.

בהתאם לכך הסידרה המורחבת היא 2 ,5 ,11 ,23 ,47 ,95 ,191 ,383 ,...

או באמצעות נוסחת נסיגה:
$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_{n+1} \\ a_1 = 2 \end{cases}$$

ניתן לבקש מהתלמידים למצוא בסדרה עוד שני דברים מעניינים:

1. סדרת ההפרשים היא סדרה הנדסית שמנתה 2 , 3 ,6 ,12 ,24 ,48 ,96 ,...
2. ספרת האחדות של מספרי הסדרה, להוציא את המספר הראשון, מהווה סדרה מחזורית, 1, 3, 7, 5, ... $5, 11, 23, 47, 95, 191, 383, 767, ...$

<u>הערה:</u> ניתן לתת כלל אחר למשחק, כגון: המספר הבא חייב להיות לפחות $\frac{2}{3}$ (מעוגל כלפי מעלה) של המספר הקודם. במקרה כזה – הירידה בערכי המספרים האפשריים תהיה יותר מתונה, ותיקבע סדרה אחרת של מספרים, שתבטיח אסטרטגית-ניצחון.

## אסטרטגיה מחכמתו של רבי אברהם אבן עזרא (1089-1164)

רבי אברהם אבן עזרא חי בטודלה בתקופת תור-הזהב של יהדות-ספרד. בנוסף להיותו משורר, פרשן תנ"ך, פילוסוף, אסטרונום ורופא הוא התעמק בנושאים מתמטיים, ומיוחסות לו משימות מתמטיות רבות.

מביאים בשמו את הסיפור הבא שמעובד ממקור (1):

כמקובל בעולם הקדום היו עוברים בין מדינות הים באמצעות ספינות.

פעם אחת נסע רבי אברהם בספינה עם 15 מבחירי תלמידיו. פרט לו ולתלמידיו, היו בספינה רב-החובל ועוד 15 עבריינים.

כשהחלה סערה בים והספינה עמדה לטבוע, ביקש רב החובל להקל עליה ע"י הטלת מחצית מהנוסעים לים.

רבי אברהם הבין, שאין מנוס מכך, והציע לרב-החובל לבחור בהגרלה את הנוסעים, שיש להשליך לים.

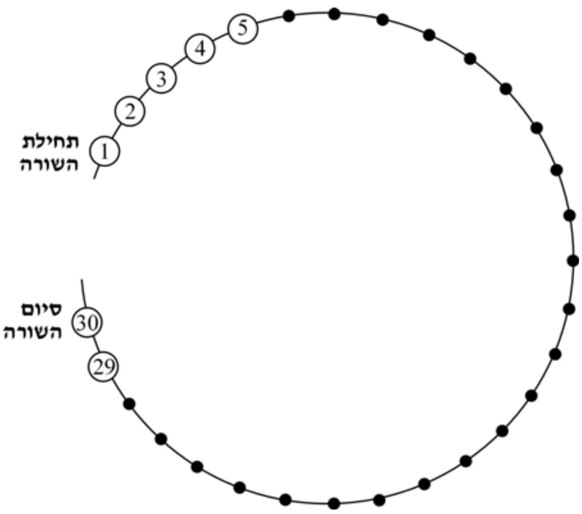
ההגרלה ואופן ביצועה – נתקבלו על דעת רב-החובל: התלמידים והעבריינים סודרו בשורה, וכל תשיעי בשורה – אמור היה להיות מוטל למים. כשהגיעו לסוף השורה, המשיכו את הספירה בתחילת השורה.

רבי אברהם סידר את תלמידיו ואת העבריינים בשורה אחת, וכך – כל תשיעי שנזרק לים היה עבריין.

כיצד הוא סידר את תלמידיו ומנע בכך את השלכתם לים?

**המחשת סידור התלמידים והעבריינים**

מאחר שבסיום הספירה לאורך השורה ממשיכים את המשך הספירה שוב בתחילת השורה, אפשר להציג את השורה בצורה מעגלית באופן שתחילת השורה מסומנת במספר 1, ובעקבותיה – שאר המספרים 2, 3, 4,...,30 (המספר 30 סוף השורה), כפי שמוצגים באיור.




מכאן ניתן לקבוע, מאילו מקומות בכל סיבוב יוטלו האנשים לים:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12, 24, 8, .... | 30, 19, 7, | 26, 16, 6, | 27, 18, 9 |
| מוטלים לים | מוטלים לים | מוטלים לים | מוטלים לים |
| בסיבוב רביעי | בסיבוב שלישי | בסיבוב שני | בסיבוב ראשון |

המשך קביעת המקומות, שמהם נוסעי הספינה מושלכים לים, הוא פשוט, אך העיקר: תחי האסטרטגיה!

**לקיחת גפרורים**

שני שחקנים לוקחים, כל אחד בתורו, גפרורים מערֵמה, אשר בה יש 21 גפרורים.

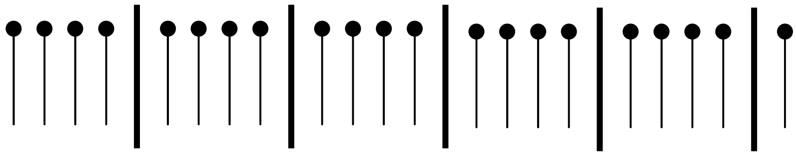
בכל תור חייב כל משתתף לקחת 1-3 גפרורים לפי רצונו.

מנצח – מי שבתורו לא נותרו גפרורים לקחת.

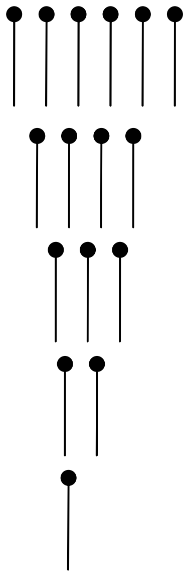
באיזו אסטרטגיה צריך לפעול השחקן השני – כדי לזכות בתחרות ?

הערה : כל שחקן מכריז בקול, כמה גפרורים לקח בכל סיבוב.

**<u>הפתרון:</u>** מחלקים את הגפרורים לחמש קבוצות של 4 גפרורים בכל אחת, וגפרור בודד אחד נוסף – כמודגם באיור.



בכל סיבוב לוקח המתמודד השני מספר גפרורים, המשלים את הכמות, שלקח הראשון באותו סיבוב, לקבוצה של 4 גפרורים. כך ייאלץ המתמודד הראשון לקחת בסיבוב השישי את הגפרור הבודד, ועל-ידי כך מנצח השני.



**מגדל הפוך של גפרורים**

נתון מגדל של גפרורים, הבנוי משורות של גפרורים.

בשורה התחתונה גפרור אחד, ובכל שורה מספר הגפרורים נתון : 6,4,3,2,1.

כל משתתף לוקח בתורו כמה גפרורים שהוא חפץ אך ורק משורה אחת שבחר בה.

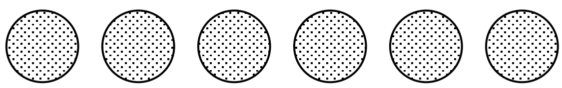
מפסיד – מי שבתורו נותר לו לקחת גפרור אחד.

באיזו אסטרטגיה יש לפעול כדי לנצח במשחק?

ניתן לשחק את המשחק ללא גפרורים באופן שבכל תור מוחקים – בקו על האיור – את סימני הגפרורים שנלקחו.

<u>הערה</u> : על בסיס שתי המשימות האחרונות – ניתן לבנות משימות דומות ע"י שינוי במספר הגפרורים ובכללי-המשחק, ואף להפוך אותו למשחק של שלושה מתמודדים.

**תחרות אכילת כפתורי- שוקולד**



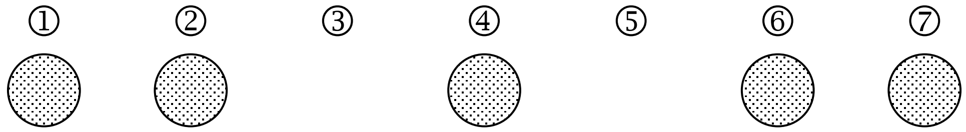
בשורה מונחת קבוצה של כפתורי-שוקולד בכמות כזו, שגם בעידן של הקפדה על אכילה נכונה, לא תיפגע בריאותם של שני נערים, המתמודדים על אכילתם. כל נער אוכל בתורו 1-2 כפתורי שוקולד, והמנצח בתחרות הוא מי שאכל את הכפתור האחרון.

מי שחפץ בתורו לאכול 2 כפתורי-שוקולד – יכול לעשות זאת רק אם יקח 2 כפתורים, שהיו צמודים זה לזה במצב הראשוני – **לפני** תחילת התחרות.

כלומר, לא ניתן לאכול בתור אחד – שני כפתורי-שוקולד, שביניהם חסר/חסרים כפתורי-שוקולד, שנאכלו בתורים הקודמים.

מהי האסטרטגיה, שהמתמודד הראשון – צריך לנקוט כדי לזכות בתחרות?

במצב המתואר בציור – ניתן לאכול אחד מחמשת הכפתורים שנותרו, או את הכפתורים 1+2, או 6+7, אך לא זוג אחר של כפתורים לא-צמודים.




**הפתרון:**

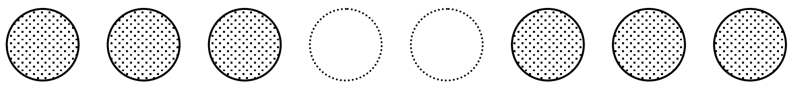
אם מספר הכפתורים אי-זוגי, על השחקן הראשון לאכול את הכפתור האמצעי.

אם מספר הכפתורים זוגי, על השחקן הראשון לאכל את שני האמצעיים, וכך ייווצר מצב סימטרי של הכפתורים הנותרים.

במצב הסימטרי שנוצר, על כל מהלך, שיבצע השחקן השני, יבצע השחקן הראשון את המהלך הסימטרי.

ראוי לבדוק, אם הדרך המוצעת מביאה להשגת הניצחון.

בכל מקרה, לשחקן הראשון – אסטרטגיה לניצחון, ועל-כן המשחק אינו הוגן.



## פיתוח אסטרטגיה להתמודדות עם משימות שקילה

קיימות משימות מגוונות, העוסקות בשקילה באמצעות מאזני-כפות.

ניתן לחלק אותן לשתי קבוצות מרכזיות:

- גילוי מטבע מזויף.
- ביצוע שקילה של משקלים מסוימים בעזרת סט נתון של מאזניים.

בקבוצה הראשונה של המשימות, שתוצג במאמר זה, תפקיד המאזניים הוא לאבחן מטבעות

זהים ע״י כפות אופקיות ולאתר מטבעות שונים תוך קביעה: מי כבד ממי לפי נטיית הכפות. בכל מקרה, על כל אחת מהכפות מניחים מספר זהה של מטבעות.

מטרת המשימות היא לזהות בוודאות את המטבע המזויף ולקבוע את שוני משקלו (כבד או קל) – בהשוואה לשאר המטבעות.

כאשר ישנן $n$ מטבעות, הרי בפשטות, ע״י ביצוע של $n-1$ שקילות של זוגות מטבעות (על כל כף מניחים מטבע אחד) – יתגלה המטבע המזויף.

היופי של משימות זיהוי המטבע המזויף מתבטא בגילוי האסטרטגיה (אלגוריתם) למציאת המטבע במספר השקילות הקטן ביותר.

ניתן לפתח את האסטרטגיה ע״י התמודדות עם משימות שקילה בעלות קושי מדורג שהולך וגדל.

## משימה 1 (2)

מטבע אחד מבין שלושה מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף וקל יותר. כיצד ניתן לאתרו באמצעות שקילה אחת?

**הפתרון**

מניחים על כל כף מטבע אחד. אם הכפות מאוזנות, הרי המטבע השלישי הוא המזויף. אם הכפות אינן מאוזנות, הרי המטבע בכף העליונה הוא המזויף. כך מזהים את המטבע המזויף בשקילה אחת בלבד.

## משימה 2

מטבע אחד מבין שלושה מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף, ומשקלו שונה מהאחרים. מהו המספר המינימלי של שקילות, הנדרש כדי לאתרו?

**הפתרון**

על כל כף מניחים מטבע אחד. אם הכפות מאוזנות, הרי המטבע השלישי שטרם נשקל הוא המזויף.

אם הכפות אינן מאוזנות, מחליפים את אחד המטבעות ומניחים במקומו את המטבע שטרם נשקל. אם בשקילה השנייה הכפות מאוזנות, הרי המטבע שהוחלף לאחר השקילה הראשונה הוא המזויף.

אם גם כעת הכפות אינן מאוזנות, הרי המטבע, שנשקל בשתי השקילות, הוא המזויף, כלומר, לגילוי המטבע המזויף – בוצעו שתי שקילות.

## משימה 3

מטבע אחד מבין שלושה זהים חיצונית הוא מזויף, ומשקלו שונה מהאחרים.

מהו המספר המינימלי של שקילות, שיש לבצע כדי לאתרו ולקבוע, אם הוא כבד או קל משאר המטבעות?

**הפתרון**

הפתרון דומה לפתרון של משימה 2, אך לצורך קביעת המשקל של המטבע המזויף ביחס למטבעות האחרים – יש להוסיף את הפעולות הבאות:

אם בשקילה הראשונה הכפות מאוזנות, הרי המטבע שטרם נשקל הוא המזויף, ובשקילה השנייה יש לשקול אותו עם אחד משני המטבעות התקינים – כדי לקבוע, אם הוא כבד או קל מהם.

אם בשקילה הראשונה הכפות אינן מאוזנות, מסירים את המטבע הקל ומניחים במקומו את המטבע שטרם נשקל.

אם בשקילה השנייה הכפות מאוזנות, הרי המטבע שהוחלף הוא המזויף, ומשקלו קל יותר.

אם בשקילה השנייה המטבע הכבד מהשקילה הראשונה – נותר כבד גם בשקילה השנייה, הרי הוא המטבע המזויף, ומשקלו כבד יותר, כלומר, לגילוי המטבע המזויף וקביעת משקלו ביחס לאחרים – בוצעו שתי שקילות.

## משימה 4

מטבע אחד מבין ארבעה מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף, ומשקלו שונה מהאחרים. כיצד ניתן לאתרו באמצעות שתי שקילות במאזני-כפות?

**הפתרון**

בשקילה הראשונה מניחים מטבע אחד על כל כף. אם הכפות מאוזנות, הרי אחד משני המטבעות שטרם נשקלו – חשוד כמזויף.

מחליפים את אחד מהמטבעות שבמאזניים – במטבע שטרם נשקל. אם הכפות נותרו מאוזנות בשקילה השנייה, אז המטבע שטרם נשקל (אחד משני החשודים) הוא המזויף. אם גם בשקילה השנייה הכפות אינן מאוזנות, אז המטבע המזויף, שנותר על המאזניים מהשקילה הראשונה, הוא המזויף.

ברור, שככל שמספר המטבעות גדול יותר, ואין יודעים, אם המטבע המזויף קל או כבד יותר – יש לבצע מספר גדול יותר של שקילות. אנו חייבים אז להשתמש באסטרטגיה נכונה – כדי לצמצם את מספר השקילות למספר המינימלי, וזאת – ע"י קביעת אלגוריתם, המנתח בכל פעם את האפשרויות השונות, ובכל שלב מסיק מסקנות, ואף ע"י ביצוע הכללות.

משימות נוספות קשות יותר – ניתנות לקורא ללא פתרון, כאתגר עצמאי.

## משימה 5 (2)

מטבע אחד מבין שמונה מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף, וקל יותר מהאחרים. כיצד ניתן לאתרו באמצעות שתי שקילות?

## משימה 6

מטבע אחד מבין 80 מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף וקל יותר מהאחרים.

כיצד ניתן לאתרו באמצעות 4 שקילות?

### משימה 7

מטבע אחד מבין שבעים וחמישה מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף, ומשקלו שונה מהאחרים.

כיצד ניתן לקבוע באמצעות שתי שקילות, אם הוא קל או כבד משאר המטבעות?

### <u>משימה 8</u> (משימה קשה)

מטבע אחד מבין שנים עשר מטבעות זהים חיצונית הוא מזויף, ומשקלו שונה מהאחרים.

כיצד ניתן לאתרו ולקבוע, אם הוא קל יותר או כבד יותר משאר המטבעות באמצעות שלוש שקילות?

## שיבוץ מספרים במסגרות שונות

שיבוץ מספרים לפי כללים למסגרות שונות – משך את ליבם של שוחרי החשבון, התשבצים והחידות.

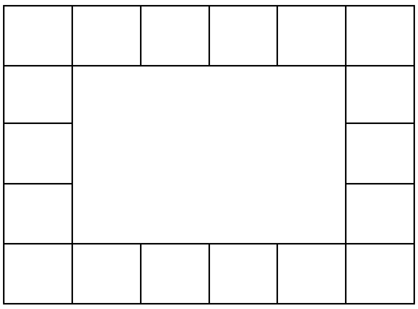
מבין המסגרות ראוי לציין את ריבועי-הקסם של סכום או מכפלה, אשר נדרש בהם לשבץ מספרים מסוימים באופן שיתקבל סכום אחיד או מכפלה אחידה, בכל שורה, עמודה ובשני האלכסונים הראשיים.

החסרון של ריבועי-הקסם מתבטא בעובדה, שלאחר שנרכשה הטכניקה לשיבוץ המספרים, אובד העניין בהם.

מוּכָּרות מסגרות אחרות בעלות צורות שונות וכללים אחרים לשיבוץ מספרים (3-4).

להלן יוצגו שתי מסגרות לשיבוץ מספרים: הראשונה – פשוטה וקצרה, ובכך – יופיה, והשנייה היא **תשבץ-הסודוקו**, הלהיט של השנה-שנתיים אחרונות; זו משימה, שניתן להביאה במספר דרגות קושי, וניתן לחזור עליה במספר ענק של תשבצי-אפשרויות.

## שיבוץ מספרים בטבעת מלבנית



טבעת מלבנית מורכבת מ- 18 ריבועים – כפי שנראה באיור.

יש לשבץ בריבועים מספרים שלמים, שסכומם 120 באופן שסכום המספרים בשלושה ריבועים עוקבים יהיה אותו סכום.

לכאורה, זו משימה קשה, שהרי יש לשבץ 18 מספרים, כששני הנתונים הבולטים הם הסכום הכולל והסכום האחיד של המספרים בשלושה ריבועים עוקבים.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *A* | *C* | *B* | *A* | *C* | *B* |
| *B* | | | | | *A* |
| *C* | | | | | *C* |
| *A* | | | | | *B* |
| *B* | *C* | *A* | *B* | *C* | *A* |

כאשר משבצים בריבועים באופן מחזורי את האותיות $A$, $B$,$C$ , כפי שנראה באיור, רואים, שמתקבלות 6 סדרות כאלו, ולכן הסכום של כל סדרה הוא $20 = 6 : 120$.

כל סדרה של 3 מספרים שסכומם 20 תהווה פתרון למשימה.

קיימות סדרות רבות, שהולמות את הדרישה.

לדוגמה – כמה מהן:

(12, 8, 0) ; (2, 2, 16) ; (8, 3, 9) ; (11, 8, 1) ; (5, 10, 15).

על בסיס משימה זו – ניתן לבנות טבעות שונות:

ריבועית, אליפטית, מעגלית (עם טבעות פנימיות נוספות או בלעדיהן), וכן – דרישות נוספות, כגון סכום אחיד בארבעה ריבועים סמוכים או מתן אפשרות לשיבוץ מספרים לא שלמים ואף שיבוץ של מספרים שליליים.

דוגמה לכך מופיעה באיור הבא:

בכל אחת ממשבצות השורה שיבצנו מספר, באופן שהסכום של שני מספרים במשבצות סמוכות הוא שווה, והסכום הכולל של המספרים בכל 9 המשבצות הוא 35.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **5** | | | | | |

כפי שרואים, באחת המשבצות משובץ המספר 5.

איזה מספר נמצא במשבצת המסומנת באפור?

פתרון המשימה נותר לקורא!

## תשבצי סודוקו

### משחק (תשבץ) הסודוקו

המשחק הומצא לראשונה ביפן בשלהי המאה ה-18. כמשחק הוא הופיע לראשונה בכתב-עת בשם *Math. Puzzles and Logic Problems*, שיצא בניו-יורק בשנות השבעים של המאה העשרים.

כפאזל הוא הופיע לראשונה ביפן בשנה 1984 ונקרא "סואזי' ווא דוקושין ני קאגירו", שמשמעו – המספר מוגבל רק בבדידותו. במשך השנים קוצר השם ל"סודוקו" (*Sudoku*) שמשמעו ביפנית: מספר יחיד. בשנת 1977 ויין גולד, שופט בדימוס מהונג קונג – כתב תָּכְנַת מחשב, המייצרת תשבצי-סודוקו לעיתון הבריטי "טיימס". כיום מתפרסמים התשבצים בעיתונים יומיים בארצות רבות.

**תיאור המשחק**

המשחק מורכב ממסגרת חיצונית, התוחמת 81 משבצות ריבועיות שוות-גודל (9*9).

בתוך המסגרת החיצונית ממוקמים 9 תת- ריבועים (3*3), דהיינו כל אחד מורכב מ-9 משבצות.

בתוך המסגרת הכוללת מפוזרים במשבצות השונות מספרים מ-1 עד 9 (לא תמיד כולם), כשחלק מהם מופיעים פעמים אחדות, כפי שנראה באיור.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 6 | | 2 | | 8 | | |
| | 7 | | 4 | | 8 | | 5 | |
| 5 | | 4 | | | | 6 | | 7 |
| | 2 | | | | | | 1 | |
| 9 | | | | | | | | 3 |
| | 6 | | | | | | 7 | |
| 6 | | 7 | | | | 5 | | 1 |
| | 1 | | 5 | | 9 | | 8 | |
| | | 9 | | 1 | | 3 | | |

**תשבץ סודוקו – רמה בינונית**

יש להשלים את שיבוץ המספרים באופן שבכל תת-ריבוע יופיע כל אחד מהמספרים מ-1 ועד 9, כשכל מספר מופיע רק פעם אחת; כך גם בכל עמודה ובכל שורה של המסגרת החיצונית (הריבוע הגדול).

קיים תשבץ סודוקו, שבנוסף לכללים הנ"ל – הרי גם בשני אלכסוניו הראשיים משובצים המספרים מ-1 ועד 9, כל מספר – פעם אחת, כפי שנראה באיור הבא.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 4 | | 5 | | | | 8 |
| | | | | 1 | 3 | | | 4 |
| 2 | | 3 | | | | 1 | | |
| 6 | 3 | | 8 | | | 5 | | |
| 4 | | | | 9 | | | | 7 |
| | 1 | 9 | | | 5 | | 2 | 6 |
| | 8 | | | | | 6 | | 3 |
| 9 | 5 | | 3 | 8 | | | 4 | |
| 3 | | | | 7 | 6 | 9 | | |

**תשבץ סודוקו – רמה בינונית**

**בתשבץ זה גם בשני האלכסונים הראשיים מופיעים כל תשעת המספרים, כל מספר – פעם אחת.**

במילים אחרות: משחק הסודוקו הוא משחק של השלמת שיבוץ מספרים, לפי כללים, למסגרת נתונה,אשר חלק מהמספרים כבר מפוזרים בה. למעשה, לא צריך לדעת חשבון כדי לשחק, וזה, בעצם, סוד הקסם שבסודוקו: הסודוקו מפעיל את המחשבה ואת ההיגיון שבכל אחד מאתנו. כעת נערכים מחקרים לבדיקת יעילותו לשיפור-הזיכרון ולבהירות-המחשבה.

בעיתונות היומית, במקומונים, באתרי האינטרנט ובספרים, שהופיעו לאחרונה בעברית (6-5), ובאנגלית (8-7), מסווגים משחקי הסודוקו לפי חמש רמות קושי: קל מאוד, קל, בינוני, קשה, קשה מאוד (לפעמים אף ברמת קושי סופר-קשה).

את החלוקה לפי רמות קושי מאפיינים שלושה פרמטרים:

**הראשון** – המספר הכולל של המספרים המשובצים במסגרת במצב התחלתי: ככל שיש יותר מספרים במצב ההתחלתי, המשחק קל יותר.

**השני** – מיקומם של המספרים במצב ההתחלתי.

לפעמים נתון מִקְבָּץ גדול של מספרים בתת-הריבוע המרכזי, ומספרים בודדים מפוזרים בשאר שמונת תת-הריבועים המקיפים אותו.

לפעמים – המצב הפוך:

מעט מספרים מצויים בתת-הריבוע המרכזי (או בכלל לא), והשאר מפוזרים בתת-הריבועים המקיפים.

**השלישי** – כמות המספרים, החוזרים על עצמם במצב ההתחלתי.

רמת הקושי של השלמת שיבוץ המספרים – משלבת את שלושת הפרמטרים.

מהניסיון, שנצבר מפתירת עשרות תשבצי-סודוקו בכל רמות קושי – עולה, שתהליך השיבוץ הוא בעיקרו תהליך של אלימינציה:

אילו מספרים חייבים להיות, ואילו אינם יכולים להיות באזור מסוים. כשמתבוננים בשורה או בעמודה רצופה של תשעה מספרים, אשר חסרים בה שלושה-ארבעה מספרים, יודעים בראש ובראשונה מה המספרים החסרים, והיכן ניתן לשבצם:

זאת – משום שכל שורה או עמודה רצופה מורכבת משלושה קטעים, שכל אחד מהם שייך לתת-הריבוע שלו או קשור לתת-ריבועים אחרים, אשר חלק מהמספרים כבר שובצו בהם.

יחד עם זאת, חשוב לציין, שככל שרמת-הקושי עולה, כך מתקיימים יותר מצבים, שניתן לפתור אותם רק על-ידי ניסוי וטעייה – דבר, שמהווה חלק בלתי נפרד מהאתגר.

במקרה של תשבץ קשה – מגיעים לשלב, שבו ישנם מיקומים בעלי מספר אפשרויות, שאלימינציה אינה מסייעת לגביהן, וחייבים להתחיל בתהליך ניסוי וטעייה. במצב כזה יש לבחור צומת-החלטה קריטי ולבחור בו אחת מהאפשרויות. צומת קריטי – מיקום, אשר בו יש מעט (עדיף 2) מספרים אפשריים לשיבוץ, ובחירת מספר אחד תגרום לזיהוי ודאי של מספרים במקומות אחרים.

כך ממשיכים, עד שמגיעים לסתירה או שמגיעים לפתרון התשבץ. האתגר הוא בחירת צומת-ההחלטה הנכון שיוביל לפתרון.

בעיקרון – בעת התמודדות עם שיבוץ מספרים בתשבצי הסודוקו חשוב לעשות זאת בעיפרון, המאפשר מחיקה במידת הצורך.

חשוב לציין, שלכל תשבץ סודוקו קיים פתרון יחיד (9), ולכן, טעות באחד מהצעדים אינה מאפשרת להגיע לפתרון המלא. אם ידועים, למשל, שניים או שלושה מספרים, שצריכים להופיע זה ליד זה (אופקית או אנכית), אך עדיין הסדר שלהם טרם נקבע – ראוי להקיף אותם באליפסה ולהמשיך בשיבוץ המספרים באזורים אחרים של המסגרת. ככל שיתרבו המספרים המשובצים, יהיה קל יותר לשבץ את החסרים ולקבוע את הסדר בין המספרים שהוקפו באליפסה.

## תשבצי סודוקו לילדים

לניגשים בפעם הראשונה להתמודדות עם תשבצי סודוקו ובעיקר לתלמידי החינוך היסודי – מוצעים לתרגול התחלתי ״מיני״ תשבצים, המורכבים מ-16 או מ-24 משבצות – כפי שנראה באיורים הבאים:

**מיני תשבצים**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 4 |
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| | | 3 | |

מיני תשבץ
של 16 משבצות
(מורכב מהמספרים:
1, 2, 3, 4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | | | 6 | |
| | 4 | 3 | | | |
| | | | | 5 | |
| 1 | | | 4 | | 6 |

מיני תשבץ
של 24 משבצות
(מורכב מהמספרים:
1, 2, 3, 4, 5, 6).

במיני תשבץ של 16 המשבצות מופיעים ארבעת המספרים: 1,2,3,4 כשכל אחד מופיע פעם אחת, בכל שורה, בכל עמודה ובכל אחד מארבעת תת- הריבועים (2*2 ).

במיני תשבץ של 24 משבצות מופיעים ששת המספרים: 1,2,3,4,5,6 כשכל אחד מופיע פעם אחת בכל שורה אופקית ובכל אחד מארבעת תת-המלבנים (3*2 ), המרכיבים את כלל המסגרת.

במקום הַסְּפָרוֹת 1-9 אפשר לשבץ סְפָרוֹת אחרות, כגון: מספרים אי-זוגיים, שהם כפולות של 3, מספָּרים ראשוניים בלבד, מספָּרים, שהם חזקות של 2 (2,4,6,8,10,12,14,16), וכל זאת – כדי להטמיע בתלמידים קבוצת מספרים בעלת ייחוד מסויים או לקרבם להבנתה.

אפשרות נוספת היא לשבץ בלוח הסודוקו כרטיסים ממשפחת הצורות הגאומטריות: משולש, מלבן, ריבוע, מקבילית, מעוין, טרפז, מעגל וכו׳.

**סודוקו כמשחק תחרותי**

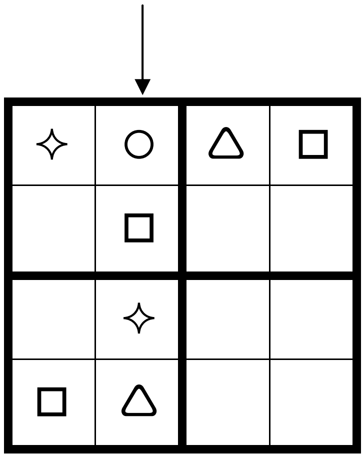
אפשר להפוך את לוח הסודוקו למשחק תחרותי של 4-2 משתתפים.

מתחילים מלוח סודוקו ($4X4$, $4X6$, $6X6$, $9X9$) ריק.

מכינים כרטיסים, המכילים את הספרות או הצורות הגאומטריות.

את הכרטיסים בעלי הספרות או בעלי הצורות הגאומטריות – מניחים בַּעֲרֵמָה לצד הלוח, כשפניהם כלפי מטה, והיא משמשת כקופה.

כל משתתף מרים בתורו כרטיס מן הקופה, הופך אותו, ומניחו על אחת המשבצות הריקות לפי חוקי הסודוקו. כאשר משתתף משלים שורה, או עמודה, או אזור, הוא מקבל נקודה. לפעמים בהנחת כרטיס אפשר להשלים 2 או 3 ספרות – כפי שנראה באיור, ובשביל כל אחת מהן מקבלים נקודה.



הכנסת הכרטיס עם המעגל הביאה להשלמת שתי סדרות.

אם המשתתף מרים כרטיס, שאין אפשרות להניח אותו על הלוח בלי להפר את כללי השיבוץ בסודוקו, הוא מחזיר את הכרטיס לתחתית עֲרֵמת הקופה ומזיז למקום חוקי – כרטיס אחר של אותו מספר או צורה, שכבר נמצא על הלוח.

אם הוא יצר סדרה מושלמת חדשה, הוא מקבל נקודה. אם במהלך הזזת הכרטיס, הוא פירק סדרה מושלמת, הוא אינו מפסיד נקודות.

המשתתף, שמניח את הכרטיס האחרון, מקבל נקודה אחת בלבד, אף-על-פי שהשלים שלוש סדרות.

המנצח הוא המשתתף, שזכה במספר הנקודות הגדול ביותר.

<u>הערה</u>: אם בשלב מסוים אין אפשרות להמשיך במשחק (אין מקום להניח כרטיס או להזיז כרטיס), הסתיים המשחק, ושוב בעל מספר הנקודות הגדול ביותר הוא המנצח.

בדומה למשחק הסודוקו ולמשחק הרומי-קוב (אבני משחק בעלות מספרים להשלמת סדרות) – ניתן לפתח משחקי-שיבוץ מְסֻפָּרִים, שמפעילים את החשיבה וההיגיון ומפתחים את היכולת להסקת מסקנות.

## מראי מקומות

1. אבן שושן, א׳ ובק, י׳ (1960). **אחודה-נא** (מהדורה שביעית). ירושלים: עבר, עמ׳ 110.
2. ארז, ב״צ (1985). **לתפוס ראש: חידות ושעשועי היגיון** (מהדורה שנייה). תל-אביב: תמר,עמ׳ 32.
3. בן-עזרא, א׳ (1980). **שיעור חופשי: סיפורי הגיון וחשבון, פעלולים, חידות.** זכרון יעקב: קרטוב, עמ׳ 40.
4. גזית, א׳ (2002). **מת לחשוב 10!** חולון: יסוד, עמ׳ 17.
5. גולד, ו׳ (2005). **סודוקו – 2.** תל-אביב: כנרת.
6. לב-אדלר, ע׳ ודקל, ב׳ (2005). **שיגעון הסודוקו: ספר הסודוקו המלא.** תל-אביב: חמד, ידיעות אחרונות.
7. Griffits-Jones, S. (2005). ***The Sudoku Book: An Introduction to SuDoku with 101 Puzzles***. Harriman House, Hampshire, UK.
8. Mepham, M. (2005).***The book of Sudoku: The Hot new puzzle craze***. U.S.A.: Overlook TP.
9. Hayes, B. (2006). Unwed Numbers. ***American Scientist, 94***, 12-15.