

## **"הטסט" כשיטה לבדיקת ידע ורמת הישגים במתמטיקה ובפיזיקה**

### **מבוא**

כל הוראה שיטתית רצופה מחייבת, בשלב מסוים, קיום בדיקה, האמורה לספק למורה ולתלמיד הערכה של מידת הלמידה ושל רמת הישגים. בימינו "מבחן" משמש, בין היתר, כלי מחקר, המקובל בתחומים שונים: חינוך, חברה פסיכולוגיה ועוד. העיסוק בנושא המבחנים, בבנינים, במהימנותם, בתוקפם ובהתאמתם (לאוכלוסיה הנבחנת, לחומר ולמערך הלימודי) – צבר תאוצה בשני העשורים האחרונים. במסגרת זו פותחו כלים וקריטריונים להערכת הישגים-הן לגישה המסורתית והן לגישה החלופית. סיכום נרחב וקובץ מאמרים, העוסקים בהתפתחות התחום – ניתן למצוא במקורות הבאים:

לוי, א' (1996), **הערכה חלופית (1)**, בירנבוים, מ' (1997), **חלופות בערכת הישגים (2)**, וליצקר, מ' (1999), **אסופה-הערכה חינוכית כמנוף לשיפור הלמידה (3)** היבטים ואפיונים שונים של מבחנים וכתובת שאלות – נבדקו ונבחנו במגוון תחומי למידה ומופיעים בביבליוגרפיה (4-10).  
במאמר זה מוצגות שיטות לבדיקת ידע בעזרת מבחנים במתמטיקה ובפיזיקה.

---

**תאריכים ומילות מפתח:** הערכת הישגים, שאילת שאלות, מקבצי מבחנים.

המבחנים הוכנו לתלמידי **עמותת רשת מופת**, המקבלים תגבור משמעותי במקצועות הנ"ל. בעידוד משרד החינוך-מפעילה **רשת מופת** כיתות לימוד נפרדות בחלק מבתי-הספר של החינוך העל-יסודי (כיתות ז'-י"ב). מרבית התלמידים בכיתות אלו באים מבתיים של יוצאי ברה"מ לשעבר, ואליהם הצטרפו ילדי ותיקים, החפצים בתגבור ובהעשרה של לימודי המתמטיקה והפיזיקה.

מובן, שתכנית הלימודים בכיתות **מופת** כוללת את תכנית הלימודים הרגילה במתמטיקה ובפיזיקה של כלל תלמידי מערכת החינוך בארץ, אך היא מרחיבה ומעמיקה אותה – הן מבחינת נושאי הלימוד והן מבחינת רמתם.

פרט להקניית ידע והבנה, המטרה המרכזית של התכנית היא לפתח משמעותית את יכולת החשיבה של התלמיד – ככלי, שיסייע לו וילווח אותו בלימודי מדע וטכנולוגיה מתקדמים.

לשם בקרת איכות ההוראה והלמידה – הכין הצוות הבכיר של הרשת, מקבצי מבחנים מדורגים לכל נושא לימוד, שהם כעין תקנים להערכת הישגים ולשיפור רמתם.

במאמר יוצגו דוגמאות של מספר מקבצים, כולל ניתוח של כל שאלה, שיש לה חמש תשובות לבחירה והיא מכונה בשם "טסט". לחלק מהבעיות הוצג פתרון רגיל מלווה בפתרון לא-קונבנציונלי. כמו-כן הוצעה נוסחה לחישוב הניקוד, המותאמת ליכולת בחירת התשובה הנכונה על-ידי ניחוש. בנוסף לכך, שולבו הערות מתודיות במקומות הנדרשים.

התייחסות נוספת להערכת הישגים במתמטיקה ובמדעי הטבע – ניתן למצוא באתרי האינטרנט (11-12).

### **הצגת שיטות לבדיקת ידע בעזרת מבחנים**

בדיקות הידע הנרכש או הנצבר על-ידי תלמידים מהוות חלק חשוב מאד ובלתי נפרד מתהליך הלימוד. בדיקות אלו מאפשרות לקבוע באופן חד-משמעי את הקשר בין שיטות הלימוד לבין איכות הבנת החומר הנלמד, וכתוצאה מכך – להעריך את יכולת התלמידים לקלוט ולהבין את הנושאים שבהמשך התוכנית, המבוססים על החומר הנלמד.

בדיקת איכות הידע ויכולת התלמידים היא תהליך מורכב, שלא ניתן לאפיינו באופן מדויק ומלא בעזרת ציון אחד בלבד. ניתן לעשות זאת על-ידי שימוש במספר פרמטרים, המאפיינים את רמת ההבנה של מושגים, של חוקים, של נוסחאות, של גרפים וכו', המרכיבים את מסגרת החומר הנלמד.

לדוגמה: אחד מן הפרמטרים האלו עשוי לדון בשאלות, הבודקות את ידיעת החומר התאורטי, את גבולות נכונות השימוש בחוקים, את הקריאה הנכונה של גרפים, את ההתקדמות באלגוריתם, את קביעת הקשר בין הנוסחה לגרף וכדומה.

תוצאות הבדיקה לפי פרמטרים אלה מאפשרות לבצע, לאפיין ולנתח שכבתית את הפערים בידע של התלמידים, את השגיאות בהבנת החומר הנלמד, את ניתוח הפגמים והחסרונות בדרך העברת החומר על-ידי המורה, וכן – לתקן ליקויים מבחינה מתודית. אחת מן השיטות להגדלת כמות הפרמטרים שהידע נמדד בהם, היא מבחן בשיטת ה"טסט".

על-פי ההגדרה המקובלת:

**טסט הוא הכלי, אשר בעזרתו ניתן לבחון את המדדים הפסיכו-פיזיים האופייניים של הנבחן, את רמת ידיעתו, יכולותיו וכישוריו – על סמך ביצוע של משימות סטנדרטיות.**

יש לציין, כי בד"כ סבורים האנשים שהמילה "טסט" מכוונת בעיקר למבחנים פסיכומטריים, אשר שונים בתכלית מהמבחנים הלימודיים (מבחני הישגים). השוני העיקרי מתבטא בעובדה, שמבחנים פסיכומטריים מודדים את התכונות הקבועות של הנבחן, כגון כישורים, תכונות אופי וכדומה, אשר משתנות מעט כתוצאה מלימוד או מאימון יכולות ספציפיות (קורסי-הכנה לקראת המבחנים הפסיכומטריים או מבחני-הסף). מבחנים לימודיים הנם מדד להטמעת יכולות מסוימות, בעוד שמבחנים פסיכומטריים מאפיינים את הכיוון ואת סגנון החשיבה או הביצוע של הנבחן. מבחנים לימודיים מודדים את רמת היכולת של הנבחן ברגע הבדיקה, לעומת זאת, מבחן פסיכומטרי מודד את רמת היכולת המרבית, שהנבחן מסוגל להגיע אליה.

מבחנים לימודיים (הכוללים גם מבחני הישגים) קובעים את רמת הידע והיכולת, שנבחן הגיע אליה, ובודקים, מהי רמת הבעיות והשאלות, שהוא מסוגל להתמודד אתן ברגע הבדיקה. מבחנים, המורכבים ממקבצי שאלות – מטרתם לבחון את הידע של תלמידים בתחום אחד או בתחומים אחדים.

מקבצי-שאלות בשיטת ה"טסט" מאפשרים קבלת מידע רב, משום שהם כוללים מספר גדול של שאלות ובעיות, המופיעות כמכלול מקיף, הכולל כמות גדולה יותר של חומר לימודי ביחס לשיטות מבחן סטנדרטיות, המאפשרות כמות שאלות קטנה יותר בזמן ביצוע זהה.

בנוסף לכך, שאלות בשיטת ה"טסט" עשויות וחייבות לדרוש מהנבחן ביצוע פעולות חשיבה שונות, כגון: הבנת הנקרא, הבנת מידע, המוצג בעזרת גרפים ושרטוטים, מציאת קשר בין נוסחאות לגרפים וכדומה. בדיקות-טסט מעודדות עבודה קבועה ובו-זמנית עם כל התלמידים בקבוצה ומקטינות את מידת הסובייקטיביות בשיפוטו של המורה. את כל מגוון בדיקות ה"טסט" ניתן לחלק באופן יחסי לשלוש קבוצות:

1. בדיקות "טסט" שוטפות

2. בדיקות "טסט" ביניים

3. בדיקות "טסט" מסכמות

**א. בדיקות "טסט" שוטפות** – אלו הבדיקות, המתבצעות תוך כדי הלימוד היום-יומי בכיתה. בדיקות אלו משמשות לאבחון בסיסי של הבנת החומר הנלמד, כגון: הבנת תופעות, חוקים, תלות בין הפרמטרים הנלמדים בשיעור וכדומה. מבחנים מסוג זה נבנים בדרך כלל בצורת גרפים, נוסחאות, שאלות תאורטיות ושאלות חישוב בסיסיות. משך של "טסט" שוטף הוא כ-10-15 דקות.

**ב. בדיקות "טסט" ביניים** – הבדיקות, המתבצעות לאחר השלמת לימוד של נושא מסוים, כלומר: לאחר לימוד של החומר התאורטי, ולאחר פתרון של שאלות ובעיות אופייניות, ולעיתים – אף במהלך תרגילי המעבדה. מבחנים מסוג זה דורשים, לפחות, שניים או שלושה שלבי-ביניים. נוסף על כך, ניתן להשתמש במבחנים, שחלק מהמידע הנדרש לפתירתם נלקח לא מהטקסט, אלא מגרף או משרטוט הנלווים אליו. משך הזמן המומלץ לבדיקה מסוג זה הנו כ-45 דקות.

**ג. בדיקות "טסט" מסכמות** – בדיקות, המתבצעות לאחר לימוד של פרק שלם. מטרתה של בדיקה זו לבחון את מידת ההתאמה בין רמת הידע ויכולות הנבחנים לבין הדרישות, הנקבעות על-ידי תכנית הלימודים ומערכת החינוך, על-ידי הנהלת בית-הספר או על-ידי גורמים אחרים.

בניגוד לבדיקות השוטפות ובדיקות-הביניים – חייבים ה"טסטים" המסכמים להיות אחידים, כלומר מחוברים על-ידי ועדה מיוחדת (מבחן משווה כלל-רשתי), האחראית לכך שתתקבל הערכה מסכמת וברורה, אשר תאפיין את כלל התלמידים (במקרה הנידון: תלמידי בתי הספר של רשת מופת).

גם הבדיקה של התשובות ב"טסט" המסכם חייבת להתבצע באופן אחיד – בדומה לתדריכי

בדיקת בחינות הבגרות במתמטיקה, הניתנים למעריכי הבחינות, לאחר שנכתבו ביחד על-ידי קבוצת מעריכים בכירים (שנבחרו למטרה זו על-ידי המפמ"ר למתמטיקה). בתוך מקבץ של "טסטים" מסכמים אין אמורות להיכלל שאלות, הדורשות יותר משלושה שלבים לפתרון, וכמות השאלות הדורשות שלושה שלבים תהיה לא יותר מ-20%-30% מכלל השאלות. "טסט" מסכם דורש זמן של שיעור אחד או שניים. משמעות הדבר היא, שהזמן המוקצב חייב להתאים למספר השאלות ולרמת הקושי שלהן. אכן, ידיעת החומר התאורטי ונוסחאות היסוד – מאפשרת, באופן עקרוני, לכל תלמיד לפתור את מקבץ השאלות המוצג, אך בשל הגבלת הזמן על בסיס תוצאות הבדיקה – ניתן לאבחן תלמידים חסרי ניסיון בפתרון בעיות אופייניות.

בדיקת "טסט" ניתן לבצע באופן רגיל, כאשר הנבחן מסמן את התשובה הנכונה לדעתו בטבלה שהוכנה מראש (במשבצת המתאימה), או באופן ממוחשב דרך רשת תקשורת פנימית.

בביצוע בדיקה בשיטת ה"טסט" המתוארת – הרי לכל "טסט" או קבוצת "טסטים" – נתון זמן קצוב המוגדר מראש. למרות זאת, ב"טסטים" לימודיים, הניתנים לתלמידים כעבודות-בית, לא ניתנת מסגרת זמן. "טסטים" מסוג זה יכולים להכיל כמות גדולה של שלבי ביניים בדרך לפתרון. לתלמידים, המגלים עניין מיוחד במקצוע הנלמד, ניתן להציע "טסטים" בעלי רמת קושי מוגברת. פתרון נכון של "טסטים" אלו על-ידי התלמיד – מחייב מתן משוב חיובי והענקת חיזוק מצד המורה או מצד ההנהלה. על-מנת להעלות את רמת העניין והמוטיבציה ללימוד של מקצוע מסוים – ניתן להציע לתלמידים "טסטים" לימודיים, המושכים את תשומת לבם ודורשים שליטה במידע נוסף.

את כל ה"טסטים" הנכללים במקבצים-ניתן לחלק לארבע קבוצות:

1. "טסטים" של טקסט – כל המידע הנדרש לפתרון הבעיה נכלל בתוך הטקסט של השאלה.
2. "טסטים" של הדמיה (אילוסטרציה) – כל המידע הנדרש לפתרון הבעיה כלול באנליזה נכונה של גרף, של סכמה או של שרטוט הנלווים לשאלה.
3. "טסטים" של צירופים (קומבינציה) – "טסטים", המשלבים את המידע המועבר בטקסט ומידע של הדמיה (אילוסטרציה), אשר יחד משלימים זה את זה ומאפשרים לנבחן

למצוא את הדרך הנכונה והקצרה לפתרון.

4. "טסט-תחזית" – הסוג החשוב ביותר מנקודת מבט מתודית. פתרון שאלות מסוג זה דורש מהתלמיד ידע מסוים מתוך הפרק הנלמד ויכולת ליישמו במצבים שאינם מוכרים לו.

מההגדרה של "טסט" כמובא לעיל – נובע, שהוא אינו רק כלי למדידת היכולות והידע של הנבחן, אלא מהווה מדד לכישורים פסיכו-פיזיים. לכן שורה של "טסטים" יכולה להיות מחוברת גם לנושאים נוספים.

לדוגמה: ניתן לבחון את יכולת הבנת הנקרא ואת מידת תשומת הלב של הנבחן באופן הבא: ב"טסטים" מסוימים בתוך המקבץ ניתן לשאול שאלות, כגון: "אילו מן הטענות המוצעות נכונות?" וגם שאלות הפוכות: "אילו מן הטענות המוצעות אינן נכונות?". כאשר ה"טסט" דורש תשובה כמותית, ניתן לערבב בין יחידות של גדלים כמו מטרים, סנטימטרים וכדומה.

לדוגמה: אם כתוצאה מחישוב נכון התקבלה תשובה  $3m$ , ניתן לתת את התשובה הנכונה בצורה של  $300cm$  וגם תשובה לא נכונה  $3mm$ . שימוש בשיטות מסוג זה מלמד את התלמיד לדון באופן מעמיק יותר בטקסט השאלה ולנתח את התשובות המוצעות כדבעי.

על מנת לאפשר גישה אינדיבידואלית לתלמיד, יחד עם אחידות (סטנדרטיזציה), הנובעת מאופי שיטת ה"טסט" – ניתן לחלק את מקבצי ה"טסטים" לשלוש רמות: א', ב' ו-ג'.

"טסטים" מקבוצה א' – מטרתם לבדוק את היכולת להבחין ולהכיר את התופעה או את הנושא הנלמד, המוצג בדרך של תיאור, של הגדרה, של נוסחה או של גרף, ובנוסף – לבצע חישובים בסיסיים, שאינם דורשים הבנה עמוקה של המצב. יחד עם זאת, אין התלמיד נדרש לציין את המאפיינים של אותן התופעות או מקורותיהן. עליו לבצע השוואת מרכיבים או לקבוע קשרים בין גדלים שונים בלבד. בנוסף, מספר הצעדים הלוגיים (שלבי הפתרון), הנדרשים לפתרון של "טסט" מקבוצה א', אינם יותר מאשר שניים. בהתאם לנאמר לעיל, מקבץ ה"טסטים" מקבוצה א' חייב להיות מוגבל בזמן הביצוע.

הרמה הבאה – "טסטים" מקבוצה ב':

"טסטים" מקבוצה זו בודקים הן את הבנת מהות התופעה והן את יכולת קביעת הקשר בין התופעה הנלמדת לתופעות אחרות – אגב הפעלת המושגים התאורטיים במצבים

סטנדרטיים. פתרון של שאלות מקבוצה ב' דורש בין 2 ל-4 שלבים. השאלות, הנכללות במקבצים מקבוצות א' ו-ב', מתאימות לרמה בסיסית של לימוד.

הרמה הגבוהה ביותר היא רמה ג' של "טסטים", הבודקת את היכולת לבחון את המושגים ואת הקשרים ביניהם ותובעת להפעיל את השיטות הנלמדות במצבים בלתי-סטנדרטיים. פתרון השאלות השייכות לקבוצה זו, דורש הבנה עמוקה של הקורס הבסיסי, הפעלה יצירתית של הידע, שהוקנה במהלך הלימוד, ולפעמים – שימוש בספרות מקצועית וידע נוסף מעבר למסגרת הנלמדת בכיתה.

מחקר השוואתי של תוצאות המבחן, המורכב ממקבצי "טסטים" בשלוש הרמות, עשוי לספק מידע רב, אשר ישמש לשיפור ההוראה ולצמצום או לביטול של הפערים בין תלמידים בקבוצות לימוד שונות. רצוי, שמחקר כזה יתבצע על-ידי מורים בעלי ידע וניסיון רב, שיש להם יכולת ניתוח של אספקטים פסיכולוגיים.

כאשר מחברים שאלות "טסט", מומלץ השימוש בעקרונות הבאים:

1. מקבץ ה"טסטים" המוצע חייב להתאים את עצמו למטרה של "טסטים" מן הקבוצות השונות, כפי שתוארו לעיל.
2. המלל של ה"טסט" חייב להיות ברור ולא יכול "מלכודות של משמעות", אלא אם כן תוכן הדבר מראש.
3. גרפים, תרשימים ושרטוטים, המובאים בתוך השאלה, חייבים להיות מוצגים באופן סטנדרטי, כלומר הסימונים צריכים להתאים לאלה המקובלים ברוב ספרי הלימוד.
4. גרפים, תרשימים, שרטוטים – חייבים להוות חלק אינטגרלי של השאלה.
5. "הטסטים" חייבים לתאר מצבים ותהליכים מציאותיים. יש להימנע משימוש בשאלות, המציאות מצב לא טבעי או מציאות מספר גדול של מונחים ייחודיים.
6. הערכים, הנכנסים לנתונים של "טסט", חייבים להיות מציאותיים (לא תוצג בשאלה מכונית, הנוסעת במהירות 320 קמ"ש).
7. החישוב של הערך הנשאל חייב להתבצע במהירות וללא פעולות מתמטיות מורכבות או מסובכות.
8. יש לזכור את העיקרון הבא: לפעמים אחת ממטרות ה"טסט" היא לבדוק את האלמנטים הפסיכולוגיים והאישיים של התלמידים, ולא רק את הבנת החומר הנלמד. לכן, השאלות המוצעות יכולות לבוא על פתרון הן בשיטה הישירה, הדורשת זמן רב

- לפתרון, והן בשיטה חלופית חכמה, המאפשרת פתרון מהיר – תוך כדי שימוש ביצירתיות, בדרך לא שגרתית, באינטואיציה, שנרכשה במהלך הלימוד וכדומה.
9. אסור, שהתשובה על שאלה אחת תשמש רמז לפתרון של שאלות אחרות.
10. מקבצי "טסטים" חייבים להתאים לעקרונות הדידקטיים הרגילים: מדעיות, נגישות, שקיפות, תקפות, וכד'.

מלבד החיבור הנכון של שאלות ה"טסט" עצמו, ישנה חשיבות רבה לבחירת מערך התשובות (עיקרון מנחה, רצף, כמות, סדר). יש לציין, כי בחירת מערך התשובות המתאים הוא החלק החשוב והמורכב ביותר בתהליך החיבור של "טסטים". מקובל להניח, כי המספר האופטימלי של אפשרויות התשובה הוא חמש. במקרה זה – ההסתברות לניחוש קטנה, כ-20% בלבד.

לשם חיבור מערכי התשובות ל"טסטים" אנו ממליצים לשמור על הכללים הבאים:

1. נוסף על התשובה הנכונה, צריכות ארבע התשובות האחרות להכיל את השגיאות האופייניות של התלמידים. בדרך זו ניתן יהיה להגיע לניתוח עמוק יותר של רמת הידע של התלמידים.
2. אם לא ניתן להביא את ארבע התשובות – כמוצע בסעיף הקודם, ניתן להשלים את התשובות החסרות על-ידי מתן תשובות, המנוגדות לשכל הישר. פסילת תשובות אלו על-ידי התלמיד עשויה להתפרש כהבנה מסוימת וכאינטואיציה, שנרכשה בתהליך לימוד מכוון.
3. ניתן לחבר את מערך התשובות באופן שכמעט כל התשובות תהיינה נכונות חלקית, ורק תשובה אחת תהיה מלאה ונכונה. בדרך כלל, מערכי תשובות מסוג זה ניתנים לבדיקה על סמך החומר התאורטי. במקרה כזה יש מקום לשאול שאלה – מעין "איזו מן התשובות הבאות היא הנכונה **ביותר**?"

בעתיד מתוכנן ומוצע לתת לכל תשובה (אפילו בלתי נכונה) ניקוד מסוים. שיטה זו תשפר באופן משמעותי את רמת האמינות של הבדיקות-הן במישור הידע המקצועי והן במישור האפיון הפסיכולוגי.



בשלב זה, אנו ממליצים על הנוסחה הבאה לחישוב הניקוד :

$$Z = \frac{N_0^* - \frac{1}{4}N}{N_0} \cdot 100$$

כאשר  $Z$  – הניקוד.

$N_0^*$  – מספר התשובות הנכונות מתוך המקבץ.

$N$  – מספר התשובות הלא הנכונות מתוך המקבץ.

$N_0$  – מספר השאלות בתוך המקבץ.

מתוך הנוסחה נובע, כי "טסט" בלתי-פתור מפחית את הניקוד הכללי פחות מאשר תשובה לא נכונה. אנליזה של סוגי "טסטים" בלתי פתורים – מאפשרת למורה להצביע על הפערים בידע ובהבנה של התלמיד ולאפיין אותם בצורה מתאימה.

להלן הדגמת השימוש בנוסחה לדוגמה הבאה :

נניח, שמספר ה"טסטים" במקבץ הוא  $N_0=10$ , מספר ה"טסטים" הפתורים נכון  $N_0^*=6$ , מספר התשובות הלא נכונות  $N=2$  (שני "טסטים" לא פתורים כלל).

לכן לפי הנוסחה, הניקוד הוא :

$$Z = \frac{6 - \frac{1}{4} \cdot 2}{10} \cdot 100 = 55$$

נניח, כי התלמיד סימן את שני הטסטים הלא פתורים באופן אקראי. מכיוון שהסיכוי לניחוש נכון הנו נמוך, מספר התשובות הלא נכונות עתה הוא  $N=4$ .

לכן הניקוד החדש :

$$Z = \frac{6 - \frac{1}{4} \cdot 4}{10} \cdot 100 = 50$$

עובדה זו מעודדת את התלמידים לסמן את התשובה רק אם הם בטוחים בנכונותה. הדבר משפר את אמינות תוצאות ה"טסט" ומאפשר למורה לאבחן את הפערים של התלמיד.

## הדגמת מקבצי מבחנים

### שאלות במתמטיקה

#### שאלה מס' 1

$$y = (m^2 - 5m)x^2 - (m - 5)x - 1 : \text{ נתונה משפחת הפונקציות}$$

מהו הערך של  $m$ , שעבורו גרף הפונקציה הופך לקו ישר, המקביל לציר  $x$ ?

- א. 0 ו-5      ב. 5      ג. 0      ד. 0 ו-5      ה. 5 ו-2

#### פתרון:

על-מנת שמשפחת פרבולות תהפוך לקו המקביל לציר  $x$ , די בקיום שני התנאים הבאים:

$$\begin{cases} m^2 - 5m = 0 \\ m - 5 = 0 \end{cases}; \begin{cases} m(m-5) = 0 \\ m = 5 \end{cases}; \begin{cases} m = 0, m = 5 \\ m = 5 \end{cases} \Rightarrow m = 5$$

לכן התשובה הנכונה היא ב'.

#### הסבר:

אם התשובה של התלמיד היא א' או ג', ניתן להסיק, כי הוא מבין, שכדי להפוך פרבולה לקו ישר – יש לדרוש  $a=0$  (המקדם של המשתנה בריבוע). יחד עם זאת, התלמיד אינו מכיר את התנאי למקבילות הקו לציר  $x$ . משמעות התשובות ד' ו-ה' היא, שהתלמיד, פשוט, לא פתר את השאלה.

#### שאלה מס' 2

מהו ערכו של  $k$ , שלמערכת המשוואות יש אינסוף פתרונות עבורו?

$$\begin{cases} (k-3)x + 4y = 2 \\ 3x = (k+1)y = 3 \end{cases}$$

- א. 2      ב. 5 ו-3      ג. -5      ד. 5      ה. -3

**פתרון:**

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ למערכת משוואות מסוג}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} : \text{ יש אינסוף פתרונות, כאשר:}$$

נחבר פרופורציה:

$$\frac{k-3}{3} = \frac{4}{k+1}$$

$$k^2 - 2k - 3 = 12$$

$$k^2 - 2k - 15 = 0$$

$$k = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2}$$

$$k_1 = 5, k_2 = -3$$

$$\frac{4}{k+1} = \frac{2}{3} \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} : \text{ כעת יש לבדוק אם מתקיים:}$$

נציב לתוך הפרופורציה:  $k=-3$

$$\frac{4}{-2} \neq \frac{2}{3} \quad \frac{4}{-3+1} \neq \frac{2}{3}$$

אזי עבור  $k = -3$  אין פתרונות למערכת.

$$\frac{4}{5+1} = \frac{2}{3}; \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \frac{2}{3} = \frac{2}{3} . k=5 \text{ נציב}$$

אזי עבור  $k=5$  יש למערכת המשוואות אינסוף פתרונות.

**הסבר:**

משמעות תשובות הכוללות (-3) ו-5 היא, שלתלמיד יש מושג, מהו "תנאי היחידות" של מערכת המשוואות, אבל הוא אינו מכיר את התנאי לאי-קיום הפתרון. משמעות התשובות ב' ו-ד' היא, שהתלמיד כלל לא פתר את הבעיה.

**שאלה מס' 3**

חשב את הפתרון הכללי של המשוואה הטריגונומטרית הבאה:

$$2 \sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$$

- |   |  |  |   |
|---|--|--|---|
| <p>א. <math>x = 45^\circ + 360^\circ k</math><br/> <math>x = 135^\circ + 360^\circ k</math><br/> <math>x = -90^\circ + 360^\circ k</math></p> | <p>ב. <math>x = 45^\circ + 90^\circ k</math><br/> <math>x = -90^\circ + 360^\circ k</math></p> | <p>ג. <math>x = 45^\circ + 90^\circ k</math></p> | <p>ד. <math>x = -90^\circ + 360^\circ k</math><br/> <math>x = 30^\circ + 180^\circ k</math><br/> <math>x = -30^\circ + 180^\circ k</math></p> |
|---|--|--|---|

**פתרון:**

$$\begin{aligned}
 &2 \sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0 \\
 &2 \sin^3 x - (1 - 2 \sin^2 x) - \sin x = 0 \\
 &2 \sin^3 x - 1 + 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \\
 &2 \sin^2 x (\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0 \\
 &(\sin x + 1)(2 \sin^2 x - 1) = 0 \\
 &\sin x + 1 = 0; 2 \sin^2 x - 1 = 0 \\
 &\sin x = -1; \cos 2x = 0 \\
 &x = -90^\circ + 360^\circ k; 2x = 90^\circ + 180^\circ k \\
 &x = 45^\circ + 90^\circ k
 \end{aligned}$$

### הסבר:

תשובה ב' נכונה.

משמעותן של תשובות ג' ו-ד' היא, שהתלמיד פתר את הבעיה נכון, אבל איבד פתרון אחד.

תשובה ה'-משמעותה, שהתלמיד כלל לא פתר את הבעיה.

תשובה א'- משמעותה, שהתלמיד פתר נכון את הבעיה, אך איבד את הפתרונות:

$$x = -45^\circ = 360^\circ k$$

$$x = 225^\circ = 360^\circ k$$

### שאלה מס' 4

נתונה פונקציה  $f(x) = (\ln x)^{m+1} - (\ln x)^m$

כאשר הפרמטר  $m > 1$ .

מהי המשוואה, המתארת את המשיקים לגרף של הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר  $x$ ?

א.  $y=0$       ב.  $y=x-e$       ג.  $y=x+e$       ד.  $y=0$

ה.  $y=x-e$       ו.  $y=2x-1$       ז.  $y=x+3$       ח.  $y=0$

### פתרון:

ראשית, נמצא את נקודת החיתוך של הגרף עם ציר  $x$ .

$$(\ln x)^{m+1} - (\ln x)^m = 0$$

$$(\ln x)^m (\ln x - 1) = 0$$

$$\ln x - 1 = 0 \quad \ln^m x = 0$$

$$\ln x = 1$$

$$x = 1$$

$$x = e$$

נקודה  $(1,0)$       נקודה  $(e,0)$ .

נמצא את משוואת המשיק בנקודה  $(1,0)$ .

נחשב את הנגזרת:  $f'(x) = (m+1)(\ln x)^m - m(\ln x)^{m-1}$

$$a = f'(1) = (m+1)(\ln 1)^m - m(\ln 1)^{m-1} = 0$$

מקדם הזווית של המשיק  $a$  הוא:  $\ln 1 = 0$

$$y - 0 = 0 \quad (x = 0)$$

משוואות המשיק:  $y = 0$

נמצא את משוואת המשיק בנקודה  $(e, 0)$ :

$$f'(x) = (m+1)(\ln x)^m - m(\ln x)^{m-1}$$

$$a = f'(e) = (m+1)(\ln e)^m - m(\ln e)^{m-1} = m+1 - m = 1$$

$$y - 0 = 1(x - e) \quad y = x - e$$

התשובה: ג'.

### הסבר:

משמעות תשובות א' ו-ב' היא, שהתלמיד חישב נכון את הנגזרת, מכיר את משוואת המשיק, אבל איבד פתרון בחישוב נקודות החיתוך עם ציר  $x$ . משמעות תשובות ד' ו-ה' היא, שהתלמיד כלל לא פתר את הבעיה.

### הדגמת שיטות לא סטנדרטיות לפתרון "טסטים" בפיזיקה

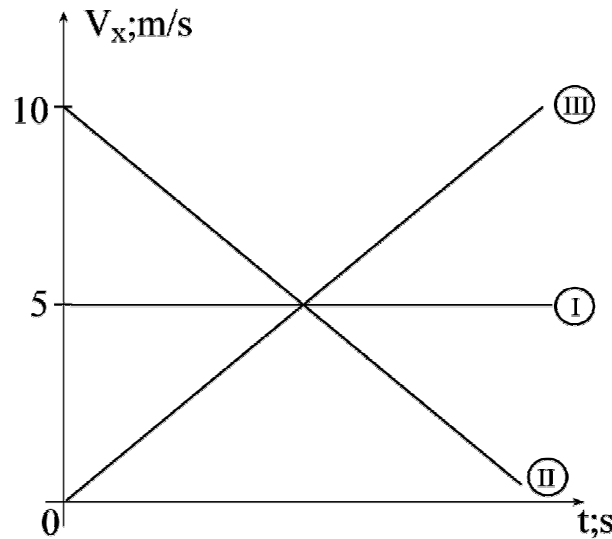
יכולת חשיבה (בפרט בתחום פיזיקה) היא אחת מהדרגות העליונות של יכולת הפעולה האנושית. היא מאפשרת לקבל מידע על עצמים, על תכונות ועל היחסים בין עצמים לבין תכונות בעולם. מתוך ההגדרה של "טסט" (כמיועד לבחון נתונים פסיכו-פיזיים) ניתן להסיק, כי במקבצי "טסטים" יש לכלול שאלות, הבודקות את יכולת התלמידים למצוא לא רק את התשובה הנכונה, אלא גם את הדרך הרציונלית ביותר לפתרון על-פי דרך חשיבתם. "טסטים" מעין אלו מיועדים בעיקר לתלמידים, הבולטים בנתונים אישיים מתאימים, ובעיקר לתלמידים, שבהמשך דרכם המקצועית יעסקו בתחומי מחקר מדעיים. לצורך פתרון "טסטים" אלו נדרשות, בנוסף לידע מוטמע של החומר, גם אינטואיציה מפותחת וגישה לא שנתון "lee" – תשס"ו כרך י"א

שגרתית לפתרון. תכונות אלו מתפתחות באופן הדרגתי על-ידי התמודדות עם פתרון מספר רב של שאלות, "טסטים" וכן על-ידי לימוד חומר משלים.

את ה"טסטים", הקשורים לקבוצה זו, ניתן לפתור בדרך סטנדרטית, אך רצוי, שהפתרון יבוא גם בדרך בלתי-שגרתית יפה, המאפשרת להגיע לפתרון באופן יעיל יותר.

נדגים זאת בעזרת "טסט" מהפרק "תנועה":

**מהו היחס בין ההיטלים של העתקי שלושה גופים, ברגע שבו מהירויות הגופים הן זהות?**



א.  $S_{3x} : S_{2x} : S_{1x} = 1 : 2 : 3$

ב.  $S_{3x} : S_{2x} : S_{1x} = 1 : 3 : 2$

ג.  $S_{3x} : S_{2x} : S_{1x} = 3 : 1 : 2$

ד.  $S_{3x} : S_{2x} : S_{1x} = 3 : 2 : 1$

ה. לא ניתן לקבוע

ברור, כי ברגע  $t_0$  המהירויות של שלושת הגופים שוות ל- $5 \text{ m/s}$ .

ישנן שתי שיטות פורמליות לפתרון הבעיה:

שנתון "לע" – תשס"ו כרך י"א

1. מתוך הגרף ניתן לקבל את התאוצות של הגוף השני והשלישי על-ידי שימוש בנוסחה :

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

לכן :

$$a_{3x} = \frac{5-0}{t_0-0} = \frac{5}{t_0}, \quad a_{2x} = \frac{5-10}{t_0-0} = -\frac{5}{t_0}$$

את התזוזות המתאימות ניתן למצוא על-ידי הביטויים הבאים :

$$s_{3x} = v_{0x}t + \frac{a_{1x}t^2}{2} = \frac{5t_0}{2}$$

$$s_{2x} = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} = 10t_0 - \frac{5t_0}{2} = \frac{15t_0}{2} = \frac{3 \cdot 5t_0}{2}$$

$$s_{1x} = v_{0x}t = 5t_0 = \frac{2 \cdot 5t_0}{2}$$

לכן התשובה הנכונה היא ב'.

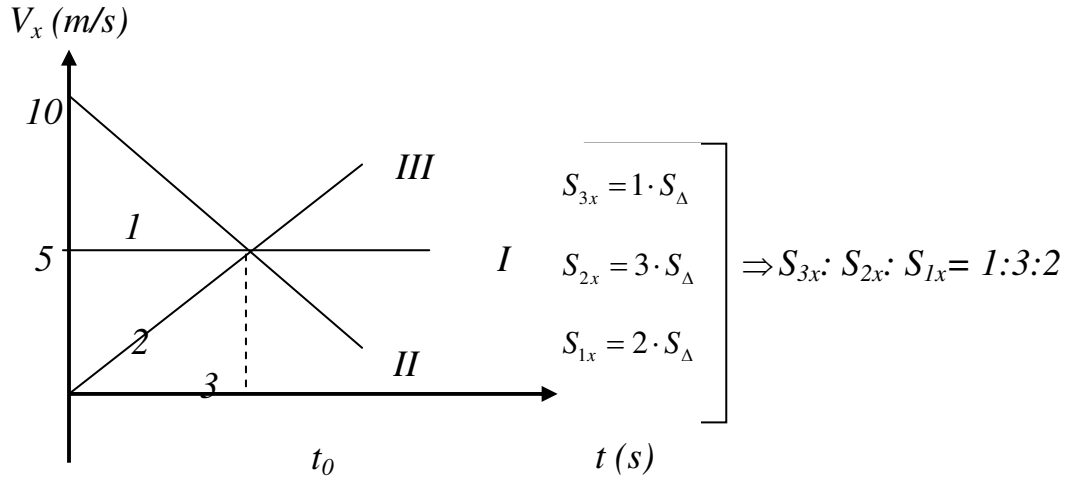
2. דרך נוספת לפתרון היא שימוש בנוסחה :

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t$$

פתרון בשיטה זו מוביל לתשובה זהה, כמובן, אך מקטין את מספר חישובי הביניים ומקצר את הזמן הנדרש למציאת התשובה הנכונה.

3. אחת השיטות הלא שגרתיות לפתרון היא השיטה, המבוססת על ההבנה, כי העתק שווה לשטח מתחת לגרף של המהירות כתלות בזמן. אם שמים לב לעובדה, כי שטחי המשולשים המסומנים בציור כ-1,2,3 הם שווים, מקבלים את התוצאה הבאה :

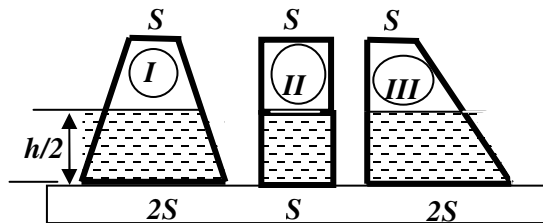




ברור, כי השיטה הבלתי-שגרתית בכלל אינה דורשת חישובי ביניים ודורשת זמן פתרון מינימלי – בהשוואה לשאר השיטות שהוצגו. שיטת הפתרון ודרך החשיבה, שהובילה לפתרון כזה, הן, כמובן, עדיפות על אחרות.

נבחן דוגמה מורכבת מאוד מהפרק: "לחץ הידרוסטטי":

בשלושה **מכלים** נמצא אותו נוזל. מהו היחס בין הלחצים על תחתיות המכלים, אם נהפוך אותם?



- A.  $P_1 = P_2 = P_3$
- B.  $P_1 = P_3 < P_2$
- C.  $P_1 = P_3 > P_2$
- D.  $P_1 > P_3 > P_2$
- E.  $P_3 > P_1 > P_2$

ברור, כי לשאלה זו אין פתרון סטנדרטי פורמלי. תחילה נבחן את השגיאות הנפוצות בפתרון שאלה זו. הלוגיקה בפתרון של התלמידים מבוססת על נתוני היסוד הבאים:

אנליזה של מידות גאומטריות בציור מאפשרת להסיק מסקנות לגבי גודל הנפחים של הנוזלים:

$$V_2 < V_3 < V_1$$

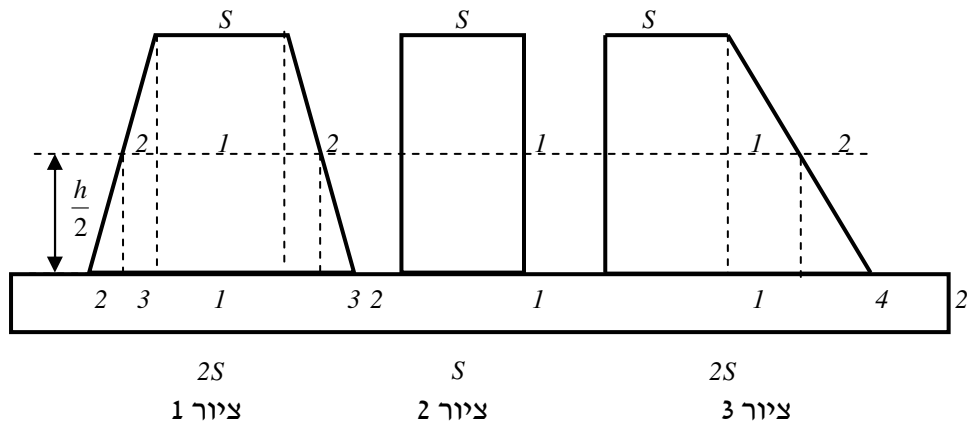
לאחר הפיכת המכלים יהיו שטחי הבסיס שלהם זהים, ולכן, כפי שמניחים מרבית התלמידים, היחס בין גובה הנוזלים יהיה:

$$h_2 < h_3 < h_1$$

מתוך העובדה, כי הלחץ ההידרוסטטי – מתכוונו לגובה הנוזל, מקבלים את התשובה הלא נכונה, ד'.

השגיאה כרוכה בהתעלמות מהעובדה, שלמרות נכונות היחסים בין נפחי- הנוזלים, גובה הנוזלים לאחר הפיכת המכלים תלוי בצורת המכל. (שימו לב לעובדה, כי גובה הנוזל תלוי לא רק בנפח הבסיס ובשטחו, אלא גם בצורת המכל). המסקנה הקודמת נכונה אך ורק לגבי מכלים גליליים או בעלי דפנות ישרים. חשוב לציין, שתשובה ד' מצביעה על כך שלתלמיד ישנו ידע פורמלי מסוים בתחום.

ברור, כי הגורם הקובע בקביעת הלחצים הוא גובה הנוזלים לאחר הפיכת המכלים. מתוך אינטואיציה יש לקחת את המכל השני כייחוס. בתוך המכל הראשון והשלישי "נבודד" את נפחו של המכל השני, לפני ההפיכה ואחריה, כפי שמתואר בציור:



הגובה הנוסף במכל הראשון לאחר ההפיכה הוא בזכות הנפחים המסומנים ב-3 בציור 1. הגובה הנוסף במכל השלישי לאחר ההפיכה הוא בזכות הנפח, המסומן ב-4 בציור 3. מתוך חישוב מתמטי פשוט – ניתן לראות, כי הנפח של שני אזורים : 3 בציור 1 ואזור 4 בציור 3 שווה זה לזה. לכן יש להסיק, כי גובה הנוזל במכלים 1 ו-3 שווה וגדול יותר בהשוואה למכל 2.

לכן התשובה הנכונה היא ג'.

יש לציין, כי ההסבר לפתרון נמשך זמן רב יותר בהשוואה לזמן, הנדרש לפתרון על-ידי תלמיד בעל יכולות טובות. לתשובה נכונה ניתן להגיע, כמובן, גם על-ידי פתרון פורמלי, המבוסס על חישוב נפחים, על גובה הנוזלים וכדומה, אך דרך זו תדרוש זמן רב.

מתוך כל הנאמר, ניתן לחזות, שמקבץ "טסטים", המחובר באופן נכון ובדוק ניסיונית במהלך שנים, מאפשר למדוד לא רק את רמת המוכנות של תלמידים, אלא גם להעריך את יכולתם הכללית – בהתאם לשיטת הפתרון שהם בחרו. דבר זה דורש הגדרה קשיחה מאוד של הזמן המוקצב לפתרון של כל מקבץ "טסטים".

### שיטות לפתרון "טסטים" בנושא "יחידות"

במהלך פתרון שאלות "טסט" בפיזיקה ישנה חשיבות רבה לבדיקה של יחידות הפרמטרים, המרכיבים נוסחאות חשובות.

לדוגמה: ברור, כי לביטוי מסוג

$$3 m - 2 kg$$

אין משמעות, ולכן אם במהלך חישוב מופיעים גורמי סכמה או חיסור בעלי יחידות שונות, הרי זה סימן לעובדה, שקיימת שגיאה כלשהי בחישוב. בדרך כלל, שגיאה מסוג זה היא בעלת מקור אריתמטי. מתוך שיקול זה, כדאי מדי פעם בפעם לנתח את יחידות הביטויים, שמתקבלים במהלך הפתרון. על מנת לממש מטרה זו – יצרנו מקבץ "טסטים" מיוחד לתרגול מיומנויות, הנדרשות לאנליזת יחידות. בנוסף, מקבץ זה מאפשר לבדוק את ידיעת הנוסחאות הבסיסיות. בפתרון טסטים מסוג זה אנו ממליצים לפעול על-פי הכללים הבאים:

1. מכפילים מספריים ופרמטרים חסרי יחידות אינם משפיעים על היחידות של הביטוי המתקבל.

לכן בביטוי מסוג:  $\frac{3}{N}P$ , כאשר  $P$  – לחץ,  $N$  – מספר חלקיקים, היחידות הן יחידות לחץ, מכיוון שהגורם המספרי 3 וכן- $N$  הם חסרי יחידות.

2. סכום אלגברי של גורמים בעלי אותן יחידות מוביל לפרמטר בעל יחידות זהות לאלה של הגורמים המרכיבים אותו. חשוב לציין, שחיבור (או חיסור) של גורמים בעלי יחידות שונות הוא חסר משמעות כלשהי.

נבחן את הביטוי:

$$4P - \rho gh$$

כאשר  $P$  – לחץ,  $\rho$  – צפיפות,  $g$  – תאוצת נפילה חופשית,  $h$  – עומק. הגורם הראשון הוא לחץ, ואכן גם הביטוי  $\rho gh$  הוא בעל יחידות של לחץ (הגורם המספרי 4 אינו משנה את היחידות), ולכן היחידות של הביטוי כולו הן יחידות הלחץ.

נבחן לדוגמה את ה"סטט" הבא:

מהו הביטוי, המגדיר את משקל הגוף בעל מסה  $m$  בתוך נוזל, כאשר כוח ארכימדס הפועל עליו הוא  $F$ ?

א.  $mg - F$     ב.  $mg + F$     ג.  $m^2g - F$     ד.  $m^2g + F$     ה.  $mg - \sqrt{F}$

ברור, כי התשובות האפשריות הן א' וב', מכיוון ששאר התשובות חסרות משמעות בגלל אי-התאמת היחידות של הגורמים בסכום. ידיעת החומר התאורטי והניסיון, המצטבר בפתרון בעיות כאלה – יוביל את התלמידים לתשובה הנכונה, א'. ראוי לציין, כי תשובה ב' מחייבת ניקוד מופחת ביחס לשאר התשובות. טכניקת ניקוד זו מאפשרת בדיקת רמת הידע של תלמידים בצורה טובה יותר.

3. פרמטר בעל יחידות מסוימות חייב להיכתב באופן הנוח והמשתלם ביותר.

לדוגמה: אם בביטוי קיימת מכפלה  $Vt$ , כאשר  $v$  – מהירות ו- $t$  – זמן, אז ניתן להחליפו ביחידות האורך. מידת האורך-מנקודת המבט של יחידות-יכולה להיות מוצגת באופנים הבאים:

$$L = Vt$$

$$L = V_0t + \frac{at^2}{2}; L = \frac{V^2 - V_0^2}{2a} \text{ או } L = V_0t +$$

כאשר  $V$  – מהירות ברגע  $t$ ,  $V_0$  – מהירות התחלתית,  $a$  – תאוצה. באותה מידה, אורך יכול להיות מוצג כנפח מחולק בשטח. בצורה זו ניתן להציג כל פרמטר באופן הנוח ביותר.

דוגמה נוספת: נבחן את ה"טסט" הבא:

לאיזה גודל פיזיקאלי מתאים הביטוי הבא:

$$\frac{F - ma}{s\rho h}$$

כאשר  $F$  – כח,  $S$  – שטח,  $\rho$  – צפיפות נוזל,  $h$  – עומק,  $m$  – מסה,  $a$  – תאוצה:

א. מהירות      ב. תאוצה      ג. צפיפות      ד. כוח      ה. אנרגיה?

ניתן לענות על שאלה זו על-ידי חישוב, המבוסס על רישום היחידות של כל אחד מן הגורמים המופיעים בביטוי, אבל ניתן לפתור את השאלה באופן מהיר יותר, אם שמים לב, כי לביטוי  $ma$  ישנן יחידות של כוח. למכפלה של שטח בעומק, המופיעה במכנה של הביטוי, ישנן יחידות של נפח  $V$ . לכן אם מייחסים את המונה לכוח ארכימדס, אז קל לראות, כי לביטוי ישנן יחידות של תאוצה, והתשובה הנכונה היא ב'. אם נתחשב בהערה אפשרית מצד המורים, שניתן לפתור את השאלה באופן פשוט יותר על-ידי הצבת יחידות לכל אחד מן הגורמים, אנו ממליצים להסתכל ב"טסט" הבא:

**לאיזה גודל פיזיקאלי מתאים הביטוי הבא:**

$$U \sqrt{\frac{C}{m}}$$

כאשר  $U$  – מתח חשמלי,  $C$  – קיבול,  $m$  – מסה:

- א. מטען      ב. זרם      ג. צפיפות      ד. מרחק      ה. מהירות?

את הביטוי הנ"ל ניתן להציג באופן הבא:

$$\sqrt{\frac{CU^2}{m}}$$

ברור, כי ל- $CU^2$  יש יחידות של אנרגיה (האנרגיה החשמלית של קבל היא  $\frac{CU^2}{2}$ ). לכן לפי המלצה 3, ניתן להציגה כאנרגיה מסוג כלשהו. יש לזכור, כי אנרגיה קינטית מוגדרת כ- $\frac{mv^2}{2}$  ובמכנה של הביטוי ישנה מסה. לכן קל לקבל את התשובה הנכונה ה'. על-ידי פתרון "סטנדרטי", כלומר על-ידי הצבה של כל היחידות בביטוי, יידרש זמן רב לפתרון, ולא תמיד יגיעו התלמידים לתשובה הנכונה (ראוי לבדוק זאת על-פי הדוגמה, המוזכרת באופן עצמאי).

4. הכפלה בו-זמנית של המונה והמכנה באותו פרמטר אינה משנה את היחידות של הביטוי (עובדה זאת אינה דורשת הוכחה).

דוגמת שימוש בטכניקה זו מופיעה ב"טסט" הבא:

$$\frac{m^2 v}{\rho \alpha l^2 t^2} \text{ לאיזה גודל פיזיקאלי מתאים הביטוי הבא:}$$

כאשר  $m$  – מסה,  $\rho$  – צפיפות,  $a$  – תאוצה,  $t$  – זמן,  $l$  – אורך,  $V$  – מהירות:

- א. אנרגיה      ב. מהירות      ג. תנע      ד. לחץ      ה. שטח?

מתוך אנליזה של המכנה ניתן לשים לב, כי אילו במקום  $l^2$  יופיע  $l^3$ , אז יהיה ניתן להציג את הביטוי  $\rho a l^3$  ככוח ארכימדס, או  $ma$ . לכן מכפילים את המונה ואת המכנה ב- $l$ :

$$\frac{m^2 v l}{m a t^2} = \frac{m v l}{a t^2}$$

מכיוון שמרחק (בעל יחידות של אורך) מתואר על-ידי  $\frac{a t^2}{2}$ , אז לאחר צמצום מקבלים  $mV$ , ביטוי שהוא בעל יחידות של תנע. לכן התשובה הנכונה היא ג'.  
טכניקה זו מועילה במיוחד בפרק אלקטרומגנטיות.

נציג את הדוגמה הבאה:

$$\frac{mgR}{B^2 l^2} : \text{לאיזה גודל פיזיקאלי מתאים הביטוי הבא:}$$

כאשר  $m$  – מסה,  $g$  – תאוצה,  $R$  – התנגדות חשמלית,  $B$  – שדה מגנטי,  $l$  – אורך:  
א. תאוצה      ב. מהירות      ג. זרם      ד. שטף מגנטי      ה. מטען?

הערך המתודי המוסף של "טסטים" מסוג זה – מתבטא בכך, שעל-מנת לפתור אותם במהירות, חייב התלמיד לדעת היטב את הנוסחאות היסודיות. על-ידי אנליזה של הביטוי הנ"ל ומתוך ידיעה, כי **ההשראה** במוליך הנע בשדה מגנטי היא  $Blv$ , קל לראות, כי על-ידי הכפלת המכנה ב- $v^2$  מקבלים יחידות של **מתח** בריבוע, כלומר ניתן להציג את הביטוי באופן הבא:

$$\frac{mgRv^2}{\mathcal{E}^2}$$

תלמידים, אשר זוכרים גם את החומר הנלמד בפרקים הקודמים, יכולים להציג את הביטוי ולהפעיל את השיקול הבא:

$$\frac{mgv \cdot v}{\frac{\varepsilon^2}{R}}$$

מכפלת הכוח  $mg$  במהירות הוא הספק, וכך גם הביטוי  $\frac{\varepsilon^2}{R}$ . לכן התשובה היא מהירות – תשובה ב'.

"טסטים" מסוג זה מאפשרים גם בדיקה של רמת הידיעה של התלמיד בחומר שנלמד קודם.

5. פרמטר, הנכנס לביטוי בחזקה כלשהי, יכול להיות מוצג כמכפלת הגורמים באופן הנוח ביותר.

נעיין בדוגמה הבאה:

**לאיזה גודל פיזיקלי מתאים הביטוי הבא:**

$$\frac{\rho l^4}{t}$$

**כאשר  $\rho$  - צפיפות,  $l$  - אורך,  $t$  - זמן:**

א. מהירות      ב. לחץ      ג. כוח      ד. תאוצה      ה. תנע?

מתוך אנליזה של הביטוי, הנובעת מההבנה, שהביטוי- $l^3$  הוא בעל יחידות של נפח, ניתן לרשום את הביטוי באופן הבא:

$$\frac{\rho V l}{t} = \frac{m l}{t} = m v$$

לאחר חישוב פשוט מקבלים את התשובה הנכונה, ה'.

יש לציין, כי ניתן לשאול את השאלות על יחידות גם באופן הפוך:

לדוגמה, נסתכל ב"טסט" הבא:



$$\frac{N \cdot m^2}{\text{sec} \cdot \text{Joule}}$$

לאיזה גודל פיזיקלי מתאים הביטוי בעל היחידות של

כאשר

א. מהירות      ב. תאוצה      ג. צפיפות      ד. לחץ      ה. נפח?

נוח להציג את הביטוי בצורה הבאה :

$$\frac{Fl^2}{tA}$$

כאשר  $F$  – כוח,  $l$  – אורך,  $t$  – זמן,  $A$  – עבודה.

אם מציגים את העבודה כמכפלת כוח במרחק, הרי לאחר צמצומים מתאימים – מקבלים את היחס של מרחק לזמן, כלומר את המהירות.

באופן דומה, "טסטים" מסוג זה מאפשרים לא רק את בדיקת החומר הנלמד, אלא גם את בדיקת היכולת לקשר אותו עם חומר שנלמד בעבר. המאפיין "טסטים" כאלה הוא, שרק תלמידים, הלומדים פיזיקה באופן רציף לאורך כל השנה, מסוגלים לפתור נכון את השאלות בזמן המוקצב. בנוסף לכך, רק לאחר פתרון מספר רב של שאלות, מסוגלים תלמידים להבחין באיזה פרמטר יש להכפיל או לחלק את הביטוי – על מנת לפשט את הפתרון. דבר זה חיוני לאבחון רמת ההישגים של התלמידים.

## סיכום

מהניסיון של הפעלת המבחנים על קבוצות שונות של תלמידים ניתן לקבוע בצורה ודאית את המסקנות הבאות :

- השיטה המוצעת משקפת במידה רבה יותר את רמת הידע וההבנה של התלמידים ואת הישגיהם.
- מהתשובות הבלתי נכונות ניתן להסיק בצורה ברורה, מהם נושאי הלימוד, שהתלמיד מתקשה בהם, וזאת – באופן אישי.

- הודות לשיטה זו ניתן להפריד בין ההישגים המקצועיים של התהליך הלימודי לבין שליטה במיומנויות כלליות, כגון: הבנת הנקרא, תשומת לב ויכולת ריכוז בפרטים, וכדומה.

## ביבליוגרפיה

- לוי, א' (עורך, 1996). **הערכה חלופית: קובץ מאמרים**. מכון מופ"ת, משרד החינוך התרבות והספורט. בירנבוים, מ' (1997). **חלופות בהערכת הישגים**. רמות.
- וליצקר, מ' (1999). **אסופה – הערכה חינוכית כמנוף לשיפור הלמידה**. החטיבה האקדמית – מכללת אורנים, והמחלקה להוראת המדעים-טכניון.
- סוסק, ז' (1987). **מורים ותלמידים שואלים שאלות ברמות גבוהות**. מכללת לוינסקי לחינוך, ת"א.
- פרלברג, א' (1975). מיומנות שאילת שאלות ברמה גבוהה, מבניות להכשרת מורים ולהשתלמותם, **מבניות, 1**, המחלקה להוראת המדעים – הטכניון ומשרד החינוך.
- שילה, ג' (1991). חשיבות שאילת שאלות בצורה בהירה ומדויקת, **מהלכים, שנתון מכללת לוינסקי לחינוך, ת"א, עמ' 67-79**.
- תמיר, פ' (1989). **הערכת הישגים לימודיים במדעי הטבע**. המרכז הישראלי להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית, ירושלים.

*Mathews, J.C. (1985. Examinations; A Commentary. London.*

*Satterly, D. (1989). Assessment in Schools. Oxford.*

*Haertel, E.H. (1991). New forms of teacher assessment, Review of Research in Education, 17, pp. 3-29.*

## הערכה במתמטיקה ובמדעי הטבע-אתרי אינטרנט:

<http://www.fwl.org/fwerc/welcome.html>

<http://www.csteep.bc.edu.TIMSS>