עצמים מדיבורים: כיצד ילדים קטנים יוצרים מספרים בתוך שיח

עירית לביא ואנה ספרד, אוניברסיטת חיפה

תקציר

המחקר המתואר במאמר זה הוא חלק של הפרויקט המתמשך שלנו המוקדש לשאלה **כיצד צומחת ומתפתחת חשיבה מספרית של ילדים?** אמנם הנושא נחקר כבר רבות, אולם הגישה התאורטית המיוחדת שהתחלנו לפתח לפני קרוב לשני עשורים מביאה עמה תובנות חדשות. לפי גישה זאת, הנקראת קומוגניטיבית, חשיבה היא תקשורת עצמית ומספרים הם מבנים דיסקורסיביים הנולדים ומתפתחים בתוך שיח. במאמר זה לאחר סקירה קצרה של התאוריה, אנו מציגות אחדות מהאבחנות שהגענו אליהן בסבב הנוכחי של הפרויקט. אנו מתמקדות בנתונים שאספנו במשך 18 חודשים במעקב אחר ילד בשם מעיין שהיה בן שנתיים ושמונה חודשים בתחילת המחקר. הניתוח שלנו, שבו אנו בוחנות את התפתחות תשובתו הרוטינית של מעיין לשאלה "איפה יש יותר?", מראה כי השיח המספרי הלא-כמותי והשיח הכמותי הלא-מספרי של ילד הגדל בחברתנו הם בהתחלה נפרדים, והם צומחים במקביל בעקבות חיקויים שעושה הלומד לרוטינות מספריות של בן-שיח מומחה. תחילה, ישנו קשר אסוציאטיבי בלבד בין ההליכים השונים שהוא מבצע בתגובה לשאלה. דפוסים דיסקורסיביים אלה, המתפתחים בתוך ה"חממה" של אינטראקציות בין-אישיות, מתאחדים בהמשך בהדרגה למארג רוטינות וביטויים מקובלים מקושר היטב, ובו כל היגד מספרי נחשב גם לכמותי. הנתונים שאספנו הובילו לתמונה מפורטת למדי של תהליך זה.

מילות מפתח: שיח; מחקר קומוגניטיבי; רוטינה; מעשה; ריטואל; חקירה; תקדים.

מבוא

כיצד נולדת ומתפתחת חשיבה מספרית של ילדים? שאלה זאת עומדת במרכזו של הפרויקט המחקרי רב-השנים שאת חלקו החדש ביותר נציג במאמר זה.

לא מדובר, כמובן, בנושא חדש. אדרבא, חשיבה מספרית מוקדמת היא חביבת החוקרים לפחות מאז שג'אן פיאז'ה שם אותה במרכז מחקרו (Piaget, 1952). תורתו של פיאז'ה הפכה לקרקע פורייה לחקר החשיבה המספרית. הרים של ספרות בנושא נערמו בעשרות השנים שעברו מאז. עם זאת, ההמשגה המיוחדת של חשיבה ולמידה שאומצה על-ידינו, והיא שונה מזו של פיאז'ה, מביאה עמה תובנות

חדשות. לאחרונה נכנס המחקר שלנו על חשיבה מספרית להילוך גבוה, והוא שואב השראה ועידוד מהאבחנות שכבר הספקנו להגיע אליהן תוך כדי עבודה מאומצת עם ילדים בני שנתיים עד שש. במאמר זה, לאחר סקירה קצרה של השלבים הקודמים בפרויקט, נציג אחדות מהתובנות החדשות ונשלים את התמונה בתיאור העדכונים התאורטיים שבאו בעקבותיהן. לאורכו של החיבור נתמקד, על כן, במקביל בשני סיפורים המשולבים זה בזה: בסיפור התפתחותה של החשיבה המספרית מחד גיסא, ובסיפור ההתפתחות של החשיבה המחקרית שלנו על חשיבה זאת מאידך גיסא. שני הסיפורים האלה מתעדכנים בהתמדה גם בעת שנכתבות שורות אלה.

רקע תאורטי: למידה על מספרים כתהליך אינדיווידואליזציה של שיח מספרי

בפרק זה נציג את יסודותיה של **הגישה הקומוגניטיבית ללמידה**, המשמשת אותנו בכל מחקרנו על למידת מתמטיקה ועל הוראתה. בהמשך נדבר על השלכותיה של גישה זו עבור השיטות המשמשות אותנו בחקר התפתחותה של החשיבה המספרית. המילה "התפתחות" מתייחסת כאן הן לשינויים שחלו במתמטיקה לאורך ההיסטוריה והן לתמורות המתרחשות בתהליכים אונטוגנטיים, כלומר במהלך חייו של היחיד.

חשיבה מספרית כשיח

ההנחה המרכזית של הגישה הקומוגניטיבית היא שחשיבה היא סוג מסוים של פעילות תקשורתית: זהו שיח בין האדם לבין עצמו. תקשורת זו אינה חייבת להיות מילולית והיא מתבצעת לרוב במגוון של אפנויות. מתוך הנחה בסיסית זו נגזרות שאר טענות היסוד של הגישה. המונח "קומוגניציה" הוא צירוף של שתי מילים: המילה האנגלית לתקשורת – "קומוניקציה" (communication) והמילה להכרה – "קוגניציה" (cognition). צירוף מיוחד זה נבנה כדי שיהיה אפשר לדבר על תהליכי תקשורת בין-אישית ואלה של חשיבה כביטויים שונים של אותה תופעה.

אל המסע לעבר ההמשגה "התקשורתית" יצאנו כבר לפני קרוב לשני עשורים, כשערכנו את המחקרים המוקדמים שלנו על למידת נושאים מתמטיים שונים. צעד ראשון בכיוון זה נעשה במחקרנו הקודם על החשיבה המספרית, שבו נתקלנו בתופעות שלא מצאנו להן הסבר או אף אזכור בספרות שסקרה את הנושא (Sfard & Lavie, 2005). לאחר חשיבה מאומצת הגענו אז למסקנה, כי הבעיה נעוצה בצורות דיבור, ולכן גם באופני חשיבה על למידה, שהיו נהוגים אז במחקר. גישות מחקריות מסורתיות הנשענות ברובן על עבודתו של פיאז'ה (Piaget & Inhelder, 1969), המשיגו את הלמידה כתהליך "רכישה" של "דברים" כגון "ידע", "מושג", "עובדה", "רעיון" או "ערך". כשמדברים על למידה במונחים אלה, הנחת היסוד המשתמעת היא שהדבר הנרכש הוא ישות מוגדרת היטב הממתינה להפוך לנכס אישי של הלומד. רכישה זו עשויה להיות תוצר של קליטה פסיבית או של בנייה פעילה. כמו כל מוצר, כך גם הידע ניתן ל"העברה" ולשיתוף עם אחרים.

עקב ראייה כזאת נטו החוקרים לתאר את ממצאי מחקריהם במונחים של חוסר וחסך: הם אפיינו

חשיבה של ילדים בגילאים שונים כ"רכישה" שטרם התרחשה או שהתרחשה באופן חלקי בלבד. הכותבים דיווחו, בין השאר, על ילדים ש**אין להם עדיין** מושג של מספר. הם קָבְלו על כך שרבים מהם אינם יודעים כי מילת המספר האחרונה הנאמרת בעת הספירה מציינת את **מספר העצמים שבקבוצה** (Greeno, Riley, & Gelman, 1984, pp. 96-97), ועל ילדים בני 4-5 ש**אינם** משתמשים בספירה כשהם משווים **כמויות** בדידות (Nunes & Bryant, 1996). המחברים לא הרבו לפרט את הסיבות ל"חסכים" אלה ולכן הם גם לא הסבירו כיצד, אם בכלל, משלימים הילדים את החסר. יתר על כן, החוקרים לא כללו בדיווחיהם נתונים מפורטים דיים כדי לאפשר שחזור השיח הייחודי של הילדים ומציאת דפוסים בדרכי התמודדותם עם בעיות מספריות למיניהן.

חשדנו ששפת הרכישה היא שגורמת לתופעות מעניינות להתחמק מעדשתם של החוקרים ויצאנו בחיפוש אחר שפה שונה, חופשית ככל האפשר מהנחות סמויות על מה רלוונטי לתהליכי הלמידה ומה חסר חשיבות בהקשר זה. את ההשראה לגישה הקומוגניטיבית מצאנו בשני מקומות: בתורתו של ויגוצקי (Vygotsky, 1978), אבי התאוריה הסוציו-תרבותית לנושא התפתחות האדם, ובפסיכולוגיה הדיסקורסיבית (Harré & Gillett, 1994), המתבססת על הגותו של ויטגנשטיין (Wittgenstein, 1953). הגישה הסוציו-תרבותית ממשיגה את הלמידה כהשתתפות משתכללת בפעילויות אנושיות שהחברה האנושית פיתחה לאורכה של ההיסטוריה (Lave, 1988, 1993; Sfard, 2008; Vygotsky, 1962; Walkerdine, 1988; Wertsch & Stone, 1985). פעילות תקשורתית העומדת במרכזה של הפסיכולוגיה הדיסקורסיבית בכלל ושל הגישה הקומוגניטיבית בפרט, היא אחת הפעילויות האלה. יוצא מכאן, כי חשיבה מספרית היא תקשורת על מספרים המתנהלת בין אדם לבין עצמו. על כן, כאשר אנו אומרים כי ילדה עוסקת בחשיבה מספרית, אנו טוענים למעשה, כי היא משתתפת או מנסה להשתתף בשיח הידוע בשם "שיח מספרי", והוא תוצר מאמציהם של אנשים שחיו לפניה.

ארבעה מאפיינים מייחדים שיח זה ומאפשרים להבדיל בינו לבין שיחים אחרים.

מילות מפתח והשימוש בהן: שיח נחשב למתמטי אם יש בו מילים המבטאות כמויות, צורות גאומטריות, שמות מספרים וכדומה. בשיח מספרי מילות המפתח הן, בין השאר, מילות מספר, כגון "חמש", "עשר" או "מאה עשרים ואחד". על-פי וויטגנשטיין, "משמעותה של מילה היא אופן השימוש בה" (Wittgenstein 1953, p. 20). מילות מספר יכולות להופיע בשיח יומיומי של ילדים צעירים, אבל שיח מספרי "תקני" יכתיב שינוי באופן השימוש בהן. במחקרים הקודמים שלנו עמדנו על ההבדלים בין שיח מספרי של ילדים בני 4 שנים בערך לזה של מבוגרים (Sfard & Lavie, 2005). במאמר זה נתחקה אחר גלגולי השימושים במילות מספר ובמילים נוספות האופייניות לשיח על כמויות (למשל, מילות השוואה כגון "יותר", "פחות", "שווה" ומילות הערכה כמו "גדול", "קטן") גם בקרב ילדים צעירים יותר.

לשם תקשורת יעילה בני אדם נעזרים לעתים במתווכים חזותיים. שיח יומיומי מתווך, בדרך כלל, במראות ממשיים או מדומיינים של עצמים מוחשיים, הקיימים בעולם בלי כל קשר לשיח. שיח מתמטי מתווך, לעתים קרובות, במתווכים סימבוליים שנוצרו במיוחד עבור צורה זו של תקשורת.

היגדים מקובלים. הם משפטים על עצמים מתמטיים שמומחים הסכימו לקבלם, משום שלדעתם היגדים אלה מתארים את העצמים באופן נכון ומדויק. הסוגים הנפוצים ביותר של היגדים מתמטיים מקובלים הם הגדרות, משפטים מתמטיים, זהויות למיניהן וכדומה. בשיח מתמטי פורמלי, תהליך אימוץ של היגדים מתבצע בהתאם למערכת כללים מוגדרים היטב ונוקשים למדי. בשיח יומיומי השימוש במילים מתמטיות ואימוץ של היגדים המכילים מילים אלה מנוהלים, בדרך כלל, בעזרת כללים גמישים יותר.

רוטינות. הן דפוסי עשייה שחוזרים על עצמם. מהותה של פעולה רוטינית בכך שהיא משחזרת ביצועים אשר נצפו בעבר במצבים דומים. הזדמנויות להופעת רוטינות נוצרות, על כן, כאשר אותה מטלה חוזרת על עצמה שוב ושוב.

הביטויים "אותה מטלה" ו"שחזור פעולה" טעונים הסבר, כמובן. גם אם המצב הנוכחי דומה מאוד למצב כלשהו מן העבר, לא תיתכן כאן זהות מושלמת. בצורה דומה, הפעולה הנוכחית אינה יכולה להיות העתק מושלם של פעולה מן העבר. העמימות הזאת היא אתגר ללומד, והיא אופיינית למצב שבו הילד מרגיש, כי הוא מצופה לפעול בצורה מסוימת ועליו להחליט מהי דרך הפעולה המתאימה. מצב כזה, שיכונה להלן **מצב מטלה**, נוצר למשל כאשר הלומד נשאל שאלה או מתבקש בקשה (והשאלה או הבקשה יכולות להיות מוצגות על-ידי אדם אחר או אף על-ידי הלומד עצמו!). בהיותו במצב מטלה, על הילד להיזכר במצבי עבר שיכולים להיחשב ל**תקדימים** של מצב המטלה הנוכחי. הכוונה היא לאותם מצבים קודמים שהייתה בהם, לדעתו של הלומד, התמודדות עם **"אותה מטלה"**.[1] לאחר מכן יהיה עליו לבחור את היבטי הפעולה התקדימית שיישמרו במהלך השחזור. היבטים אלה ירכיבו את **ההליך** הרוטיני של הביצוע. יש להניח, כי הדרכים שייפרשו בהן הלומדים את המטלה ויבחרו את ההליך הדרוש לביצועה תהיינה לעתים שונות מאלה של מומחים לשיח: כך למשל, ייתכן שבאיתור תקדימים יסתמכו הילדים על מאפייני מצב המטלה שאינם נחשבים לרלוונטיים בעיני מומחים, והם יתעלמו מאלה שמומחה לשיח לא היה מוותר עליהם. בצורה דומה, ב"שחזור" הפעולה התקדימית הם עלולים לשנות מרכיבים, שלדידם של מומחים חייבים להישמר, וישמרו על אחדים מאלה שדורשים שינוי. בעקבות כך, מומחים לשיח יופתעו לעתים לראות כי ילדים שיכולים לבצע מטלה מסוימת בנסיבות מסוימות נכשלים ב"אותה מטלה" כשהיא מוצגת להם בנסיבות אחרות. זוהי תופעה ידועה המדווחת בספרות תחת הכותרת של "ממוצבות של למידה" (situativity of learning) (Brown, Collins, & Duguid, 1989; Greeno, 1997; Lave, 1988).

לסיכום, פערים בין הרוטינה שהמומחה מבקש לראות לזו שהלומדים מבצעים בפועל הם תופעה שכיחה ובלתי נמנעת. מטרת ההוראה היא לקרב רוטינות של ילדים לאלה של מומחים. יוצא כי רוטינה היא מבנה דינמי, העשוי להשתנות מביצוע לביצוע. עם זאת, עם הזמן תגיע הרוטינה למצב של יציבות.

---

1. לעתים יתקשה הלומד לפרש את מצב המטלה, כי זה לא יתקשר לו באופן ברור לשום תקדים. אי-לכך אחד מעקרונות ההוראה הבסיסיים שאנו דוגלות בהם הוא שרוטינות חדשות צריכות להיות מוצגות בהקשרים שבהם הלומדים יכולים לקשור אותן לתקדימים כלשהם. עיקרון זה תואם את הטענה הידועה, כי "ידע חדש נבנה על בסיס ידע קיים", המקובלת על כל המומחים ללמידה בלי הבדל פרדיגמה או סוג הלמידה הנחקר. במחקר שלנו החלטנו לעגן את הלמידה במצבי מטלה הנוצרים על-ידי שאילת השאלה "איפה יש יותר?", שכן תשובה לשאלה זו היא בסיס למעשה בחירה מושכל. מצבי בחירה מוכרים היטב לרוב הילדים ובשל כך הם תקדימים זמינים למצב מטלה זה.

את הרוטינה המופעלת בידי הלומד ב"מצב מטלה" נתון אפשר לתאר כזוג מטלה-הליך, כאשר:

- **המטלה** היא אוסף כל המאפיינים המשותפים למצב המטלה הנוכחי ומצבי העבר הנחשבים בעיני הלומד לתקדימים שלו. אוסף המצבים הקודמים האלה יכונה בהמשך **מרחב התקדימים** של הרוטינה.[2]
- **הליך** הוא אוסף של מרכיבי הפעולה הנוכחית המשותפים לה ולפעולות שבוצעו במצבים תקדימיים.

בעבר תיארנו רוטינה כמערכת כללי-על המגדירים את הדפוס, כלומר קובעים **מתי ואיך** תתבצע משימה מסוימת (Sfard & Lavie, 2005). ההגדרה הנוכחית עולה בקנה אחד עם ההגדרה הישנה. כאן ההליך הוא ה"איך" של הרוטינה ואילו ה"מתי" שלה הוא בעצם המטלה הרוטינית, כלומר הדרך שבה המשתתף מפרש את מצב המטלה על-ידי פנייה לתקדימים מתאימים (המאפיינים המשותפים של התקדימים מגדירים את התנאים לביצוע וקובעים קריטריונים להשלמתו).

נשתמש בהגדרה ה"משודרגת" של רוטינה כדי להבחין בין שלושה סוגים של רוטינות: מעשה (deed), ריטואל (ritual) וחקירה (exploration). בעבר הבחנו בין שלושת הסוגים בעזרת המטרה שלשמה מבוצע ההליך הרוטיני. כעת נראה שההגדרה החדשה מביאה גיוון רב יותר בסוגי רוטינות, ומעל לכול, היא מאפשרת להתייחס לריטואל ולחקירה כמקרי הקיצון. זאת כשההנחה היא שיש ביניהם מקרי ביניים רבים, הנבדלים ביניהם במידת עצמאותו של המבצע. להלן הגדרות שלושת סוגי הרוטינות המלוות בהסבר של הטענה האחרונה.

החלוקה הראשונה של רוטינות היא לשתי קטגוריות: רוטינות מעשיות ורוטינות דיסקורסיביות. רוטינה היא מעשית או בקצרה מעשה, אם הפעלתה גורמת לשינוי מסוים בסביבה: ארגון או עיצוב מחדש של עצמים כלשהם או של יחסים בין עצמים. רוטינה מסוג מעשה יכולה להתבצע בליווי של שיח או בלעדיו. מצד אחד, פעולות כגון רכיבה על אופניים או הכנת קפה יכולות להתבצע עם תיווך של שיח או בלעדיו. מצד שני, גם פעולת תקשורת שאינה כרוכה בהזזה פיזית של חפצים יכולה להיות מעשה – אפשר לחשוב לדוגמה על האמירה "הרי את מקודשת לי..." הנאמרת בזמן חופה ומשנה את מצבם של שני בני אדם בחברה.

ריטואל וחקירה הם שני סוגים של רוטינות דיסקורסיביות, כלומר כאלה שנצפות בפעילות של תקשורת. **ריטואל** הוא רוטינה המבוצעת רק ביזמת אדם אחר ובלי שנדרשות במהלך ביצועה החלטות עצמאיות של המבַצֵע. במילים אחרות, זאת רוטינה המבוצעת כאשר מרחב התקדימים מורכב

2. יש להתייחס למאפייני מצב המגדירים את המטלה כהסתברותיים ולא כדטרמיניסטיים: אלה הם תנאים הקובעים את מרחב התקדימים בסבירות גבוהה (ברוב גדול של מקרים), אך לא בביטחון (לא בהכרח כל מקרה תואם). הפיכת הסבירות לביטחון, פירושה שהפנייה להליך המתאים ושחזורו חלים באופן אוטומטי, ללא תיווך של החלטות מודעות. במקרים שבהם המורים מתלוננים על "היעדר העברה לימודית", מדובר במצב שבו יש מאפיינים הנחשבים בעיני מומחים למספיקים כדי להוביל לפרשנות רצויה של מצב המטלה, אך מתבררים בפועל כבעלי הסתברות נמוכה לעשות כן. נציין, כי מצב של מרחב תקדימים ריק ייתכן גם אצל מומחה לשיח המוצא את עצמו במצב מטלה בלתי מוכר. כדי לפתור את הבעיה שלפניה הוא עומד, ידרוש המומחה לרוב לעבור אל שיח אחר, וליתר דיוק יהיה עליו ליצור קישורים ממרחבי תקדימים של רוטינות בשיח הנוכחי אל מרחבי תקדימים של שיח אחר. פריצה מעין זו של גבולות השיח נחשבת למעשה יצירתי.

מביצועים של אדם אחר, הנחשב בעיני הלומד לשולט בשיח, תרתי משמע.[3] ההליך של רוטינה מסוג ריטואל משחזר את אופן הפעולה של האדם האחר, והמבצע אינו מכיר בהליכים אלטרנטיביים לביצוע המטלה. במקרה של ריטואל, הביצוע עצמו ולא תוצאתו הוא מוקד העניין. אי-לכך ריטואל נחשב למבוצע בהצלחה לא לפי תוצאת הפעולה, אלא לפי הפעולה עצמה, כשהשאלה היא אם הפעולה התבצעה במדויק ולפי הכללים. אם המבצע טועה בביצוע, עליו לחזור להתחלה. במקרה זה אפשר לטעון, כי הילד שמבצע רוטינה זאת מונע על-ידי כמיהתו לסולידריות עם אחרים, ועל-ידי רצונו לשמור על מעמדו החברתי או אף לשפרו. כשהילד מגיע למיומנות בביצועם של מהלכים רוטיניים, קשה לפעמים להבחין בין אופן פעולתו ובין דרך הפעולה של מומחה לשיח. ורצ' וסטון (Wertsch & Stone, 1985) היטיבו לתאר מצב זה:

> It is possible for a child to produce seemingly appropriate communication behavior before recognizing all aspects of its significance as understood by more experienced members of the culture (p. 167).

ריטואל אינו, כמובן, היעד הסופי של הוראת מתמטיקה, ויש שיגידו שהוא אינו רצוי כלל. על הלומד להפוך למבצע עצמאי, המשתמש ברוטינות כדי להגיע להיגדים מקובלים חדשים, המרחיבים את דעתו ואולי גם העשויים לעזור לו, אם לא עכשיו אז בעתיד, בביצוע מטלות מעשיות (מטלה שאינה לשם תקשורת בלבד). ואולם ריטואלים הם שלב בלתי נמנע בתהליך הלמידה. הילד אינו יכול לבנות עצמים מתמטיים חדשים מבלי שהוא משתתף בשיח על עצמים אלה, והוא נאלץ לבצע ריטואלים כדי שיוכל להשתתף בשיח נטול עצמים זה (Sfard & Lavie, 2005). עם זאת, רוטינה המתחילה כריטואל אמורה להיעשות לבסוף לחקירה, כלומר לכזאת שיכולה להתבצע בכל שלביה ביזמתו של המבצע ולפי החלטותיו. המבחן המכריע לעצמאותו של המבצע, ועל-כן למידת החקירתיות של רוטינה, הוא האם הוא מסוגל ליזום את ביצועה בעצמו במצבי מטלה המתאימים לכך.[4] במקרה של רוטינה מסוג חקירה, הצגת מטלה אינה מחזירה את המבצע במישרין אל תהליכי ביצוע קודמים, או אפילו אל מרשם כללי להליך שיש לבצע. במקום זה היא גורמת למבצע להתמקד בעצמים מתמטיים מסויימים, והפעולות שעליו לבצע נגזרות מתכונותיהם של עצמים אלה (אפשר לחשוב לדוגמה על המטלה המנוסחת כ"מצא משיק לגרף פונקציה נתונה בנקודה x נתונה", היכולה להתבצע על-פי נוסחה מוכנה או מתוך ידיעת תכונות של נגזרת פונקציה בנקודה). הקריטריון שלפיו מחליט המבצע כי ביצוע החקירה הסתיים בהצלחה הוא הגעה להיגד מקובל חדש – ניסוח ואישוש של עובדה כלשהי.

על החוקר הבוחן שיח של לומדים לזכור כי אותה פעולה יכולה להיות ביצוע של ריטואל או של

---

3. בשפה של ויגוצקי אפשר לומר, שריטואל הוא פעולה המתבצעת ב"אזור ההתפתחות הקרובה", ZPD, המוגדר כתחום שבו הילד יכול לעשות בשיתוף עם אחרים את שאינו מסוגל עדיין לעשות בכוחות עצמו – ראו Vygotsky, 1978.
4. במצב מטלה יש שני סוגים של החלטות שהמבצע צריך לקבל: (1) בחירת המטלה, כלומר של מרחב התקדימים המתאים למצב מטלה נתון; (2) בחירת מסלול הביצוע לפי האפשרויות המרכיבות את ההליך המתאים למטלה (מבנה של רוטינה הוא רקורסיבי: בכל שלב של ביצוע נוצר מצב מטלה חדש ויש להחליט הן על המטלה והן על אופן ביצועה, כלומר על התת-רוטינה שתופעל במקרה זה). שימו לב כי החלטה (1) כרוכה לעתים בפנייה לשיח מתמטי גם כאשר שיח זה אינו בררת מחדל (כפי שהוא בשיעורי מתמטיקה, למשל, או בכל מצב המזוהה עם שיח מתמטי בית-ספרי). מעמדה של ההחלטה כיצד לפרש את המטלה שונה, על כן, מההחלטות שיש לקבל במהלך ביצוע של רוטינה אשר נבחרה כבר. החלטות אחרונות אלה נעשות במסגרת השיח שנבחר כבר קודם.

חקירה וכדי להבחין בין שני המקרים עליו לדעת, בין השאר, לאיזו מטרה מכוון המבצע. ברוטינה מסוג ריטואל היעד הוא הפעולה עצמה, ועל כן פעולה זאת היא חלק מהגדרת המטלה. לעומת זאת, ברוטינה מסוג חקירה המטרה היא יצירת היגד מקובל חדש למבצע, ותהיה הדרך שבה השיג מטרה זאת אשר תהיה.[5] ריטואל וחקירה הם רק שני קצוות של קשת, ויש ביניהם רצף של שלבי ביניים הנבדלים זה מזה במספר החלטות שהמבצע מסוגל לקבל במהלך הביצוע באופן עצמאי. זאת בעיקר בשאלה מה מניע את המבצע להשתתף בשיח זה: הרצון שלו להיות ולפעול "כמו אחרים" ולהביע בכך סולידריות עם הסובבים אותו, או צרכים שמקורם בשאלות שהוא מנסח בעצמו. עלייה בעצמאותו של המבצע מלווה לרוב בהרחבת מרחב התקדימים ובירידה במספר התנאים המגדירים את המטלה. ההליך עצמו הולך ונעשה מסועף יותר, כלומר יש יותר ויותר דרכי ביצוע אפשריות לאותה מטלה.

על-פי הגישה הקומוגניטיבית, רוטינה היא אבן היסוד של שיח (Nachlieli & Tabach, 2012): תחילתו של שיח חדש היא בהופעת רוטינות מסוימות. כפי שלמדנו ממחקרינו הקודמים, דרכו של הילד לחשיבה מספרית מתחילה ברוטינות של מתן תשובה לשאלות "כמה יש?" או "איפה יש יותר?" – כל רוטינה כזאת הילד מפתח לחוד ולא בהכרח רואה קשר ביניהן. עם הזמן הן תתאחדנה לשיח חדש. זה יקרה כאשר יחולו שני סוגי שינוי: ראשית, אוסף של רוטינות בדידות יהפוך למערכת מקושרת היטב בעזרת שלל יחסים הדדיים ושנית, דיבור על תהליכים יוחלף לעתים בדיבור על עצמים. את משמעותו של השינוי השני נבהיר בסעיף הבא, שבו נטען כי עצם הקרוי "מספר" הוא תולדה של תהליכים דיסקורסיביים.

מספר כמבנה דיסקורסיבי

לפי הגישה הקומוגניטיבית, מספרים הם אמצעים לניהול של שיח על היבטים כמותיים של המציאות. במילים אחרות, הטענה היא שהעצמים הווירטואליים הנקראים "שתיים", "ארבע", "חמישים ושמונה" וכדומה, נבנו על-ידי בני אדם לשם ייעול מלאכת יצירת סיפורים על עצמים מוחשיים. אחת השאלות הנשאלת במחקר שלנו היא כיצד נבנים המספרים על-ידי הלומד הצעיר. להלן מספר הנחות יסוד שנסתמך עליהן כשננתח את הנתונים האמפיריים שלנו בניסיון למפות תהליך זה.

שלא כמו חפצים מוחשיים, כגון עץ, מחשב או ירח, מספרים אינם יכולים להופיע בחיי הילד כמו מעצמם, שלא בתיווך של אנשים אחרים. ואכן, החושים לא יעזרו לילד להיווכח בקיום מספרים. האיתות הראשון לנוכחות עצמים מופשטים אלה בא, בדרך כלל, בצורת מילות מספר המרכיבות את הדקלום "אחת, שתים, שלוש..."‏, כשהוא מבוצע על-ידי הורה או כל אדם אחר תוך כדי הצבעה אחת לאחת על חפצים כאלה או אחרים. עם הזמן הילד מתחיל להבין כי די למנות כל אוסף פעם אחת, שכן גם אם ישאלו אותו שוב ושוב "כמה חפצים יש פה?"‏, יוכל להשיב בקצרה באמצעות המילה האחרונה שאליה הגיע בספירת האוסף כבר בפעם הראשונה. בשלב זה מילות המספר מתחילות להופיע כתארים של קבוצות עצמים. למשל, במקום להגיד "גלגל, עוד גלגל, עוד גלגל ועוד גלגל"‏, אומרים "למכונית

5. אי-נכונותם של ילדים לקבל דרכי פעולה שאינן "כמו שהמורה עושה" היא תופעה ידועה המעידה על כך שהרוטינות הנלמדות בבית הספר אינן, לרוב, חקירות במלוא מובן המילה.

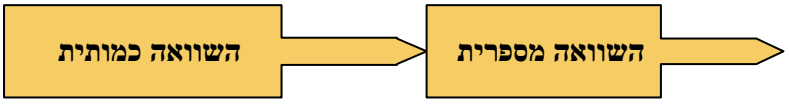
יש ארבעה גלגלים". יתרה מזו, במקום כל המשפטים מהצורה "שלוש A ועוד ארבע A הן שבע A", שבהם A הוא שם עצם כלשהו (בנקבה), די בכך שאומרים פעם אחת לתמיד "שלוש ועוד ארבע שווה שבע". אינסוף עובדות שעד כה בוטאו באמצעות אינסוף משפטים נפרדים, מתומצתות מעתה במשפט קצרצר אחד. אם נאזין לצורת הדיבור החדשה בעיון נבין, כי בהזדמנות זאת השתנה גם מעמדן הדקדוקי של מילות המספר: הן אינן עוד שמות תואר המודבקים לשמות עצם, אלא הן כעת שמות עצם בפני עצמן. עובדה זאת בולטת במיוחד במשפט השני, שבו מילות המספר ממלאות תפקיד של נושא דקדוקי. שימוש ממושך בשמות חדשים אלה יגרום לבסוף לתחושה, כי אכן מדובר בעצמים הקיימים בזכות עצמם. כשזה קורה אנו אומרים שהושלם עיצומו (reification) של השיח המספרי. במילה "עיצום" מתכוונים לכך שסיפורים על תהליכים, כגון זה של ספִירה, הפכו לסיפורים על עצמים הנקראים "מספרים". במחקר שלנו אנו עוקבות מקרוב אחר תהליכי עיצום ומנסות למפותם ברזולוציה גבוהה ככל האפשר.

כדי להבין את מהותו של השיח המספרי יש לדון בו בתוך הקשר שהופך אותו לחלק משמעותי של חיינו. בפרט, יש לתת את הדעת לצרכים שהולידו אותו במהלך ההיסטוריה ושאותם הוא משרת מאז. הרי צרכים אלה הם שיניעו ויצדיקו את אימוצו על-ידי הילד. הסעיף הבא יוקדש, על-כן, ל"כוחות" שהניעו את הופעתם והתפתחותם ההיסטוריות של מספרים ושעיצבו את החשיבה המספרית שלנו.

התפתחות היסטורית של שיח מספרי

ראיית המספרים כ"תוצאת לוואי" של התקשורת האנושית מעוררת את השאלה מה גרם לתקשורת בין בני-אדם להתפתח בכיוון זה. שאלה זו אינה רק עניין של סקרנות. אף-על-פי שהתפתחותו האונטוגנטית (אינדיווידואלית בחיי אדם) של שיח מספרי אינה יכולה להיות זהה להתפתחותו ההיסטורית, הרי שסביר להניח כי יש בזו האחרונה כדי לשפוך אור על תהליכי למידה. בשל כך, יש במחקר שלנו מקום לעיון בתהליכים היסטוריים. להלן אנו מעלות מספר השערות באשר לסיבות היסטוריות שהביאו להופעת השיח המספרי ובנוגע למנגנונים שגרמו לו לגדול ולהתפתח. השערות אלה נגזרות מההנחה התאורטית, כי כמעט כל שיח חדש הוא תוצאת לוואי של מאמץ לענות על צרכים מעשיים כלשהם. השיח החדש הוא שאִפשר בניית סיפורים שעזרו בביצוע משימות חיוניות אלה או אחרות.

ברוח הנחת יסוד זאת סביר להניח, שמקורו של השיח המספרי הוא במשימה מעשית כלשהי שביצועה לא היה אפשרי בלי שיח זה. המועמדת הסבירה ביותר למשימה כזאת היא השוואה כמותית בין אוספים הנמצאים במקומות מרוחקים זה מזה, אשר בשל המרחק לא ניתן למפות את אבריהם אחד-לאחד באופן ישיר. איור 1 מציג את השלב הראשוני הזה באופן סכמטי.

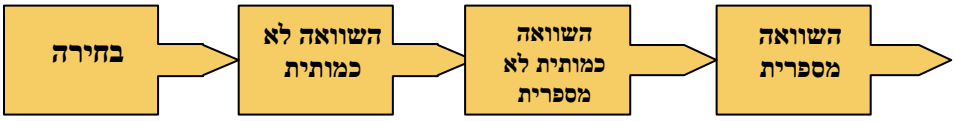


איור 1: המקור ההיסטורי של השיח המספרי, הערכה ראשונה

במבט מקרוב, הסכמה שבאיור 1 אינה עונה עוד על השאלה שנשאלה, שכן השוואה כמותית אינה כשלעצמה משימה מעשית. השוואה כזאת, בין שהיא מתבצעת בעזרת מספרים ובין בלעדיהם, היא פעולה דיסקורסיבית, וליתר דיוק, זוהי רוטינה מסוג חקירה המייצרת נרטיבים על יחסים בין אובייקטים בעולם. המשימה המעשית הבסיסית ביותר שיוצאת נשכרת מסיפורים כאלה היא **משימת בחירה**: בחירה בין שני אוספים של עצמים בדידים דומים, כגון סוכריות או מטבעות שוות ערך, תיעשה לעתים על-פי תוצאה של השוואה כמותית בין השניים. לפיכך, עלינו להרחיב את הסכימה שבאיור 1 לזו המוצגת באיור 2.

איור 2: המקור ההיסטורי של השיח המספרי, הערכה שנייה

המודל המוצע בגרסתו האחרונה מעוגן בהשערה, כי בחירה היא משימה שבני אדם נטו לבצע מאז ומתמיד וכמעט מיום היוולדם. מתקבל על הדעת שבתחילה לא היו הבחירות כמותיות, ואילו הבחירות הכמותיות הראשונות לא היו מספריות (הבחירות המוקדמות יכלו להיות אקראיות או אסתטיות, והבחירות הכמותיות **המוקדמות** יכלו להסתמך על השוואה במבט של השטחים הנתפסים על-ידי הקבוצות וצפיפותן היחסית). אבחנה זאת מביאה להרחבת המודל בשלב ביניים נוסף במסלול המוביל ממשימות בחירה אל השוואות מספריות. זהו השלב של השוואות כמותיות לא מספריות (ראו איור 3).



איור 3: המקור ההיסטורי של השיח המספרי, הערכה שלישית

את ההשערות על מקורותיו של השיח המספרי שמצאו את ביטוין באיור 3 אפשר לסכם כך:

- מבחינה התפתחותית שיח כמותי (שיח הסובב סביב מילות השוואה, כגון "גדול יותר", "יותר מאשר", "קטן יותר", "יותר", "פחות" ומילות הערכה כגון "גדול", "קטן", "הרבה", "מעט") קדם לשיח מספרי והוא צומח מתוך יכולת מוקדמת של בני אדם לבצע בחירה.
- משימות בחירה למיניהן הן אלה ששימשו גורם עיקרי להתפתחותו של השיח הכמותי.
- השיח המספרי התפתח כהרחבה של השיח הכמותי, וזאת בעקבות הניסיון לבצע השוואות כמותיות בין אובייקטים שלא ניתן היה להשוותם באופן ישיר על-ידי עריכת התאמה חד-חד-ערכית.

אנו מדגישות שכל אלה הן השערות בלבד, והן נגזרות מהנחות היסוד של קומוגניציה ומתוך הבנתנו את מבנהו של השיח המספרי (מבנה זה מטיל מגבלות על הדרך שבה השיח יכול להתפתח). יתרה מזו,

ייתכן שהן נידונו להישאר במעמד זה לתמיד, שכן הסבירות שתימצאנה ראיות לקיומו ההיסטורי של שיח כמותי מוקדם, הקודם לשיח מספרי, היא נמוכה (שהרי רק השיח האחרון נשמר בכתב). עם זאת, ההנחות שהנחו אותנו בניסוח השערות אלה עשויות להיות תקפות גם במקרה של התפתחות השיח המספרי אצל היחיד בתהליכי הלמידה. המודל שנבנה כעת לתהליכים אונטוגנטים, שלא כמו הסכמה המתארת את ההתפתחות ההיסטורית, ניתן לבחינה אמפירית. בחינת המודל היא אחת המטרות של מחקר זה. לפני שנציג את המודל נבהיר כיצד מגדירים חוקרים קומוגניטיבים את המושג "למידת מתמטיקה".

למידת מתמטיקה כאינדיווידואליזציה של שיח

לפי הגישה הקומוגניטיבית, **למידת מתמטיקה** היא תהליך של הפיכת הלומד למשתתף מיומן של שיח מתמטי. דרך נוספת לבטא זאת היא לומר, כי למידת מתמטיקה היא תהליך של **אינדיווידואליזציה** של שיח מתמטי. ראשיתו של תהליך האינדיווידואליזציה היא בהיחשפות של הלומד לשיח מתמטי חדש. בעקבות מחקרינו הקודמים (Sfard & Lavie, 2005) טענו, כי השתתפות פעילה בשיח מתחילה בחיקוי מהלכיו של מומחה. חיקוי זה מוּנע רק על-ידי צרכים חברתיים של הילד, כלומר ההשתתפות היא ריטואלית. בשלב זה פעולותיו של הלומד הן מהוססות והוא אינו מסוגל לבצע את הרוטינה מתחילתה ועד סופה ללא "פיגום" (scaffolding), כלומר ללא עזרה פעילה של המומחה.[6] המטפורה של פיגומים מאותתת שהמומחה מספק לילד את כל הדרוש לו כדי לעשות את הצעד הבא. פעילות הפיגום יכולה להתבטא בכך, שהמומחה והלומד מבצעים חלקי רוטינה לסירוגין (Howe, 2013; Littleton, 2013; Vygotsky, 1978; Wertsch, McNamee, McLane & Budwig, 1980). בביצועים החוזרים הילד מנסה לעשות את מה שהמומחה עשה קודם לכן. עם הזמן קטן חלקו של המבוגר וגדל חלקו של הילד (Pratt, Kerig, Cowan., & Cowan, 1988). הלמידה תושלם כאשר הלומד יהפוך למשתתף פעיל, יוזם, מיומן ועצמאי, המסוגל להשתמש בשיח זה לפי רצונו ולפי צרכיו. במקביל, הרוטינות תהפוכנה מריטואלים לחקירות. תפיסה זו תואמת את תפיסתו של ויגוצקי, כפי שמתארים אותה וורצ' וסטון (Wertsch & Stone, 1985):

> The overall developmental scheme begins with external social activity and ends with internal individual activity (p. 164).

אינדיווידואליזציה של שיח מספרי

המודל ההיסטורי שהוצג קודם לכן הוא עתה נקודת מוצא לבניית המודל האונטוגנטי, מודל של התפתחות שיח לאורך חיי הפרט. ואכן, טבעי לחשוב כי תהליכי אינדיווידואליזציה של השיח המספרי יתרחשו בשלבים דומים לאלה שעברה האנושות בדרכה לשיח זה. ואולם במבט מקרוב נראה שלא כך

6. המטאפורה של פיגום, שיש לה מקום מרכזי בספרות הסוציו-תרבותית (ראו למשל Wood, Bruner, & Ross, 1976), נועדה להמחיש כיצד האדם "היודע" עוזר ללומדים לעשות את דרכם בתוך "טווח ההתפתחות הקרובה" שלהם (ZPD) (Howe, 2013; Littleton, 2013; Van de Pol, Volman, & Beishuizen, 2010; Vygotsky, 1978).

הדבר. בימינו השיח המספרי נמצא בסביבתם של הילדים עוד לפני היוולדם. מרכיבים של שיח מספרי מוצגים להם עוד לפני שהם מפתחים יכולת להשתתף בשיח כמותי. על כן, בחיי הפרט, שלא כמו בהיסטוריה, השיח הכמותי והשיח המספרי מופיעים פחות או יותר בו-זמנית. השיח הכמותי מתפתח כאשר המבוגרים הסובבים את הילד מערבים אותו בפעילויות בחירה והשוואה (בשיח על כמויות), ואילו השיח המספרי צומח בתוך דקלומים המכונים "מנייה וספירה", והוא תלוש בשלב זה ממעשים שימושיים כלשהם. לאור כל אלה, במודל ההתפתחות האונטוגנטית המוצג באופן סכמתי באיור 4, שני השיחים האלה, הכמותי והמספרי, מסומנים כמקבילים: נפרדים אך בו-זמניים.

איור 4: התפתחות של רוטינת השוואה

שתי השערות הטעונות אישוש מונחות ביסודו של מודל זה:

- בתחילת הדרך קיימת הפרדה בין שיח כמותי לבין שיח מספרי, כלומר השיח הכמותי ההתחלתי אינו מספרי והשיח המספרי הראשוני אינו מתייחס לכמויות.
- בשלב מסוים מתרחשת ההאחדה של שני השיחים, ובפרט, השיח המספרי הופך לכמותי.

בספרות ניתן למצוא ראיות מחקריות רבות התומכות בהשערה הראשונה. ידוע, למשל, שילדים בני 4 או 5, שהם בדרך כלל מיומנים במנייה, לא מנצלים בהכרח כישור זה כשהם משווים כמויות (Fuson, 1988; Hannula & Lehtinen 2001; Piaget, 1952; Saxe, Guberman, & Gearhart, 1987; Sfard & Lavie, 2005). ידוע גם שיכולתם של לומדים צעירים להשוות כמויות אינה תמיד מלווה ביכולות מספריות (1992) Starkey & Cooper, 1980; Strauss & Curtis, 1981; Wynn,. במחקר הנוכחי אנו מתמקדות בהשערה השנייה ושואלות כיצד ובאילו תנאים מתרחשת האחדת השיח הכמותי והשיח המספרי. המחקר הקודם שלנו אפשר הצצה נקודתית לתוך תהליך זה וסיפק ראיה אנקדוטית לתקפותה של ההשערה (Sfard & Lavie, 2005). מתוך רצון למפות את תהליכי ההתקרבות וההתאחדות של השיחים בצורה מפורטת יותר וברזולוציה גבוהה, אנו חוקרות כעת את הנושא בצורה שיטתית ובהיקף רחב יותר.

תיאור המחקר

במאמץ לשרטט תמונה מדוקדקת ככל האפשר של תהליכי איחוד השיחים, נספר את סיפורו של ילד בשם מעיין העושה את צעדיו הראשונים בשיח מספרי. את מעיין פגשנו לראשונה כשהיה בן שנתיים ושמונה חודשים. המחברת הראשונה חזרה אליו מאז מדי מספר חודשים כדי לנהל עמו שיחות בענייני

מספרים. המאמר עוקב אחר השינויים שחלו בדרך שבה התמודד מעיין עם מטלה מספרית אחת מסוימת במהלך חמשת המפגשים הראשונים, המפוזרים על פני פרק זמן של שנה וחצי. לפני שנתאר את ממצאינו, נציג את הפרויקט המחקרי המקיף שממנו לקוח סיפורו של מעיין.[7]

מחקר מסגרת: אינדיווידואליזציה של השיח המספרי בקרב ילדים בני 2-5 שנים

מטרת המחקר המקיף שלנו, המתקיים בימים אלה, היא **להגיע להבנה מעמיקה ככל האפשר של תהליכי אינדיווידואליזציה ההופכים ילדים למשתתפים מיומנים של שיח מספרי**. 16 הילדים בני שנתיים עד שש המשתתפים במחקר הם דוברי עברית ומתגוררים ביישוב קהילתי בצפון הארץ, שתושביו הם ממעמד בינוני-גבוה. הנתונים שלנו, שאיסופם יימשך כשנתיים, הם הקלטות וידאו ותכתובים של השיחות (ראיונות) שהמחברת הראשונה (להלן: המראיינת) מנהלת עם הילדים. בשיחות אלה, הנערכות מדי כארבעה חודשים עם כל משתתף לחוד ובנוכחות של הורה, מתבקשים הילדים לבצע מטלות העשויות לעורר שיח כמותי או מספרי. המטלות אמורות להתבצע בעצמים קונקרטיים או בעזרת יישומון לטאבלט שעוצב, בחלקו, במיוחד למחקר זה.[8]

במהלך הראיונות משמשת המראיינת לא רק כחוקרת, אלא גם כמורה. בכך היא ממשיכה את המסורת המחקרית המפותחת ומתועדת היטב שהחלה לפני כארבעה עשורים עם ניסויי הוראה (teaching experiments) (Stefee, Thompson & von Glasersfeld, 2000). באמצעות דוגמאות ועזרה בביצוע מטלות היא מנסה לעודד תהליכי אינדיווידואליזציה. הילדים מתבקשים תחילה לפעול בכוחות עצמם גם בסוגי מטלות שלא נתקלו בהם בעבר. לאחר מכן המראיינת מדגימה את הביצוע ה"תקני". במהלך ההדגמה, ההחלטות מה לעשות וכיצד להתקדם הן של המראיינת. עם זאת, היא מעודדת את בני השיחה להשתתף במהלכים אלה לפי יכולתם. מיד לאחר מכן היא מזמינה את הילד או הילדה לבצע את המשימה באופן עצמאי פעם נוספת.

המחקר המדווח במאמר זה: אינדיווידואליזציה של רוטינת השוואה מספרית - חקר מקרה

הריאיון הראשון עם מעיין התקיים כאשר הוא היה בן 2(8) (שנתיים ו-8 חודשים) והריאיון החמישי, האחרון המדווח כאן, נערך כשהוא בן 4(2).

א. שאלת המחקר

בדיווח על הממצאים נתמקד באינדיווידואליזציה של רוטינת ההשוואה בין אוספים בדידים. ליתר דיוק, נעקוב אחר הרוטינות של מעיין שנצפו כשהמראיינת מעמידה את הילד במצבי מטלה הכוללים שאלה "איפה יש יותר?" הנשאלת בנוכחות של שני אוספים של חפצים, כגון קוביות וחטיפים. במשפט

7. אנו מודות להוריו של מעיין על הסכמתם לפרסם את התמונות שצילמנו במהלך המפגשים עמו.
8. לצורך המחקר יצרנו קשר עם חברת "Slate Science" המתמחה בפיתוח חומרי לימוד במתמטיקה לטאבלט. לצדו של מקים החברה, שמוליק לונדון, עובדים בחברה פרופ' שמעון שוקן מבית הספר למדעי המחשב במרכז הבין-תחומי, פרופ' רז קופרמן, מתמטיקאי מהאוניברסיטה העברית, וגיא ורדי, מומחה לפיתוח והפצת משחקי מחשב. רוב חומרי הלימוד שפותחו על-ידי הצוות הם בצורת ישומונים לטאבלט. חלק מהפעילויות הממוחשבות שנבנו במקור לילדי כיתות א-ו הותאמו לפי בקשתנו לילדים צעירים יותר.

האחרון השתמשנו בצורת רבים (רוטינות), שכן כפי שנראה, השאלה "איפה יש יותר?" הובילה תחילה למרחבי תקדימים שונים במצבי מטלה שונים. להלן נכנה רוטינות אלה בשם מקוצר **רוטינות אי"י**.[9] שאלת המחקר שנתמקד בה במאמר זה היא, על כן "**כיצד מתרחשת ההתפתחות של רוטינות אי"י של מעיין**? נוסף על כך, נצפה **בשימושים המשתנים של מעיין במילות יחס כמותי ובמילות מספר, ונעקוב אחר עיצומו ההדרגתי של שימוש זה**. בתוך כל אלה, **נחפש סימנים להתאחדותם של השיח הכמותי עם השיח המספרי**.

ב. איסוף נתונים

השאלה "איפה יש יותר?" המתייחסת לשתי ערמות של חפצים היא השאלה שבה פותחת המראיינת את שיחותיה עם כל אחד ממשתתפי המחקר. בחירה זאת של שאלת פתיחה ייחודית למחקרנו והיא נובעת מהתובנה שאליה הגענו בחיפושינו אחר המקורות ההיסטוריים של השיח המספרי, לפיה תחילתו של שיח זה היא במשימות השוואה, ולא במשימות ספירה ומנייה המכוכבות ברוב המחקרים שנערכו עד כה. הנחנו, שאם רצוננו לחולל למידה משמעותית, הרי שעדיף לעגן את התהליך במשימת הבחירה המעשית המוכרת גם לילדים בגיל הרך. לא היה בכך כדי לקפח את המנייה, שהרי זו חלק מרוטינת ההשוואה המספרית. עם זאת, המנייה תשמש כעת מטרה מעשית ותהיה בשל כך משמעותית יותר בעיני הילד. במילים אחרות, ציפינו שהמנייה תתפתח תוך כדי העיסוק שלנו בהשוואות למיניהן.

על סמך מחקרנו הקודם (Sfard & Lavie, 2005) הנחנו, כי ילדים שטרם נחשפו להשוואות כמותיות יגיבו על השאלה "איפה יש יותר?" תחילה, כאילו הייתה זאת הזמנה לבחור אחד משני האוספים המונחים בפניהם כאשר אין קריטריון מוגדר, ידוע מראש, לבחירה זאת. כדי לאפשר אינדיווידואליזציה של רוטינת אי"י, יהיה אז צורך לחשוף אותם לביצועים של רוטינה זאת על-ידי משתתף שיח מנוסה. כדי לתכנן את ההוראה, שאלנו את עצמנו מהו ההליך שהנשאל עשוי לבצע בתשובה לשאלה "איפה יש יותר?". תוצאות הניתוח מוצגות באיור 5. אוסף האפשרויות מתחיל **בבחירה ישירה**, מהלך שבו החלטת הבוחר אינה מבוססת על שיקול רציונלי שיטתי,[10] וממשיך בפעולות דו-שלביות, שבהן הבחירה מתבצעת רק לאחר פעולה מְתַוָּכֶת. גם במהלך דו-שלבי יש להבחין בין כזה הנעזר בשיח כמותי או מספרי לבין כזה **שאינו עושה שימוש בשיח זה** (אלא נעזר במקומו בשיקולי טעם או בהעדפות אישיות אחרות, למשל). באשר לתיווך כמותי או מספרי, ציפינו לכך שההליך **הבט-ובחר**, המבוסס על השוואה במבט של כמויות (השוואת השטחים הנתפסים על-ידי

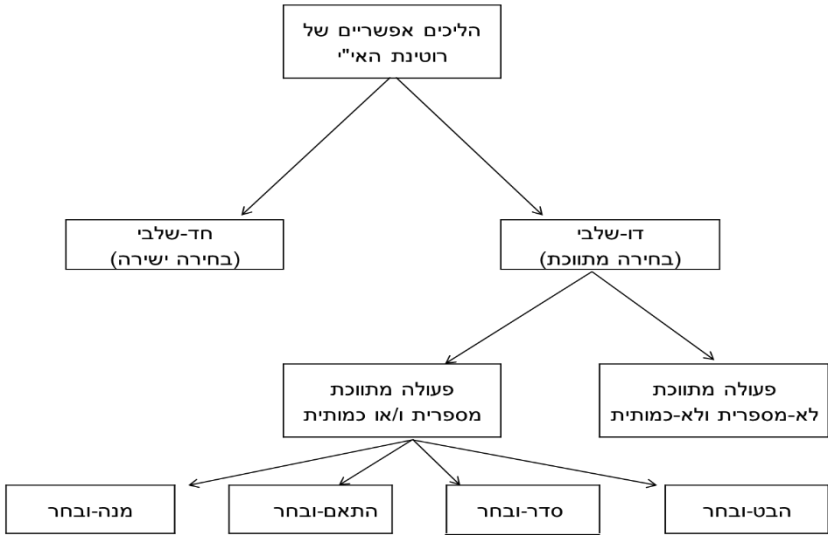
9. כפי שנאמר קודם לכן, המטלה המתבקשת על-ידי המומחה והמטלה המבוצעת הן לעתים מטלות שונות. באופן כללי יותר, מצבי מטלה עם השאלה "איפה יש יותר?" יכולים להתפרש בדרכים שונות בהתאם למאפיינים נוספים של מצב המטלה. אם יש אכן ריבוי של פירושים, אומרים שהרוטינה היא ממוצבת. היא מפסיקה להיות כזאת כאשר כל מצבי המטלה הכוללים את השאלה "איפה יש יותר?" (אי"י) מובילים למרחב תקדימים יחיד ולהליך מסוף המתאים למרחב זה. כדי שכל העובדות האלה לא תיעלמנה מעינינו, נקפיד על דרכי ביטוי מדויקות. במצב שבו נשאל המשתתף של המחקר שלנו "איפה יש יותר?" לא נאמר עוד, כי "הוא ביצע את מטלת ההשוואה הכמותית בצורה בלתי תקינה" או ש"הוא טעה בביצוע השוואה כמותית", אלא נטען, כי הוא ביצע מטלה אחרת, למשל זו של בחירה לא כמותית. המונח "רוטינות אי"י של מעיין" מתייחס, על כן, לרוטינות שהילד ביצע במצבי מטלה הנוצרים כשהמראיינת התכוונה למטלת השוואה כמותית.

10. השם "בחירה ישירה" נבחר כדי להתייחס לבחירה שאינה מבוססת על שיקול שיטתי, ולאו דווקא כדי לציין היעדר שיקול כלשהו (גם אם אפשרית בחירה כזאת, אין לנו אמצעים לאשש היעדר זה).

האוספים או של צפיפות החפצים בשטחים אלה) יתפתח במהלך המפגשים שלנו עם הילדים גם ללא התערבות מפורשת מצדנו. את מאמצי ההוראה שלנו החלטנו למקד בשלושת ההליכים הדו-שלביים הכמותיים הנוספים:

- ההליך **סדר-ובחר**: בחירה לאחר השוואה על-ידי סידור הקוביות במגדלים או בשורות והשוואת גובהיהם או אורכיהם, בהתאמה.
- ההליך **התאם-ובחר** שבו נבחרת כגדולה יותר הקבוצה שבה, לאחר התאמה חד-חד-ערכית בינה לבין הקבוצה האחרת, נותרו איברים ללא בני זוג.
- ההליך **מנה-ובחר**: בחירה לאחר השוואה על-ידי מנייה.

אפשר, כמובן, לחשוב על מהלכים דו-שלביים נוספים המתווכים על-ידי פעולות אחרות, כגון שקילה או מדידת נפח, אך איור 5 ממצה את האפשרויות שרצינו לבחון במחקרנו הנוכחי. הואיל והקבוצה שבחרנו בה מכילה הן הליכים כמותיים שאינם מספריים (הבט-ובחר, סדר-ובחר, התאם-ובחר) והן הליך מספרי שאינו חייב להיות כמותי (מנה-ובחר) ידענו, כי די בה כדי שנוכל לעקוב אחר היווצרותו של שיח מספרי-כמותי מאוחד. התקדמות חשובה בהתאחדותם של השיחים הכמותי והמספרי תחול כאשר יהפכו כל ההליכים האלה לחלקים של רוטינה מסתעפת אחת. נוכל לדעת שכך אכן קרה אם נבחין בכך שהלומד, בעומדו במצב מטלת אי"י, מתייחס להליכים אלה כאלטרנטיבות שקולות. התאחדות מכוננת זאת של ההליכים היא גם בסיס להתגבשות המספר כעצם מתמטי. אי-לכך הוחלט שההליכים הדו-שלביים השונים יודגמו, בדרך כלל, זה לצדו של זה.



איור 5: הליכים אפשריים של רוטינת מתן תשובה לשאלה "איפה יש יותר?"

המראיינת הכינה סדרה של מטלות שבאמצעותן תוכל להורות את ההליכים הדו-שלביים ואף ניסחה לעצמה מספר קווים מנחים לאופן פעולתה. ראשית, כל מטלה חדשה תוצג למרואיין בלי שתהיה לכך הקדמה הוראתית כלשהי. בכך יקבל הילד הזדמנות להפגין את יכולתו הראשונית להתמודד עם המשימה. אם המרואיין ישיב בפעולה שאינה "קנונית", המראיינת תזמין אותו לצפות בה כשהיא מבצעת את המטלה בעצמה. במקרים מסוימים היא תנסה לשתף את הילד בביצוע תת-פעולות רוטיניות מסוימות, כגון מנייה, ואף תקדים את השלבים השונים בשאלות מתאימות המופנות לילד. לאחר מכן אותה מטלה תוצג שוב. הילד יוביל את הביצוע כשהמראיינת מספקת לו "פיגומים" (scaffolding) ככל הנדרש.

את המידע על מטלות השוואה שהוצגו למעיין והן על המיקום המדויק של אירועי ההוראה אפשר למצוא בטבלה 1. ריכזנו כאן רק מטלות שבהן כוונה השאלה לאוספים של עצמים מוחשיים ולא הזכרנו מטלות דומות באמצעות הטאבלט שבוצעו במקביל. חשוב גם לזכור, כי בין מטלת השוואה אחת לשנייה הוצגו למעיין גם מטלות נוספות, ביניהן הדרישה להצדקת תשובותיו ("למה? איך אתה יודע?"). במאמר זה נסתכל רק בנתונים הנוגעים לשאלה "איפה יש יותר?" בניסוחיה השונים. בביטוי "אותה שאלה בניסוחיה השונים" אנו מתכוונות לניסוחים שהם שקולים **בעינינו**, כגון "איפה הכמות גדולה יותר?" ו"איפה המספר גדול יותר?" (כפי שראינו במחקרינו הקודמים, ילדים קטנים נוטים להגיב על ניסוחים אלה בצורות שונות; אחת השאלות הנשאלות במחקר שלנו היא מתי ובזכות מה הופכות השאלות האלה לשקולות בעיני הלומדים).

הנתונים המצומצמים שבידינו אינם מאפשרים ראייה ממצה של תהליכי אינדיווידואליזציה, שכן חלקים מתהליכים אלה התרחשו בוודאי בחיי היומיום של הילד, בבית ובגן העירוני שאליו הוא הולך מדי בוקר. עם זאת, די בנתונים הנבחרים שלנו כדי להבחין בתהליך שינוי הרוטינות וכדי למפות את מנגנוניו. אנו מאמינות כי מנגנוני האינדיווידואליזציה שהצלחנו למפות הם כלליים, והם מונחים גם ביסודה של הלמידה שהתרחשה מחוץ למפגשים שלנו עם מעיין.

טבלה 1: מטלות שבוצעו בחמשת הסבבים הראשונים של שיחות עם מעיין *,**.

			השאלה הנשאלת במצב מטלה*				
				איפה יש יותר?**	**כמה יש?**		**למה? איך אתה יודע?**
	מתווך	**מטלה**	**למידה**	**הוראה**	**למידה**	**הוראה**	**למידה**	**הוראה**
1	קוביות	<4,3>	I (+)				משחק	
		<4,5>	II (-,-) עונה עוד לפני שמצג הקוביות מוכן, כשיש בכל קופסה שלוש קוביות)					
		<1,5>	III (-)		אומר "אחת" בלי שנשאל "כמה יש?"			

			השאלה הנשאלת במצב מטלה*				
			איפה יש יותר?**		כמה יש?		למה? איך אתה יודע?
	מתווך	מטלה	למידה	הוראה	למידה	הוראה	למידה	הוראה
		<0,6>	?		אומר "כלום" (בלי שנשאל)			
		<6,5>	+, +, -					
		<6,5>	?		-			
	במבה	<3,2>	IV (-, ?, -), VI					
		<2,5>	V (+,+)					
		<5,4>	-		"פה הרבה, פה שתיים" (בלי שנשאל)			
	קוביות	<4,3>		VI				
2***	כעכים	<6,5>	(-, -)				"כי אני רוצה"	
		<4,6>	VII -, -					
		<8,9>	-				"הם עשו את זה ככה"	
		<6,8>	(?, ?)		"הרבה", "אין יותר" (בלי שנשאל)			
		3			פיגום מסיבי	פיגום מסיבי		
		5			פיגום מסיבי; אומר "הרבה"	פיגום מסיבי; אומר "הרבה"		
	קוביות	<3,3>	VIII (-, -)		אומר "שלוש" ו"הרבה (בלי שנשאל)			
3	קוביות	<5,3>	IX (+)				"כי זה יפה"	
		<5,3>	X (+,+,+,+,+)					
		<5,3>		XI				
		<4,5>	XII (-, +)					
		<5,5>	+, +, +				"כי זה יפה"	
		<8,7>	XIII מנסה להשוות עם ספירה					
4	קוביות	<4,5>	+				"ככה"	
		<5,4>	+				"ככה"	

			השאלה הנשאלת במצב מטלה*						
				איפה יש יותר?**		כמה יש?		למה? איך אתה יודע?	
	מתווך	מטלה	למידה	הוראה	למידה	הוראה	למידה	הוראה	
		<5,5>	+				"כי זה הרבה" "כי הייתי פה"	
		<3,5>	XIV (+, +, +); ?				"כי אני אוהב סגול"	
		<7,6>	+, -, +, ?				"כי פה הרבה ופה קצת"	
		<8,8>	+ ("פה הרבה ופה הרבה")				"ככה"	
		<6,5>	+				"ככה"	
		<6,5>	+ (סופר ביזמתו)				"כי ספרנו"	
		<4,5>	XV (+)					
5	קוביות	<5,5>	+				"ככה"	
		<4,6>	XVII (+)				"זה הרבה וזה קצת"	
		<1,5>	+					
		<5,5>	+ ("בשניהם חמישים")					
		<4,5>	+ "חמש הרבה יותר"	השוואת מספרים				
		<5,6>	+					
		<5,6>		השוואת מספרים ע"י מגדלים				
		<7,5>	+ ("זה יותר הרבה וזה יותר קצת")					

*. **הסבר הסימנים**

"+", "-" ו-? מסמנים את מידת ההצלחה של מעיין בביצוע המטלה לפי הסטנדרטים המקובלים; מספר ההופעות של הסימן תואם את מספר החזרות על השאלה ולכן גם על ביצוע המטלה; כאשר התשובה אינה ברורה יופיע הסימן "?".

המספרים הרומיים בלבן על רקע כהה מסמנים אפיזודות המופיעות במאמר. השאר אלו הן אפיזודות שהתקיימו, אך אינן מצוינות במאמר.

. **הביטוי "קוביות <3, 4>"** הוא קיצור לאמירה "בקערה השמאלית ארבע קוביות ובימנית שלוש".

** **השאלה נשאלה** בצורות שונות, ביניהן "איפה יש פחות?", "מה אתה בוחר?" וכדומה. בנוסף לכך נשאלו במחקר שאלות נוספות, כגון "כמה יש"? "איך אתה יודע"? אשר גם אותן ניתחנו, אך אליהן אין אנו מתייחסות במאמר זה.

*** **הסבב כלל** ניסיונות נוספים לערב את מעיין בשיחה, אבל הילד היה עייף ולא שיתף פעולה.

ג. שיטת ניתוח הנתונים

את התכתובים חילקנו לאפיזודות המתחילות בשאלה "איפה יש יותר?" ומסתיימות עם מתן תשובה על-ידי אחד המשתתפים, מעיין או המראיינת. כללנו ברשימה גם אפיזודות המתחילות בשאלות הנחשבות לשקולות לשאלה "איפה יש יותר?" בעיני המראיינת (למשל, "באיזו קערה יש מספר גדול יותר של במבה?") או אף כאלה שיכלו לערב שיקול כמותי דומה (למשל, "איזו קערת במבה אתה בוחר/מעדיף?").

את הניתוח התחלנו מאפיזודות שבהן ענה מעיין על השאלה "איפה יש יותר?" כפי יכולתו, בלי הכוונה כלשהי (סבב 1). בכל אחת מהאפיזודות שהתרחשו לאחר ההתערבויות ההוראתיות הראשונות (אפיזודות IX, VI) בחנו את התקדמות האינדיווידואליזציה, כלומר שאלנו "מה השתנה?" במטלה ובהליך של הילד ביחס לאפיזודות הקודמות.

תהליך האינדיווידואליזציה של רוטינית אי"י ייחשב כמבוצע במלואו כאשר ניתן יהיה לטעון כי הרוטינה היא מסוג חקירה, ובפרט:

- מעיין מפרש את מצב המטלה אי"י כפי שהוא מתפרש על-ידי המראיינת, כלומר על-פי השאלה שנשאלה בנוכחות של שני אוספים של חפצים ולא לפי כל מאפיין אחר. כלומר, בין השאר, כי אין כבר צורך בהשתתפות של אדם אחר בביצוע הרוטינה. בשל מיעוט הדרישות, מרחב התקדימים יהיה רחב והרוטינה עצמה תתאים למצבים רבים ומגוונים.
- ההליך הוא מסועף, כלומר מציע מספר מסלולי ביצוע אלטרנטיביים (במילים אחרות, בעת הביצוע המבצע יכול לבחור מתוך מבחר תת-הליכים הנחשבים לשקולים, ביניהם ההליכים הדו-שלביים: הבט-ובחר, סדר-ובחר, התאם-ובחר ומנה-ובחר).

כדי למפות את ההתקרבות וההתכנסות ההדרגתית של הרוטינות של מעיין לזו שתיארנו כאן, היה עלינו לבחון בכל נקודת זמן את המטלות וההליכים שהוא ביצע באותו זמן. ניתוחים אלה הונחו על-ידי השאלות המפורטות בטבלה 2. כפי שניתן לראות, הסדר שבו ערכנו את הניתוחים הפוך לזה שבו מתייחסים לשני חלקי הרוטינה, מטלה והליך, בזמן ביצועה. ואכן, אין דרך לקבוע כיצד מצטיירת מטלה בעיני המבצע, אלא על-ידי צפייה באופן שבו הוא מבצע אותה. כדי לקבוע את מרחב התקדימים שאליו פנה מעיין במצב מטלה נתון, היה עלינו לדעת מה הוא עשה בפועל. מציאת מרחב התקדימים

הייתה, כמובן, משימה ספקולטיבית, שתוצאתה היא בבחינת השערה. הנתונים שבידינו לא הספיקו כדי להעלות השערה חד-משמעית. במקרים אחרים נאלצנו להסתפק במספר פרשנויות אלטרנטיביות ולהשאיר את השאלה פתוחה אם יש לאחת מהן עדיפות על פני כל האחרות. למרות הקושי שבמשימה פרשנית זאת לא ויתרנו עליה, שכן רעיונות באשר לדרכים אפשריות שבהן קישר הילד את מצב המטלה הנוכחי לניסיונו הקודם נחוצים כדי שניתן יהיה להבין את תהליכי האינדיווידואליזציה לעומק.

טבלה 2: סכמה לניתוח האינדיווידואליזציה של רוטינת מתן תשובה לשאלה "איפה יש יותר?"

היבט שיח	שאלה	שאלות ספציפיות יותר	תכונות שיש לחפש בתכתובים
A. רוטינות אי"י (רוטינה המתעוררת בעקבות שאלת המראיינת "איפה יש יותר?" הנשאלת בנוכחות שתי ערמות של חפצים) הערה: השאלות שבעמודות השנייה, השלישית והרביעית מתייחסות לכל אחת מהרוטינות לחוד.	מה היו ההליכים של מעיין התואמים כל אחת ממטלות אלה?	1. מהם ההליכים (למשל מתוך אלה המופעים באיור 5)?	תכונות אופייניות של אחד ההליכים באיור 5.
		2. אם ההליך הוא דו-שלבי, מה הקשר בין שני חלקיו?	סימנים לכך שההליך מאוגד, כלומר שבביצוע חלקו השני ("בחר") מעיין הסתמך על תוצאת החלק הראשון ("מנה", למשל) ואם לא, נאמר שההליך מקוטע.
		3. אם נצפה יותר מהליך אי"י אחד, מה הקשר בין ההליכים השונים?	ראיות לשימוש בהליכים השונים כניתנים להחלפה; למשל, נטייתו של מעיין לבדוק אם ההליכים השונים מובילים לאותה תשובה (ייאמר שההליכים קשורים "קשר תשובה" או שהם מאוחדים; אם לא, נאמר שהם קשורים "קשר שאלה", כלומר מופיעים ביחד בתגובה לשאלה אי"י, והם משורשרים).
	מה היו המטלות המחוללות על-ידי השאלה אי"י בעיני מעיין?	4. מהם מרחבי התקדימים המגדירים את המטלות?	התקדים שזוהה על-ידי מעיין ותכונות משותפות לו ולמצב הנוכחי
	מה היה סוג הרוטינה – מעשה, ריטואל או חקירה?	5. ברוטינה דיסקורסיבית, האם מהלך הביצוע מנווט על-ידי החלטות עצמאיות תוך כדי הביצוע?	ייקבע על בסיס תוצאות שני החלקים הקודמים של הניתוח
B. שימוש במילות מפתח של שיח כמותי ומספרי.	מה מילות המפתח של השיח הכמותי והמספרי שבהן משתמש מעיין ומה הם מאפייני השימוש?	1. מה מידת העיצום של מילות המספר?	הופעת מילות מספר בתבניות תחביריות אופייניות לשיח על עצמים
		2. האם יש סימנים להתאחדות של שיח כמותי ושיח מספרי?	הופעה משותפת בתוך היגד אחד של מילות מספר ושל מילים אופייניות לשיח כמותי (למשל "חמש גדול משלוש")

ממצאים

הדיווח שלהלן מתחיל בתיאור **ביצועי מעיין בשני הסבבים הראשונים**, שבהם יכולנו לקבוע את מצב הרוטינות שלו טרם החלה ההתערבות ההוראתית של המראיינת. לאחר מכן מתוארים **אירועי הוראה** ששימשו מקור אפשרי לתקדימים שאליהם חזר מעיין בביצועיו המתוארים בהמשך. לבסוף מוצגות שלוש **תפניות**, שחלה בהן התקרבות משמעותית של רוטינת אי"י של מעיין לרוטינה קנונית. תפניות אלה הן אבני דרך בתהליך התאחדות של שיח כמותי ושיח מספרי של הילד.

ביצועים התחלתיים (סבבים 1 ו-2, מעיין בן 2(8) ו-3(1) בהתאמה): רוטינת בחירה או רוטינת התכבדות, בהתאם למתווך

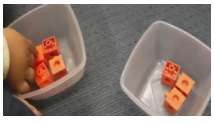
בסבבים 1 ו-2 של הראיונות, שבהם ניתנה למעיין הזדמנות להפגין אופני פעולה שהוא פיתח עוד בטרם המפגש אתנו, הבחנו בכך שהדרך שבה הוא מתמודד עם השאלה "איפה יש יותר?" השתנתה בהתאם לטיב המתווך שהצגנו לו: כשהיו מונחות בפניו ערמות של חטיפים אהובים עליו, כגון במבה או כעכים הוא פעל בדרך אחת, וכאשר המתווכים היו קוביות הוא ביצע פעולות אחרות. אי-לכך בדווח שלהלן אנו מבחינים בין שתי רוטינות אי"י שונות, האחת מתבצעת במצב שבו השאלה אי"י נשאלת בנוכחות של מתווכים "נחשקים", והשנייה מופעלת כאשר המתווכים הם "ניטרליים".

A. רוטינות

- מתווכים ניטרליים: רוטינת בחירה

להלן שלוש אפיזודות ראשונות שבהן השאלה "איפה יש יותר?" התייחסה לערמות של קוביות.

אפיזודה I:<3, 4>[11] [סבב 1, גיל 2(8)]

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
3	מראיינת	תגיד לי באיזו קערה יש יותר קוביות?	מצביע על הקערה עם 4 הקוביות	
4	מראיינת	פה? כן?		
5	מעיין	פה	מראה על הקערה עם 4 הקוביות	

11. הביטוי "קוביות <3, 4>" הוא קיצור ל"בקערה שמאלית יש 4 קוביות ובימנית יש 3". ראו לעיל הערה 7 באשר לפרסום התמונות.

אפיזודה II: קוביות <4, 5> (סבב 1)

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
10	מראיינת	איפה יש יותר קוביות?		
11	מראיינת	איפה עכשיו יש יותר קוביות?	מנסה להשלים קערה עם 3 קוביות ל-4 וזאת שהיו בה קודם 4 קוביות – ל-5	
12	מעיין	פה	עונה לפני שהמראיינת מספיקה להוסיף קוביות. מצביע על אחת הקערות (כאשר הוא עונה 3 קוביות נמצאות בכל אחת מהקערות)	
13	מראיינת	רגע, רגע איפה עכשיו יש יותר קוביות?	כעת מצג הקוביות מושלם ומעיין רואה 4 ו-5 קוביות בקערה	
14	מעיין	פה פה	מרים את הקערה עם 4 הקוביות תוך כדי האמירה; זו אותה קערה עליה הצביע גם קודם לכן.	

אפיזודה III: קוביות <1, 5> (סבב 1).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
22	מראיינת	איפה יש יותר קוביות?		
23	מראיינת	ו....עכשיו, איפה יש יותר קוביות?		
24	מעיין	פה	מרים את הקופסה עם קובייה אחת	
25	מעיין	אחד		

ההליך:. על-פי התשובה שניתנה על-ידי מעיין באפיזודה I, אפשר היה לשער שהוא ביצע הליך הבט-ובחר, שבו הבחירה מתווכת על-ידי הערכה כמותית. ואולם ביצועיו הבאים של הילד הפריכו השערה זאת: בהמשך המפגש, והן בסבב הבא, רבות מתשובותיו לשאלה "איפה יש יותר?" היו שונות מאלה של מומחה לשיח כמותי (ראו טבלה 1). כך, למשל, כבר באפיזודה II, הקערה עם 4 קוביות "גברה" על זו עם 5 קוביות. אם עולה ההשערה שההערכה המוטעית נבעה מהקושי להבחין בהבדל הכמותי

הקטן בין שתי הקבוצות, הרי שכפי שמראה אפיזודה III, תופעה דומה נצפתה גם כאשר הכמויות נבדלו זו מזו במידה ניכרת.

ובכל זאת, בפעולתו של מעיין נתגלה דפוס: בכל המקרים הוא בחר בערמה אחת מתוך שתיים ועשה זאת על-ידי הצבעה (12) או הרמה (24). האקראיות, לכאורה, של בחירותיו פוסלת אמנם את האפשרות של בחירה מתווכת על-ידי הליך הכרעה עקבי, אך אינה מוציאה מכלל אפשרות שהבחירות נעשו על-פי שיקולים שעלו ad hoc בהתאם לנסיבות. כך, לדוגמה, כאשר באפיזודה III הרים מעיין את הקופסה עם הקובייה היחידה תוך אמירת המילה "אחת" (25), ייתכן שהעדפתו נבעה מיכולתו לזהות את המספר ומרצונו להפגין יכולת זאת.

.**המטלה**: הואיל וההליך לא היה כמותי, ברור שמעיין לא פירש את המטלה בדרך שפירשה אותה המראיינת.

אנו מניחות שהניסיון הקודם שבו נזכר מעיין בנסיבות הנוכחיות הוא שנדרשה בו בחירה באחת משתי קבוצות. גם ילדים קטנים נחשפים למצבים כאלה בחיי היום יום שלהם. הם יכולים לראות את המבוגרים מבצעים בחירה והם נדרשים לפעמים לפעולה כזאת בעצמם. מבחינתם, הבחירה פירושה אימוץ אחת משתי אפשרויות – של שקית קוביות אחת מתוך השתיים המוצעות למכירה בחנות; של ערמת עפרונות אחת מתוך השתיים המוצעות להם ולחבריהם, וכדומה – וויתור על השנייה.

.**סוג הרוטינה:** במקרה זה, שאילת השאלה "איפה יש יותר?" בנוכחות של שתי ערמות של קוביות החזירה את מעיין אל תקדימים שנדרשה בהם פעולה מעשית (זו של בחירה), כלומר מדובר כאן ברוטינה מסוג מעשה.

- מתווך נחשק: רוטינת טעימה

באפיזודות הבאות הלקוחות מראיונות הסבב הראשון והשני, הפריטים בקבוצות המושוות הם חטיפים.

.אפיזודה IV: במבה <2, 3> (סבב 1)

.תור דיבור	.דובר	.מה נאמר	.מה נעשה	.הבהרות[12]
71	מראיינת	איפה יש יותר? באיזו קופסה יש יותר במבות?		
72	אימא	איפה יש יותר מאמי?	מעיין מוסיף עוד במבה לקופסה עם השלוש. עכשיו יש 4 בשמאל, 2 בימין	
73	אימא	נסדר את הבמבה בקופסה	מעיין מוסיף עוד במבה לאותה הקופסה. (כמות גדולה בשמאל ו-2 בימין)	

12. התמונות להלן צולמו על-ידינו וההורים נתנו את הסכמתם לפרסומן.

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות[12].
74	אימא	עכשיו תגיד לנו איפה יש יותר. שים גם פה קצת (בקופסה השנייה)		
75	מעיין	פה ופה.	מצביע על שתי הקופסאות ומרים את שתיהן.	

אפיזודה VII: כעכים <4, 6> [סבב 2, גיל 1(3)].

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
17	מראיינת	עכשיו. מעיין, עכשיו אני שוב שמה את שתי הצלחות. בסדר? אני רוצה שתאמר לי, איזו צלחת אתה רוצה לתת לי ואיזו צלחת אתה בוחר.		
18			בוחר בקערה עם 4 כעכים	
19	מראיינת	אתה נותן לי את זאת? ואתה רוצה את זאת?	מהנהן ומניח את ידו על הצלחת.	מצביעה על הימנית – שבה יש יותר.
20	מראיינת	למה?		
21	מעיין	כי אני רוצה	מקרב אליו את הצלחת.	
22	מראיינת	למה אתה רוצה את הצלחת הזו?		מצביעה על הצלחת שבחר.
23	מראיינת	אולי אני אקח את הצלחת הזו?	אוכל מהצלחת.	מדברת על הצלחת שבחר.

ההליך שביצע מעיין פעם אחר פעם בנוכחות שתי קערות עם חטיפים נראה שונה מזה שהפעיל כשהיו מונחות לפניו ערמות של קוביות. הפעם הוא לא הסתפק בהצבעה על אחת הקערות, אלא מילא אותן (72, 73) ואף ניסה להרימן (75).

מטלה: פעולתו של מעיין שאותה נקט בכל פעם כשהונחו לפניו חטיפים אהובים עליו, נראתה כניסיון לאכול. לעתים ניסיון זה אף הצליח (ראו 21 ו-23 באפיזודה VII). נדמה היה שמבחינתו של הילד מדובר במטלה מעשית, כזו שאדם בוגר רואה את עצמו עומד לפניה כשנאמר לו "טעם מן החטיפים שבקערות, תתכבד". ההבדל בין מטלת הבחירה לבין התכבדות הוא בכך, שבזו האחרונה אין צורך לאמץ אופציה אחת במלואה ואף אין הכרח לוותר כליל על השנייה: כשאדם מתכבד, הוא לוקח מאחת הקערות לא יותר מפריט או שניים – כך לפחות בהתאם לכללי נימוס – ולפעמים אף לוקח משתיהן. אין ספק, כי במהלך חייו הקצרים מעיין הספיק כבר להיות במצבים שנדרשה בהם ההתכבדות פעמים רבות.

סוג הרוטינה: כמו במקרה של ערמות של קוביות, השאלה החזירה את מעיין אל תקדימים שנדרשה בהם פעולה מעשית, אך הפעם הייתה זאת הפעולה של טעימה. גם הפעם, על כן, מדובר ברוטינה מסוג מעשה.

כאן המקום לציין, כי לנוכח העובדה שהחטיפים הסיחו את דעתו של מעיין וגרעו מרצונו לשתף עמנו פעולה, התמקדנו בסבבים הבאים במטלות עם מתווכים ניטרליים. המתווכים הנחשקים יחזרו במחקרינו העתידיים, ולו כדי שנוכל לבדוק מתי טיב המתווך יפסיק למלא תפקיד במצבי מטלה כמו אלה שתוארו כאן, והשאלה "איפה יש יותר?" תגרום להפעלת אותו תהליך. שהרי היעלמות הרגישות לטיב המתווך היא אחד הסימנים ל"ההבשלה" של השיח הכמותי.

B. מילות מפתח

במפגש הראשון מעיין כמעט לא השמיע מילות מספר או מילים של השוואה כמותית. תשובותיו לשאלה "איפה יש יותר?" ניתנו בעיקר באמצעות פעולות פיזיות וללא דיבור מלווה. עם זאת, מילות מספר לא נעדרו כליל – ראו למשל את מלת המספר "אחת" המופיעה באפיזודה III (תור 25) והמלים "שתיים" ו"הרבה" שבאפיזודה V שלהלן (תורים 77 ו-78, בהתאמה). ואולם אם נוכחותן של מילים אלה יוצרת רושם שהופעל שיקול כמותי, הרי שרושם זה מתפוגג עד מהרה כאשר מבחינים בכך שבשני המקרים הייתה זו הקערה עם מספר קטן יותר של קוביות שנבחרה כמענה לשאלה "איפה יש יותר במבה?". בשלב זה, מילות מספר משמשות את מעיין כתוויות של אוספים, אך לא מתלווה לכך יכולת לקשר בין המילים האלה בהיגדים המציינים יחס גודל, כגון "הרבה זה יותר משתיים" ולא הנטייה לפעול בהתאם ליחס זה.

אפיזודה V: במבה <2, 5> (סבב 1)

תור דיבור	דובר	מה נאמר	מה נעשה	הבהרות
76	אימא	לא, איפה יש יותר במבה?		
77	מעיין	פה הרבה	מניח קודם את הקערה עם הכמות הגדולה יותר	
78	מעיין	ופה שתיים	מניח את הקערה השנייה עם 2 יחידות של במבה	

אף-על-פי שמעיין לא השתמש במילות יחס כמותיות, כגון "גדול יותר" או "קטן" בנוכחותנו, הוא הראה סימנים ראשונים ליכולת לפעול לפי כללי השיח הכמותי. כך לדוגמה, באפיזודה VIII לאחר שהצביע על קערה אחת בתגובה לשאלה "איפה יש יותר?" (תור 224), הוא בחר בקערה האחרת כשהשאלה הפכה להיות "ואיפה יש פחות?" (224, 225).

אפיזודה VIII: קוביות <3, 3> (סבב 2).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
221	מראיינת	תאמר לי איפה יש יותר קוביות? פה או פה?	המראיינת מצביעה על המגדל הירוק והחום בהתאמה.	הקוביות מאורגנות בשני מגדלים של 3 קוביות בצבעי חום וירוק.
222	מראיינת	באיזה מגדל?	מעיין מרים את הקוביות הצהובות מתוך ערמת קוביות שבצד.	
223	מראיינת	מעיין? במגדל הזה יש יותר קוביות או במגדל הזה?	מצביעה על המגדל הירוק והחום בהתאמה.	
224	מראיינת	במגדל הזה? ואיפה יש פחות קוביות?	מעיין מצביע על הירוק.	
225	מעיין	במגדל הזה.	מצביע על החום.	

נראה על-כן, כי מעיין פעל לפי הכלל "אם A זה יותר מ-B, אז B זה פחות מ-A". פרשנות אלטרנטיבית היא שהבחירה שעשה בתור 225 נבעה מהפעלת רוטינה בין-אישית אופיינית לאינטראקציות לימודיות בין ילדים למבוגרים, שלפיה יש לשנות את התשובה כאשר אותה שאלה שנשאלה לפני רגע או דומה לה, נשאלת פעם שנייה. אף-על-פי שקשה להכריע בין שתי פרשנויות אלה, בדבר אחד אנו יכולים להיות בטוחים: כיוון שהכמויות המושוות היו שוות, אין לפרש את הבחירה ה"משלימה" כמעידה על מודעותו של הילד לכמויות וליחסים ביניהן.

לסיכום, השימוש ההתחלתי של מעיין במילות מספר וברוטינות של יצירת היגדים על כמויות היה ריטואלי ולא שימש בסיס לבחירותיו. שני השיחים – השיח הכמותי הראשוני והשיח המספרי המתעורר – לא השתלבו עדיין לשיח אחד, שכן לא נצפו היגדים המקשרים מילות מספר באמצעות מילות יחס אופייניות לשיח כמותי, וגם לא נצפו פעולות היכולות להתפרש כמבוססות על יחסים אלה. עם זאת, היו סימנים להיותם של שני השיחים מקושרים קשר אסוציאטיבי: בעת ביצוע רוטינת האי"י העלה מעיין ביזמתו תיאורים מספריים, והוא עשה זאת למרות העובדה שככל שאפשר לשפוט, הם לא שימשו אותו בהמשך לשום מטרה.

אירועי הוראה

המשימה העיקרית של המראיינת כשהיא תפקדה בתור מורה היה לחשוף את מעיין לשני הליכי האי"י הכמותיים, סדר-ובחר והתאם-ובחר, ולהליך מספרי מנה-ובחר ולהמחיש את שקילותם. את העקרונות שלפיהם נערכו ההתערבויות ההוראתיות הסברנו כבר למעלה, ועתה נדגים את הפעלתם בעזרת שתי אפיזודות, VI ו-XI.

אפיזודה VI: קוביות <3, 4> (סבב 1).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
122	מראיינת	בוא נשים אותן אחת ליד השנייה; כאן יש שלוש	מניחה את שלוש הקוביות בטור על השטיח כשמעיין מסתכל; מוציאה ארבע קוביות	
123	מעיין	גם אני רוצה	לוקח את ארבע הקוביות ומפזר	
124	מראיינת	בוא תסדר אותן אחת ליד השנייה וככה נדע איפה יש יותר.	מחברת את שלוש הקוביות שהונחו על השטיח בטור יחד	
125	מראיינת	אלה שלוש קוביות ועכשיו את אלה תשים, תחבר אותן	מושיטה למעיין את הקוביות	
126	מראיינת	אחת לשנייה.	מחזיקה קובייה שלישית בידה ומדריכה את מעיין כשהוא מחבר שתי קוביות זו לזו	
127	מראיינת	אחת... שתיים... ש...	מושיטה למעיין את הקובייה השלישית כשהוא מחבר את הקוביות	
128	מעיין		מושיט יד לקחת את הקובייה השלישית מהמראיינת	
129	מראיינת	כמה זה? ש..?	מצביעה למעיין על הקוביות שבידו של מעיין	
130	מעיין	שלוש		
131	מראיינת	יופי... אר...	מושיטה לו את הקובייה הרביעית.	
132	מעיין:		מחבר את הקובייה הרביעית	
133	מעיין	... בע	מחזיק את שורת הקוביות בידו	
134	מראיינת	יופי, עכשיו בוא נשים את הקוביות אחת ליד השנייה	כשמעיין מנסה לחבר את שתי השורות יחד, היא מניחה את ידה על השורה בת ה-3 קוביות	
135	מעיין	אני רוצ'ה	מחזיק שורה אחת בכל יד	
136	מראיינת	לא ביחד, רק אחת ליד השנייה. רגע, אני אראה לך איך. בוא אני אראה לך שנייה איך?	לוקחת שורה אחד ממעיין	
137	מראיינת	שנראה איפה יש יותר. תסתכל	מניחה את שתי השורות על השטיח צמודות.	
138	מראיינת	איפה יש יותר, כאן או כאן?		
139	מעיין	כאוון...	מעיין מצביע על השורה עם שלוש הקוביות ונשכב לאחור	

באפיזודה VI נועדה הופעת שני ההליכים, סדר-ובחר (החל מתור 125) ומנה-ובחר (החל מתור 127) משולבים זה בזה כדי לעזור ביצירת אסוציאציה ביניהם ולהמחיש את שקילותם. שני ההליכים האלה אמורים להתאחד יום אחד לכדי רוטינה אחת, והצגתם הבו-זמנית הייתה בבחינת הכנת תשתית להתאחדות זאת.

הליך דו-שלבי כמותי נוסף, התאם-ובחר, הופיע לצדם של שני ההליכים הקודמים באירוע הוראה שבאפיזודה XI (ראו בעיקר תורים 44 א-ג).

אפיזודה XI: קוביות <3, 5> [סבב 3, גיל (6) 3].

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.
40	מראיינת	מעיין, אתה זוכר... שאנחנו... שאמרתי לך... אתה רוצה לדעת איך אני יודעת איפה יש יותר ואיפה יש פחות? כן?	
41	מעיין		מהנהן
42	מראיינת	אז בוא נחזור לערמה שהייתה לנו קודם, היו לנו כאן קוביות וכאן קוביות. אתה יודע מה אני עושה כדי לדעת? אני מונה	מסדרת שוב 3 ו-5 קוביות; נוגעת בכל ערמה בנפרד באומרה "כדי לדעת"
43	מראיינת	פה יש אחת, שתיים, שלוש; וכאן יש אחת, שתיים, שלוש, ארבע, וחמש	מסדרת את הקוביות בשתי שורות ומונה תוך כדי כך
44א	מראיינת	ואז אני רואה שהקובייה הזו מתאימה לקובייה הזו	מצביעה עם אצבע על שתי הקוביות הראשונות בכל טור.
44ב	מראיינת	זה אותו דבר; והקובייה הזו מתאימה לקובייה הזו, זה אותו דבר; והקובייה הזו מתאימה לקובייה הזו, זה אותו דבר	חוזרת על תהליך התאמת קוביות משתי הערמות עבור שני זוגות נוספים
44ג	מראיינת	אבל פה יש עוד שתי קוביות,	מניחה יד על שתי הקוביות הנותרות בטור של החמש, ואחר כך מרימה את שתי הקוביות מעט
44ד	מראיינת	אז אם יש פה יותר אז אני יודעת שהערמה הזו יותר גדולה	מניחה יד על כל הטור הארוך יותר עם הזזתו מעט שמאלה

דרך נוספת ליצירת אסוציאציות רצויות נקבעה בעקבות לקחי המחקרים הקודמים שלנו, שבהם נעשינו מודעות לכך שלעתים, שאלות הנחשבות בעינינו לשקולות, אינן כאלה בעיני הילדים. המודעות לשקילויות למיניהן היא סממן של עיצום השיח. את התאחדותם של הניסוחים השונים ל"אותה שאלה" החלטנו לעודד על-ידי הדגמות שבהן אותו ביצוע בא בתגובה לדרישות המנוסחות בצורות שונות. כך לדוגמה, את השאלה "איפה יש יותר קוביות?" החלפנו מדי פעם בשאלות, כמו "באיזו ערמה כמות הקוביות גדולה יותר?" או "באיזו ערמה מספר הקוביות גדול יותר?" או אף בשאלה שיכולה להיחשב לשקולה רק בהקשרים מסוימים "איזו ערמה אתה בוחר?".

כמה היבטים מיוחדים של אינטראקציות לימודיות המודגמות באפיזודות VI ו-XI, ובמיוחד בזו הראשונה, ראויים להדגשה. מעל לכול, בולטת כאן נכונותם של שני המשתתפים לשיתוף פעולה

בביצוע המשימה. רואים זאת בצורה ברורה במיוחד בתהליכי הספירה באפיזודה VI, שבהם מעיין משלים בזו אחר זו מילות מספר שהברתן הראשונה נאמרת על-ידי המראיינת. מדובר כאן בסוג בסיסי ביותר של פיגום לימודי (scaffolding). תמונה זאת ממחישה גם את בקיאותו של מעיין ברוטינות בין-אישיות האופייניות לאינטראקציות לימודיות: הוא מפגין את מודעותו לכך, ששאלה הנשאלת מפי בת-שיח יוצרת מרחב לפעולתו; הוא אף פועל לפי הרוטינה האינטראקציונית "עשה את שנעשה בתור הקודם" (את נטייתו זו להפוך את הנעשה בתור אחד לתקדים מועדף עבור התור הבא אחריו ראינו, למשל, באפיזודה II, בתור 12). יעילותן של ההתערבויות הוראתיות שלנו והצלחת תהליך האינדיווידואליזציה היו תלויות בבקיאותו זאת.

התפנית הראשונה (סבב 3, מעיין בן 3(6)): הופעת רוטינת השוואה כמותית ורוטינות מספריות ריטואליות

התפנית הראשונה באופן פעולתו של מעיין נצפתה רק לאחר שני אירועי ההוראה שהוצגו לעיל. בסבב השני, שהתקיים חמישה חודשים אחרי אירוע ההוראה הראשון (אפיזודה VI), לא הבחנו בשינוי משמעותי. בסבב השני לא מצאנו גם ראיות להשפעת אירועי ההוראה שהתקיימו בסבב זה ושהיו מכוונות בעיקר לשיפור בהליך המנייה המבוצע כחלק מתהליכי ההשוואה (ראו טבלה 1). המפנה הראשון הנראה לעין התרחש בסבב השלישי, אחרי חמישה חודשים נוספים. כפי שמודגם באמצעות ארבע האפיזודות שלהלן, ביצועיו של מעיין היו בפעם הזאת מגוונים וכללו מספר הליכים שונים. שתי האפיזודות הראשונות שלהלן (IX, X) התרחשו לפני אירוע ההוראה שהוצג כאפיזודה XI בסעיף הקודם, ואילו השתיים הנוספות (XII ו XIII) התרחשו לאחריו.

אפיזודה IX: קוביות <3, 5> (סבב 3).

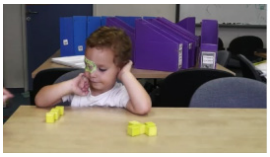
תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
1	מראיינת	יש פה שתי ערמות של קוביות. איזו ערמה אתה בוחר?	מניחה את ידיה מעל קבוצת הקוביות האחת ואחר כך מעל השנייה.	
2	מעיין		מסתכל. מצביע על הערמה של החמש.	

אפיזודה X: קוביות <3, 5> (סבב 3).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
6	מראיינת		מזיזה את הקוביות כך שלא יהיו מסודרות בתבנית.	
6א	מראיינת	ועכשיו איזו ערמה אתה בוחר?		
7	מעיין	זאת	מניח יד על הערמה הגדולה.	
...				
11	מראיינת	ובאיזו ערמה יש יותר קוביות?		
12	מעיין		מצביע עם האצבע על הערמה הגדולה (5) ונוגע בשתי קוביות כאילו מונה את הקוביות.	

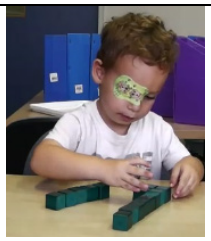
תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
13א	מראיינת	ובאיזו ערמה יש מספר גדול יותר של קוביות?		
13ב	מעיין		נוגע בערמה הגדולה באצבע, כשהוא עובר על מספר קוביות כאילו בתהליך של מנייה; המנייה אינה מדויקת	
14	מראיינת	ובאיזו ערמה יש מספר קטן יותר של קוביות?		
14א	מעיין		נוגע בערמה הקטנה עם האצבע כאילו בדרך של מנייה	
15	מראיינת	איך אתה יודע?		
16	מעיין	אהה..אהה.. אהה... כי הייתי אצלך פעם		

אפיזודה XII: קוביות, <4, 5> (סבב 3).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
51	מראיינת	לא, רגע, לא, לא כל ערמה היא בנפרד, איזו ערמה אתה בוחר?	מפרידה בין הערמות	
52	מעיין	אחד, שתיים, שלוש, ארבע .. ארבע	באומרו "ארבע" מסדר בשורה; מחייך, משעין ראש על היד ומביט לעבר המראיינת, כאילו מחכה לתגובה	
53	מראיינת	יופי,		
54	מעיין	ארבע	נאמר כמעט ביחד עם המילה יופי של המראיינת	
55	מראיינת	כאן יש 4 קוביות.	מצביעה הצבעה מהירה על הערמה עם 4 הקוביות	
56	מעיין	אחת, שתיים, שאאאלוש, ארבא..א..ע, חמש	מקרב אליו את הערמה השנייה ומתחיל לסדר בשורה תוך כדי המנייה	
57	מראיינת	יופי. אז מה זה אומר?		
58	מעיין	זה יותר וזה קצת		
59	מראיינת	מה יותר ומה קצת, תראה לי?	משחק בערמה שבה יש 4 קוביות.	
60	מעיין	זה קצת וזה הרבה	מצביע בהתאמה על הערמה שבה יש 4 קוביות ואז על הערמה שבה יש 5 קוביות.	
61	מראיינת	יופי! איך ידעת? לפי		

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
		מה?		
62	מעיין	כי את אמרת לי	מחייך למראיינת	
63	מראיינת	כי אמרתי לך מה?		
64	מעיין	שסופרים		

אפיזודה XIII: קוביות, <7, 8> (סבב 3).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
119	מעיין	תראי	לפניו שורות של 7 ו-8 קוביות. נכנס לדברי המראיינת	
120א	מעיין		מתאים קוביות אחת לשנייה: (לוקח קוביות משורה ראשונה ושם ליד השנייה) קובייה אחת ואחר כך שנייה.	
120ב	מעיין	וזאת וזה לזאת וזה לזאת וזה לזאת וזה לזאת	שם קובייה הרביעית במהלך ההתאמה מדלג על קובייה אחת מקבל טורים שנראים שווים באורכיהם – כאילו יש מספר שווה של קוביות בשתי הערמות	
121	מראיינת	אז מה אתה אומר? איפה יש יותר ואיפה יש...		
122	מעיין	בכולם יש יותר		

A. רוטינות

לכאורה, בכל המקרים המוצגים לעיל הופעלו הליכים דו-שלביים. עם זאת, הרוטינה שבוצעה באפיזודה IX שונה מאלה שבאפיזודות האחרות, או לפחות בניסיון הביצוע הראשון שרואים שם. נטען להלן, כי הליך הרוטינה שבאפיזודה IX, הבט-ובחר, הוא מאוגד ושעל-כן ניתן לתאר רוטינה זאת כחקירה, וכי מומחה לשיח היה מתאר את המטלה המבוצעת באמצעותה – השוואה כמותית במבט. בשאר המקרים, אלה המוצגים באפיזודות XII,X ו-XIII, פירש מעיין את מצב המטלה ככזה שמורכב מאירועי ההוראה, שההליכים שהוא מבצע הם חיקויי הפעולה שבוצעו אז על-ידי המראיינת באפיזודות VI ו-XI. ההליכים האלה לא היו מאוגדים ומעיין לא קיבל במהלך ביצועם שום החלטות עצמאיות. בתור כאלה, היו אלה ביצועים של רוטינות מסוג ריטואל.

- רוטינת השוואה כמותית במבט

הליך. בשלוש המטלות שבהן מספרי הקוביות היו <3, 5>, <4, 5> ו-<5, 5> (המקרה הראשון הוצג באפיזודה IX; האחרים אינם מצוטטים פה, אך את התזמון שלהם אפשר לראות בטבלה 1) תשובותיו של מעיין היו תקינות, כלומר תאמו את התשובות שהיה נותן מומחה לשיח כמותי. המקרה של שוויון <5, 5> היה מעניין במיוחד. תשובתו של מעיין לשאלה "איפה יש יותר?" התבטאה כאן בשימת ידיו על שתי הערמות (תור 24) בליווי היגד קצר "בשתיהם" (תור 32).[13]

נשאלת השאלה האם בכל המקרים האלה בוצע הליך השוואה כמותית או מדובר בניחושים מוצלחים. בנתונים שלנו מצאנו ראיות התומכות בכך, שבכל המקרים הופעל ההליך הבט-ובחר, וזה נכון גם באפיזודות כמו X, XII ו-XIII, שבהן נעשה שימוש בהליכים דו-שלביים נוספים (על כך נדון בהמשך). כך, לדוגמה באפיזודה IX הקדים מעיין את תשובתו בהתבוננות מרוכזת בשתי הערמות, כאילו הוא עומד לבסס את בחירתו על השוואה כמותית במבט של השטחים הנתפסים על-ידיהן (ראו תורים 1, 2 באפיזודה IX). בעקבות בחינה מדוקדקת (ראו להלן) פסלנו גם את האפשרות שהתשובות הנכונות שניתנו באפיזודות XII ו-XIII היו תוצאה של תת-הליכים אחרים, כגון מנייה שבוצעה שם. לפיכך, אנו גם טוענות, כי ההליך הבט-ובחר של מעיין היה **מאוגד**, כלומר תוצאת התת-הליך הראשון קבעה את דרך ביצועו של התת-הליך השני.

מטלה. לאור כל אלה, אפשר לומר שמעיין פירש את מצב המטלה בהתאם לכוונות המראיינת, דהיינו כמטלת בחירה כמותית. עם זאת, אי אפשר, כנראה, לזקוף את יכולתו החדשה דווקא לעבודת המראיינת. יש להניח כי מרחב התקדימים מורכב כאן מאירועים שרובם התרחשו מחוץ למסגרת המחקר. במשך עשרת החודשים שחלפו מאז סבב הראיונות הראשון, חיי יומיום זימנו למעיין הזדמנויות רבות לצפות באנשים מבצעים בחירות כמותיות למיניהן. מתקבל על הדעת שמתוך התקדימים האלה הוא למד להשתמש במילה "יותר", כפי שילדים לומדים להשתמש במילים אחרות, שהרי ההליך הבט-ובחר הוא חלק בלתי נפרד מעשיית שימוש במילה זאת.

סוג הרוטינה. שתי עובדות מעידות על כך שהרוטינה המבוצעת כאן היא מסוג חקירה: ראשית, ההליך הדו-שלבי שבוצע היה מאוגד, ועל-כן נדרשו החלטותיו העצמאיות ושנית, התנאי לסיום מוצלח היה היגד (המבוצע במקרה זה בתנועת יד) המשקף את מצב הדברים בעיני מעיין.

- רוטינה דו-שלבית המערבת מנייה, סידור והתאמה

הליכים. בהמשכו של הסבב השלישי נוספו לביצועיו של מעיין שלושה תת-הליכים: מנייה, סידור והתאמה. כזכור, המראיינת הציגה אותם באפיזודות IV (כאן הופיעו מנה וסדר) ו-XI (שכללה מנה, התאם וסדר). הם בוצעו שם כחלק ראשון של השוואה כמותית. מנייה הופיעה בביצועי מעיין תחילה רק במרומז (ראו אפיזודה IX) ולאחר מכן בצורה מפורשת (אפיזודה XI) משולבת בסידור הקוביות.

13. במחקר הקודם השאלה "איפה יש יותר?" שנשאלה במצב של שוויון נענתה ב"באף אחד". אנו רואים תשובה זאת כשקולה, כלומר מביעה בעיקר את העובדה שהמצב אינו מאפשר בחירה של ערמה אחת. תשובה זאת, המאותתת את מודעותו של מעיין לשוויון אך גם מצביעה על אי-יכולתו להשתתף בשיח תקני עליו, לא הפתיעה אותנו. את התופעה הכרנו היטב ממחקרינו הקודמים (Sfard & Lavie, 2005). מחקרים אלה שכנעו אותנו גם, כי היא בלתי נמנעת כל עוד השיח הכמותי/מספרי של הילד אינו מעוצם, וכל עוד אין בשל כך עצמים שאפשר היה לתאר אותם כ"אותו דבר" או "שווים".

לאחר מכן הופיע גם שילוב בין התאמה לסידור (אפיזודה XIII).

המנייה הופיעה במרומז אחרי שהשאלה "איפה יש יותר?" באשר לקערות עם 3 ו-5 קוביות נענתה על-ידי מעיין בהליך הבט-ובחר (ראו אפיזודה IX) ונשאלה פעם נוספת (אפיזודה X, תור 6א). בתורים 13א ו-14ב אפשר לראות את תנועות מניית הקוביות. אנו מפרשות אותן כמעשה של מנייה מדומה, שכן התאמת תנועות ההצבעה שכוונו לקוביות לא הייתה אחת-לאחת והיא אף לא לוותה במילות מספר. התשובה שנתן מעיין בפעם הזאת הייתה חזרה על תשובתו שניתנה טרם המנייה, לכאורה, באפיזודה IX. ברור, על-כן, שלא מדובר כאן בתהליך דו-שלבי של מנה-ובחר.

באפיזודה XII שנערכה באותו מפגש לאחר ההתערבות ההוראתית הנוספת (ראו אפיזודה XI לעיל), המנייה נעשתה למפורשת. למרות תקינותה, גם הפעם אין יסוד לטעון שהתשובה הנכונה של מעיין ניתנה על בסיסה, אכן, אנו משערות שהיא נקבעה על-פי השוואה כמותית במבט, בדומה לזו שביצע באפיזודה IX. הספק באשר לחלקה של המנייה בתהליך הבחירה התעורר בשל חוסר מיומנותו של מעיין בפעולה זאת. בסבב זה ראינו אותו טועה במנייה שוב ושוב כשהוא מדלג על פריטים. נוסף על כך, לא נצפתה פעולת השוואת התוצאות הסופיות של המנייה. לנוכח כל אלה, אפשר לומר שההליך הדו-שלבי מנה-ובחר היה מקוטע (לא מאוגד), כלומר הקשר בין שני חלקיו היה אסוציאטיבי בלבד: מעיין למד כי הבחירה היא מעשה שיש לבצע **לאחר** מנייה, אך לאו דווקא על בסיסה.

התת-הליך **סידור** קוביות הופיע במרומז באפיזודה XII משולב בהליך המנייה (ראו תור 56 – היחיד שבו יש ניסיון לסידור בשורה; עבודת הסידור אף לא הושלמה), והתרחש שוב באפיזודה XIII, הפעם משולב עם ההליך של התאמה (ראו תורים 120-121, שם מעיין מסדר את הערמות של 7 ו-8 קוביות בשתי שורות תוך מנייה ותוך ניסיון להתאימן אחת לאחת). גם הפעם נראה, כי התשובה הסופית נקבעה על-פי תוצאה של השוואה במבט בין אורכי השורות, כפי שהתקבלו בתהליך (הבלתי תקין) של סידור בשורה תוך כדי ההתאמה. השוויון, לכאורה, בין השורות גרם לתגובה אופיינית של מעיין למצב זה: אמירה "בכולם יש יותר" (תור 122). אפשר לומר, על-כן, כי התת-הליך סידור שיחק כאן תפקיד, אך הוא בוצע בצורה בלתי תקינה, והוביל להיגד סופי שונה מזה שהיה מתקבל בביצוע תקין. באשר לתת-הליך **ההתאמה**, על-פי הנתונים שלנו אין אפשרות לשפוט את תפקידו או טבעו, שכן לא הזדמן לנו לראותו מבוצע בלי ליווי ההליכים האחרים.

השאלה האחרונה באשר לארבעת תת-ההליכים נוגעת לקשר ביניהם. בעיני משתתף מיומן של שיח כמותי-מספרי ההליכים מנה-ובחר, סדר-ובחר והתאם-ובחר הם שקולים, כלומר הם מקושרים – "קשר התשובה": המשתתף מכיר בכך, כי תוצאתם תהיה תמיד אותה תוצאה ובשל כך מתייחס אליהם כאל ניתנים להחלפה. לא כך היה במקרה של מעיין, שככל הניתן לשפוט, הוא לא התעניין בתוצאות של ההליכים (כדי שיציין אותן, המראיינת הייתה צריכה לשאול "אז מה אתה אומר?" בסוף כל ביצוע – ראו 14, 57, 121). ככל הנראה, הילד ראה את כל שלושת התת-הליכים כיכולים, ואולי אף צריכים, להופיע משולבים זה בזה (אם הוא לא הצליח לבצע את כל השלושה בעת ובעונה אחת היה זה, כנראה, רק בשל אי-יכולתו להתמודד עם המורכבות של המשימה). ייתכן

שראייה כזאת הייתה, בחלקה, תוצאה של העובדה כי באירועי ההוראה הראשונים תת-הליכים אלה הוצגו לילד במשולב (כלומר, ההליך היה מן הצורה <"סדר תוך כדי התאמה ומנייה", בחר>). לכאורה אפשר לבקר את המראיינת על כך שלא הציגה את ההליך סדר-ובחר, למשל, בנפרד מההליכים האחרים. עם זאת, להופעתה של הפעולה של סידור עם זו של מנייה והתאמה יש חשיבות רבה, שכן בזכותה נוצר קשר אסוציאטיבי ביניהן – "קשר השאלה" (השאלה היא זאת שיוצרת את הצורך בהופעתן המשותפת) שעם הזמן אמור להפוך ל"קשר התשובה".

מטלה. לפי כל הנאמר לעיל, מעיין התנדנד בין שתי פרשנויות שונות של מצב המטלה. פרשנות אחת הובילה אותו למצבי עבר שבהם הופעל ההליך המאוגד של הבט-ובחר, כלומר **מטלת השוואה כמותית**. פרשנות זו זהה לפרשנותו של מומחה לשיח מספרי. לפי הפרשנות האחרת, **אירועי הוראה** היו התקדימים הקובעים.[14] הפעם, **ההליך שביצעה המראיינת היה לחלק מהגדרת המשימה**: מטרת הביצוע הייתה לשחזר בדייקנות מרבית את פעולותיה האחרונות של המומחית. באפיזודות XII ו-XIII שבוצעו מיד אחרי ההדגמה של המראיינת, פעל מעיין בהתאם לפרשנות השנייה, וזאת למרות יכולתו לבצע השוואות כמותיות במבט. הוא הונחה, ככל הנראה, על-ידי כלל אינטראקציה ידוע לכל ילד, שלפיו דרכיה של בת-שיח סמכותית "גוברות" על שלו. במקרים אלה הוא אף הסתפק בביצוע של התת-הליך השני ולא המשיך ביזמתו אל הבחירה, ועל-כן התייחס לשילובים השונים של מנייה, סידור והתאמה כאל רוטינות ריטואליות בפני עצמן. ואולם כאשר השאלה "איפה יש יותר?" נשאלה על-ידי המראיינת פעם נוספת (תורים 57, 120), הוא החליף את הפרשנות ובכל אחד מהמקרים בחר לבסוף לבצע השוואה כמותית במבט. נוסיף שהחלפת המטלה אירעה גם באפיזודה X, אך היא התרחשה כאן בכיוון הפוך: מעיין ביצע את התת-הליך המרומז של מנייה רק אחרי שערך השוואה במבט (אפיזודה IX; ראו את השאלה החוזרת בתור 6א).

בהקשר זה מעניין לציין את התפקיד שמילאה המילה "מספר" בפירוש מצב המטלה. ככלל, די היה בהופעתה של מילה זאת כדי שמעיין יפנה למנייה. כך קרה, לדוגמה, כשנשאלה השאלה "באיזו ערמה יש **מספר** קוביות גדול יותר?" (13א באפיזודה X). תופעה זאת חזרה על עצמה גם בסבבים נוספים: כל אימת שהשאלה הכילה את המילה "מספר", מעיין מנה, וזאת אף שלא השתמש במספרים כבסיס לקבלת החלטות.

סוג הרוטינה. לפי כל הסימנים, ההליכים שהתחילו בצירופים שונים של מנייה, סידור או התאמה בוצעו בשלב זה באופן ריטואלי בלבד: במהלך הביצוע מעיין לא קיבל החלטות עצמאיות, ותשומת לבו הייתה נתונה לתהליך עצמו ולא לתוצאתו. העלינו גם השערה שלא היו אלה הליכים דו-שלביים, אלא חד-שלביים, שכן הפעולה המשולבת של מנייה וסידור או של התאמה וסידור לא הובילו לבחירה.

14. ההשערה שהופעתם של סידור, מנייה והתאמה בסבב זה חלה בהשפעת התערבויותינו ההוראתיות מקבלת משנה תוקף לנוכח הדברים שהשמיע מעיין יותר מפעם אחת כשהתבקש להסביר את פעולותיו. לדוגמה, כשנשאל "איך אתה יודע?", הוא השיב: "כי את אמרת לי" (ראו תורות 60-63 באפיזודה XI).

לבסוף נעיר, כי היו בשלב זה הליכים השייכים לשיח כמותי-לא מספרי (הבט ובחר), וכאלה השייכים לשיח מספרי שאינו כמותי (מנה-ובחר), אך לא היה שום הליך שקישר בין שני השיחים האלה, כלומר ששייך לשניהם בעת ובעונה אחת. בשלב זה רוטינה מבוססת הליך הבט-ובחר לא הייתה כבר ריטואלית, שכן בביצועה קיבל מעיין החלטות עצמאיות (בחירתו הייתה מבוססת על תוצאת התת-הליך הראשון). לעומת זאת, השיח המספרי של מעיין הוא עדיין ריטואלי. עם זאת, גם אם מדובר באסוציאציה של ריטואלים בלבד ולא בראיית שקילותם, הרי שבזכות אסוציאציה זאת עשה מעיין צעד חשוב לקראת איחוד של השיח הכמותי והמספרי.

B. מילות מפתח

כמו הרוטינות, כך גם השיח הכמותי והשיח המספרי המילולי נותרו נפרדים: מעיין השתמש עדיין במילות מספר רק כתוויות, והגה אותן בנפרד, שלא בתוך ביטוי לשוני מורכב (הן הופיעו בתהליכי ספירה או בסיומה בלבד). בפרט, הוא לא קישר בין מילות כמות או מספר במילות יחס כמותי (כגון "גדול יותר", "פחות" וכדומה) ולעומת זאת, היגדים המאותתים את נוכחותו של השיח הכמותי, כגון "זה יותר" (תור 58), לא הכילו מילות מספר. אל מאגר מילות הכמות הצטרף הביטוי "אותו דבר", אך בשלב זה הוא מופיע רק כחזרה על מילות המראיינת.

לאור כל הדברים שנאמרו בסעיף זה אפשר לסכם ולומר, שבסבב השני ראינו לראשונה התחלה של שיח כמותי לא ריטואלי ובמקביל הופיע שיח מספרי ריטואלי. ממצאים אלה הם אישוש למודל האונטוגנטי של שיח מספרי-כמותי שהצענו בתחילת מאמר זה.

התפנית השנייה (סבב 4, מעיין בן (9)3): רוטינת השוואה כמותית במבט מתגמשת ומתהדק הקשר בינה ובין הרוטינה המספרית

בסבב 4 שקיימנו ארבעה חודשים אחר כך, הבחנו בהתחזקות השיח הכמותי וכן בתחילת ההתקרבות בינו לבין השיח המספרי.

A. רוטינות

- רוטינה של השוואה כמותית מסתעפת

את התחזקותו של השיח הכמותי ראינו באפיזודה XIV, שם הבחנו בשינוי ברוטינה של השוואה כמותית.

אפיזודה XIV: קוביות <3, 5> (סבב 4).

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
69	מראיינת	ואיך אתה יודע שבערמה הסגולה יש יותר קוביות?	מונחות לפניה 5 קוביות סגולות ו-3 קוביות חומות (מעיין הצביע זה עתה על הערמה של 5 קוביות כזו שיש בה יותר)	
70	מעיין	כי שמתי לי	משחק בערמה של הקוביות החומות.	
71	מראיינת	כי שמת לך?		
72	מעיין	כן		
73	מראיינת	מה שמת?		
74	מעיין	אם נבנה את זה אז נראה שזה לא גבוה.	מניח את הקוביות החומות זו על גבי זו ובונה מגדל.	
75	מעיין	ואם נבנה את זה (מתייחס לקוביות הסגולות) נראה שזה כן גבוה.	מניח את הקוביות הסגולות זו על גבי זו ובונה מגדל.	
76	מראיינת	נהדר, נהדר. כל הכבוד.		
77	מראיינת	אז צדקת?	מהנהן.	
78	מראיינת	מה אתה רואה? מה גילית?	מקרב את שני המגדלים זה לזה.	
79	מעיין	שהסגול גבוה.		
80	מראיינת	שהערמה הסגולה היא יותר גבוהה. נכון. נכון אתה צודק.	מצמיד את שני המגדלים.	

הליך. באפיזודה זאת, שהתקיימה לאחר ביצוע מוצלח של הליך הבט-ובחר (מהלך זה אינו מופיע באפיזודה XIV), בחר מעיין להצדיק את תשובתו זאת על-ידי ביצוע אלטרנטיבי: הוא ציפה מראש שההליך סדר-ובחר יביא לאותה תוצאה (ראו תור 75). הדבר מעיד על שני שינויים בהשוואה לסבב הקודם. ראשית, ההליך סדר-ובחר התאגד, כלומר תת-הליך הבחירה מתבצע כעת לפי תוצאת תת-הליך הסידור. שנית, מעיין מודע עכשיו לשקילותם של ההליכים הבט-ובחר וסדר-ובחר, כלומר לכך שהם מספקים תמיד אותה תשובה, והן לכך שהתשובה הזהה הופכת אותם לאופציות הניתנות להחלפה בביצוע של אותה מטלה. ראוי גם לציון כי המראיינת מחזקת את "קשר התשובה" כשהיא מברכת את מעיין על כך ש"צדק" בתשובתו הקודמת (תורים 77, 80).

מטלה. שני הליכים אלה אוחדו להליך אחד, שבו כל אחד מהם הוא הסתעפות אחרת, כלומר אחת משתי דרכי פעולה שקולות. פירוש הדבר שמצבי מטלה אשר כבר בסבב הקודם הובילו אל ההליך הבט-ובחר, הם גם שיוכלו מעתה להוביל להליך סדר-ובחר.

סוג של רוטינה. ההליך המאוחד הופך את רוטינת ההשוואה במבט לגמישה יותר, היכולה להתבצע מעתה באחד משני מסלולים אלטרנטיביים: את ערמות הקוביות אפשר יהיה להשוות זו לזו בהליך הבט-ובחר או בהליך סדר-ובחר. התגמשות הרוטינה פירושה שיש צורך בהחלטות רבות יותר של המבצע, וזוהי התרחקות נוספת מריטואליזציה, ולכן גם התחזקות נוספת של השיח הכמותי.

- רוטינה מבוססת הליך מנה-ובחר: הידוק הקשר בינה לבין רוטינת השוואה כמותית

גם הקשר בין ההליכים סדר-ובחר ו-מנה-ובחר עבר שינוי מסוים, אם כי על-פי הנתונים שבידינו אי אפשר לפסוק אם חלה כבר התאחדות מלאה של הרוטינות המבוססות הליכים אלה (ראו למשל אפיזודה XV).

אפיזודה XV: קוביות <4, 5> (סבב 4)

תור דיבור	דובר	מה נאמר	מה נעשה	הבהרות
189	מראיינת	עכשיו אתה תגיד לי איפה יש יותר.	(ערמה ימנית - 5 קוביות סגולות, ערמה שמאלית - 4 קוביות צהובות).	
190	מעיין	אחת, שתיים, שלוש, ארבע, חמש	פונה בהתלהבות לעבר הקוביות הסגולות ומתחיל למנות. מונה בקול רם ותוך כדי כך יוצר מהערמה, שורה של קוביות. (קוביות סגולות - 5) עובר לערמה השנייה.	
191	מעיין	אחת, שתיים, שלוש, ארבע.	מונה בקול רם ותוך כדי כך יוצר מהערמה שורה של קוביות (קוביות צהובות - 4)	
192	מעיין	אז בזה יש	מצביע על שורת הקוביות הסגולות.	
193	מראיינת	נכון מאוד! כל הכבוד! מצוין! כל הכבוד!		

הליך. באפיזודה זאת, כמו באפיזודה XII, ביצע מעיין סידור ומנייה בו-זמנית. עובדה זאת מעלה שתי השערות מתחרות. לפי ההשערה הראשונה, התשובה לשאלה "איפה יש יותר?" ניתנת בהליך מנה-ובחר, שהוא כעת תקין לגמרי: המנייה היא נכונה, אחריה מעיין מבצע "בראש" השוואה נכונה של המספרים שהתקבלו בה, ומשתמש בתוצאה בבחירת הערמה של 5 קוביות. במקרה זה העובדה שתוך המנייה מעיין מארגן את הקוביות בשורה נובעת רק מדאגתו למנייה נכונה. פרשנות אלטרנטיבית היא שהתת-הליך סדר-ובחר הוא הבסיס לתשובה. במקרה זה, מבוססת תשובה זאת על השוואה תקינה של אורכי השורות, ואילו המנייה מופיעה רק בשל הקשר האסוציאטיבי שנוצר בינה לבין ההליך סדר-ובחר. ייתכן, כמובן, שיש יסוד של אמת בשתי ההשערות, ובמקרה זה אפשר לטעון ל"קשר התשובה" (שקילות) גם בין ההליכים הבט-ובחר וסדר-ובחר. בין אם נכונה ההשערה הראשונה, השנייה או השלישית, מדובר בשינוי משמעותי וחשוב: התקרבות, ואולי אף התחלת ההתאחדות, של השיחים הכמותי והמספרי.

מטלה. למרות אי-יכולתנו להכריע בשאלה אם ההליך מנה-ובחר מאוגד או לא, נוכל להעלות השערה מבוססת, באשר לדרך שבה פירש מעיין את מצב המטלה: לפי כל הסימנים, הוא ניסה לבצע השוואה

כמותית.

סוג הרוטינה. לאור טענה אחרונה זאת, הרוטינה שבוצעה כאן אינה עוד ריטואל. ייתכן אפילו כי היא כבר הפכה לרוטינה במלוא מובן המילה, אך אין בידינו ראיות כדי לאושש השערה זאת (הראיה הנחוצה היא שמעיין נוטה ליזום ביצוע רוטינה זאת בעצמו, בהתאם לצרכיו).

B. מילות מפתח

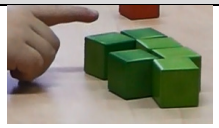
מעיין אינו מקשר עדיין בין מילות כמות ומילות מספר באמצעות מילות יחס, כלומר אינו יוצר ביטויים משותפים לשיח כמותי ולשיח מספרי (משתתפים מנוסים של שיח מספרי-כמותי עושים זאת, למשל, כשהם משתמשים בתבניות, כמו "x קוביות זה יותר מ-y קוביות" או "x גדול יותר מ-y ", בהן x ו-y הן מילות מספר). החידוש היחיד שהבחנו בו הוא הופעת ניסוחים, כגון "זה גבוה" או "זה לא גבוה" (אפיזודה XIV, 74, 75) או "כאן יש קצת וכאן הרבה", שבהם ההשוואה מוצגת על-ידי שימת תוויות של הכמויות ה"מתחרות" זו לצד זו. אף-על-פי שמעיין הדביק תוויות כמותיות לאוספי פריטים כבר במפגש הראשון, הביטויים המורכבים יותר שראינו בפעם הזאת הם בבחינת חידוש. ואמנם, האמירה "כי פה יש קצת ופה הרבה" משמשת עתה כנימוק לתשובה שניתנה לשאלה "איפה יש יותר?", ואילו בסבבים הקודמים השוואות כמותיות היו נדירות, ולרוב הן לא הופיעו כלל. כל זה מורה שוב על התפתחות מסוימת בשיח כמותי לא-מספרי.

התפנית השלישית (סבב 5, מעיין בן 4(1)): תחילת התאחדותם של השיח הכמותי והמספרי

בסבב זה ראינו שני שינויים עיקריים ברוטינות: אחד, ההליך המספרי הלך בעקבותיהם של שני הליכי ההשוואה הכמותית והפך למאוגד והשני, הוא התאחד עם שני ההליכים הכמותיים שהתפתחו קודם לכן, וגרם בכך להגמשה נוספת של רוטינת השוואה כמותית-מספרית. בנוסף לכך, הבחנו בשימושים משולבים במילות מספר ובמילות יחס כמותי. אלה וגם אלה הראו על תחילת התאחדותם של השיח הכמותי והשיח המספרי.

אפיזודה XVI : קוביות <4, 6> [סבב 5, גיל 4 (1)]

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
32	מראיינת	וזאת קצת, בסדר. אהמם, אתה יכול לומר לי באיזו ערמה יש מספר גדול יותר של קוביות?	מונחות לפניה שתי ערמות של קוביות: 6 ירוקות ו-4 אדומות. האפיזודה מתחילה לאחר שמעיין ביצע כבר השוואה כמותית במבט, והכריז שבערמת הקוביות האדומות יש "קצת" ובזו של הירוקות "הרבה".	
33	מעיין	ב... אחד, שתיים, שלוש, ארבע	מונה את הקוביות האדומות (שהן אכן 4)	
34	מראיינת	ממ		

תור דיבור.	דובר.	מה נאמר.	מה נעשה.	הבהרות.
35	מעיין	אחת...	מתחיל במנייה של הקוביות הירוקות – מהקובייה השמאלית קיצונית (זו שהוא מצביע עליה)	
36	מעיין	לא, אחת, שתיים, שלוש, ארבע, חמש	ואז משנה את דעתו ומתחיל למנות שוב מהקובייה הירוקה שהכי קרובה אלינו. מונה את הקובייה הרביעית פעמיים כארבע וכחמש	
37	מעיין	אחת, שתיים, שלוש, ארבע, חמש, שש	מתחיל שוב במנייה. מונה את הקוביות מהקיצונית ביותר ועד הרחוקה ביותר	
38	מעיין	כאן יש מעט וכאן יש הרבה	'מעט' מתייחס לערמת הקוביות האדומות (4) ו'הרבה' מתייחס לערמת הקוביות הירוקות (6)	
39	מראיינת	או.קיי		
40	מעיין	שש, שש	מצביע על ערמת הקוביות הירוקות (אכן 6) ופונה לערמת הקוביות האדומות ומתחיל לספור	
41	מעיין	אחת, שתיים, שלוש, ארבע.	מונה את הקוביות האדומות	
42	מראיינת	ואיפה יש פחות קוביות?	בוחר בערמת הקוביות האדומות	
43	מעיין	בארבע		
44	מראיינת	בארבע? ואיפה יש יותר קוביות?		
45	מעיין	בחמ.. בשש		

A. רוטינה

ההליך. להלן תיאור מפורט של שני השינויים ברוטינה.

החידוש הראשון הוא **התאגדותו של ההליך מנה-ובחר**. אם בסבב הקודם פקפקנו באשר להיותו של הליך זה מאוגד, הרי שבסבב החמישי לא היה עוד מקום לספק. כפי שאפשר לראות באפיזודה XVI, החלק הראשון של ההליך מבוסס על החלק השני: מעיין בוחר את התשובה לפי תוצאת המנייה. ליתר דיוק, התשובות של מעיין לשאלה "איפה יש פחות?" (תור 42) ו"איפה יש יותר קוביות?" (תור 44) ניתנות באמצעות תוצאות של מנייה שביצע קודם לכן (תורים 43 ו-45, בהתאמה) ובהתאם ליחס הגודל בין המספרים שהתקבלו בה.

שני היבטים נוספים של דרכי הפעולה שנקט מעיין באפיזודה XVI ראויות לציון. האחד, הליך המנייה הוא כעת תקני לגמרי, וזאת אף שהערמות הנספרות אינן מסודרות ושבתנאים אלה מעיין נוטה לטעות (ראו תור 36). העובדה שהוא מסוגל להבחין בטעותו ולתקנה (תור 37) מעידה על מודעותו לכללי המשחק. בפרט, הוא מודע לעקרון הקרדינליות, שלפיו ספירה חוזרת אינה משנה את התוצאה. ואמנם, לאחר הספירה מעיין משתמש רק במילת המספר האחרונה ואינו חוזר על ההליך כולו (ראו תורים 40, 43, 46). השני, למרות פעולתו העצמאית במקרה של הליך המנייה, בביצוע של ההליך הדו-שלבי מנה-בחר עדיין מעיין זקוק ל"פיגומים": המעבר מתת-הליך של מנייה לזה של בחירת התשובה מתבצע רק לאחר שהשאלה נשאלת שוב (ראו תורים 42 ו-44).

השינוי הנוסף התבטא **בהתאחדותם של שלושת ההליכים, הבט-ובחר, מנה-ובחר וסדר-ובחר לרוטינה אחת**. כזכור, ההליכים הבט-ובחר וסדר-ובחר היו מאוחדים כבר בסבב הקודם. כעת מצאנו ראיות שבזכותן אין עוד ספק, כי ההליך מנה-ובחר הצטרף אל שני האחרים. באפיזודה XVI, לאחר שהמראיינת ביקשה ממעיין לנמק את התשובה שהפיק קודם לכן בעזרת ההליך סדר-ובחר, הילד ביצע את ההליך מנה-ובחר, אפשר להבין שהוא עושה זאת כדי להראות שתתקבל אותה תוצאה. המראיינת מחזקת את הרעיון שההליכים הם שקולים, כשהיא שואלת את מעיין אחר כך "יש לך עוד דרך לדעת איפה יש יותר?" (זה קורה בתור 55, שאינו חלק מאפיזודה XVI).

מעתה, כל שלושת ההליכים הדו-שלביים יהיו מרכיבים של רוטינת אי"י המאוחדת: כל אימת שתישאל השאלה "איפה יש יותר?", מעיין יבחר באחד ההליכים ויעשה זאת, ככל הנראה, בהתאם לנוחות המשוערת של הביצוע (הבחירה יכולה להיות תלויה, למשל, בטבעם של המתווכים שבהם אמורה הפעולה להתבצע).

.המטלה. ככל שגָדַל מספר התקדימים ולכן עלה גם מספרם של מסלולי ביצוע אפשריים, כך הצטמצם מספר המאפיינים המצביים שלפיהם זיהה מעיין את המטלה. עם זאת, הבחנו שבחירת מרחב התקדימים עדיין הייתה רגישה לניסוח השאלה: מעיין בחר בהליך מנה-ובחר רק לאחר שהמראיינת שינתה את הניסוח הקודם של שאלתה ("איזו ערמה אתה בוחר?") לכזה שהכיל את המילה "מספר" ("איפה יש מספר גדול יותר של קוביות"? – תור 32). אפשר לומר, כי תבניות לשוניות שהיו בעינינו שקולות לחלוטין עדיין לא היו כאלה בעיני מעיין.

.סוג הרוטינה. ההתגמשות הנוספת ברוטינה וגידול במספר ההחלטות שמעיין יצטרך מעתה לקבל בעומדו במצב מטלה אי"י הם בבחינת התרחקות נוספת מריטואלים. אולם, אי אפשר לדעת אם הרוטינה היא חקירה במלוא מובן המילה, שכן לא הייתה לנו הזדמנות לבדוק אם יש מצבים שבהם מעיין יוזם את ביצועה בעצמו.

B. מילות מפתח

ראיות נוספות לתחילת התאחדותם של השיח הכמותי והמספרי ראינו באופן שבו השתמש מעיין במילות מפתח. בסבבים הקודמים לא נמצאו בנתונים שלנו ביטויים "חוצי-שיחים" שהיו יכולים להעיד

על תחילת התאחדות כזאת. הפעם ראינו ניצנים ראשונים של התבטאויות המשלבות מילות מפתח של שני השיחים. כך, לדוגמה, כשעמדו מול מעיין שני מגדלים, מגדל של ארבע קוביות ומגדל של שלוש, הוא הכריז תוך הצבעה "אלו **ארבע** וזה **קצת**" (תור 108, שאינו מופיע במאמר). בכך הוא הכניס את "ארבע" להקשר כמותי השוואתי, והראה שמילות מספר נעשות כעת לחלק משיח כמותי. עדות נוספת להתחברות הדרגתית של שני השיחים הגיעה עם הופעת משפטים, כמו "חמש צהובות", שבהם מילת מספר הופיעה בתפקיד של שם תואר לקבוצת הקוביות הצהובות. זהו תפקיד דומה הן מבחינה דקדוקית והן מבחינת שימוש לזה של מילות כמות, כמו "הרבה" או "קצת". המראיינת מנסה לקדם את החיבור בין השיח המספרי לבין הכמותי כשהיא מסכמת תוצאה של הפעלת התת-הליך מנה באומרה "שבע הוא מספר גדול יותר מחמש" (תור 199 שאינו מופיע במאמר). אמירה זאת מסיטה את השיח למחוזות רחוקים מאוד מאלה שבהם נמצא מעיין ברגע זה: לא זו בלבד שהיא מקשרת בין מילות מספר באמצעות ביטוי כמותי השוואתי ("גדול יותר"), אלא שהיא גם מדברת על מספרים כעל עצמים בפני עצמם. אף שמדובר בתכונות שיח שהופעתן אינה עוד קרובה (וזה אמור בעיקר בנוגע לעיצום), הרי שהחשיפה המוקדמת של מעיין ליעד רחוק זה היא חשובה. למעשה, השינוי הדרוש לא יתרחש בלעדיה, ובלי פעולות שיח דומות שיבואו אחריה.

מספר התפתחויות נוספות בשימוש במילות מספר וכמות ראויות לתשומת לב בהקשר הנוכחי. כך, לדוגמה, התחילה להופיע המילה ההשוואתית "יותר", שלמעשה לא נכחה בשיח של מעיין עד כה – ראו ביטויים כמו "זה הרבה יותר" (תור 122 אינו מופיע במאמר); כאן הדובר הבוגר היה אומר כנראה רק "זה יותר") או "זה יותר הרבה וזה יותר קצת" (178 אינו מופיע במאמר). שנית, חל שינוי באופן ההתמודדות המילולית של מעיין עם מצבי שוויון: הוא השתמש בביטוי "אותו דבר" לגבי שני מגדלים בעלי גובה שווה (169 אינו מופיע במאמר). עם זאת, ביטוי זה לא שימש אותו עדיין בתיאור של מספרים שווים. לדוגמה, כאשר הספירה של אוספים מושווים הסתיימה ב"חמש" עבור שניהם, הוא פלט "שני חמֵשים!" (67 אינו מופיע במאמר) ואחר כך הצהיר במצב דומה "שניהם חמש" (142 אינו מופיע במאמר). כפי שטענו בדיווחים ממחקרינו הקודמים (ראו למשל Sfard & Lavie, 2005), היכולת להשתמש בביטוי "אותו דבר" ביחס לאוספים שווים מתפתחת רק עם עיצומו של השיח המספרי.

סיכום

אצל מעיין השיח הכמותי הופיע ראשון (סבב 3) ובמקביל הופיע שיח מספרי ריטואלי. השיח המספרי הלא-כמותי נותר ריטואלי במשך חודשים ובאותו זמן השיח הכמותי הלא-מספרי התחזק בהדרגה והפך לעצמאי יותר ויותר. התחזקות זאת חלה בשרשרת של צעדים. ראשית, התאגד ההליך הדו-שלבי הבט-ובחר (התת-הליך של בחירה מבוצע מעתה על בסיס התוצאה של התת-הליך הראשון, הנקרא כאן "הבט"), ובכך נוצרה רוטינה ראשונית של השוואה כמותית במבט (כאמור, סבב 3). לאחר מכן התאחדה רוטינה זאת לרוטינה אחת עם זו המבוססת על ההליך סדר-ובחר שבוצעה עד כה בצורה ריטואלית (ההליכים הבט-ובחר וסדר-ובחר נחשבים כעת לאלטרנטיבות שקולות). תוך כדי

ההתאחדות של הרוטינות חלה התאגדותו של ההליך סדר-ובחר והוא היה לפעולה המבוצעת לשם השוואה כמותית (סבב 4). לבסוף, ראינו גם התאחדות של הליכי ההשוואה הכמותית עם ההליך מנה-ובחר, שעד כה בוצע בצורה ריטואליות בלבד (בסבב 5). בכך החלה התאחדותם של שיח כמותי ושיח מספרי. התפתחויות אלה במבנה של רוטינות וביחסים ביניהן מוצגות באופן סכמתי באיור 6. את ההתקרבות ההדרגתית בין שני השיחים ראינו גם דרך השינויים שחלו במקביל במבחר מילות מפתח של השיח הכמותי והשיח המספרי, ובדרכים שבהן מעיין השתמש במילים אלו (ראו טבלה 3).

דיון: מה לומדים מכאן על התפתחות החשיבה המספרית?

אף שהממצאים שדווחו במאמר זה הם תוצאה של חקר מקרה בודד, אנו סבורות שיש בהם בסיס למספר תובנות כלליות על התפתחותו של השיח המספרי. לפני שנציג תובנות אלה, נדגיש שיש להתייחס אליהן כאל השערות שטעונות אישוש נוסף. עם זאת, אלה השערות מבוססות למדי. ראשית, הן עולות בקנה אחד עם התאוריה שפרסנו לאורכו של מאמר זה. שנית, אנו מבינות בדיעבד שהיה אפשר לְצָפות בתופעות דומות גם במחקרינו הקודמים, אף אם לא השכלנו אז, בשלבים מוקדמים לבניית התאוריה, להבין את משקלן ואת חלקן בתהליכי האינדיווידואליזציה. שלישית, במחקר שלנו המתנהל בימים אלה משתתפים 16 ילדים, ואנו רואות תופעות דומות אצל כולם (את הצגת הראיות אנו נאלצות להשאיר למאמרים הבאים).

נספר כעת את סיפורו של תהלך אינדיווידואליזציה בכלל, ושל אינדיווידואליזציה של שיח מספרי בפרט, כפי שהוא עלה ממחקרנו עד כה. חלק מההשערות המרכיבות את הסיפור עלו במישרין מן התאוריה ואוששו במחקר הנוכחי; חלק אחר נוסחו לראשונה על סמך הממצאים ועידנו את המודל התאורטי ההתחלתי שלנו של התפתחות השיח המספרי.

אישוש המודל של התפתחות השיח המספרי-כמותי

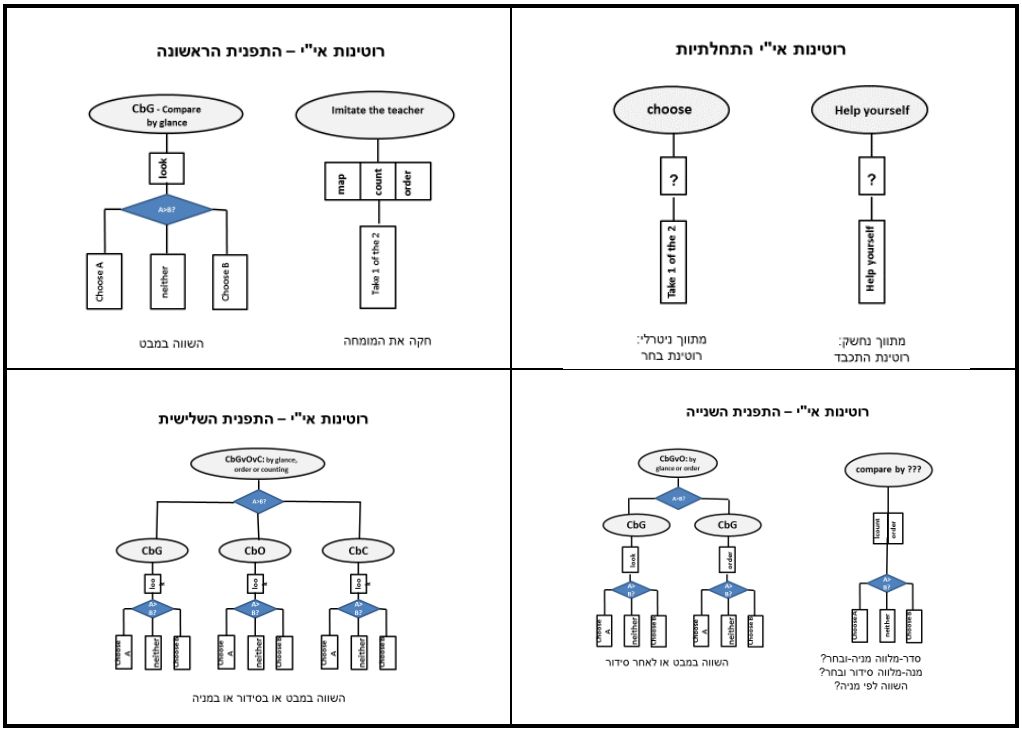
המקרה של מעיין אישש את שתי ההנחות המונחות ביסודו של המודל התאורטי שלנו:

- שיח כמותי ושיח מספרי של הילדים הגדלים בחברתנו **מתחילים להתפתח במקביל** ושומרים על ההפרדה למשך תקופה מסוימת. כל שיח חדש מתחיל במספר **רוטינות גרעיניות** שמתפתחות בתוך שיחים קיימים, ומתאחדות בשלב מסוים לרוטינה חוצה-שיחים אחת. **התאחדות השיחים,** פירושה התאחדות של לפחות שתי רוטינות גרעיניות מכל אחד משיחים אלה לרוטינה מסועפת אחת. במחקרנו הצלחנו לצפות בהתאחדותן של אחדות מהרוטינות הגרעיניות של שיח כמותי וכאלה השייכות לשיח המספרי, וראינו, על-כן, את תחילתו של שיח מספרי-כמותי.
- רוטינה דיסקורסיבית גרעינית מתחילה את קיומה כ**ריטואל** ואם הלומד מתמיד להשתתף בשיח, היא הופכת בהדרגה ל**חקירה**.

המחקר שלנו אישש כי אכן אלה התופעות הנצפות בהתפתחות של שיח מספרי המתרחש בחברה שלנו. המקרה של מעיין שפך אור נוסף על התהליך כולו ואִפשר מיפוי המנגנונים (1) של הופעת הריטואלים

ו-(2) של הפיכתם מאוחר יותר לחקירות.

איור 6: התפתחות הרוטינה של מתן תשובה לשאלה "איפה יש יותר?" של מעיין.



הסבר לשרטוטים:

בטבלה ה**אליפסות** מציגות את המטלות, כלומר האופן שבו פירש מעיין את מצב המטלה שנוצר כשנשאלה השאלה "איפה יש יותר?" בנוכחות שתי ערמות של קוביות. ה**מעוינים** מציינים מצבי הסתעפות הדורשים החלטה באיזה מסלול להמשיך את הביצוע. ה**מלבנים** הם ההליכים (או התת-הליכים).

טבלה 3: התפתחות שימוש במילות מפתח של שיח כמותי ושל שיח מספרי.

שלב	שימוש במילים	
	של שיח כמותי	של שיח מספרי
התחלה	משתמש במילות גודל ("הרבה") בודדות	משתמש במילות מספר ("שתיים") בודדות
תפנית ראשונה	ביטויים השוואתיים ללא מספרים אין שימוש ב"אותו דבר" בהקשר של שוויון מספרי	מילות מספר כתוויות
תפנית שנייה	מופיעים ביטויי השוואה כמו "יותר הרבה" ו"יותר קצת".	מילות מספר כתוויות
תפנית שלישית	מתחילים להופיע ביטויים חוצי-שיחים, כגון "אלו ארבע ואלו קצת".	

ריטואלים מספריים כתוצאה של חיקוי ויצירת אסוציאציות

בשלבים הראשונים של ההשתתפות של ילד בשיח מספרי, שיח כזה יכול להיות רק ריטואלי והוא יישאר כזה כל עוד הוא אינו מאוחד עם השיח הכמותי. ההתאחדות תתחיל מהיווצרות קשרים אסוציאטיביים בין מרכיבים שונים של שני שיחים – בין תת-הליך רוטיני אחד לאחֵר או בין מילים או ביטויים השייכים לשיחים שונים. אף כי ברור שאסוציאציה איננה סוג הקשר הרצוי, הרי שאין אפשרות לדלג על שלב זה. כפי שטענו קודם לכן, עצמים דיסקורסיביים חדשים – מספרים, במקרה הנוכחי – יכולים להיווצר רק תוך כדי השתתפות בשיח, ואילו בהיעדר העצמים, ההשתתפות יכולה להיות רק ריטואלית ואסוציאטיבית.

אפשר לומר, כי אינדיווידואליזציה של רוטינה היא בניית מרחב תקדימים. למורה תפקיד עקרוני בבנייה זאת: ביצועיה, הם שייצרו אותה, לפחות בהתחלה. במחקר זה, כמו גם במחקרים קודמים שלנו, הבחנו במספר תופעות אופייניות של תהליך זה.

- לפעמים די בהדגמה בודדת של המומחה לשיח כדי שאירוע זה יהפוך לחלק מכונן של מרחב התקדימים של הילד.
- בתהליך זה, כאשר על הילד להחליט על פירושה של מטלה, אירוע עבר קרוב ביותר (למשל, מה שנעשה בתור האחרון) משמש בררת המחדל לתפקיד של התקדים.
- להליך של המורה עדיפות על כל הליך אחר. אף אם הלומד השתמש בהליך משלו, הוא יעדיף את ההליך שהפעיל מומחה. כפי שציינו, ילדים מתקשים לקבל דרכי פעולה שאינן "כפי שהמורה עושה", והיא תופעה ידועה המעידה על כך, שהרוטינות הנלמדות בבית-הספר אינן, לרוב, חקירות במלוא מובן המילה.
- ההיכרות המוקדמת של הילד עם רוטינות בין-אישיות היא שמאפשרת התפתחות ראשונית של רוטינות של שיח מספרי. בין רוטינות בין-אישיות מחוללות למידה יש למנות את רוטינת החזרה המתמדת, שלפיה מה שצפוי להיעשות כעת הוא שיחזור של תקדים כלשהו – של פעולה שנעשתה בתנאים דומים בעבר. אצל ילדים העושים את צעדיהם הראשונים בלמידה, תקדים פירושו "עשה את שנעשה בתור הקודם". רוטינה שונה המשרתת אותו כבר עתה היא רוטינת ה-IRE המפורסמת (ראו למשל Mehan, 1979) על כל הסתעפויותיה.

הורים ומורים, בין שהם מודעים לחשיבות האסוציאציות הראשוניות בין לאו, מרבים בפעולות המקשרות בין הליכים או ניסוחים שונים. כך, לדוגמה, מומחה לשיח עובר בלי משים מהשאלה "איפה יש יותר X?" אל "איפה המספר של X גדול יותר?", ופעולה זאת, כשהיא חוזרת על עצמה, סופה לאחד את מרחבי התקדימים של שתי השאלות (לפחות באותם מקרים שבהם מדובר בשני אוספים בדידים), ואף להפוך את שני ההיגדים ל"אותה שאלה". זהו אחד מתהליכי ההתאחדות שנדון בהם כעת.

הפיכה הדרגתית של שיח מספרי ריטואלי לכמותי כתוצר של התאגדות והתאחדות רוטינות

מעבר מהשיח המספרי הריטואלי לשיח מספרי-כמותי כרוך בהפיכת הקשר של "נוכחות משותפת" ליחס משמעותי יותר. הקשרים החדשים נוצרים הן בתחום הרוטינות והן באופני השימוש במילים.

במקרה של רוטינות, מתחילים להופיע שני סוגים חדשים של קשר:

- **התאגדות** של הליך דו-שלבי חל כשביצועו של התת-הליך השני מתחיל להיקבע על-פי תוצאת האחר.
- **התאחדות** של רוטינות חלה כאשר שני ההליכים מתחילים להיחשב לשקולים וניתנים להחלפה, וזאת משום שהילד מכיר בכך שהם מייצרים תמיד אותה תשובה. בהזדמנות זאת הלומד מתחיל להתייחס אל תוצאת ההליך כאל מטרת הפעולה.

במישור המילולי-סימבולי מתחילים באותו זמן להופיע ביטויים שמקשרים בין מילים וסמלים מתוך שיחים שונים, בעיקר מכאלה שעד כה היו זרים זה לזה. במקביל, חל עיצום הדרגתי של מילות מספר. בזכותן המילה "חמש" מערמות ספציפיות של חמישה חפצים – של קוביות, של במבה או של אצבעות – תהפוך ל"ייצוגים" שונים של אותו עצם מופשט הנקרא "מספר חמש". בעקבות כל אלה, פעולות תקשורת רבות ומגוונות מתאחדות בהדרגה לרשת סבוכה הראויה להיקרא שיח.

באופן מטפורי אפשר לומר, שהתפתחותו של שיח מתבטאת ב**הפיכת תערובות לתרכובות**. ואמנם, כל דבר חדש בשיח מתחיל את קיומו כתערובת של דפוסי פעולה שאין להם דבר במשותף מלבד הופעתם בהקשרים דומים, והוא מגיע ל"בגרות", כשהאוסף הופך למערכת שבה לכל מרכיב תפקיד ייחודי משלו, המשלים את התפקידים של המרכיבים האחרים. במחקר שלנו עמדנו מקרוב על השאלה כיצד אינטראקציות בין הילד הלומד לבוגר המלמד מביאות ליצירת מרכיבי שיח חדשים ולקשרים האסוציאטיביים ביניהם, וכיצד, לאחר מכן, היא גורמת להתאחדותם של המרכיבים הנפרדים. נסקור בקצרה את ההשערות העיקריות על תהליך זה העולות מהממצאים שלנו עד כה.

אמרנו קודם לכן כי מורים והורים צריכים לפעול למען היווצרותן של אסוציאציות. כעת נוסיף, כי רצוי שהם יעשו זאת בהקשרים שמעודדים התאחדות. למשל, במחקר שלנו בחרנו ללמד ספירה כחלק של הליך רחב יותר, שבו תוצאתה משמשת אותנו מיד להחלטות על דרך הביצוע של ההליך הבא אחריה (למשל, בחירת הקבוצה הגדולה יותר). בכך תהליך האינדיווידואליזציה שיזמנו במסגרת המחקר שלנו היה שונה מאלה הנצפים בדרך כלל, בחיי יומיום של ילדים. בחברה שלנו, הספירה מוצגת לילדים, בדרך כלל, כפעולה בפני עצמה ומנותקת מכל פעילות אחרת. האמנו שדרך ההוראה האחרת נעודד איחוד של מרכיבים שהיו עד כה מקושרים קשר אסוציאטיבי בלבד. לכאורה, הגישה הוכיחה את עצמה. הממצאים שלנו מרמזים על כך שההתקדמות של מעיין לקראת איחוד ההליך מנה-ובחר הייתה מהירה יותר מזאת שנמצאה במחקרים אחרים (Fuson, 1988; Piaget, 1952, 1969;

ואמנם, כפי שמסכמים נונס וברריינט (Saxe, Guberman, & Gearhart, 1987 Nunes & Bryant, 1996), עוד בגיל 5 או 6

> Children who know how to count may not use counting to compare sets with respect to number (p. 35).

במפגש שלנו ראינו את מעיין בן ה-4 סופר ביזמתו כדי להשוות קבוצות של בדידים ואף משתמש בתוצאת הספירה בבחירת התשובה. הדבר נוגד, לכאורה, את אשר נאמר בציטוט האחרון. נותר, כמובן, לבדוק את מידת כלליותו של אותו מרחב תקדימים המתאים לשאלה "איפה יש יותר?" שנוצר אצל מעיין במפגשים שלנו, ושההליך מנה-ובחר המאוגד היה לחלק בלתי נפרד ממנו. הרי אין להוציא מכלל אפשרות שמרחב תקדימים זה ייחודי לאינטראקציות עם המראיינת, ואולי אף למצב של השוואה בין קבוצות של פריטים מוחשיים ניטרליים. גם אפשרות זאת נבחנת בימים אלה במחקרנו. עם זאת, אף אם יתברר שבשלב זה ההליך מנה-ובחר המאוחד אינו זמין במצבים אחרים, נוכחותו במרחב תקדימים מקומי זה היא התחלה חשובה, המצעידה את מעיין לשיח מספרי-כמותי מאוחד.

אחרית דבר

במאמר זה עקבנו אחר מעיין במשך חודשים רבים והקורא נפרד ממנו כשהשיח המספרי שלו נמצא במלוא התנופה ההתפתחותית. מאז שהופענו בחייו לראשונה מצוידות בערמות של קוביות, כעכים ובמבה, הוא עבר כברת דרך נכבדה. ואולם תהיה התקדמותו מרשימה ככל שתהיה, ארוכה עוד הדרך שלפניו. למרות כל הישגיו, הרוטינות של מעיין עוד אינן חקירות במלוא מובן המילה. נכון, רוטינות אלה עברו גלגול חשוב, כשהן משתנות מאסוציאטיביות למאוגדות ומאוחדות. למרות זאת, סביר להניח שאין להן עוד קיום, אלא בתוך ה"פקעת" של אינטראקציות בין-אישיות. בתור שכאלה, אין לצפות שהילד ייזום את ביצוען לשם סיפוק הצרכים של עצמו. בין שטענה זו נכונה בין לאו – דבר שננסה לבחון בהמשך מחקרנו – הֶאָחדות נוספות רבות צריכות לקרות בתוך השיח המספרי הצומח הזה לפני שהרוטינות המספריות תהפוכנה לכלים זמינים בכל מצב ובכל שעה. את השלמת הסיפור על הדרך שבה מתרחש המעבר מאוסף ריטואלים בדידים למארג מורכב הראוי להיקרא "שיח חקירתי מאוחד" אנו נאלצות להשאיר למחקר עתידי.

תודות

תודתנו נתונה ל"קבוצת השיח" שלנו – טלי איילון, אביטל אלבוים-כהן, יגאל אסניס, איריס דיין, עינת הד-מצויינים, רחל הס-גרין, מיכל טבח, נח מוריס, טלי נחליאלי, ג'ייסון קופר ואיה שטיינר – על הדיונים המאתגרים והפוריים. אנו גם אסירות תודה לעורכות של הגיליון המיוחד הזה ולשתי שופטות אנונימיות שכולן יחד וכל אחת לחוד דירבנו בהערותיהן הקולעות את חשיבתנו ושיפרו בכך את כתיבתנו. אם למרות כל אלה יש במאמר אי-אלו חולשות, הרי זה באשמתן הבלעדית של הכותבות.

רשימת מקורות

Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, *18*(1), 32-42.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concept of number*. New York: Springer-Verlag.

Greeno, J. G. (1997). On claims that answer the wrong question. *Educational Researcher*, *26*(1), 5-17.

Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology, 16*, 94-143.

Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2001). Spontaneous tendency to focus on numerosities in the development of cardinality. In M. Panhuizen-Van Heuvel (Ed.), *Proceedings of 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 113-120). Drukkerij Wilco, The Netherlands: Amersfoort.

Harré, R., & Gillett, G. (1994). *The discursive mind*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Howe, C. (2013). Scaffolding in context: Peer interaction and abstract learning. *Learning, Culture and Social Interaction, 2*(1), 3-10.

Lave, J. (1988). Missionaries and cannibals. In J. Lave (Ed.), *Cognition in practice* (pp. 23-44). Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J. (1993). The practice of learning. In S. Chaiklin & J. Lave (Eds.), *Understanding practice: Perspectives on activity and context* (pp. 3-32). Cambridge: Cambridge University Press.

Littleton, K. (2013). Adaptation and authority in scaffolding and teacher–student relationships: Commentary on the special issue 'Conceptualising and grounding scaffolding in complex educational contexts'. *Learning, Culture and Social Interaction, 2*(1), 52-55.

Mehan, H. (1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Nachlieli, T., & Tabach, M. (2012). Growing mathematical objects in the classroom – The case of function. *International Journal of Educational Research, 51-52*, 10-27.

Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number* (C. Gattegno & F. M. Hodgson, Trans.). London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1969). *The psychology of the child* (H. Weaver, Trans.). London: Routledge & Kegan Paul.

Pratt, M. W., Kerig, P., Cowan, P. A., & Cowan, C. P. (1988). Mothers and fathers teaching 3-year-olds: Authoritative parenting and adult scaffolding of young children's learning. *Developmental Psychology, 24*(6), 832-839.

Saxe, G. B., Guberman, S. R., & Gearhart, M. (1987). Social and developmental processes in children's understanding of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 52*(2), i-162.

Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different? Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction, 23*(2), 237-309.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.

Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science, 210*, 1033-1035.

Stefee, L. P., Thompson, P. W., & von Glasersfeld, E. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In E. A. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Strauss, M. S., & Curtis, L. E. (1981). Infant perception of numerosity. *Child Development, 52*(4), 1146-1152.

Van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review, 22*(3), 271-297.

Vygotsky, L. S. (1962). *Thoughts and language*. Cambridge, MA: MIT Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality*. London: Routledge.

Wertsch, J. V., McNamee, G. D., McLane, J. B., & Budwig, N. A. (1980). The adult-child dyad as a problem-solving system. *Child Development, 51*(4), 1215-1221.

Wertsch, J. V., & Stone, C. A. (1985). The concept of internalization in Vygotsky's account of the genesis of higher mental functions. In J. V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives* (pp. 162-179). Cambridge: Cambridge University Press.

Wittgenstein, L. (1953). *Philsophical investigations*. Oxford, UK: Blackwell.

Wood, D. J., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17*(2), 89-100.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology, 24*(2), 220-251.

פרופ' אנה ספרד

פרופסור לחינוך מתמטי באוניברסיטת חיפה; נושא מחקריה הוא התפתחותו של שיח מתמטי והשפעתם ההדדית של שיח זה ושל תחומי חיים אחרים.

עירית לביא

דוקטורנטית באוניברסיטת חיפה בחוג לחינוך מתמטי החוקרת את נושא השיח המתמטי והתפתחות החשיבה המתמטית בגיל הרך. מרצה במכללת אורנים ומדריכה פדגוגית לבתי-הספר היסודיים במכללה. אחראית מעבדת מתמטיקה בחוג לחינוך מתמטי באוניברסיטת חיפה.