

המלצה על ספר:

"האם זו בעיה? בעיות מילוליות במספרים טבעיים בבית-הספר היסודי"

קרני שיר



ד"ר קרני שיר

מרצה במכללת שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
חוקרת בפרוייקט "הבזקים" - הפקולטה למתמטיקה, טכניון, חיפה.

שמחתי מאוד להכיר את הספר "האם זו בעיה? בעיות מילוליות במספרים טבעיים בבית-הספר היסודי" שכתבה פרופ' שרה הרשקוביץ משתי סיבות: הראשונה קשורה לתפקידי כמרצה, ואילו השנייה קשורה למהותי כאימא לשלושה ילדים הנמצאים במערכת החינוך.

באשר לסיבה הראשונה, התבקשתי השנה ללמד את הקורס "בעיות מילוליות באריתמטיקה". זו הפעם הראשונה שאלמד קורס זה, וכאשר גיליתי את הספר שכתבה פרופ' שרה הרשקוביץ, הרגשתי ממש כאילו מצאתי אוצר. נוסף על כך, אין ספק שספר זה יוכל להוות את השלד לבניית הקורס, היות שהוא מרכז בשפה העברית את הידע הקיים במחקרים רבים (שרובם אינם בשפה העברית); הוא מנגיש ידע זה לסטודנטיות ומאפשר להן ללמוד לעומק על סוגים שונים של בעיות מילוליות וסוגי הקשיים הנובעים מהמבנים השונים של בעיות אלו.

כמו כן, אני האימא (המאוד גאה) של אורי – תלמידת כיתה ט' בהטיבת הביניים של הכפר הירוק, פלג ויובל – תלמידים בבית הספר היסודי של הכפר הירוק. ההיכרות עם הספר מאפשרת לי, כהורה, להבין יותר לעומק את הבעיות המילוליות שנחשפים אליהן הילדים שלי בבית הספר ולזהות ביתר קלות קשיים הנובעים ממרכיבים קוגניטיביים המופיעים אצלם בעת שהם עוסקים בפתרון בעיות מילוליות, מה שיוכל לאפשר לי בעת הצורך לעזור להם בדרך טובה יותר.

על הספר

הספר "האם זו בעיה? בעיות מילוליות במספרים טבעיים בבית-הספר היסודי" יצא לאור בשנת הלימודים תשע"ד, 2014. בספר יש 150 עמודים והוא מיועד למורים, מדריכי מורים, סטודנטים להוראה, הורים ושאר מתעניינים.

את הספר כתבה פרופ' שרה הרשקוביץ. לשרה יש תואר ראשון

ושני מאוניברסיטת תל-אביב ותואר שלישי מאוניברסיטת חיפה. היא משמשת ראש מנהלת מדידה והערכה במרכז לטכנולוגיה חינוכית (מט"ח) וראש התמחות מתמטיקה במסלול לבית הספר היסודי בשאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך. תחום מחקרה העיקרי הוא ניתוח בעיות מילוליות המתאימות לבית הספר היסודי ודרכי הפתרון שלהן.

הספר יצא לאור בשיתוף מט"ח ושאנן והוא מופיע גם במתכונת מקוונת באתר כותר:

<http://www.kotar.co.il/KotarApp/Viewer.aspx?nBookID=100596887#7.789.6.default>

תמצית הספר

הפרקים הראשונים של הספר מתעמקים במאפיינים של הבעיות המילוליות שהתלמידים עוסקים בהן, ומציגים סכמות לניתוחן. הפרקים שלאחריהם עוסקים בבעיות חד-שלביות, שלצורך פתרונן אפשר ליצור תרגיל שיש בו פעולה אחת בלבד מתוך ארבע פעולות החשבון הבסיסיות (חיבור, חיסור, כפל וחילוק). בעיות אלו הן הבעיות המילוליות הבסיסיות ביותר והן מספקות את אבני הבניין היסודיות לבעיות מילוליות במתמטיקה. לאחר מכן מוצג המעבר מבעיה חד-שלבית אל בעיות מורכבות יותר, ולבסוף פתרון בעיות שאינן מבוססות על ארבע פעולות החשבון, אלא על אסטרטגיות פתרון אחרות (היוריסטיות) שאף הן בתחום יכולתם של ילדים צעירים.

להלן תמצית כל אחד מהפרקים, כפי שהמחברת מציגה אותם:

הפרק הראשון "בעיות מילוליות במתמטיקה" מציג בראשיתו את העיסוק של הספרות המחקרית בשאלה מהי בעיה מילולית במתמטיקה. הפרק דן בהבחנה בין טקסט סיפורי לטקסט המתאר בעיות

מילוליות מתמטיות שנדרש בהן תהליך עיבוד מידע שונה מזה הנדרש בטקסט סיפורי. השלב הראשון בתהליך הוא הבנת "בסיס הטקסט" – הליך המצריך שחזור הסיפור המתואר בטקסט הנתון והבנתו. השלב השני הוא "מודל המצב" – שלב שבו על התלמיד להבין את המצב המתואר בסיפור ולזהות את הקשרים בין מרכיביו השונים של הטקסט. רק לאחר שני שלבים אלו יוכל התלמיד לבנות מודל מתמטי, כלומר תרגיל, משוואה או סכמה (לפי מורכבות הבעיה הנתונה) שאפשר לפתור באמצעותה את הבעיה הנתונה. במחקרים נמצא הבדל בין יכולת התלמיד לחזור על טקסט הסיפור ובין יכולתו להשתמש במידע הנתון בסיפור כבסיס לפעילות או לחישוב – כל אחד מהשלבים והקשר ביניהם משפיעים על יכולת התלמיד לפתור את הבעיה הנתונה.

בפרק מבחינים בין סוגי הבעיות המילוליות המגוונות (מעולם בית הספר ופתרון באמצעות מספרים טבעיים): בעיות חד-שלביות שלצורך פתרונן משתמשים באחת מפעולות החשבון הבסיסיות: חיבור, חיסור, כפל וחילוק; בעיות רב-שלביות שלצורך פתרונן

משתמשים בצירוף של כמה פעולות בסיסיות; ובעיות לא שגרתיות שלצורך פתרונן משתמשים באמצעים היוריסטיים מגוונים. כל אחד מהסוגים האלו מתואר בהרחבה בשאר הפרקים. חשיבות העיסוק בפתרון בעיות מוצג על בסיס עבודתם של חוקרים רבים, החל מהצורך להציג לפני התלמידים את חשיבותה של המתמטיקה לחיי היום-יום וככלי לתיאור תופעות מדעיות, החל מהיכולת לפתח באמצעות הבעיות מוטיבציה, יצירה והנאה בקרב התלמידים וכלה בפיתוח מיומנויות מתמטיות, ידע, הבנה, יישום של רעיונות שנלמדו קודם לקראת פיתוח רעיונות חדשים ויכולת להתבונן בפתרון בדרך ביקורתית. לעניין תהליכי העבודה הנדרשים לפתרון בעיות מילוליות מוצגת עבודתם של חוקרים מתחום החינוך המתמטי ומתחום הפסיכולוגיה הקוגניטיבית. מדובר בתהליכים שיש בהם הבנת הטקסט, תכנון ובנייה של ייצוג המתאר את הנתונים (ולעיתים ייצוגים גרפיים, סכמתיים או מתמטיים) כדי להביא לידי שימוש בכלים מתמטיים לחישוב הפתרון. העבודה אינה מסתיימת בפתרון, אלא נדרש מבט ביקורתי אם הפתרון מתאים כמענה לבעיה הנתונה, וכאשר הפתרון אינו מתאים, התהליך חוזר לניתוח נוסף.

הפרק השני "סכמות ופתרון בעיות מילוליות" מציג את תפיסתם של פסיכולוגים קוגניטיביים באשר למושג 'סכמה' כרשת סמנטית המייצגת יחסים, תרחישים והתנהגויות. סכמה נוצרת בתהליך של

הטמעה בעת התמודדות קוגניטיבית עם מושגים והתנהגויות חדשות והתאמה כאשר נוצרת הפרה פנימית או קונפליקט פנימי בין הרעיונות וההתנהגויות החדשות כנגד אלו הקיימות. בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה אנו מוצאים סכמות בשני היבטים: סכמות של בעיות – הסכמה מציגה מבנה כללי המתאים לאוסף של בעיות שלכולן אותה רשת סמנטית. בעזרת הסכמה אפשר להבחין בין סוגי בעיות המתאימות לסכמות מגוונות, כמו ניתוח מבחר בעיות המתאימות לאותה סכמה והבחנה בהבדלים שביניהן; סכמות של תהליך פתרון – בסכמות אלה יש שלבים למיניהם במהלך הפתרון: ניתוח הבעיה, בניית הייצוג שיעזור

להבין אותה ולפתור אותה, הפתרון והבדיקה. הסכמה מאפשרת לפותר לקלוט אינפורמציה ולבנות תהליך המבוסס עליה, להגיב באופן משמעותי ויעיל על הגירויים הנתונים ולהתאים את התנהגותו למצב הנתון או לפתח אסטרטגיות פתרון חדשות. כמו כן, סכמת הבעיה יכולה לשמש כלי עבודה לתלמיד ולאפשר לו לנתח את מרכיבי הבעיה, לזהות איך המרכיבים לסוגיהם קשורים זה לזה ואילו מרכיבים חסרים, ועליו לחפש זאת (בטקסט הנתון) או לחשב.

החל מהפרק השלישי מתמקדים בסוגי הבעיות וניתוחם בהצגת דוגמאות וממצאי מחקר לכל קטגוריה.

הפרק השלישי עוסק ב"בעיות מילוליות חד-שלביות". בפרק זה שני סעיפים: "בעיות בעלות מבנה חיבורי" ו"בעיות בעלות מבנה כפלי". "בעיות בעלות מבנה חיבורי" הן בעיות שלצורך פתרונן משתמשים בתרגיל חיבור או בתרגיל חיסור. הסכמה הכללית המייצגת אותן היא מבנה תלת-מקומי שבו שלם ושני חלקים (זרים זה לזה). לכל מצב נתון המתואר בסכמה של שלם וחלקים אפשר להציג גם בעיית חיבור (כאשר החלקים נתונים ויש לחשב את השלם) וגם בעיית

וכל אלה מובילים לסדר פתרון אחר ולדירוג קושי שונה. כל אלה מתוארים בפירוט רב בפרק. ההבחנה בין הבעיות לסוגיהן, השווה והשווה שביניהן ודירוג הקושי שלהן מאפשר למורה לקבל החלטות מבוססות מחקר על שלבי ההוראה-למידה.

הפרק הדין ב"בעיות לא שגרתיות" מופיע בספר זה משלוש סיבות: א. הוא שייך לתחום של בעיות בתחום המספרים הטבעיים; ב. הוא חושף הן את התלמידים והן את המורים לעובדה שלא את כל הבעיות המתמטיות פותרים באמצעות תרגילי חשבון, אלא יש שיקולים מתמטיים ודרכי פתרון אחרות; ג. מצאנו במחקר שפתרון בעיות לא שגרתיות המאפשרות מבחר פתרונות ומבחר דרכי פתרון, יכולות לשמש כלי אחר לפיתוח דרכים ואסטרטגיות לפתרון, לפיתוח חשיבה ביקורתית ולפיתוח חשיבה יצירתית בקרב התלמידים. בבעיות לא שגרתיות נדרש התלמיד לזהות את המודלים שיסייעו לו לפתור את הבעיות, להשתמש בגישות היוריסטיות, כמו ניסוי ובדיקה, חשיבה על בעיות דומות, חקירה שיטתית, מיצוי אפשרויות, בדיקת מקרי קיצון, הכללה ועוד. הפרק מציג מבחר של סוגי בעיות המתאימות לגילאים צעירים, כמו בכל הספר – עם דוגמאות מפורטות של בעיות ועם מבחר דרכי פתרון, בייחוד כאלה שמצאנו במחקר אצל תלמידים ועם המלצות למורים כיצד למנף פתרון בעיה נתונה למרחב בעיות גדול יותר.

לסיים

לדעתי, ספר זה הוא ספר שיכול לתרום הרבה מאוד לידע וההבנה של סטודנטים, מורים ומורי מורים המעוניינים לעמוד לעומק על מרכיבים של בעיות מילוליות הנדונות בבתי הספר היסודי מצד אחד, ומצד אחר להבין טוב יותר את הקשיים שיכולים להיות לתלמידים ולדעת כיצד להתמודד טוב יותר עם קשיים אלו. הספר מבוסס על המחקרים הנרחבים מאוד שנעשו במשך שנים רבות על הנושא של בעיות מילוליות באריתמטיקה, אך הוא גם מפרש מחקרים אלו וממליץ המלצות מעשיות המבוססות עליהם. אני נהיתי מאוד מקריאת הספר כי נחשפתי לתובנות רבות העולות מתוך הקריאה בו, ואני בטוחה שגם אתם תרגישו כמוני אחרי שתקראו אותו.

חיסור (כאשר השלם ואחד החלקים נתונים ויש לחשב את החלק האחר). הפרק מציג את המבנה הלוגי של הבעיות, את ההבחנה בין בעיות המתאימות להקשרים שונים (דינמי, סטטי והשוואה), וכן את ממצאי המחקר בדבר ההבדלים ביניהן והקשר שבין רמות הקושי של הבעיות למבנה הבעיות ולהקשר שהן עוסקות בו. בפרק הבעיות מובחנות גם לפי סוגי התיאורים המילוליים, סוגי יחידות המידה שהבעיות עוסקות בהן ומשתנים אחרים המשפיעים על מגוון הבעיות מצד אחד ועל רמת הקושי שלהן מצד אחר. הבחנות אחרות ודקויות רבות מוצגות במהלך הפרק. נוסף על כך, מוצגים מאפיינים המשפיעים על רמת ההצלחה של תלמידים בפתרון, כמו למשל סוג המספרים המופיעים בבעיה, סדר האירועים המתואר, מקום הופעת משפט השאלה ועוד. משתנים אלה משפיעים גם על סוגי הבעיות האחרות שיוצגו בהמשך. על בסיס ממצאי המחקר האמפירי, המורה יכול להתאים את סוגי הבעיות שיש לתלמידיו בשלבי למידה מגוונים לפי רמת התפתחותם ויכולתם. גם בפרק זה מוצגים הרעיונות בעת שימוש בדוגמאות רבות, מנותחות ומסברות, כך שיקל למורה הקורא להשתמש בהן ואף ליצור כמותן.

"בעיות בעלות מבנה כפלי" הן בעיות שלצורך פתרונן משתמשים בתרגיל כפל או בתרגיל חילוק. הסכמה הכללית המייצגת אותן היא מבנה תלת-מקומי שבו יש מכפלה ושני גורמים. לכל מצב נתון המתואר בסכמה של מכפלה וגורמים אפשר להציג גם בעיית כפל (כאשר הגורמים נתונים ויש לחשב את מכפלה) וגם בעיית חילוק (כאשר המכפלה ואחד הגורמים נתונים ויש לחשב את הגורם האחר). גם בפרק זה מוצג המבנה הלוגי של בעיות הכפל וההקשרים למיניהם שבהם מתקיים מבנה כפלי: התאמה, השוואה, צירופים (קומבינטוריקה), בעיות יחס וחשובי מידות. בכל אחד מהסוגים מוצג ניתוח של הסוג ובמה כל סוג שונה מהסוגים האחרים. כמו כן מוצגות דוגמאות המפרטות ומבירות את הייחודיות של כל סוג ואת הקשיים הקיימים בהם, כפי שנמצאו במחקרים. בכל הדוגמאות שבספר מופיע גם חישוב הכינויים. נמצא שנושא זה אינו בהיר דיו, ובכך החשיבות להדגשה מיוחדת בכלל ובעיות המילוליות המתאימות למבנה הכפלי בפרט.

הפרק הרביעי עוסק ב"בעיות מילוליות מורכבות". פרק זה מבוסס ברובו על המחקר של כותבת ספר זה שהתפתח במהלך עשרים השנים האחרונות. גם בפרק זה יש שני סעיפים: "בעיות מילוליות דו-שלביות" ו"בעיות לא שגרתיות". הפרק הדין ב"בעיות מילוליות דו-שלביות" מציג את המעבר מבעיה חד-שלבית לבעיה דו-שלבית, את הקושי הנובע ממעבר זה ואת מכלול הבעיות לסוגיהן המתקבל כאשר בונים בעיה דו-שלבית משתי בעיות חד-שלביות. הפרק מתאר בפירוט רב את אחת ההרכבות האפשריות – הרכבה של מבנה כפלי עם מבנה חיבורי, כדוגמה לכל שאר ההרכבות האפשריות וכדוגמה להרכבות רב-שלביות. המעבר מבעיה חד-שלבית לבעיה דו-שלבית מפתיע ביותר כיוון שבטקסט המתאר בעיה חד-שלבית כל המרכיבים הדרושים לפתרון מופיעים בטקסט, ואילו בבעיה דו-שלבית חסרים בטקסט מרכיבים הכרחיים לפתרון ועל הפותר לזהות את המרכיבים החסרים, להשלים (בעזרת חישובי ביניים) ורק אז יוכל לפתור את הבעיה המקורית. ככל שבבעיה יש יותר שלבי פתרון, כן חסרים בטקסט יותר מרכיבים. בבעיות דו-שלביות יש שלושה סוגי הרכבה המובילים לשלושה מבנים מסוימים הניתנים לייצוג בשלוש סכמות אלה: סכמה היררכית (שבה שלם או מכפלה המתלכדים עם גורם או חלק, בהתאמה); סכמת שלם משותף (שבה המכפלה והשלם מתלכדים); סכמת חלק משותף (שבה חלק מתלכד עם גורם). שלושה סוגי הרכבה אלה מניבים אוסף גדול של בעיות השונות זו מזו במבנה (סכמה), בפעולות המתמטיות ובסוגי הכינויים,